

# Examen – Modélisation et spécification Master Informatique

13 Décembre 2016

**Durée :** 2h30.

**Documents autorisés :** Une feuille A4 manuscrite recto-verso.

**Rédaction :** Il faut rendre deux copies : Les exercices 1, 2 et 3 sont à rendre ensemble sur une même copie, et les exercices 4, 5 et 6 sont à rendre sur une autre copie.

**Exercice 1 :**

*Analyse de réseaux de Petri*[4 points]

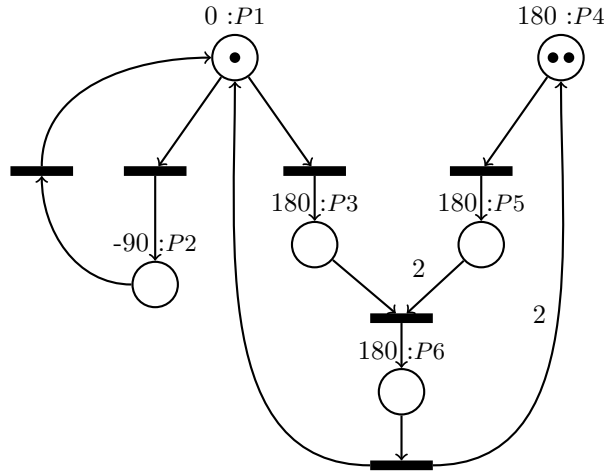


FIGURE 1 – Réseau de Petri  $RP_1$

1. Dessinez le graphe des marquages accessibles du réseau représenté à la Figure 1.
  2. Modifiez ce réseau en ajoutant des places ou des transitions de façon à ce que l'on ne puisse pas mettre de jetons dans la place  $P_2$  si le nombre de jetons dans  $P_5$  est strictement positif.
  3. Qu'observez-vous pour le réseau de la Figure 1 si au lieu d'avoir deux jetons au début dans la place  $P_4$ , on n'en met qu'un seul?
  4. Pour le réseau de Petri représenté à la Figure 1, indiquez quelles sont les formules LTL sous-jacentes vérifiées par le système de transitions étiqueté  $TS(RP_1)$ . Pour les formules LTL qui ne sont pas vérifiées, donnez une trace du système. (**Rappel :**  $\#P$  représente le nombre de jetons dans la place  $P$ ).
- (a)  $\mathbf{GF}(\#P_3 \geq 1)$   
 (b)  $\mathbf{G}((\#P_6 > 0) \Rightarrow ((\#P_1 = 0) \wedge (\#P_4 = 0)))$

**Exercice 2 :**

*Faire une pile*[3 points]

On considère les trois systèmes de transitions étiquetés donnés à la Figure 2 qui représentent trois 'tampons' à une place dans chacun desquels l'action  $push-i$  sert à insérer une donnée et l'action  $pop-i$  sert à prendre une donnée. Par exemple, pour le système  $PI_1$  le plus à gauche, l'état avec l'étiquette  $\{V1\}$  représente que le tampon est vide et lorsque l'on fait  $push-1$  on met une donnée et le système devient plein (étiquette  $\{P1\}$ ).

1. On souhaite synchroniser ces trois systèmes de façon à obtenir le comportement d'une pile à trois places. Ainsi les actions  $push-1$  et  $pop-1$  pourront soit être faites toute seule de l'extérieur soit se synchroniser avec les actions du système 2 pour passer la donnée du système 1 vers le système 2. De la même façon, les actions  $push-2$  et  $pop-2$  du système 2 serviront soit à se synchroniser avec le système 1 soit avec le système 3 pour passer la donnée. Donnez la table de synchronisation  $T$  de façon à ce que le système  $(PI_1 ||| PI_2 ||| PI_3)_T$  se comporte comme une pile de capacité 3. (Comme dit précédemment une même action peut-être synchronisée plusieurs fois dans cette table).
2. Quelle est la forme des états du système  $(PI_1 ||| PI_2 ||| PI_3)_T$ ? Dessinez une partie de ce système en représentant au moins 10 états.

