IF2123 - Aljabar Linier dan Geometri
Laporan Tugas Besar 1

Nama	NIM
Juan Christopher Santoso	13521116
Nicholas Liem	13521135
Nathania Calista Djunaedi	13521139

Institut Teknologi Bandung
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Tahun Ajaran 2022/2023

Contents

1 Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan dan digunakan di dalam bidang sains dan rekayasa. Penyelesaian dari sebuah SPL dapat didapatkan dengan menggunakan beberapa metode, yaitu:

1. Metode Elimininasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss - Jordan
3. Metode Matriks Balikan (Invers)
4. Metode Cramer

Penyelesaian dari sebuah SPL, memiliki tiga kemungkinan solusi, yaitu:

1. Tidak memiliki solusi
2. Memiliki solusi tak terhingga
3. Memiliki satu solusi (unik/tunggal)

Pada Tugas Besar 1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri, kami membuat library java yang berisi fungsi-fungsi untuk melakukan eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan matriks balikan, dan kaidah cramer.

Fungsi-fungsi yang dibuat, nantinya akan digunakan untuk menyelesaikan beberapa persoalan yaitu:

1. Persoalan dalam bentuk SPL
2. Persoalan interpolasi (interpolasi polinom dan interpolasi bicubic)
   Dalam persoalan interpolasi, program menerima beberapa buah titik x dan juga y. Lalu, diberikan nilai x yang ingin diproyeksikan nilai y nya. Program komputer diminta memproyeksi nilai y berdasarkan data-data yang sudah diberikan
3. Persoalan regresi berganda
   Pada persoalan regresi linear berganda, program menerima input berupa beberapa nilai peubah $(X_{1i}, X_{2i}, \ldots, X_{ki})$ dan beberapa nilai Y (Y_i). Selanjutnya, program diminta untuk mengestimasi berapa nilai Y jika diberikan nilai X tertentu

2 Teori Singkat

2.1 Operasi Baris Elementer (OBE)

OBE adalah suatu operasi yang diterapkan pada suatu baris matriks. OBE biasanya digunakan dalam metode Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss - Jordan. Pada OBE, terdapat 3 operasi dasar, yaitu:

1. **Row Scalling** artinya mengalikan baris matriks dengan konstanta bukan nol.
2. **Row Swapping** artinya menukar urutan baris pada sebuah matriks.
3. **Row Replacement** artinya baris matriks diganti dengan hasil penjumlahan atau pengurangan baris matriks tersebut dengan baris matriks lainnya, dimana baris matriks lainnya yang akan digunakan pada row replacement, sudah mengalami proses row scaling.

2.2 Matriks Augmented

Matriks augmented atau matriks yang diperbesar adlah matriks yang semua elemennya berisi koefisien-koefisien SPL yang kemudian diperbesar. Maksud dari diperbesar adalah penambahan sebuah kolom yang berisi hasil dari persamaan linier atau yang berada di kanan tanda "=". Misalnya, kita memiliki persamaan seperti ini:

$$\begin{gathered} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \end{gathered}$$

Persamaan di atas memiliki matriks augmented seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

2.3 Matriks Eselon Baris

Matriks Eselon Baris adalah matriks yang memiliki 1 utama pada setiap baris, kecuali baris yang seluruhnya bernilai 0.

Bentuk matriks eselon baris adalah seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Keterangan : * adalah sembarang nilai

Sifat-sifat matriks eselon baris:

1. Jika sebuah baris tidak terdiri dari seluruhnya nol, maka bilangan tidak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 (disebut 1 utama).

2. Jika ada baris yang seluruhnya bernilai 0, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks.

3. Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

Contoh matriks eselon baris adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.4 Matriks Eselon Tereduksi

Matriks eselon tereduksi adalah matriks yang memiliki nilai 0 pada seluruh elemen yang terletak di bawah dan di atas angka 1 utama. Bentuk matriks eselon tereduksi adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Syarat-syarat matriks eselon tereduksi:

1. Jika sebuah baris tidak terdiri dari seluruhnya nol, bilangan tidak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 (disebut 1 utama).

2. Jika ada baris yang seluruhnya bernilai 0, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks.

3. Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

4. Setiap kolom yang memiliki 1 utama, memiliki nilai 0 di tempat lain.

Contoh matriks eselon tereduksi adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2.5 Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss merupakan sebuah metode penyelesaian sistem persamaan linier yang diciptakan oleh Carl Friedrich Gauss. Metode ini dimanfaatkan untuk memecahkan sistem persamaan linier dengan cara mengubah sebuah matriks menjadi matriks augmented, lalu diubah menjadi matriks eselon baris melalui Operasi Baris Elementer (OBE) dan diselesaikan dengan substitusi balik.

2.6 Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss - Jordan adalah metode penyelesaian sistem persamaan linier dengan cara mengubah sebuah matriks menjadi matriks augmented, lalu diubah menjadi matriks eselon baris tereduksi melalui Operasi Baris Elementer (OBE) dan diselesaikan dengan subtitusi balik.

2.7 Determinan

Determinan sebuah matriks hanya dapat dicari dalam matriks persegi (matriks yang memiliki jumlah baris yang sama dengan jumlah kolomnya). Determinan dapat dicari melalui 3 metode, yaitu metode Sarrus, metode reduksi baris, dan metode ekspansi kofaktor. Pada program kali ini, hanya 2 metode yang digunakan dalam mencari determinan, yaitu metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

Metode reduksi baris dilakukan dengan cara melakukan OBE pada sebuah matriks, sampai diperoleh matriks segitiga (bisa segitiga atas atau segitiga bawah). Selama melakukan OBE kepada sebuah matriks, perlu memerhatikan beberapa aturan determinan, yaitu:

1. Jika sebuah baris dalam matriks A dikalikan dengan k menjadi matriks B, maka $det(B) = kdet(A)$.
2. Jika sebuah baris dalam matriks A ditukar sehingga matriks A menjadi matriks B, maka $det(B) = -det(A)$.
3. Jika sebuah baris dalam matriks A ditambahkan dengan k kali baris yang lain sehingga matriks A menjadi matriks B, maka $det(B) = det(A)$.

Metode ekspansi kofaktor dapat dilakukan dengan mencari minor dari matriks. Misalnya ada matriks berukuran nxn yang digambarkan sebagai A dan M_{ij} kita misalkan sebagai minor entri a_{ij}, maka

$$C_{ij} = -1^{i+j} * M_{ij}$$

Misalkan ada suatu matriks A sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Melalui metode ekspansi kofaktor, determinan dapat dihitung dengan

$$det(A) = (-1)^{1+1} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$
$$det(A) = 0 + (-1) \cdot (2 - 6) + 0 = -(-4) = 4$$

2.8 Matriks Balikan

Matriks balikan adalah matriks bujur sangkar sedemikian rupa sehingga $A \cdot B = B \cdot A = I$, maka B disebut balikan atau invers dari A dan dapat dituliskan $B = A^{-1}$.

Dalam program ini, ada 2 cara yang dapat digunakan untuk mencari invers. Pertama adalah dengan metode Eliminasi Gauss - Jordan, yaitu:

$$[A|I] \rightarrow [I|A^{-1}]$$

Dalam metode Gauss - Jordan, matriks A digabungkan menjadi satu matriks dengan matriks identitas. Kemudian, matriks A diubah menjadi sebuah matriks identitas dengan cara melakukan berbagai OBE. Dalam proses mengubah A menjadi matriks identitas, matriks identitas yang terletak di sebelah kanan matriks A juga berubah karena OBE yang dilakukan. Akhirnya, matriks identitas akan berubah menjadi A^{-1} saat matriks A berubah menjadi matriks I.

Cara kedua dalam mencari matriks balikan adalah dengan menggunakan adjoin. Matriks adjoin adalah matriks transpose dari matriks kofaktor.

