Introduction à la Compilation
Cours 5 : Analyse syntaxique ascendante (deuxième partie)

Yann Régis-Gianas
yrg@pps.univ-paris-diderot.fr

PPS - Université Denis Diderot – Paris 7

Vers une analyse ascendante déterministe

Retour sur l'algorithme de Earley

- L'algorithme de Earley améliore l'analyse ascendante naïve en la dirigeant à l'aide d'une analyse descendante.
- L'analyse descendante est modélisée par les ensembles d'états d'analyse.
- Ces états correspondent à plusieurs analyses **concurrentes**.
- Le traitement de ces analyses concurrentes peut mener à une exécution en temps cubique.
- En s'intéressant aux grammaires pour lesquelles il n'y a qu'une seule analyse possible à la fois, on peut s'assurer d'une complexité linéaire.

$\Rightarrow$ Ce sont les algorithmes de la famille LR dont nous allons parlés aujourd'hui.

Algorithme LR(0)

Un automate qui préduit le futur état de l'analyse

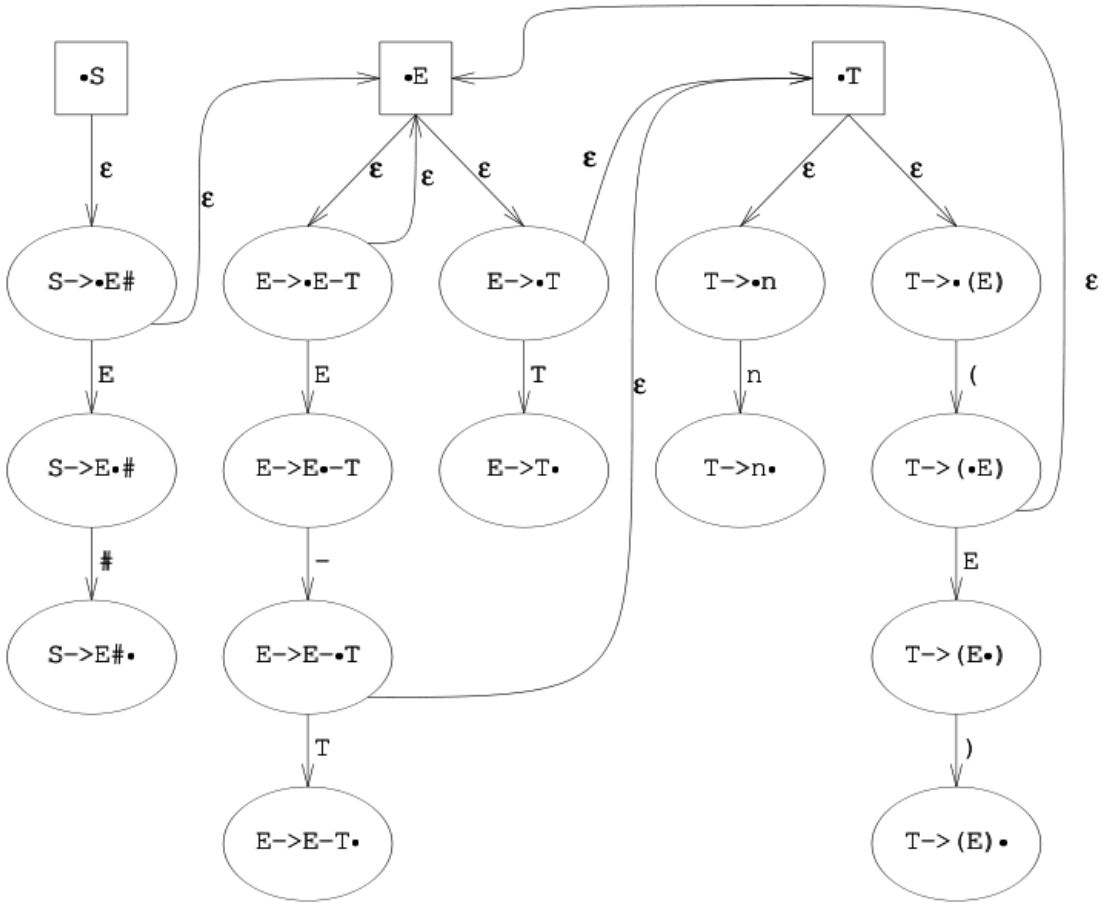
- Dans l'algorithme de Earley, plusieurs non-terminaux pouvaient être en cours d'analyse. En effet, la fonction `predict` introduit autant d'états d'analyse qu'il y a de règles définissant le non-terminal considéré.
- On peut formuler ce comportement à l'aide d'un **automate fini non-déterministe** qui **analyse la phrase intermédiaire reconnue jusqu'à maintenant** pour déterminer le **prochain état d'analyse**.

Un automate qui préduit le futur état de l'analyse

- Pour chaque état de l'analyse, on veut trouver un état dans l'automate dont chaque transition est étiquetée par le symbole à reconnaître pour passer de cet état à un état d'analyse suivant.
- De façon à simplifier la formulation de l'automate, pour chaque non-terminal N, on définit un état « gare » représentant le début de l'analyse de ce non-terminal, que l'on note « $\bullet N$ »
- Ainsi, si on a un état d'analyse de la forme « $E \to \ldots \bullet F \ldots$ », on insère une transition instantanée vers l'état-gare « $\bullet F$ » et une transition étiquetée par F vers l'état « $E \to \ldots F \bullet \ldots$ »

Exemple

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E\ \# \\
E & ::= & E\ -\ T \mid T \\
T & ::= & n \mid (\ E\ )
\end{array}
$$