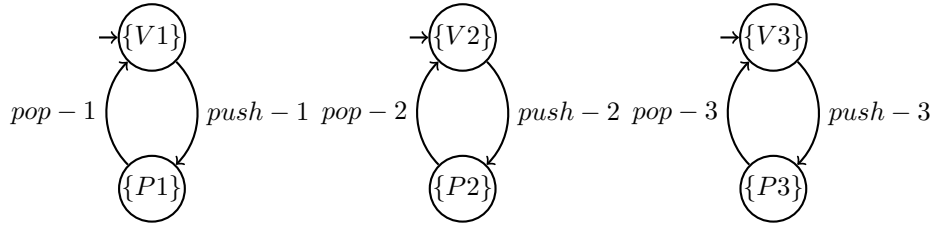


FIGURE 2 – Systèmes de transitions étiquetés  $PI_1$ ,  $PI_2$  et  $PI_3$

3. Donnez la formule LTL qui permet d'exprimer le fait que toujours si le système 2 est plein et au coup d'après il est vide alors le système 1 est vide est au coup d'après il est plein.

**Exercice 3 :**

*Modélisation d'un bus* [3 points]

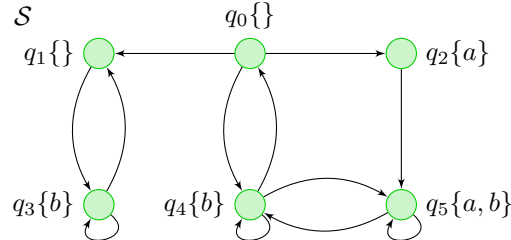
On considère un système fait d'un bus à 10 places et de 15 personnes. Le comportement des personnes est le suivant en boucle : elles attendent le bus, elles montent dans le bus, elles attendent que le bus arrive et elles descendent du bus. Le bus, quant à lui, fait en boucle les actions suivantes : il attend d'être plein, il part et il attend d'être vide. On ajoutera que les personnes montent et descendent deux par deux dans le bus. Que lorsque le bus arrive, de nouveaux passagers peuvent monter que si il a été vidé avant. Au début, personne n'est dans le bus.

- Proposez une modélisation par réseaux de Petri de ce système.
- Donnez la formule CTL précisant que sur toutes les exécutions, à tout moment, si le bus n'est pas plein alors il existe une exécution où le bus finira par être plein. **NB :** Pour cette formule CTL, les propositions atomiques devront avoir la forme  $\#p \sim a$  où  $p$  est le nom d'une place,  $a$  est un entier positif et  $\sim$  est un symbole dans  $\{<, >, =, \geq, \leq\}$  ( $\#p$  caractérisant le nombre de jetons dans la place  $p$ ).

**Exercice 4 :**

*Vérification de formules de CTL et LTL* [2 points]

- On considère le système de transition  $\mathcal{S}$  de la figure ci-dessous (les propositions atomiques sont entre accolades) et la formule CTL  $\Phi = \mathbf{EF}(a \wedge \mathbf{AX}b)$ . Indiquer pour chaque état les sous-formules de  $\Phi$  vérifiées par l'état. Justifier vos réponses.



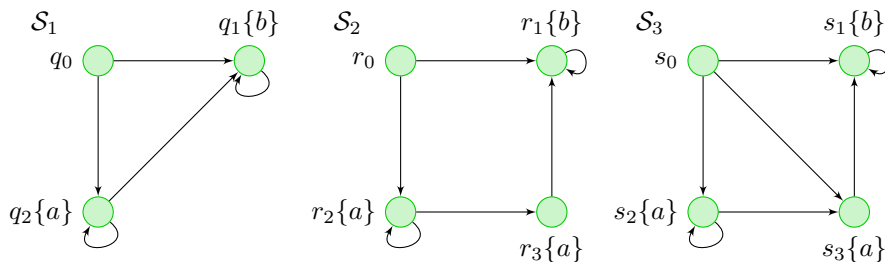
- Dire si les formules LTL suivantes  $\Psi_1 = \mathbf{G}(b \Rightarrow (\mathbf{X}(a \vee b)))$  et  $\Psi_2 = \mathbf{G}(a \Rightarrow (a \mathbf{U} b))$  sont vraies pour le système  $\mathcal{S}$  en supposant que l'état initial est l'état  $q_0$ . Justifier vos réponses.

**Exercice 5 :**

*Logique temporelle et distinction de modèles* [2 points]

On considère les trois modèles  $\mathcal{S}_1$ ,  $\mathcal{S}_2$  et  $\mathcal{S}_3$  ci-dessous. On suppose que les états initiaux sont  $q_0$ ,  $r_0$  et  $s_0$ .