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)} Adj(A)$$

2.9 Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor adalah hasil perkalian minor dari suatu matriks dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan, yaitu:

$$C_{ij} = -1^{i+j} * M_i j$$

M_{ij} adalah minor dari sebuah matriks. Berdasarkan nilai pangkat dari i pada rumus di atas, matriks kofaktor nanti akan berbentuk seperti ini:

$$\begin{bmatrix} + & - & + & ... \\ - & + & - & ... \\ + & - & + & ... \\ .. & .. & .. & .. \end{bmatrix}$$

Misalnya: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

$$C_{11} = -1^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -24 \quad C_{12} = -1^{1+2} \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 6 \quad C_{13} = -1^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 15$$

$$C_{21} = -1^{1+2}\begin{vmatrix}3 & 5\\4 & 0\end{vmatrix} = 20 \quad C_{22} = -1^{2+2}\begin{vmatrix}2 & 5\\1 & 0\end{vmatrix} = -5 \quad C_{23} = -1^{2+3}\begin{vmatrix}2 & 3\\1 & 4\end{vmatrix} = -5$$

$$C_{31} = -1^{3+1}\begin{vmatrix}3 & 5\\1 & 6\end{vmatrix} = 13 \quad C_{32} = -1^{3+2}\begin{vmatrix}2 & 5\\4 & 6\end{vmatrix} = 8 \quad C_{33} = -1^{3+3}\begin{vmatrix}2 & 3\\4 & 1\end{vmatrix} = -10$$

Setelah menghitung nilai kofaktor dari semua elemen matriks di atas, semua elemen di atas akan disusun menjadi sebuah matriks kofaktor. Penyusunan elemen dilakukan sesuai dengan alamat tempatnya masing-masing. Misalnya, C_{11} akan ditempatkan pada baris pertama dan kolom pertama.

$$C = \begin{bmatrix}-24 & 6 & 15\\20 & -5 & -5\\13 & 8 & -10\end{bmatrix}$$

2.10 Matriks Adjoin

Matriks adjoin adalah transpose dari matriks kofaktor yang sudah terbentuk. Misalnya, seperti contoh di atas, adjoin dari matriks A adalah sebagai berikut:

$$Adj(A) = C^T = \begin{bmatrix}-24 & 20 & 13\\6 & -5 & -8\\15 & -5 & -10\end{bmatrix}$$

2.11 Kaidah Cramer

Aturan Cramer adalah salah satu metode penyelesaian suatu sistem persamaan linier yang ditemukan oleh Gabriel Cramer (1704 - 1752). Kaidah Cramer memecahkan SPL dengan cara mengganti entri kolom yang ingin dicari, dengan entri kolom solusi dari SPL. Misalnya, diberikan suatu SPL berikut:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = c_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = c_2$$

Jika diubah ke dalam matriks, SPL tersebut akan membentuk matriks:

$$A = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$$

Menurut kaidah Cramer, untuk mencari solusi dari x, entri dari kolom x, harus diganti dengan entri dari kolom yang merupakan solusi. Pada contoh di atas, kita akan mendapatkan matriks baru sebagai berikut:

$$Mx = \begin{bmatrix}c_1 & a_{12}\\c_2 & a_{22}\end{bmatrix} \qquad Dx = \begin{vmatrix}c_1 & a_{12}\\c_2 & a_{22}\end{vmatrix}$$

$$My = \begin{bmatrix}a_{11} & c_1\\a_{21} & c_2\end{bmatrix} \qquad Dy = \begin{vmatrix}a_{11} & c_1\\a_{21} & c_2\end{vmatrix}$$

Solusi dari SPL di atas dapat ditemukan dengan mencari determinan kedua matriks D_x dan D_y, lalu membaginya dengan determinan dari matriks A.

$$x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

2.12 Interpolasi Polinom

Interpolasi polinomial merupakan teknik interpolasi dengan mengasumsikan pola data yang dimiliki akan mengikuti pola polinomial, baik polinomial berderajat satu (linier) maupun polinomial berderajat tinggi. Interpolasi polinomial dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan polinomial dari data-data yang sudah ada. Persamaan polinomial yang terbentuk selanjutnya digunakan untuk melakukan interpolasi dari nilai yang ingin diketahui.

Polinom interpolasi derajat n akan menginterpolasi titik-titik

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)$$

menjadi sebuah fungsi berbentuk

$$p_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n xn$$

Misalnya diberikan 4 buah titik, $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$, polinom akan menginterpolasi keempat titik tersebut menjadi $p_4(x) = a_0 + a_1 x_0 + a_2 x^2 + a_3 x^3$.

Dengan cara yang sama, polinom berderajat n dapat dibentuk, jika memiliki data dari (n+1) titik. Caranya adalah dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_n x^n$ untuk $i = 0, 1, 2, \ldots, n$ akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$.

$$\begin{aligned}
a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + ... + a_n x_0^n &= y_0 \\
a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + ... + a_n x_1^n &= y_1 \\
a_0 + a_1 x_n + a_2 x_1^2 + ... + a_n x_n^n &= y_n
\end{aligned}$$

Solusi dari persamaan lanjar ini adalah nilai-nilai dari $a_1, a_2, ..., a_n$ yang dapat dicari dengan menggunakan metode eliminasi Gauss atau metode eliminasi Gauss - Jordan. Setelah mendapatkan nilai-nilai dari $a_0, a_1, ..., a_n$, persamaan polinom yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$p_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$$

2.13 Interpolasi Bikubik

Interpolasi bikubik adalah metode untuk melakukan interpolasi kubik terhadap bidang dua dimensi. Dalam hal ini, bidang dua dimensi yang dimaksud adalah suatu array atau matriks. Kita menggunakan matriks dengan jumlah 4x4 buah untuk mengestimasi nilai-nilai di antara fungsi $f(0, 0), f(0, 1), f(1, 0), f(1, 1)$.

Perhatikan fungsi model interpolasi bikubik di bawah ini:

$$f(x,y) = \sum_{j=0}^{3}\sum_{i=0}^{3} a_{ij}x^i y^j$$

Kita akan menggunakan nilai fungsi di atas untuk membentuk suatu persamaan $y = Xa$. Di mana nilai y adalah nilai-nilai fungsi yang diketahui, nilai X adalah matriks augmented yang didapatkan dari fungsi di atas serta nilai a merupakan koefisien yang perlu dicari supaya kita bisa mencari hasil interpolasinya.

Kita mencari nilai a dengan menggunakan rumus, $a = X^{-1}y$, atau secara algoritmik, kita bisa menggunakan berbagai cara untuk mencari invers dari matriks X kemudian kalikan dengan matriks y sehingga menghasilkan matriks koefisien a.

Jika kita sudah mendapatkan matriks koefisien a, kita dapat dengan mudah memasukkan nilai-nilai tersebut ke dalam fungsi $f(x,y)$ dan kita dapat mengestimasi nilai-nilai dalam range $0 \le x \le 1$ dan $0 \le y \le 1$ untuk fungsi $f(x,y)$.

2.14 Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda adalah model regresi linier yang melibatkan lebih dari satu variabel bebas atau predictor. Perbedaan utama antara regresi linier berganda dengan regresi linier sederhana adalah pada jumlah variabel bebas atau prediktornya. Regresi linier sederhana hanya memiliki 1 variabel bebas, sedangkan regresi linier berganda bisa memiliki banyak variabel bebas. Rumus umum dari regresi linier yang bisa digunakan untuk regresi linier berganda, adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + ... + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan setiap nilai dari β_i, dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{gathered} b_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} + ... + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + ... + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + ... + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 = \sum_{i=1}^{n} = x_{ki}y_i \end{gathered}$$

Kemudian, sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode Eliminasi Gauss.

3 Implementasi Program

3.1 Struktur File

Program ini terdiri dari lima folder utama. ADTMatrix, BicubicInterpolation, MultipleLinearRegression, Interpolasi, dan ImageResizing.