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

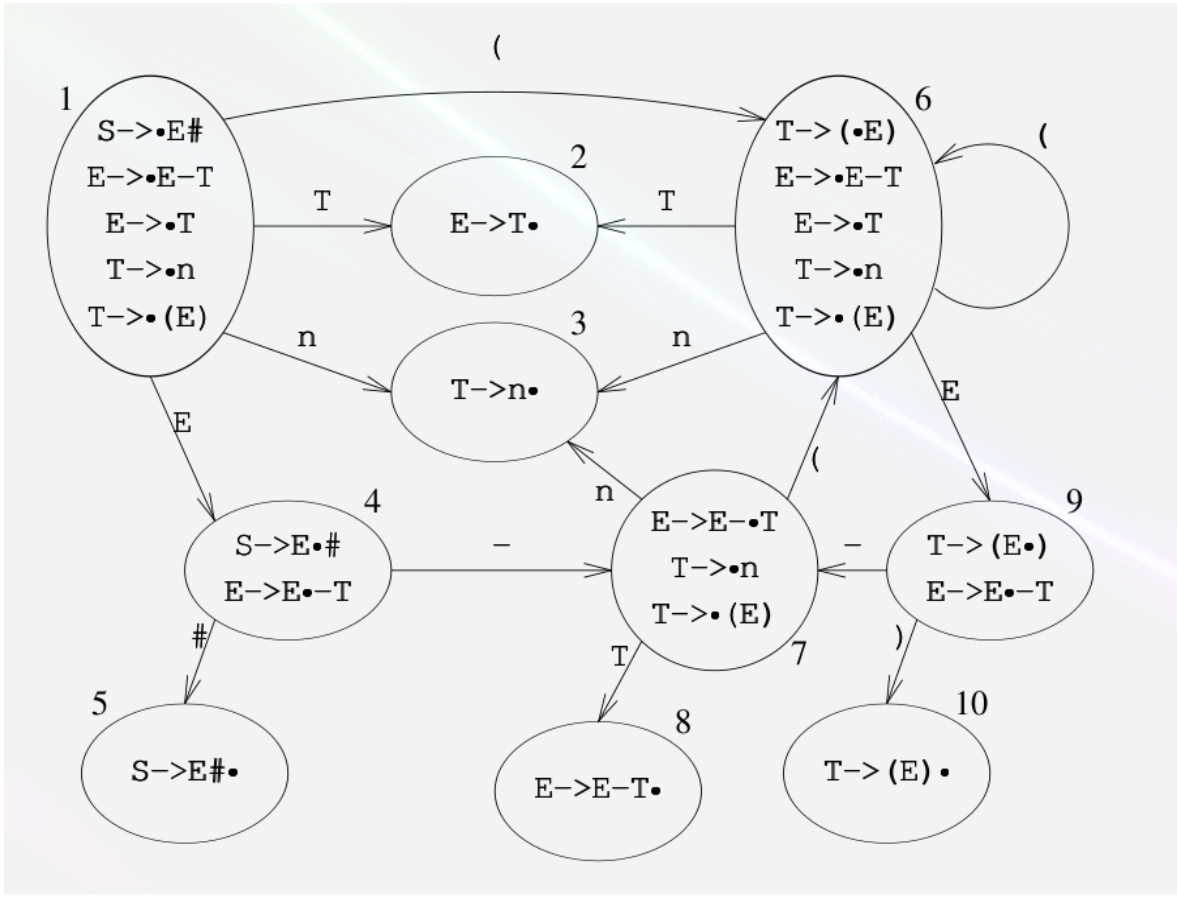
Déterminisation de l'automate

- On peut appliquer la méthode de déterminisation des automates finis.
- L'automate obtenu s'appelle l'automate LR(0).

Exercice

Déterminisez l'automate précédent.

Exemple : Automate LR(0)



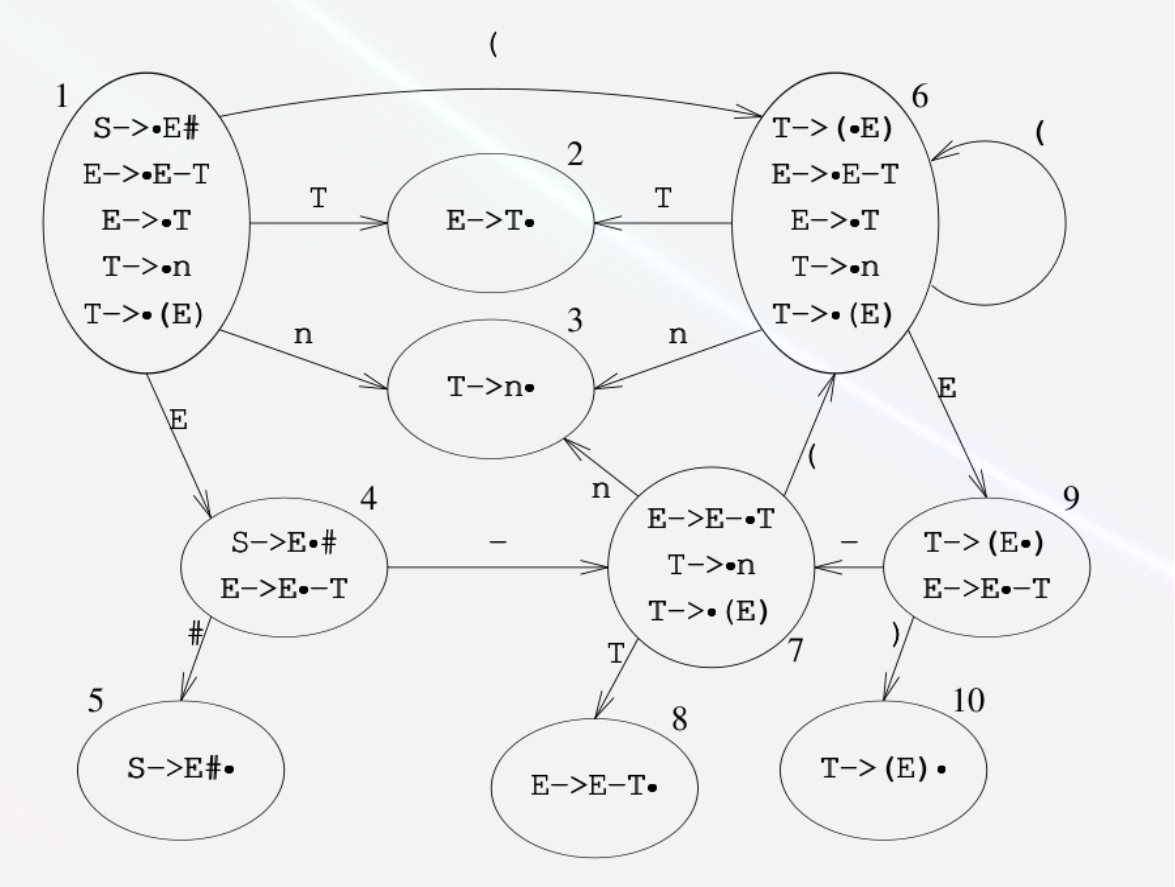
tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

Utilisation de l'automate LR(0)

- L'automate LR(0) sert à déterminer la **prochaine réduction à effectuer**.
- On lit la phrase intermédiaire d'analyse de gauche à droite.
- Cette phrase intermédiaire correspond à la pile de l'automate.
- Un état d'acceptation de l'automate doit contenir un unique état d'analyse à réduire (c'est-à-dire de la forme « $N \to \ldots \bullet$ »).
- On réduit en utilisant la règle indiquée par cet état en réécrivant la phrase intermédiaire.
- Le procédé s'arrête si :
  - Acceptation de l'entrée : on a réduit le non-terminal d'entrée de la grammaire.
  - Rejet de l'entrée : une forme intermédiaire est rejetée par l'automate LR(0).

