Aufgabe 2.1

Zum Rechnen mit Rotations- und Transformationsmatrizen sind folgende Funktionen in Python zu definieren. Benutzten Sie dazu das Paket numpy.matlib.

rot(theta)	liefert eine 2D-Rotationsmatrix mit Drehwinkel theta zurück.
rotx(theta)	liefert eine elementare 3D-Rotationsmatrix mit Drehwinkel theta um Drechachse x zurück.
roty(theta)	liefert eine elementare 3D-Rotationsmatrix mit Drehwinkel theta um Drechachse y zurück.
rotz(theta)	liefert eine elementare 3D-Rotationsmatrix mit Drehwinkel theta um Drechachse z zurück.
rot2trans(r)	wandelt die Rotationsmatrix r in eine homogene Transfromationsmatrix um und liefert diese zurück.
trans(t)	liefert eine homogene Translationsmatrix mit Translation t zurück. t ist ein Tupel der Größe 2 bzw. 3 für den 2D- bzw. 3D-Fall.

Aufgabe 2.1 - Fortsetzung

Testen Sie Ihre Funktionen für das folgende 2D-Szenario:

- Das KS B ist gegenüber dem KS A um $(1,1)^T$ verschoben und dem Winkel 90° gedreht.
- Definieren Sie den Punkt $p^B = (2,1)^T$
- Überzeugen Sie sich zunächst, dass $p^A = (1,4)^T$ ist.
- Berechnen Sie p^A mit Ihren Python-Funktionen.

Aufgabe 2.2

Die Abbildung zeigt drei 3-dimensionale KS'e A, B und C.

a) Geben Sie die folgenden homogenen Transformationsmatrizen an:

$$\mathbf{T}_B^A, \mathbf{T}_C^B, \mathbf{T}_C^A$$

b) Prüfen Sie durch Nachrechnen mit Ihren Python-Funktionen:

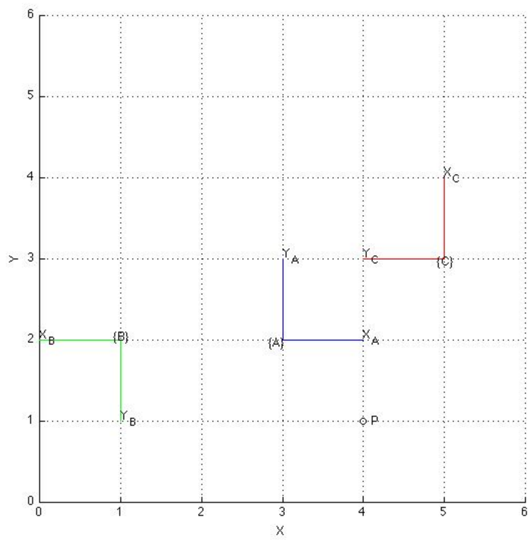
$$\mathbf{T}_C^A = \mathbf{T}_B^A \, \mathbf{T}_C^B$$

c) Prüfen Sie durch Nachrechnen mit Ihren Python-Funktionen:

$$\mathbf{T}_A^C = (\mathbf{T}_C^A)^{-1}$$

d) Führen Sie für den Punkt P einen Koordinatenwechsel von B nach A durch.

e) Führen Sie für den Punkt P einen Koordinatenwechsel von A nach C durch.



Die z-Achsen sind nicht eingezeichnet und ragen aus dem Bild heraus.

Aufgabe 2.3

Gegeben seien ein raumfestes, globales KS O und zwei transformierte KSe A und B, wobei B um θ = 30° gedreht ist.
Die KS'e seien 2-dimensional.

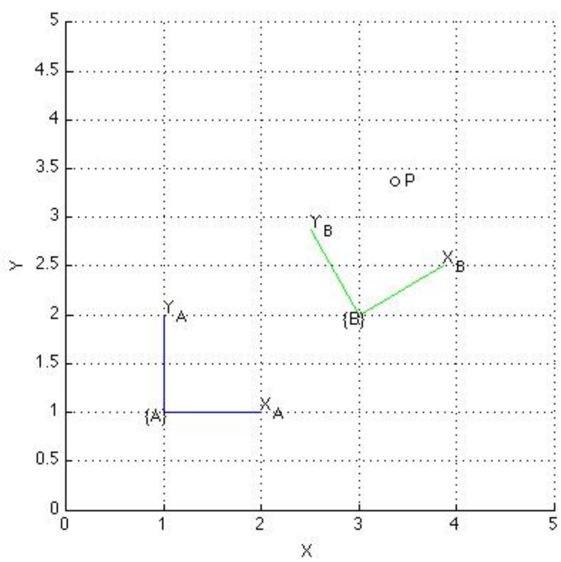
a) Geben Sie die homogenen Transformationsmatrizen $\mathbf{T}_A^O$ und $\mathbf{T}_B^O$ an.

b) Führen Sie für den Punkt P mit $\mathbf{p}^B = (1,1)$ einen Koordinaten-transformation nach O durch.

c) Wie lässt sich $\mathbf{T}_B^A$ aus $\mathbf{T}_A^O$ und $\mathbf{T}_B^O$ bestimmen?

d) Bestimmen Sie $\mathbf{p}^A$.

e) Was ergibt sich durch $\mathbf{T}_B^A \mathbf{p}^A$?



Aufgabe 2.4

Ein Roboter befindet sich im KS O an der Position $(x_R, y_R) = (2,1)$ mit der Ausrichtung $\theta = 30°$.

Am Roboter ist ein Roboterarm befestigt, der in z-Richtung um $\alpha = 10°$ geschwenkt ist.

Der Roboterarm besteht aus 2 Teilen A_1 und A_2, die jeweils um $\beta_1 = 20°$ bzw. $\beta_2 = -10°$ geneigt sind.

Die weiteren Abmessungen sind $h = 0.2$, $r = 0.1$, $d = 0.3$ und $l_1 = l_2 = 0.5$.

Berechnen Sie die Position $p = (x_p, y_p)$ der Armspitze P im globalen KS O.