1. Main.java
2. ADTMatrix
   (a) Matrix.java
   (b) MatrixOps.java
   (c) InputOutput.kava
3. BicubicInteprolation
   (a) BicubicInterpolation.java
4. MultipleLinearRegression
   (a) MultipleLinearRegression.java
5. Interpolasi
   (a) Interpolasi.java
6. ImageResizing.java
   (a) ImageResizing.java

3.2 Garis Besar Program

Secara garis besar, program akan bermula di Main.java dan akan memberikan pilihan-pilihan fitur yang ingin dipilih oleh pengguna. Program ini juga menerima input berupa file text maupun dari terminal secara langsung, hal ini dilakukan sebagian besar oleh bagian I/O di ADT Matriks. Untuk memperlancar pengembangan fitur-fitur lain seperti interpolasi, regresi linear berganda, dan sebagainya, kelompok kami memanfaatkan ADT Matriks yang berisi primitif dan operasi-operasi dasar yang dibutuhkan untuk fitur-fitur yang diminta.

Dalam paket ADT Matriks sendiri terdiri dari tiga file java atau class, yakni Matrix, MatrixOps, dan InputOutput. Sisanya, masing-masing fitur ada pada foldernya masing-masing.

3.3 Matrix.java

3.3.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
MARK	Double NaN	Merupakan penanda jika suatu elemen pada matriks itu kosong.
rowLength	int	Merupakan panjang suatu baris matriks.
colLength	int	Merupakan panjang suatu kolom matriks.
rowIdx	int	Merupakan index efektif suatu baris matriks.
colIdx	int	Merupakan index efektif suaut kolom matriks.
matrix	double[][]	Kontainer berisi elemen-elemen matriks.
scanObj	Scanner	Pembaca input user.

3.3.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Matrix(int rows, int cols)	Membentuk suatu matriks berukuran rows x cols dan mengisinya dengan mark.
Matrix(double[][] matrix)	Membentuk suatu objek matriks dengan input suatu double[][] matrix.

3.3.3 Methods

Method	Deskripsi
getRowLength()	Mengeluarkan jumlah elemen pada baris suatu matriks.
getColLength()	Mengeluarkan jumlah elemen pada kolom suatu matriks.
getRowIdx()	Mengeluarkan jumlah index baris paling ujung.
getColIdx()	Mengeluarkan jumlah index kolom paling ujung.
getElmt(int row, int col)	Mengambil elemen dari suatu matriks.
setElmt(int row, int col, double val)	Menentukan nilai elemen pada suatu bagian pada matriks.
isSquare()	Menentukan apakah suatu matriks itu matriks persegi atau bukan.
isZeroRow()	Mengecek apakah suatu baris itu bernilai nol.
isZeroCol()	Mengecek apakah suatu kolom itu bernilai nol.
isIdentity()	Mengecek apakah suatu matriks itu adalah matriks identitas.
getMOriginal(Matrix m)	Menghasilkan matriks equation.
getMResult(Matrix m)	Menghasilkan matriks augmented.
transpose()	Mengeluarkan matriks transpose.
getColSum(Matrix m, int j)	Mengambil nilai jumlah dari suatu kolom.
setRowValue(int row)	Mengganti setiap elemen pada baris dengan suatu nilai.
setColValue(int col)	Mengganti setiap elem pada kolom dengan suatu nilai.
scalarMultiplyRow(int scalar)	Melakukan perkalian skalar terhadap suatu baris.
scalarMultiplyCol(int scalar)	Melakukan perkalian skalar terhadap suatu kolom.
multiplyByConst(Matrix m, double p)	Melakukan perkalian skalar terhadap setiap elemen matriks.
setToIdentity()	Mengubah suatu matriks menjadi matriks identitas.
setToEmpty()	Mengubah seluruh elemen matriks menjadi bernilai NaN.
swapRow(int row1, int row2)	Melakukan perubahan baris.
swapCol(int col1, int col2)	Melakukan perubahan kolom.

3.4 InputOutput.java

3.4.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
userInput	int	Merupakan penampung pilihan user.
scanObj	Scanner	Pembaca input user.

3.4.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Matrix(int rows, int cols)	Membentuk suatu matriks berukuran rows x cols dan mengisinya dengan mark.
Matrix(double[][] matrix)	Membentuk suatu objek matriks dengan input suatu double[][] matrix.

3.4.3 Methods

Method	Deskripsi
printMatrix(Matrix m)	Menampilkan matriks pada terminal.
printMatrixToText(String fileName, Matrix m)	Menampilkan matriks pada file text.
printStringToText(String fileName, String str)	Menampilkan string pada file text.
delFile(String fileName)	Melakukan penghapusan file.
readMatrix()	Membaca matriks dari terminal atau teks file.
lineToRow(String line, int col)	Membaca sebuah line kemudian mengubahnya menjadi matriks 1 * jumlahKolom.
countCol(String line)	Menghitung jumlah kolom pada matriks yang ingin dibaca.
getPathInput(String fileName)	Mengeluarkan path input.
getPathOutput(String fileName)	Mengeluarkan path output.
askUserPrint()	Menanyakan pengguna apakah output ingin ditampilkan ditext atau terminal.

3.5 MatrixOps.java

3.5.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
io	InputOutput	Inisialisasi pemanggilan objek InputOutput.
scanObj	Scanner	Pembaca input user.

3.5.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Tidak ada	Tidak ada

3.5.3 Methods

Method	Deskripsi
copyMatrix(Matrix m)	Menghasilkan matriks lain yang identik.
upperTriangularMatrix(Matrix m, Matrix mConst)	Menghasilkan matriks segitiga atas.
lowerTriangularMatrix(Matrix m, Matrix mConst)	Menghasilkan matriks segitiga bawah.
displaySolution(Matrix mSolution)	Menampilkan hasil solusi.
detKof(Matrix m)	Mengembalikan nilai determinan melalui metode kofaktor.
detObe(Matrix m)	Mengembalikan nilai determinan melalui metode OBE.
kofaktor(Matrix mIn, int row, int col)	Mengembalikan matriks kofaktor.
adj(Matrix mInput)	Mengembalikan matriks adjoin.
inverse(Matrix m)	Mengembalikan invers dengan metode adjoin.
delLastRow(Matrix m)	Menghapus baris terakhir sebuah matriks.
addMatrix(Matrix m1, Matrix m2)	Melakukan operasi pertambahan matriks.
subtractMatrix(Matrix m1, Matrix m2)	Melakukan operasi pengurangan matriks.
multiplyMatrix(Matrix m1, Matrix m2)	Melakukan operasi perkalian matriks.
checkUniqueSolution(Matrix m)	Melakukan pengecekan apakah suatu augmented matriks memiliki solusi yang unik.
splGaussJordan(Matrix mIn, boolean jordan)	Mencari penyelesaian spl melalui metode Gauss - Jordan.
splInverse(Matrix mIn)	Mencari penyelesaian spl melalui metode invers.
splCramer(Matrix mIn)	Mencari penyelesaian spl melalui metode Cramer
gaJoInverse(Matrix m)	Mencari invers matriks melalui metode Gauss - Jordan.
transform4x4To16x1(Matrix m)	Mengubah matriks 4x4 ke dalam bentuk 16x1.
readBicubicMatrix(Matrix m)	Mengambil matriks 4x4 dari input sebuah matriks.
readBicubicFunctionValue(Matrix m)	Mengambil matriks 1x4 dari input sebuah matriks.

3.6 Interpolasi.java

3.6.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
io	InputOutput	Inisialisasi pemanggilan objek InputOutput.
op	MatrixOps	Inisialisasi pemanggilan objek MatrixOps.
scanObj	Scanner	Pembaca input user

3.6.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Tidak ada	Tidak ada

3.6.3 Methods

Method	Deskripsi
bacaInterpolasi(Matrix mIn, double xOutput)	Melakukan operasi interpolasi polinom.

3.7 BicubicInteprolation.java

3.7.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
mo	MatrixOps	Inisialisasi pemanggilan objek MatrixOps.
augMatrix	Matrix	Penyimpan matrix augmented matrix dari persamaan bikubik.
invAugMatrix	Matrix	Penyimpan matrix invers dari augMatrix.

3.7.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
BicubicInterpolation()	Inisialisasi dengan membuat matriks 16x16 yang merupakan augmented matriks dari persamaan bikubik. Kemudian, dilakukan juga proses invers dan penyimpanan hasil invers terhadap matriks augmented ke invAugMatrix.