Exemple d'analyse (naïve) LR(0)

- L'analyse de « n - n - n » par l'automate précédent suit les étapes suivantes :



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

1. n - n - n #
2. T - n - n #
3. E - n - n #
4. E - T - n #
5. E - n #
6. E - T #
7. E #
8. S

Utilisation efficace de l'automate LR(0)

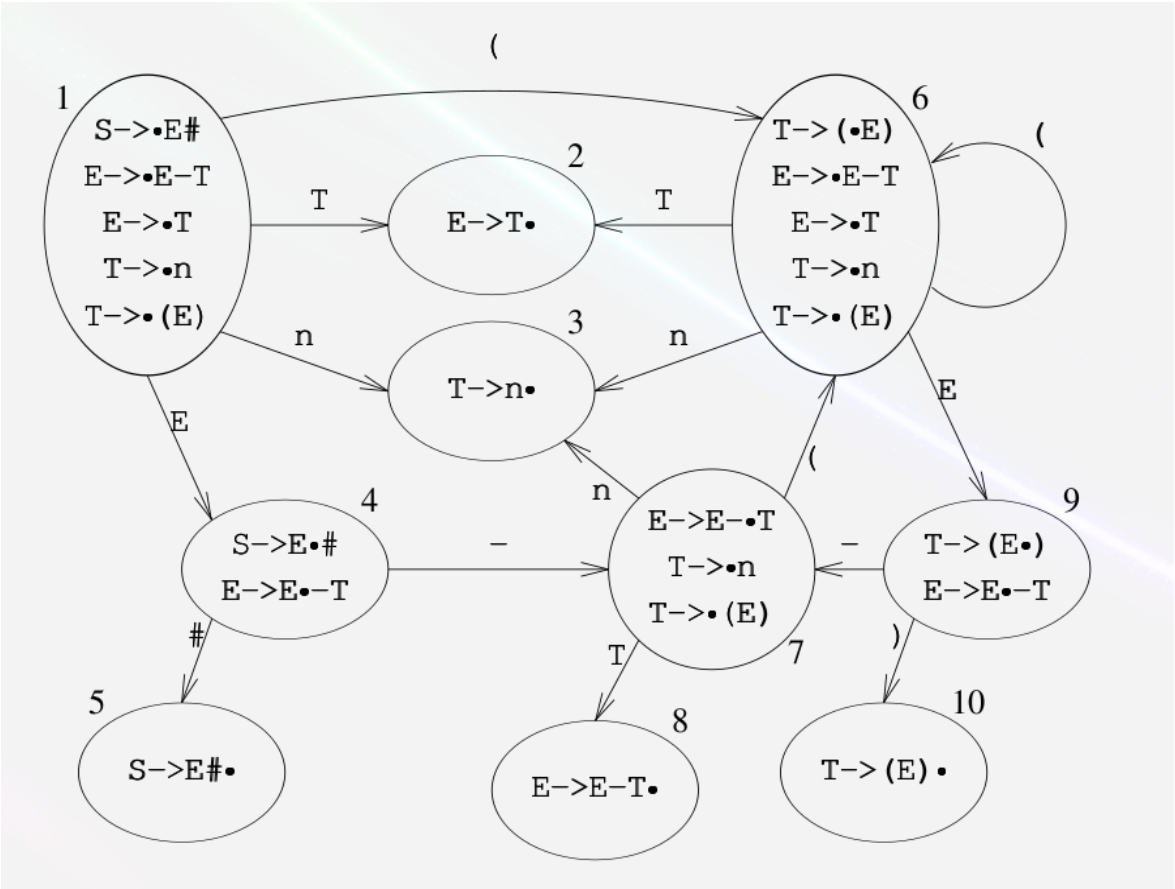
- Plutôt que de reprendre l'analyse à partir du début de la phrase intermédiaire, on peut se contenter de repartir des derniers états de l'analyse.
- Pour se souvenir de ces états, on les empile.
- La pile est donc une succession d'états et de symboles reconnus.
- L'état courant de l'automate est l'état au sommet de la pile.
- Nous allons écrire une configuration d'analyse ainsi :

$$s_0\ S_0\ s_1\ S_1\ \cdots\ s_n \vdash c_1\ c_2\ \cdots\ c_n$$

(Le sommet de la pile est à droite.)

Exemple d'analyse LR(0)

- L'analyse de « n - n - n » par l'automate précédent suit les étapes suivantes :



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

1. 1 ⊢ n - n - n #
2. 1 n 3 ⊢ - n - n #
3. 1 T 2 ⊢ - n - n #
4. 1 E 4 - 7 n 3 ⊢ - n #
5. 1 E 4 - 7 T 8 ⊢ - n #
6. 1 E 4 - 7 n 3 ⊢ #
7. 1 E 4 - 7 T 8 ⊢ #
8. 1 E 4 # 5 ⊢
9. S ⊢

Algorithme LR(0)

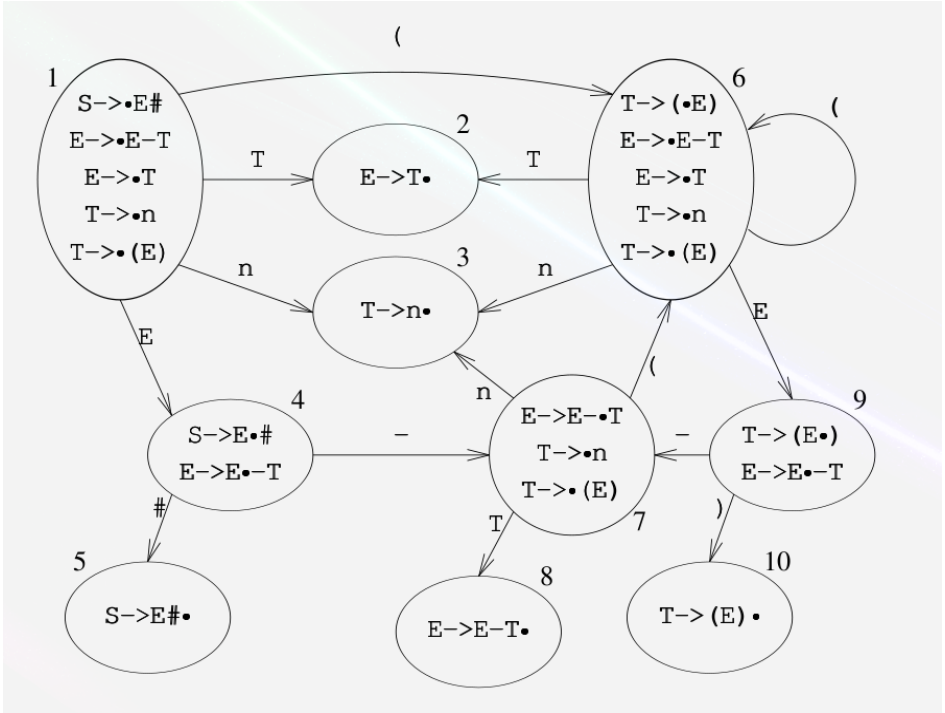
- L'algorithme d'utilisation de l'automate LR(0) avec cette pile contenant des états et symboles s'énonce ainsi :

1. Soit s, l'état au sommet de la pile.
   - Si s est un état final qui contient une règle de la forme « $N \rightarrow w$ » alors dépiler $|w|$ symboles (et leurs états associés) et réduire (pousser N sur la pile).
   - Si s n'est pas un état final, décaler.
2. Soit S, le symbole au sommet de la pile.
   - Pousser l'état de destination de la transition correspondant au symbole S dans l'automate LR(0), si elle existe.
   - Sinon, rejeter.

Représentation sous forme de tables

- On représente usuellement l'automate LR(0) sous forme de deux tables.
- La table `ACTION` a une colonne et une ligne par état de l'automate.
- Chaque ligne indique ce qui doit être fait en fonction de l'état au sommet de la pile, c'est-à-dire :
  - « Décaler » ;
  - ou bien « Réduire » une règle de la forme « $N \to w$ ».
- La table `GOTO` contient une colonne par symbole de la grammaire et une ligne par état de l'automate.
- Chaque ligne indique les transitions sortantes de l'état associé.

