

Emne TIØ 4120 Operasjonsanalyse, grunnkurs

Øving 2

Utlevering: fredag 10.09
Veiledning: 15.09 og 17.09
Innlevering: fredag 17.09

Oppgave 1

Gitt følgende optimeringsmodell:

$$\begin{array}{llll} \max & 12x_1 & + & 9x_2 \\ \text{slik at} & x_1 & & \leq 1000 \quad (1) \\ & & x_2 & \leq 1500 \quad (2) \\ & x_1 & + & x_2 \leq 1750 \quad (3) \\ & 4x_1 & + & 2x_2 \leq 4800 \quad (4) \\ & x_1 & , & x_2 \geq 0 \quad (5) \end{array}$$

- Tegn alle restriksjonene i en graf. Marker alle hjørnepunktsløsningene til modellen. Hvilke av disse er lovlige løsninger?
- Beregn målfunksjonsverdien i hver lovlige hjørnepunktsløsning, og bruk dette til å vise at optimal løsning er i hjørnepunktet $x_1 = 650$, $x_2 = 1100$.
Hva blir målfunksjonsverdien? Hvilke restriksjoner er bindende i denne løsningen? Tegn inn målfunksjonskurven som passerer gjennom optimal løsning.
- Denne modellen kan løses ved hjelp av simplex-metoden. Gitt at simplex-algoritmen starter i punktet (0,0), hvilke hjørnepunkter vil den undersøke før den finner optimal løsning?
- Introduser slakkvariabler og skriv modellen på utvidet («augmented») form. I grafen fra a), uttrykk hver restriksjon ved hjelp av slakkvariablene.
- Finn basisløsningen som korresponderer til hver tillatte hjørnepunktsløsning. Finn basisløsningen som tilsvarer hjørnepunktsløsningen der restriksjon (2) og (4) er oppfylt ved likhet. Hvordan kan vi fra basisløsningen se at denne ikke er tillatt?
- Hvilke slakkvariabler er ved sin nedre grense i optimal løsning? Hvilke variabler er i basis i den optimale løsningen?

Oppgave 2

Betrakt følgende problem:

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to} \quad & \\ & x_1 + 3x_2 \leq 8 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- Bruk grafisk analyse til å identifisere alle hjørnepunktløsningene. Merk hver av dem som enten tillatt eller ikke-tillatt.
- Beregn verdien av målfunksjonen for hver av hjørnepunktløsningene. Bruk denne informasjonen til å bestemme optimal løsning.
- Bruk løsningskonseptene for simplex-metoden gitt i kapittel 4.1 av læreboken til å identifisere hvilken sekvens av hjørnepunktløsninger simplex-metoden kunne brukt for å nå den optimale løsningen.
- Innfør slakk-variabler og skriv modellen på utvidet form.
- For hver tillatte hjørnepunktløsning, identifiser den tilsvarende basisløsningen ved å beregne verdiene til slakk-variablene. Bruk verdiene av variablene til å identifisere henholdsvis basisvariabler og ikke-basisvariabler.
- For hver basisløsning, demonstrer at den også svarer til en løsning på likningssystemet funnet i d), når ikke-basisvariablene er satt til 0.
- Gjenta e) men betrakt hjørnepunktløsninger som ikke er tillatt.
- Gjenta f) men betrakt basisløsninger som ikke er tillatte.
- Bruk simplex-metoden i algebraisk form og løs modellen for hånd.
- Bruk simplex-metoden i tabellform og løs modellen for hånd.