3.7.3 Methods

Method	Deskripsi
calcElmt(double x, double y, int i, int j)	Menghitung nilai berdasarkan rumus model
getAugMatrix()	Mengembalikan nilai augMatrix dari persaman bikubik.
getInvMatrix()	Mengembalikan nilai invAugMatrix.
getCoefMatrix(Matrix sol)	Melakukan perkalian matriks invers dengan matrix 16 x 1 input dan menghasilkan matriks 16 x 1 solusi.
interpolate(double x, double y, Matrix coef)	Menghasilkan nilai interpolasi bikubik terhadap masukan nilai x dan y.

3.8 MultipleLinearRegression.java

3.8.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
userInput	int	Penampung input user.
mX	Matrix	Penampung matriks.
io	InputOutput	Inisialisasi pemanggilan objek InputOutput.
op	MatrixOps	Inisialisasi pemanggilan objek MatrixOps.
scanObj	Scanner	Pembaca input user

3.8.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Tidak ada	Tidak ada

3.8.3 Methods

Method	Deskripsi
regresiLinear(Matrix mIn)	Melakukan operasi multiple linear regression.

3.9 ImageResizing.java

3.9.1 Attribute

Atribut	Tipe	Deskripsi
mOps	MatrixOps	Inisialisasi pemanggilan objek MatrixOps.
bi	BicubicInterpolation	Inisialisasi pemanggilan objek BicubicInteprolation
io	BicubicInterpolation	Inisialisasi pemanggilan objek InputOutput
scanObj	Scanner	Pembaca input user

3.9.2 Constructor

Konstruktor	Deskripsi
Tidak ada	Tidak ada

3.9.3 Methods

Method	Deskripsi
imageProcess()	Melakukan pemrosesan gambar.
getAlpha(int pixel)	Mengembalikan nilai alpha pada warna pixel.
getRed(int pixel)	Mengembalikan nilai red pada warna pixel.
getGreen(int pixel)	Mengembalikan nilai green pada warna pixel.
getBlue(int pixel)	Mengembalikan nilai blue pada warna pixel.
getImagePath(String fileName)	Mengembalikan path dari sebuah image.
grayscale(Matrix m)	Mengubah nilai matriks sesuai grayscale
writeImage(String outputName, BufferedImage image)	Melakukan writing image.

4 Eksperimen

4.1 Sistem Persamaan Linier

4.1.1 Test Case SPL 1a

1. Temukan solusi SPL $Ax = b$,berikut:

   a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Input soal 1a dalam file .txt

test > input > spl1a.txt

```
1    1 1 -1 -1 1
2    2 5 -7 -5 -2
3    2 -1 1 3 4
4    5 2 -4 2 6
```

Solusi soal 1a metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
Tidak ada solusi yang dapat dihasilkan!
```

Solusi soal 1a metode Gauss - Jordan

```
================= PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN =================
Tidak ada solusi yang dapat dihasilkan!
```

Solusi soal 1a metode Inverse

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak memiliki solusi
```

Solusi soal 1a metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak memiliki solusi.
```

4.1.2 Test Case SPL 1b

b.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Input soal 1b dalam file .txt

```
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
```

Solusi soal 1b dengan metode Gauss

```
=================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ===================
X1 = 3.0 + 1.0a2 - 1.0a5
X2 = 1.5 + 1.5a4 + 0.5a5
X3 = a3
X4 = -1.0 + 1.0a5
X5 = a5
```

Solusi soal 1b dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = 3.0 + 1.0a5
X2 = 0.0 + 2.0a5
X3 = a3
X4 = -1.0 + 1.0a5
X5 = a5
```

Solusi soal 1b dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak dapat dikerjakan dengan metode ini.
----------------------------------
```

Solusi soal 1b dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak dapat dikerjakan menggunakan metode ini.
```

4.1.3 Test Case SPL 1c

c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Input soal 1c dalam file .txt

```
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
```

Solusi soal 1c dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = a1
X2 = 2.0 - 1.0a5
X3 = a3
X4 = -1.0 - 1.0a5
X5 = 1.0 + 1.0a6
X6 = a6
```

Solusi soal 1c dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = a1
X2 = 1.0 - 1.0a6
X3 = a3
X4 = -2.0 - 1.0a6
X5 = 1.0 + 1.0a6
X6 = a6
```

Solusi soal 1c dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak dapat dikerjakan dengan metode ini.
```

Solusi soal 1c dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak dapat dikerjakan menggunakan metode ini.
```

4.1.4 Test Case SPL 1D1

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.

Input soal 1d.1 dalam file .txt

```
1 0.5 0.333333 0.25 0.2 0.166667 1
0.5 0.333333 0.25 0.2 0.166667 0.142857 0
0.333333 0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0
0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0
0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0
0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0
```

Solusi soal 1d.1 dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = 11.059880345209038
X2 = 58.563175767378766
X3 = -1203.8804701656636
X4 = 4144.573060427431
X5 = -5226.012694899491
X6 = 2226.060914313412
```

Solusi soal 1d.1 dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = 11.059880345209038
X2 = 58.563175767378766
X3 = -1203.8804701656636
X4 = 4144.573060427431
X5 = -5226.012694899491
X6 = 2226.060914313412
```

Solusi soal 1d.1 dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
X1 = 11.059876024277985
X2 = 58.56311738304592
X3 = -1203.879404790263
X4 = 4144.569338336248
X5 = -5226.00802656437
X6 = 2226.058965781852
```

Solusi soal 1d.1 dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
X1 = 11.059876024277985
X2 = 58.56311738304592
X3 = -1203.879404790263
X4 = 4144.569338336248
X5 = -5226.00802656437
X6 = 2226.058965781852
```

4.1.5 Test Case SPL 1D2

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk $n = 6$ dan $n = 10$.

Input soal 1d.1 dalam file .txt

```
1 0.5 0.333333 0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 1
0.5 0.333333 0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0
0.333333 0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0
0.25 0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0
0.2 0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0
0.166667 0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0.0666667 0
0.142857 0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0.0666667 0.0625 0
0.125 0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0.0666667 0.0625 0.0588235 0
0.111111 0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0.0666667 0.0625 0.0588235 0.0555556 0
0.1 0.0909091 0.0833333 0.0769231 0.0714286 0.0666667 0.0625 0.0588235 0.0555556 0.0526316 0
```

Solusi soal 1d.2 dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = 57.32728043025419
X2 = -1142.3534091097335
X3 = 5821.691509580832
X4 = -8644.015575947637
X5 = -3710.1104724182896
X6 = 7498.255251101543
X7 = 27493.040683296385
X8 = -47662.39365378157
X9 = 20504.042331034565
X10 = -203.96944917802563
```

Solusi soal 1d.2 dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = 57.32728043025419
X2 = -1142.3534091097335
X3 = 5821.691509580832
X4 = -8644.015575947637
X5 = -3710.1104724182896
X6 = 7498.255251101543
X7 = 27493.040683296385
X8 = -47662.39365378157
X9 = 20504.042331034565
X10 = -203.96944917802563
```

Solusi soal 1d.2 dengan metode Balikan

```
Masukkan angkanya saja (1-2): 1
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
X1 = 57.32728043025419
X2 = -1142.3534091097335
X3 = 5821.691509580832
X4 = -8644.015575947637
X5 = -3710.1104724182896
X6 = 7498.255251101543
X7 = 27493.040683296385
X8 = -47662.39365378157
X9 = 20504.042331034565
X10 = -203.96944917802563
```

Solusi soal 1d.2 dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
X1 = 57.32728042763419
X2 = -1142.353409106021
X3 = 5821.691509927481
X4 = -8644.015576398993
X5 = -3710.110471904369
X6 = 7498.255251858764
X7 = 27493.04068138884
X8 = -47662.39365372331
X9 = 20504.042332976533
X10 = -203.96945021252256
```

4.1.6 Test Case SPL 2a

a.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Input soal 2a dalam file .txt