Exemple d'analyse LR(0)



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

	ACTION
1	décale
2	$E \rightarrow T$
3	$T \rightarrow n$
4	décale
5	$S \rightarrow E\ \#$
6	décale
7	décale
8	$E \rightarrow E - T$
9	décale
10	$E \rightarrow (\ E\ )$

	GOTO						
	n	-	(	)	#	E	T
1	3	$\perp$	6	$\perp$	$\perp$	4	2
2							
3							
4	$\perp$	7	$\perp$	$\perp$	5		
5							
6	3	$\perp$	6	$\perp$	$\perp$	9	2
7	3	$\perp$	6	$\perp$	$\perp$		8
8							
9	$\perp$	7	$\perp$	10	$\perp$		
10							

Conflits LR(0)

- On peut construire un automate LR(0) pour toute grammaire hors-contexte.
- Malheureusement, l'automate LR(0) n'est pas toujours utilisable.
- En effet, il peut contenir des conflits :

  décalage/réduction ou réduction/réduction

$\Rightarrow$ Une grammaire dont l'automate LR(0) n'a pas de conflits est dite LR(0).

Conflits LR(0)

- Un conflit « décalage/réduction » apparaît lorsqu'un état de l'automate LR(0) contient un état d'analyse à réduire mais n'est pas un état final de l'automate.

$\Rightarrow$ On a le choix entre "décaler T" où T est l'étiquette d'une transition sortante ou bien "réduire" l'état d'analyse à réduire.

- Un conflit « réduction/réduction » apparaît lorsqu'un état final de l'automate LR(0) contient deux états d'analyse à réduire distincts.

$\Rightarrow$ On ne sait pas quelle réduction effectuer.

Algorithme de construction directe de l'automate LR(0)

- Il n'est pas nécessaire de construire explicitement un automate non-déterministe LR.
- Un automate déterministe LR peut être directement construit à partir de la grammaire.
- Il s'agit d'effectuer la déterminisation au fur et à mesure de l'analyse de la grammaire.

Opération auxiliaire

- On définit l'opération d'expansion d'un ensemble d'états d'analyse et d'un états-gare.
- Pour chaque état, si le $\bullet$ se trouve devant un non-terminal A, on rajoute à l'ensemble des états d'analyse l'ensemble des états d'analyse correspondant aux règles de A.
- On applique ce processus jusqu'à l'obtention d'un point fixe.
- Il s'agit de la fermeture transitive d'un état d'analyse à travers les transitions instantanées.

Algorithme de construction directe de l'automate LR(0)

- Soit $\mathcal{A}$, l'automate LR(0) en cours de construction. On le représente par :
  - une liste S de paires formées d'un entier et d'un ensemble contenant des états d'analyse et des états-gare. Les entiers servent à numéroter les états de l'automate.
  - une liste T de transitions « $i \xrightarrow{s} j$ » où i et j sont des numéros d'états et « s » est un symbole (terminal ou non-terminal).
- Soit $\mathcal{L}$, une liste d'entiers représentant les états restant à traiter.
- L'algorithme extrait un élément u de $\mathcal{L}$, et pour tous les symboles s de la grammaire, fait la chose suivante :

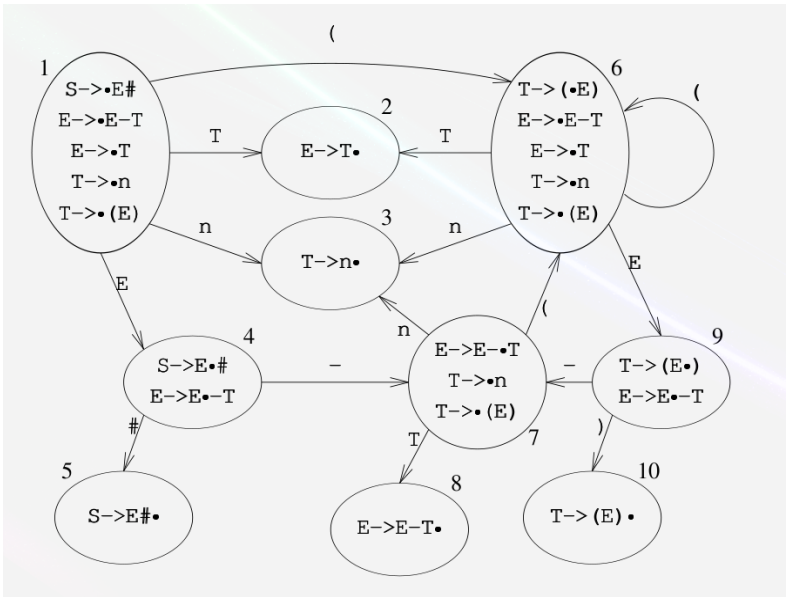
1. Soit $\mathcal{E}$, un ensemble initialement vide.
2. Pour tous les états d'analyse de l'état u de la forme « $A \to \alpha \bullet s\beta$ », on insère l'état d'analyse « $A \to \alpha s \bullet \beta$ » dans $\mathcal{E}$.
3. On applique l'opération d'expansion sur $\mathcal{E}$.
4. Si $\mathcal{E} \notin S$ alors on lui affecte un numéro non utilisé k. On insère $(k, \mathcal{E})$ dans S, la transition $u \xrightarrow{s} k$ dans T et k dans $\mathcal{L}$.

Exemple

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E\ \# \\
E & ::= & E\ -\ T \mid T \\
T & ::= & n \mid (\ E\ )
\end{array}
$$

Exercice

Appliquez cet algorithme pour reconstruire l'automate :



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

Les limites des grammaires LR(0)

- Les grammaires contenant au moins une règle de production vide ne sont pas LR(0).
- Outre les difficultés posées par les règles de production vide, il s'avère que très peu de grammaire sont LR(0) !
- Les grammaires LR(0) reconnaissent les langages pour lesquels l'état d'analyse courant suffit à décider ce que l'on doit faire, sans avoir à observer l'entrée.
- L'entrée sert seulement à confirmer ce choix *a posteriori*

Exemple : une *légère* modification ?

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E \\
E & ::= & E \ - \ T \mid T \\
T & ::= & n \mid (\ E \ )
\end{array}
$$

Exercice

Calculez l'automate LR(0) de cett grammaire.

Exemple : une *légère* modification ?

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E \\
E & ::= & E \ - \ T \mid T \\
T & ::= & n \mid (\ E \ )
\end{array}
$$

- L'automate LR(0) contient un conflit décalage/réduction dans l'état contenant les états d'analyse :

$$S \rightarrow E \ \bullet \ - \ T$$

et

$$S \rightarrow E \ \bullet$$

$\Rightarrow$ En observant le prochain terminal de l'entrée, ce conflit se résout aisément !

Algorithme LR(1)

Une idée déjà rencontrée . . .

- Comme pour l'algorithme de Earley, on étend la syntaxe des états d'analyse :

$$N \to s_1 \dots s_k \bullet s'_1 \dots s'_n \quad [\, a_1 \dots a_m \,]$$

  Les a_i sont les terminaux attendus en tête de l'entrée une fois que cette analyse sera terminée.