- Peut-on distinguer  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$ ,  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_3$ , et  $\mathcal{S}_2$  et  $\mathcal{S}_3$  avec CTL ? Justifier vos réponses.
- Même question avec LTL. Justifier vos réponses.



**Exercice 6 :***Spécification en logique temporelle [6 points]*

On s'intéresse ici à la spécification en LTL d'un lave-vaisselle. Le tableau de bord de la machine comporte quatre voyants lumineux (« on », « rinçage », « lavage », « séchage ») un sélecteur de programme avec deux positions (« éco » et « intensif »), et deux boutons (« start-reset » et « on/off »). La figure 3 représente ce tableau de bord.

On considère les propositions atomiques suivantes : chaque voyant a une proposition atomique associée qui est vraie lorsque le voyant est allumé (**Von**, **Vrinçage**, **Vlavage**, **Vséchage**), **Péco** est vrai lorsque le sélecteur de programme est sur « éco » (et **Pintensif** est vrai lorsqu'il est sur « intensif »). **Bstart-reset** est vrai au moment où le bouton « start-reset » est enfoncé, et **Bon/off** est vrai lorsque c'est le bouton « on/off » qui est enfoncé.

La machine peut se trouver dans deux **états** différents : allumé (proposition **Pon**) ou éteinte (proposition **Poff**). Lorsqu'elle est allumée, elle peut être dans trois **modes** différents : attente, marche, ou fin. A chacun de ces modes on associe une proposition atomique : *attente*, *marche*, *fin*.

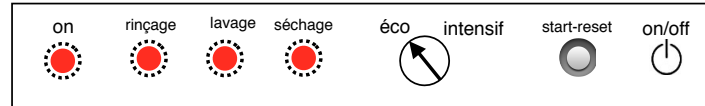


FIGURE 3 – Tableau de bord du lave-linge.

Écrire les formules suivantes :

1. Une formule exprimant que la machine est toujours dans un seul état (allumée ou éteinte). Ecrire une formule qui spécifie que le voyant **Von** est allumé si et seulement si la machine est allumée.
2. Une formule pour indiquer que l'état de la machine change avec le bouton **Bon/off** (appuyer sur le bouton la fait changer d'état à l'instant suivant).
3. Une formule qui spécifie qu'à chaque instant, si la machine est allumée, alors elle est dans un et un seul des trois modes (attente, marche, fin). Et une formule pour spécifier qu'à l'allumage, elle est en attente.
4. Une formule qui énonce qu'appuyer sur le bouton **Bstart-reset** lorsque la machine est en attente, la fait passer dans le mode marche.
5. Et une formule pour dire que si le bouton **Bstart-reset** est appuyé longtemps (= pendant 3 instants successifs), alors la machine passe en mode attente (quel que soit le mode dans lequel elle était auparavant).
6. Une formule  $\phi(V)$  qui indique qu'un voyant  $V$  clignote (ici la proposition  $V$  est vraie ssi le voyant est allumé) : c'est-à-dire qu'il est allumé, puis éteint, puis allumé, *etc.* changeant à chaque instant (ou éteint puis allumé, puis éteint...). On supposera que ce clignotement ne s'arrête qu'avec l'arrêt de la machine (état **Poff**).
7. Une formule qui énonce que les voyants « rinçage », « lavage » et « séchage » clignotent lorsque la machine arrive dans le mode « fin ».
8. Une formule spécifiant qu'à tout moment un programme (et un seul) est sélectionné.
9. Une formule qui spécifie que lorsque la machine passe en mode « marche » et que le programme sélectionné est « intensif », alors elle va exécuter un cycle de lavage complet (c'est-à-dire que le voyant « rinçage » s'allumera pendant une certaine période, puis ce sera au tour du voyant « lavage » puis au tour du voyant « séchage ») à moins de s'interrompre en cas de retour au mode « attente » ou à l'état « éteint ».
10. Une formule qui spécifie que lorsque la machine passe en mode « marche » et que le programme sélectionné est « éco », alors elle va exécuter un cycle de lavage sans rinçage (c'est-à-dire que le voyant « lavage » s'allumera pendant une certaine période, puis ce sera au tour du voyant « séchage ») à moins de s'interrompre en cas de retour au mode « attente » ou à l'état « éteint ».