```
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
```

Solusi soal 2a dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = -1.0 + 1.0a2 - 2.0a3 + 1.0a4
X2 = 0.0 + 2.0a3
X3 = a3
X4 = a4
```

Solusi soal 2a dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ===================
X1 = -1.0 + 1.0a4
X2 = 0.0 + 2.0a3
X3 = a3
X4 = a4
```

Solusi soal 2a dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak memiliki solusi
```

Solusi soal 2a dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak memiliki solusi.
```

4.1.7 Test Case SPL 2b

b.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Input soal 2b dalam file .txt

```
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
```

Solusi soal 2b dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = 4.0 - 4.0a3
X2 = 6.0 - 4.0a4
X3 = 1.0
X4 = 1.0
```

Solusi soal 2b dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = 0.0
X2 = 2.0
X3 = 1.0
X4 = 1.0
```

Solusi soal 2b dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak dapat dikerjakan dengan metode ini.
```

Solusi soal 2a dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak dapat dikerjakan menggunakan metode ini.
--------------------------------
```

4.1.8 Test Case SPL 3a

3. SPL berbentuk

a.
$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0\\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1\\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2\\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

Input soal 3a dalam file .txt

```
1    8 1 3 2 0
2    2 9 -1 -2 1
3    1 3 2 -1 2
4    1 0 6 4 3
```

Solusi soal 3a dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.18243243243243246
X3 = 0.7094594594594594
X4 = -0.25810810810810797
```

Solusi soal 3a dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
X1 = -0.22432432432432436
X2 = 0.18243243243243246
X3 = 0.7094594594594594
X4 = -0.25810810810810797
```

Solusi soal 3a dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
X1 = -0.22432432432432434
X2 = 0.18243243243243243
X3 = 0.7094594594594594
X4 = -0.258108108108108
```

Solusi soal 3a dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
X1 = -0.22432432432432434
X2 = 0.18243243243243243
X3 = 0.7094594594594594
X4 = -0.2581081081081081
```

4.1.9 Test Case SPL 3b

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Input soal 3b dalam file .txt

```
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6
0.04289 0.75 0.61396 0 0.04289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
```

Solusi soal 3b dengan metode Gauss

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS ==================
Tidak ada solusi yang dapat dihasilkan!
```

Solusi soal 3b dengan metode Gauss - Jordan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE GAUSS JORDAN ==================
Tidak ada solusi yang dapat dihasilkan!
```

Solusi soal 3b dengan metode Balikan

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE BALIKAN ==================
SPL tidak dapat dikerjakan dengan metode ini.
```

Solusi soal 3b dengan metode Cramer

```
================== PENYELESAIAN SPL METODE CRAMER ==================
SPL tidak dapat dikerjakan menggunakan metode ini.
```

4.2 Hasil Studi Kasus - Determinan

4.2.1 File mat1.txt

```
1 0.5 0.333 0.25 0.2 0.166
0.5 0.333 0.25 0.2 0.166 0.1428
0.333 0.25 0.2 0.166 0.1428 0.125
0.25 0.2 0.166 0.1428 0.125 0.111
0.2 0.166 0.1428 0.125 0.111 0.1
0.166 0.1428 0.125 0.111 0.1 0.0909
```

4.2.2 File mat2.txt

```
8 1 3 2
2 9 -1 -2
1 3 2 -1
1 0 6 4
```

4.2.3 Determinan Kofaktor mat1.txt

```
=============== HASIL DETERMINAN ===============
Determinan : -9.099246040027238E-13
```

4.2.4 Determinan OBE mat1.txt

```
=============== HASIL DETERMINAN ===============
Determinan : -9.099246039999813E-13
```

4.2.5 Determinan Kofaktor mat2.txt

```
=============== HASIL DETERMINAN ===============
Determinan : 740.0
```

4.2.6 Determinan OBE mat2.txt

```
=============== HASIL DETERMINAN ===============
Determinan : 740.0000000000001
```

4.3 Hasil Studi Kasus - Inverse

4.3.1 File mat1.txt

```
1 0.5 0.333 0.25 0.2 0.166
0.5 0.333 0.25 0.2 0.166 0.1428
0.333 0.25 0.2 0.166 0.1428 0.125
0.25 0.2 0.166 0.1428 0.125 0.111
0.2 0.166 0.1428 0.125 0.111 0.1
0.166 0.1428 0.125 0.111 0.1 0.0909
```

4.3.2 File mat2.txt

```
8 1 3 2
2 9 -1 -2
1 3 2 -1
1 0 6 4
```

4.3.3 Inverse mat1.txt dengan metode Ekspansi Kofaktor

```
================ HASIL INVERSE ================
[6.47,-20.29,5.66,-22.54,104.43,-75.10]
[-20.29,126.69,-138.06,262.71,-813.22,601.70]
[5.66,-138.06,518.92,-887.92,962.53,-481.66]
[-22.54,262.71,-887.92,698.76,736.44,-813.99]
[104.43,-813.22,962.53,736.44,-797.68,-258.54]
[-75.10,601.70,-481.66,-813.99,-258.54,1143.65]
```

4.4 Inverse mat1.txt dengan metode Gauss - Jordan

```
================ HASIL INVERSE ================
[6.47,-20.29,5.66,-22.54,104.43,-75.10]
[-20.29,126.69,-138.06,262.71,-813.22,601.70]
[5.66,-138.06,518.92,-887.92,962.53,-481.66]
[-22.54,262.71,-887.92,698.76,736.44,-813.99]
[104.43,-813.22,962.53,736.44,-797.68,-258.54]
[-75.10,601.70,-481.66,-813.99,-258.54,1143.65]
```

4.4.1 Inverse mat2.txt dengan metode Ekspansi Kofaktor

```
================ HASIL INVERSE ================
[0.14,-0.02,0.01,-0.08]
[-0.03,0.14,-0.08,0.07]
[-0.02,-0.11,0.35,0.04]
[-0.00,0.18,-0.53,0.21]
```

4.4.2 Inverse mat2.txt dengan metode Gauss - Jordan

```
================ HASIL INVERSE ================
[0.14,-0.02,0.01,-0.08]
[-0.03,0.14,-0.08,0.07]
[-0.02,-0.11,0.35,0.04]
[-0.00,0.18,-0.53,0.21]
```

4.5 Hasil Studi Kasus - Polinom Interpolation

4.5.1 Soal Nomor 1

x	0.4	0.7	0.11	0.14	0.17	0.2	0.23
$f(x)$	0.043	0.005	0. 058	0.072	0.1	0.13	0.147

Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut:

$x = 0.2$ f(x) = ?
$x = 0.55$ f(x) = ?

$x = 0.85$ f(x) = ?
$x = 1.28$ f(x) = ?

Input soal 1 dalam file .txt

```
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
```

Hasil Interpolasi Soal 1

$$x = 0.2$$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 0.2 adalah 0.12999999999980266
f(x) = -0.18455901912967704 + 10.276383988580168x  -163.91566260202129x^2 + 1220.8548905938487x^3 -4346.3139507523465x^4 + 7102.39916
2436538x^5 -4212.434531756722x^6
```

$$x = 0.55$$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 0.55 adalah 2.1375716208393385
f(x) = -0.18455901912967704 + 10.276383988580168x  -163.91566260202129x^2 + 1220.8548905938487x^3 -4346.3139507523465x^4 + 7102.39916
2436538x^5 -4212.434531756722x^6
```

$$x = 0.85$$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 0.85 adalah -66.26963931319551
f(x) = -0.18455901912967704 + 10.276383988580168x  -163.91566260202129x^2 + 1220.8548905938487x^3 -4346.3139507523465x^4 + 7102.39916
2436538x^5 -4212.434531756722x^6
```

$$x = 1.28$$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 1.28 adalah -3485.144901500389
f(x) = -0.18455901912967704 + 10.276383988580168x  -163.91566260202129x^2 + 1220.8548905938487x^3 -4346.3139507523465x^4 + 7102.39916
2436538x^5 -4212.434531756722x^6
```