$\Rightarrow$ On peut construire un automate fini non déterministe en réutilisant la même méthode que pour l'automate fini non déterministe LR(0). Il suffit seulement en sus de propager les terminaux attendus.

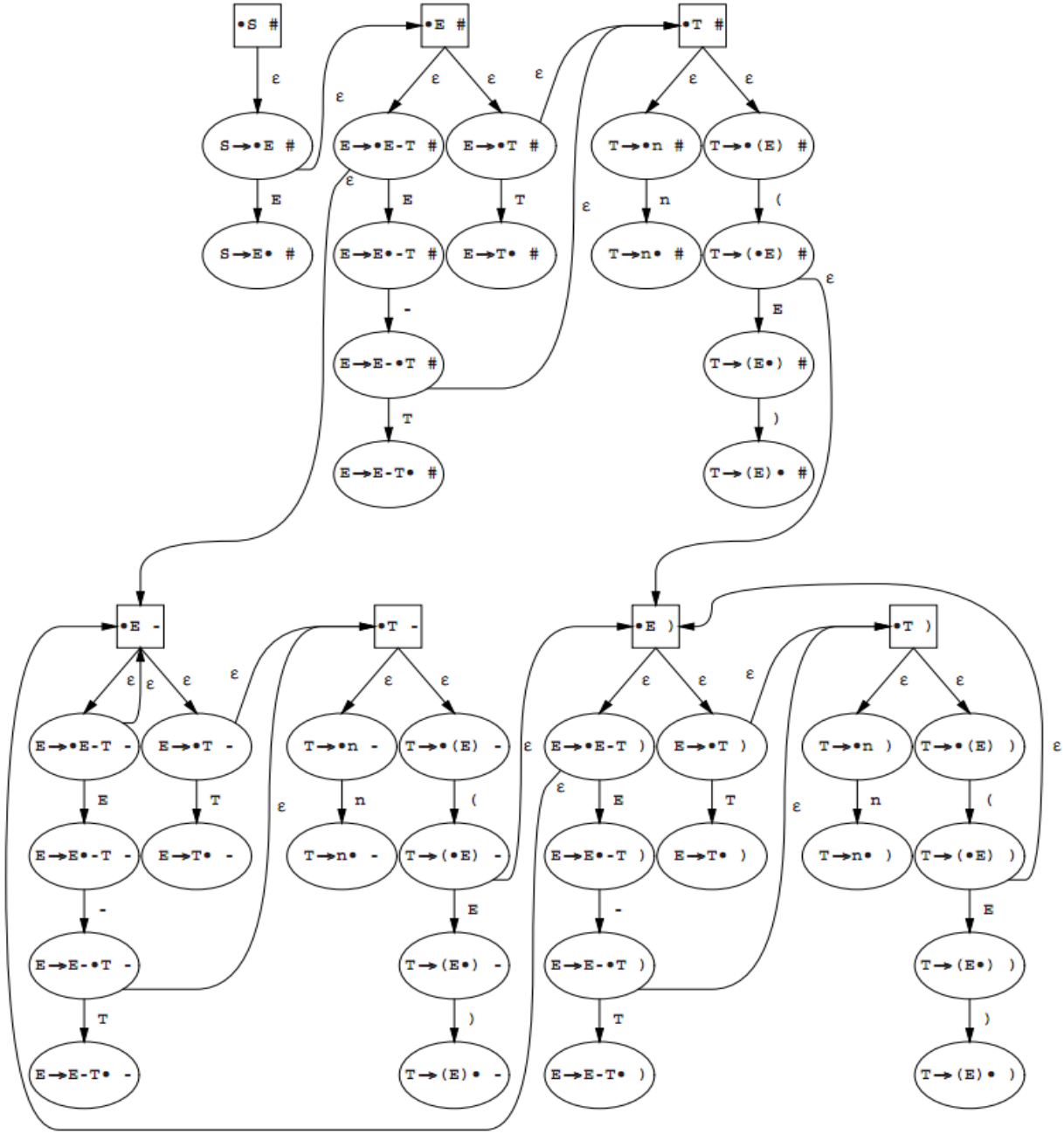
- Comme ces terminaux sont pris en compte pour caractériser les états, l'automate obtenu est par contre beaucoup plus gros !

Exemple tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & E \\
E & \rightarrow & E - T \\
E & \rightarrow & T \\
T & \rightarrow & n \\
T & \rightarrow & (E)
\end{array}
$$

Par convention, nous considérerons désormais que la fin de l'entrée est explicitement marquée par un symbole #.

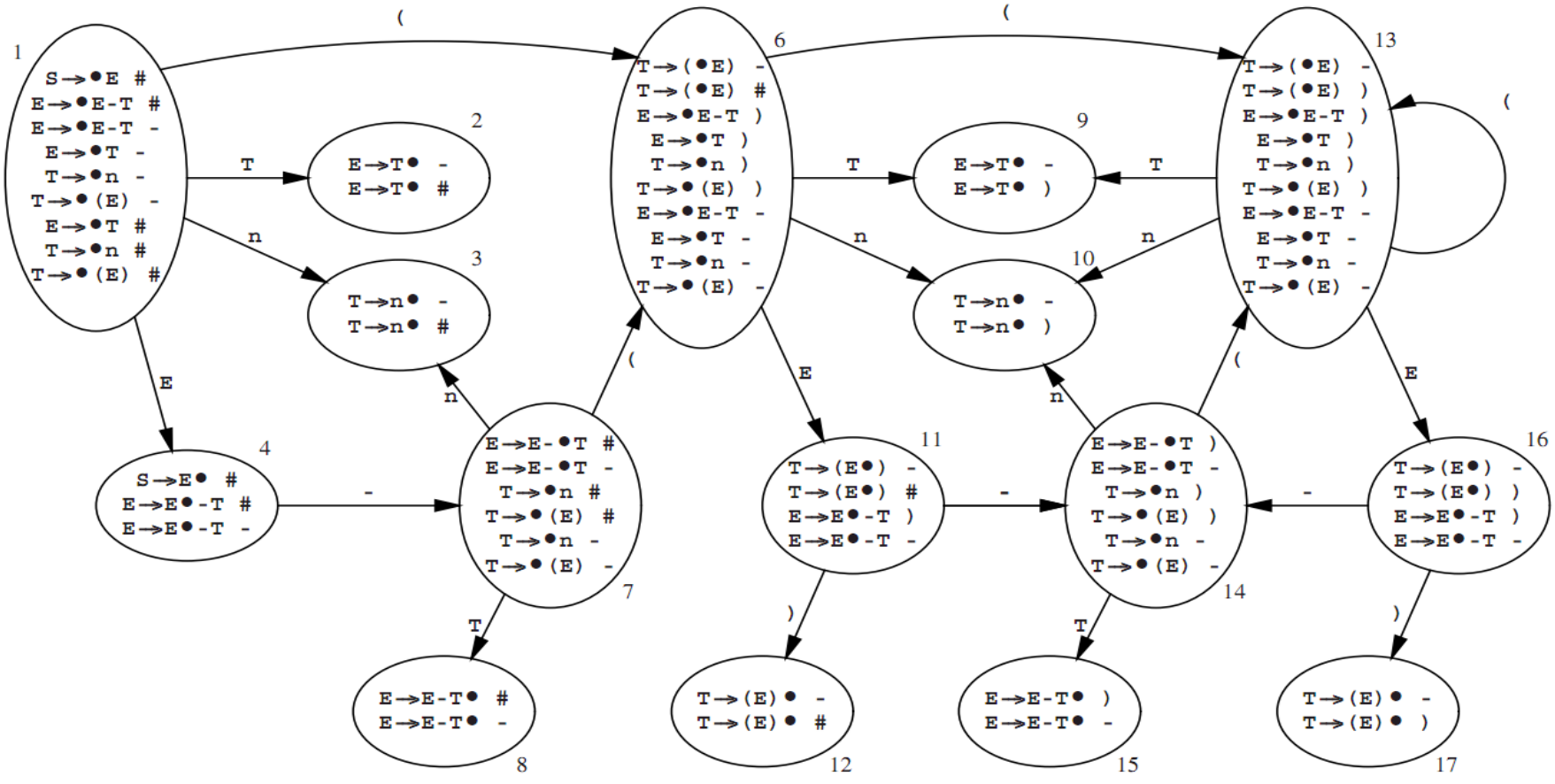
Exemple tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs



Propagation des terminaux attendus

- Les terminaux attendus sont propagés de deux façons distinctes.
- Des états-gare vers leurs états d'analyses associés : on copie les terminaux attendus.
- Des états de prédictions de la forme « $A \rightarrow \ldots \bullet B\ s \ldots$ » vers l'état-gare concerné (ici, celui de B) :
  - Si s est un terminal alors c'est le terminal attendu dans la station « $B\ [\ s\ ]$ ».
  - Si s est un non-terminal alors $FIRST(s)$ est l'ensemble des terminaux attendus pour B.

Déterminisation



Sous forme de tables

	ACTION				
	n	-	(	)	#
1	d	⊥	d	⊥	⊥
2	⊥	r3	⊥	⊥	r3
3	⊥	r4	⊥	⊥	r4
4	⊥	d	⊥	⊥	r1
6	d	⊥	d	⊥	⊥
7	d	⊥	d	⊥	⊥
8	⊥	r2	⊥	⊥	r2
9	⊥	r3	⊥	r3	⊥
10	⊥	r4	⊥	r4	⊥
11	⊥	d	⊥	d	⊥
12	⊥	r5	⊥	⊥	r5
13	d	⊥	d	⊥	⊥
14	d	⊥	d	⊥	⊥
15	⊥	r2	⊥	r2	⊥
16	⊥	d	⊥	d	⊥
17	⊥	r5	⊥	r5	⊥

	GOTO							
	n	-	(	)	#	S	E	T
1	3		6			⊤	4	2
2								
3								
4		7						
6	10		13				11	9
7	3		6					8
8								
9								
10								
11		14		12				
12								
13	10		13				16	9
14	10		13					15
15								
16		14		17				
17								

- « ⊥ » signifie « rejeter ».
- « ⊤ » signifie « accepter ».
- « *d* » signifie « décaler ».
- « *rN* » signifie « réduire par la règle *N* ».

L'automate LR(1)

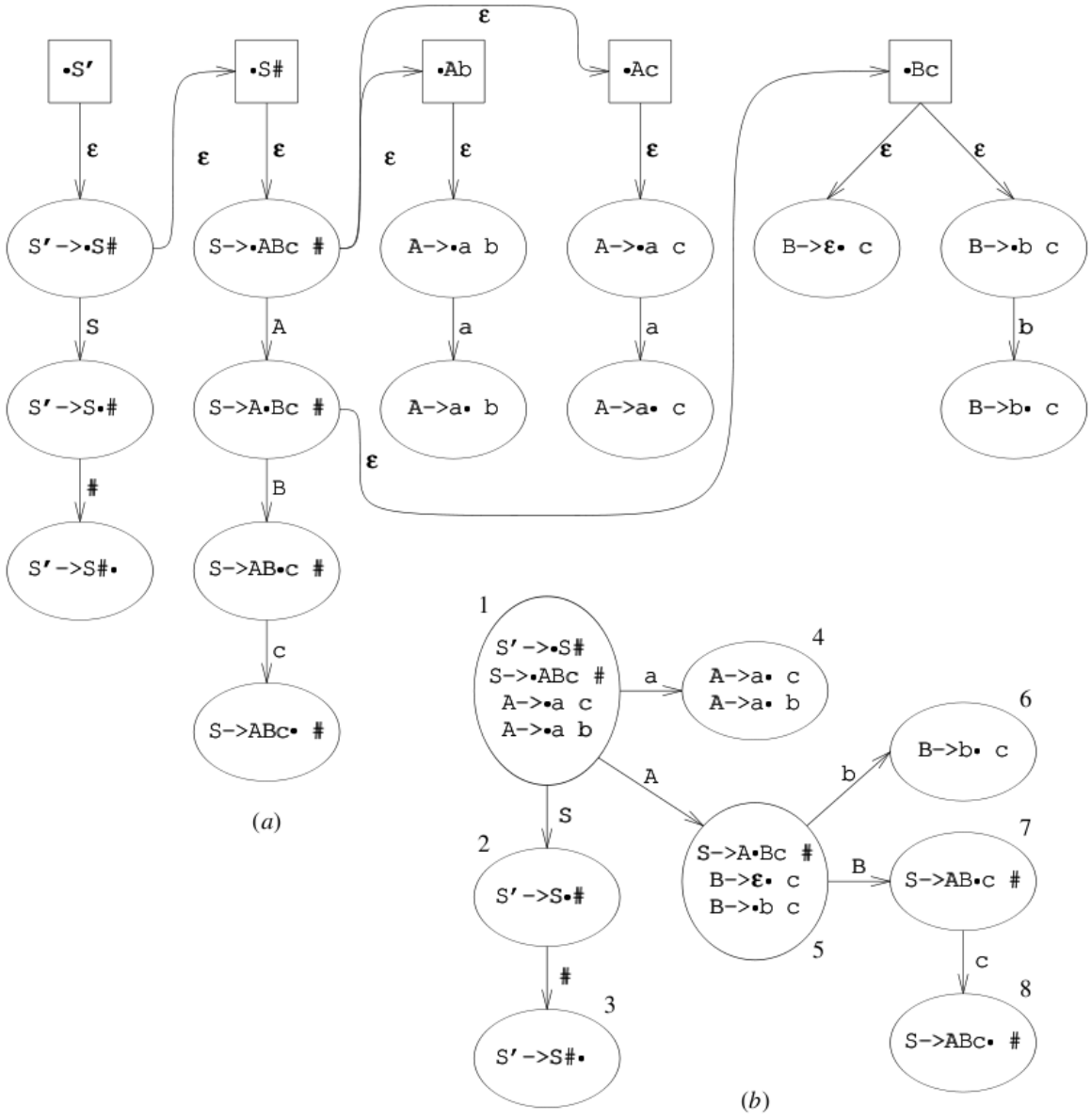
- L'automate déterministe obtenu est l'automate LR(1).
- Une grammaire dont l'automate LR(1) n'a pas de conflit est dite LR(1).
- Deux avantages :
  - beaucoup de grammaires utiles en pratique sont LR(1) ;
  - les règles de production vide sont traitées "naturellement" (cf. la suite)
- Un défaut de taille : le nombre d'états de l'automate est très important !