4.5.2 Soal Nomor 2

Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

$$\boxed{\text{tanggal(desimal)} = \text{bulan} + (\text{tanggal} / \text{jumlah hari pada bulan tersebut})}$$

Sebagai **contoh**, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal(desimal) = 6 + (17/30) = 6,567

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **polinom interpolasi** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. beserta masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

Input soal 2 dalam file .txt

```
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
```

Hasil Interpolasi Polinom Soal 2

$x = 7.516$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 7.516 adalah 53566.80859375
f(x) = 7.187066071661201E12 -9.346993079173438E12x  + 5.334203055240578E12x^2 -1.7568101863613564E12x^3 + 3.68550807175535E11x^4 -5.
13187676013281E10x^5 + 4.695806315428793E9x^6 -2.7547453942066944E8x^7 + 9372849.23910132x^8 -140993.71224863594x^9
```

$x = 8.323$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 8.323 adalah 36331.72265625
f(x) = 7.187066071661201E12 -9.346993079173438E12x  + 5.334203055240578E12x^2 -1.7568101863613564E12x^3 + 3.68550807175535E11x^4 -5.1
13187676013281E10x^5 + 4.695806315428793E9x^6 -2.7547453942066944E8x^7 + 9372849.23910132x^8 -140993.71224863594x^9
==================================
```

$x = 9.167$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 9.167 adalah -667646.21875
f(x) = 7.187066071661201E12 -9.346993079173438E12x  + 5.334203055240578E12x^2 -1.7568101863613564E12x^3 + 3.685508071
75535E11x^4 -5.113187676013281E10x^5 + 4.695806315428793E9x^6 -2.7547453942066944E8x^7 + 9372849.23910132x^8 -140993.
71224863594x^9
```

$$x = 6.93$$

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 6.93 adalah 34803.74609375
f(x) = 7.187066071661201E12 -9.346993079173438E12x  + 5.334203055240578E12x^2 -1.7568101863613564E12x^3 + 3.68550807175535E11x^4 -5.1
13187676013281E10x^5 + 4.695806315428793E9x^6 -2.7547453942066944E8x^7 + 9372849.23910132x^8 -140993.71224863594x^9
```

4.5.3 Soal Nomor 3

Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

Input soal 3 dalam file .txt

```
0.0 0.0
0.4 0.418884
0.8 0.507158
1.2 0.560925
1.6 0.583686
2.0 0.576651
```

Hasil Penyederhanaan Fungsi Soal 3 (dengan Polinom)

```
====== Fungsi Interpolasi ================
Hasil interpolasi dari 0.0 adalah 0.0
f(x) = 0.0 + 2.0352567500000065x  -3.5526791666666973x^2 + 3.237110026041713x^3 -1.4212630208333623x^4 + 0.2362556966145896x^5
```

4.6 Hasil Studi Kasus - Bicubic Interpolation

4.6.1 Isi File Txt Input

bicubic.txt

test > input > bicubic.txt

```
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
0 0
```

4.6.2 Soal

4. **Studi Kasus Interpolasi Bicubic**

Diberikan matriks input:

$$\begin{bmatrix} 153 & 59 & 210 & 96 \\ 125 & 161 & 72 & 81 \\ 98 & 101 & 42 & 12 \\ 21 & 51 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Tentukan nilai:

f(0,0) = ?

f(0.5, 0.5) = ?

f(0.25, 0.75) = ?

f(0.1, 0.9) = ?

4.6.3 Hasil Studi Kasus Soal. 1

```
============== HASIL INTERPOLASI ==============
f(0.0,0.0) = 161.0
================================
```

4.6.4 Hasil Studi Kasus Soal. 2

```
============== HASIL INTERPOLASI ==============
f(0.5,0.5) = 97.72656249999997
================================
```

4.6.5 Hasil Studi Kasus Soal. 3

```
============== HASIL INTERPOLASI ==============
f(0.25,0.75) = 82.50207519531249
================================
```

4.6.6 Hasil Studi Kasus Soal. 4

```
============== HASIL INTERPOLASI ==============
f(0.1,0.9) = 74.69611849999998
===============================
```

4.7 Hasil Studi Kasus - Multiple Linear Regression

4.7.1 Soal nomor 1

5. **Studi Kasus Regresi Linier Berganda**

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Input soal 1 dalam file .txt

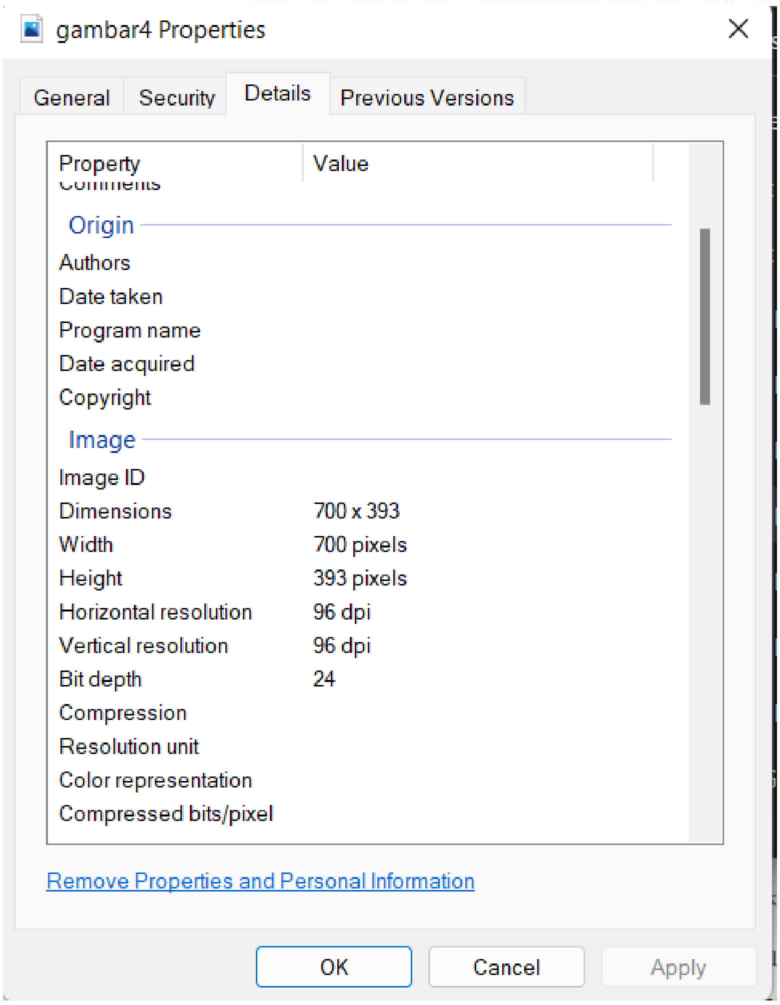
```
72.4 76.3 29.18 0.90
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.00
12.9 67.4 29.39 1.10
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.60 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.10
10.6 86.3 29.56 1.10
11.2 86.0 29.48 1.10
73.3 76.3 29.40 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
3.0 4.55 6.70
```

Hasil Multiple Linear Regression Nomor 1

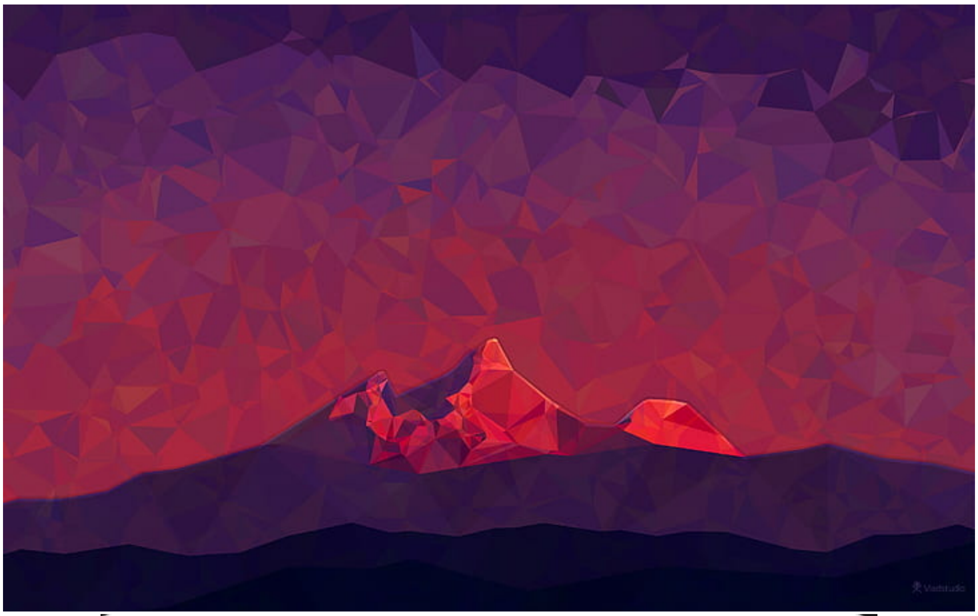
```
====== Hasil Regresi ================
f(x) = -3.5045704127511543 -0.0026255900655488l6x1+8.005830616810309E-4x2 + 0.15404249576227058x3
hasil interpolasi = -14.024864179289601
```

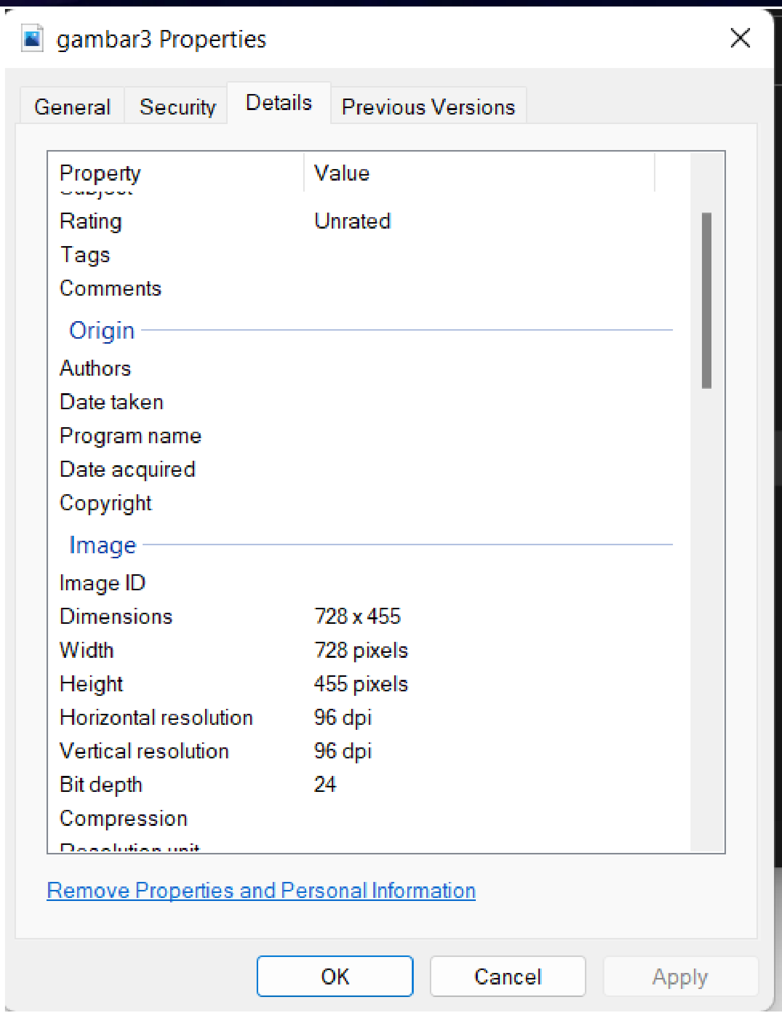
4.8 Hasil Studi Kasus - Image Resizing

4.8.1 Gambar Awal Binus



4.8.2 Gambar Awal Gunung





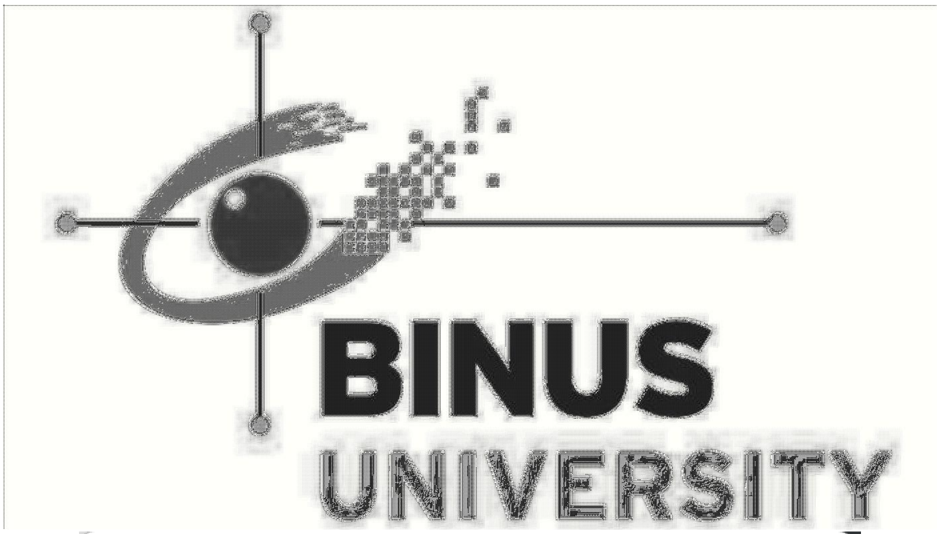
4.8.3 Input Terminal Gambar Binus

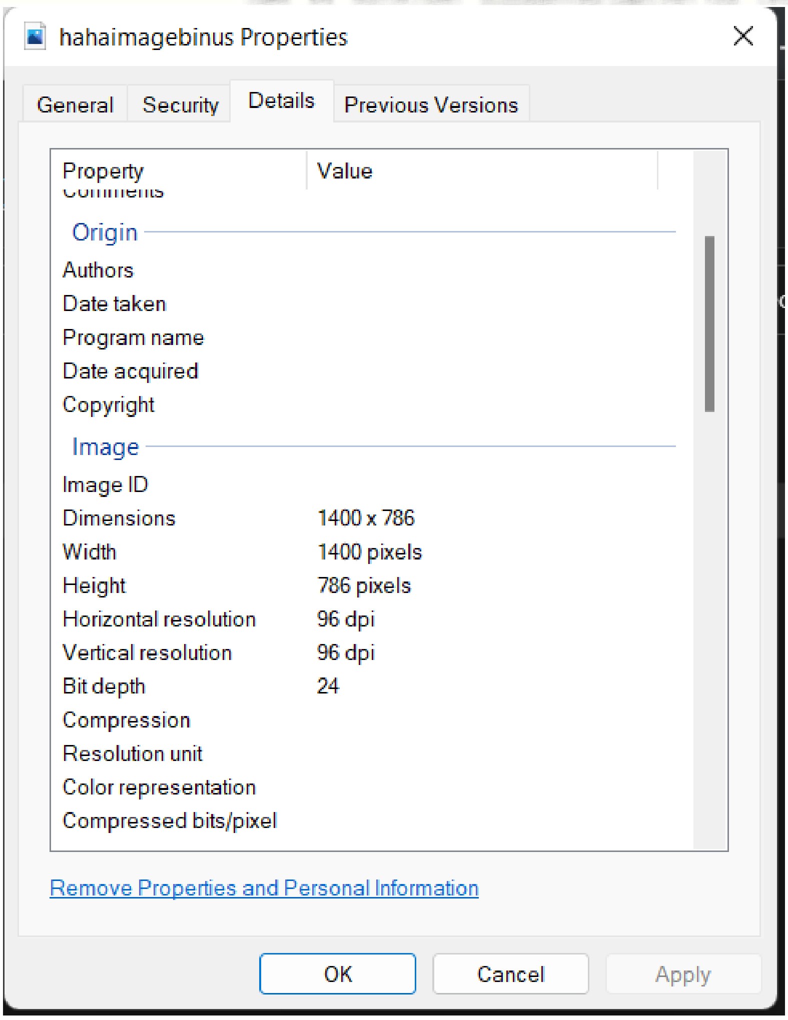
```
================================
=====       MAIN MENU       =====
================================
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic
6. Regresi Linier Berganda
7. Pembesaran Citra
8. Keluar
Masukkan angkanya saja (1-8): 7
Masukkan Nama File Gambar (berserta formatnya):
gambar4.jpg
Reading Image...
Reading Image - DONE
Converting To Grayscale...
Converting To Grayscale - DONE.
Making Image with Padding...
Making Image with Padding - DONE
Resizing Image...
Resizing Image - DONE
Masukkan Nama File Output (berserta formatnya):
hahaimagebinus.jpg
Writing Image...
Writing complete.
Writing Image - DONE
```