Les règles de production vide

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & ABc \\
A & ::= & a \\
B & ::= & b \mid \epsilon
\end{array}
$$

- B est annulable donc il faut ajouter c aux terminaux attendus après A.
- Il n'y a pas d'autre difficulté !

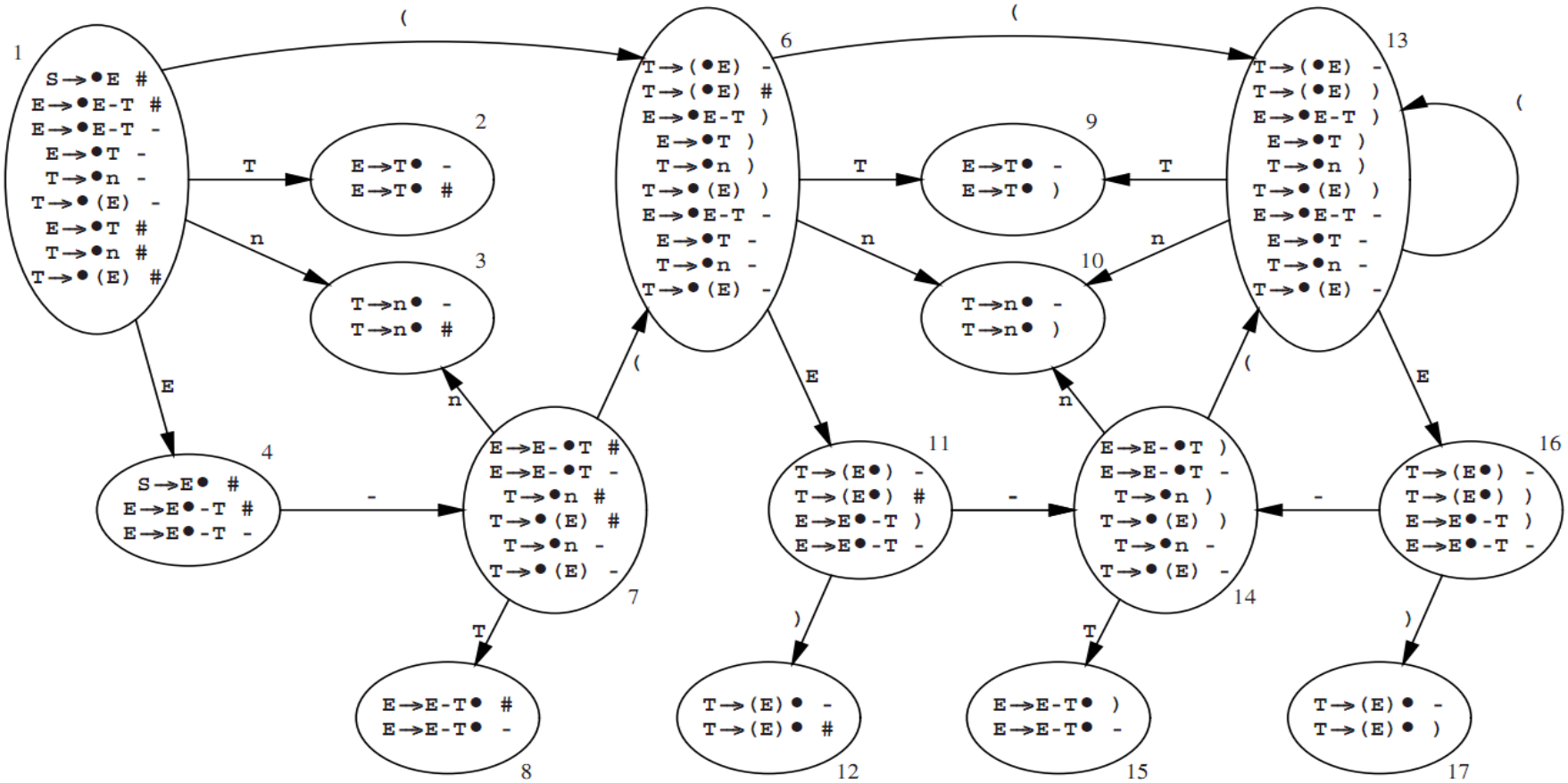
Les règles de production vide



tirée de "*Parsing Techniques - A Practical Guide*" – Grune, Jacobs

Algorithme LALR(1)

« Redondance » dans l'automate LR(1)



Agglomération d'états de l'automate LR(1)

- On appelle noyau d'un état de l'automate LR(1), l'ensemble des états d'analyse de cet automate dont on a effacé, pour chacun, l'ensemble des terminaux attendus.
- Ainsi l'état 2 de l'automate LR(1) :

$$E \to T \bullet \ [\ -\ ]$$
$$E \to T \bullet \ [\ \#\ ]$$

. . . et l'état 9 :

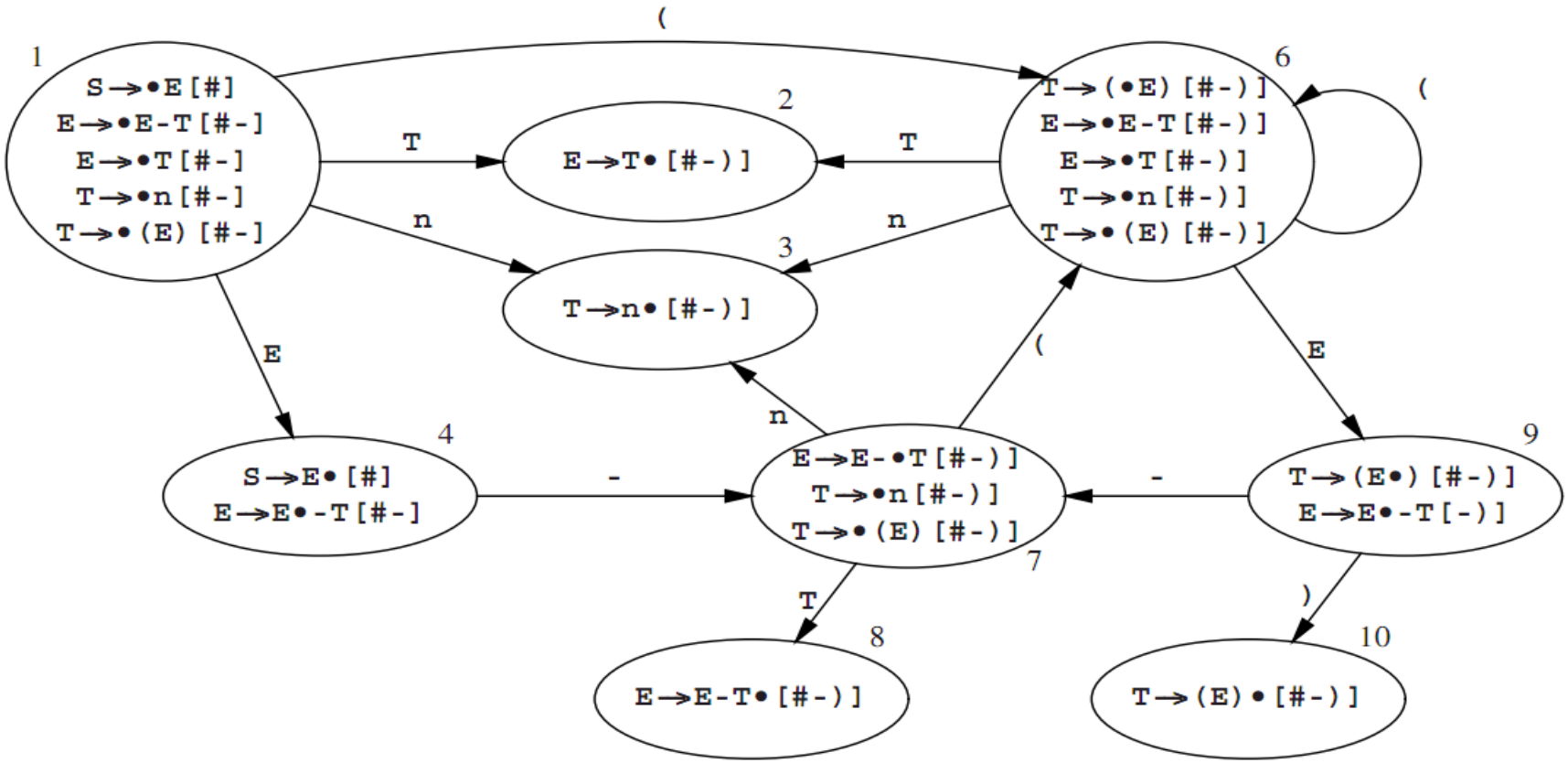
$$E \to T \bullet \ [\ -\ ]$$
$$E \to T \bullet \ [\ )\ ]$$

. . . sont agglomérables en un unique état :

$$E \to T \bullet \ [\ \#\ ]$$
$$E \to T \bullet \ [\ -\ ]$$
$$E \to T \bullet \ [\ )\ ]$$

. . . qui correspond à l'état 2 de l'automate LR(0) mais avec des terminaux attendus associés aux états d'analyse !

« Redondance » éliminée



Élimination du conflit initial

- On peut remarquer que le conflit initial du l'automate LR(0) est éliminé par la présence des terminaux attendus, comme dans le cas de l'automate LR(1).
- En outre, l'automate obtenu est beaucoup plus petit.
- Cet automate se nomme LALR(1), pour

  Look Ahead LR(0) with a look-ahead of 1 token

$\Rightarrow$ C'est l'automate produit par `yacc` et `bison`.

(mais pas par MENHIR)

Construction directe de l'automate

- En pratique, il serait contre-productif d'utiliser le procédé précédent pour construire l'automate LALR(1) puisqu'on s'est appuyé sur l'automate LR(1) !

$\Rightarrow$ On peut éviter de **matérialiser** l'automate LR(1) en opérant l'agglomération des états "au vol" pendant la construction de la table.

Ajustement de l'opération d'expansion

- On doit étendre l'opération d'expansion pour prendre en compte les terminaux attendus.
- Soit un état (d'analyse ou gare) de la forme « $\ldots \bullet A\ \beta\ [a_1 \ldots a_n]$ », on doit rajouter tous les états d'analyse correspondant aux règles de A en calculant les terminaux attendus pour ces règles, c'est-à-dire :
  - $FIRST(\beta)$ si β n'est pas annulable
  - $FIRST(\beta) \cup [a_1, \ldots, a_n]$ si β est annulable

Algorithme de construction directe de l'automate LALR(1)

1. Soit $\mathcal{E}$, un ensemble initialement vide.
2. Pour tous les états d'analyse de l'état u de la forme « $A \to \alpha \bullet s\beta$ [$a_1 \ldots a_n$] », on insère dans $\mathcal{E}$ l'état d'analyse « $A \to \alpha s \bullet \beta$ [$a_1 \ldots a_n$] ».
3. On applique l'opération d'expansion sur $\mathcal{E}$.
4. Si il n'existe pas d'état dans S possédant le même noyau que $\mathcal{E}$ alors on lui affecte un numéro non utilisé k. On insère dans $(k, \mathcal{E})$ dans S, la transition $u \xrightarrow{s} k$ dans T et k dans $\mathcal{L}$.
5. Si il existe un état $\mathcal{U}$ de $\mathcal{S}$ possédant le même noyau que $\mathcal{E}$ alors on fusionne $\mathcal{U}$ et $\mathcal{E}$ en un état $\mathcal{W}$ que l'on rajoute dans la liste $\mathcal{L}$ si il est différent de $\mathcal{U}$.

Exemple

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E \\
E & ::= & E\ Q\ T \mid T \\
Q & ::= & - \mid \epsilon \\
T & ::= & n \mid (\ E\ )
\end{array}
$$

Exercice

Calculez l'automate LALR(1) de cette grammaire à l'aide l'algorithme précédent.

Où a-t-on triché ?

- Par malchance, la fusion des états ayant le même noyau n'est pas une opération conservative : on peut introduire des conflits dans l'automate LALR qui n'étaient pas présents dans l'automate LR.

$\Rightarrow$ Cette situation est très rare mais, lorsqu'elle arrive, elle est difficile à expliquer.

$\Rightarrow$ C'est pour cela que MENHIR utilise une compression **conservative** de l'automate LR.

Conflits LALR

- Si l'automate LALR a un conflit « décalage/réduction », alors ce conflit état déjà présent dans l'automate LR.
- En effet, si un automate contient un état possédant un état d'analyse à réduire et un état d'analyse à décaler alors cela signifie qu'un état de l'automate LR avait un noyau identique et donc, un conflit lui aussi.
- Par contre, certains conflits « réduction/réduction » peuvent être présents dans l'automate LALR et absents de l'automate LR...

Exemple de conflits LALR

$$
\begin{array}{lcl}
S & ::= & E\# \\
E & ::= & aBc \mid bCc \mid aCd \mid bBd \\
B & ::= & e \\
C & ::= & e
\end{array}
$$

- L'automate LR contient un état « $C \to e \bullet\ [c]$, $B \to e \bullet\ [d]$ » et un **autre** état de même noyau « $C \to e \bullet\ [d]$, $B \to e \bullet\ [c]$ »

$\Rightarrow$ La fusion de ces deux états introduit le conflit.

Synthèse

Analyse ascendante

- Nous avons découvert l'analyse syntaxique LR, c'est-à-dire une classe d'algorithme s'appuyant sur des automates déterministes pour réaliser une analyse ascendante.
- Ces automates sont les plus couramment utilisés par les générateurs d'analyseurs syntaxiques.
- La prochaine fois, nous conclurons ce cours sur l'analyse syntaxique en répondant aux questions suivantes :
  - Comment construire un arbre de production à l'aide des algorithmes étudiés ?
  - Comment utiliser MENHIR ?
  - Comment résoudre un conflit ?