4.8.4 Input Terminal Gambar Gunung

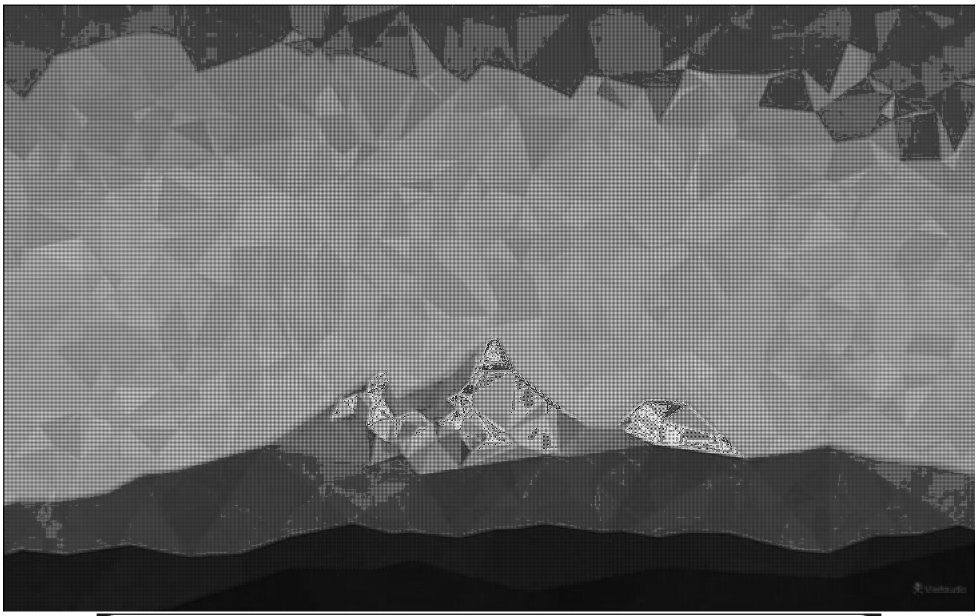
```
================================
=====       MAIN MENU       =====
================================
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic
6. Regresi Linier Berganda
7. Pembesaran Citra
8. Keluar
Masukkan angkanya saja (1-8): 7
Masukkan Nama File Gambar (berserta formatnya):
gambar3.jpg
Reading Image...
Reading Image - DONE
Converting To Grayscale...
Converting To Grayscale - DONE.
Making Image with Padding...
Making Image with Padding - DONE
Resizing Image...
Resizing Image - DONE
Masukkan Nama File Output (berserta formatnya):
hasilResizing.jpg
Writing Image...
Writing complete.
Writing Image - DONE
================================
```

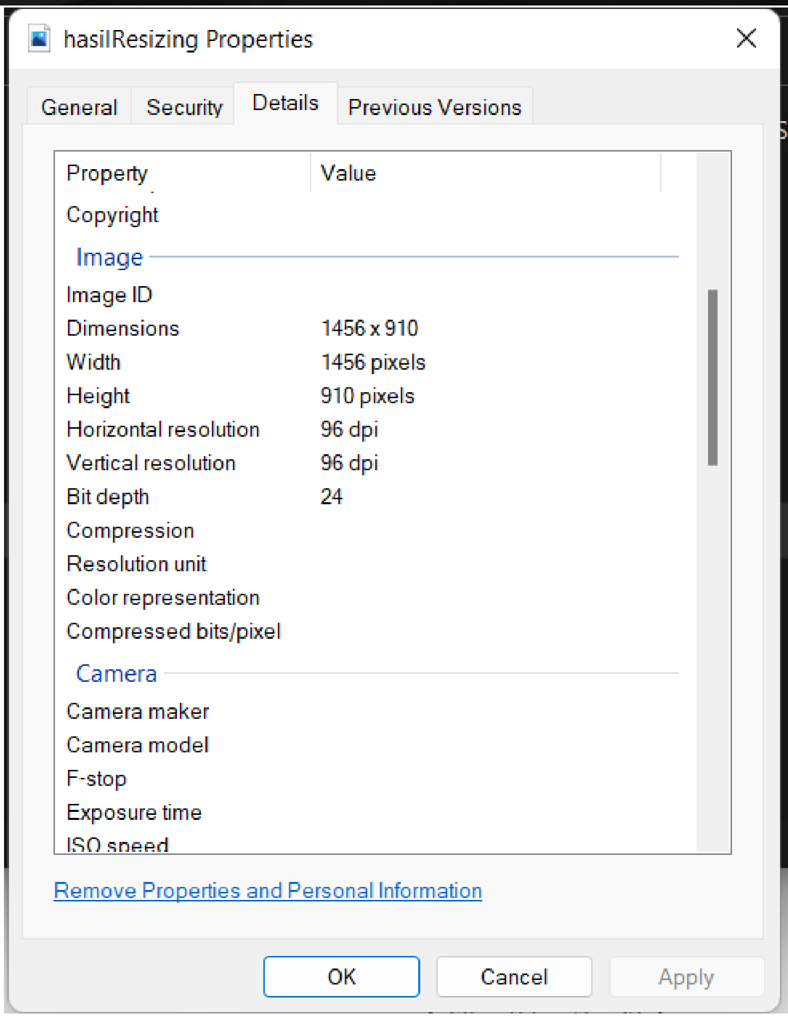
4.8.5 Hasil Akhir Binus





4.8.6 Hasil Studi Kasus Soal. 4





5 Kesimpulan, Saran, dan Refleksi

5.1 Kesimpulan

Beberapa hal yang berhasil kami capai adalah selesainya semua fitur non-bonus secara baik. Selain bonus, semua fitur telah diselesaikan jauh sebelum deadline dan masalah lain hanyalah pada optimisasi program dan penulisan makalah yang cukup panjang.

5.2 Saran

Kiranya untuk soal-soal bonus ke depan, diberikan *hint* atau langkah-langkah yang lebih praktikal untuk kami, walaupun kami harus *explore* sendiri, tetap saja bantuan dalam bentuk apapun tentunya akan sangat membantu.

5.3 Refleksi

Time management merupakan suatu hal yang sangat penting dalam mengerjakan tugas besar. Kami memulai tubes ini langsung beberapa hari setelah tubes ini diberikan oleh sebab itu kami langsung menyusun rencana dan menyicil. Hal ini memberikan kami keleluasaan dalam mengerjakan tubes sehingga tidak terlalu terburu-buru dalam menyelesaikannya.

6 Daftar Pustaka

- IF2123 Aljabar Geometri - Semester I Tahun 2022/2023. Dr. Rinaldi Munir. https://informatika.stei.itb.ac.id/ rinaldi.munir/AljabarGeometri/2022-2023/algeo22-23.htm" (accessed: 20.09.2022).

- BiLinear, Bicubic, and In Between Spline Interpolation. Daniel B. Rowe. https://www.mssc.mu.edu/ daniel/pubs/RoweTalkMSCS_BiCubic.pdf (accessed: 20.09.2022).

7 Lampiran

7.1 Link Repository GitHub

$https://github.com/Gulilil/Algeo01\_21116$