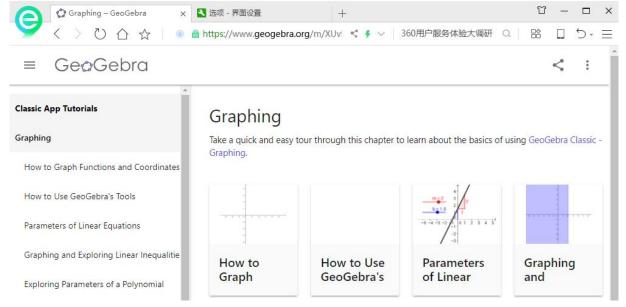
GeoGebra 经典版交互式教程

GeoGebra 文稿团队编辑, 唐家军译

(哈尔滨 2019年3月)

点击 GeoGebra 经典版(单机版)的帮助菜单中的"教程"选项,会链接到官网提供的一个教程。这个教程是 GeoGebra 官方团队组织编写的,使用了 GeoGebra 在线版网络教程方式,是"绘本"¹的现代化应用。



这个绘本在常规 windows 窗口的基础上,有绘本专用工具栏(上图第三行),其右侧的两个图标一个是分享这个绘本,一个点击后会出现如下图的选项,方便收藏、共享和复制绘本。其中的"详情"会链接到官网其他绘本资源集散地。左下图为进入绘本的链接选项,右下图为绘本下拉选项。



教程内容是基于 GeoGebra 经典在线版的,且嵌入了动态小程序供学习者边阅读文本边操作软件。动态小程序使用了在线的 GeoGebra 经典版制作,可以在线互动。因为在线版和单机版的基本功

¹ 外来语,即图画书,该词语取自日语中图画书的叫法"えほん"的汉字写法"絵本",顾名思义就是"画出来的书",指一类以绘画为主,并附有少量文字的书籍。其实就是我们小时看的"小人书"。

能相同,这个在线版小程序演示的多数操作,同样适用于单机版。

一旦把电子交互文本编辑为静态文字,现代化的动态交互绘本就丧失了许多特色。但官网各种帮助汉化都极其缓慢,这个教程没有中文版就成了国人的一个遗憾。本文把这个教程中的文本翻译成中文,在方便初学者使用的同时,也遗失了这个绘本的精髓-交互应用。本文方便使用者拿着纸张介质的译文,在网络畅通的情况下,点击官网教程,在英文界面下的绘本中,点击其中的交互式软件窗口进行操作。

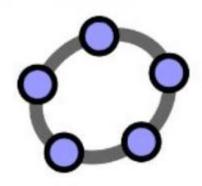
GeoGebra 的功能在日趋丰富,早就不仅仅是尺规作图的现代延伸了,学习者往往会因为功能繁杂望而却步。而这个官网的这些绘本介绍的都是 GeoGebra 的基础功能,使用语言也很是简练,很适合与初学者快速入门。

绘本中的每个小功能操作的介绍都独立成章节,所以,通篇阅读本文时,可能会遇到描述重复的时候。也会遇到相同的英文描述,使用不同的译文之时。

官网的每个短文中,都有许多关键词,但大体都有如下几个,翻译如下,方便对照阅读。Task(任务)、Try it yourself(实操)、Instructions(操作指南)。对于"实操"部分截图比较大,读者可以使用在线版或者单机版软件找到相应的界面实践"操作指南"描述的动作。

这个小教程是网络版 GeoGebra 经典的入门教程,但对于单机版 GeoGebra 的操作,也有极好的入门作用,建议网络在线阅读。本文中的语法不通顺或者措辞错误,都是个人水平低下所致,各种歧义描述以英文原版表述为主。

欢迎来到 GeoGebra 经典!选择下面章节链接导读,使用动态小程序开启绘图、几何、三维、代数运算、数据表格和统计概率的快捷集成包学习吧。



目录

1	绘图	5
	1.1 如何绘制函数和坐标	5
	1.2 如何使用 GeoGebra 工具	6
	1.3 含参一次函数	7
	1.4 绘制和探索一次不等式	9
	1.5 探索含参多项式函数	10
	1.6 代数输入小窍门	11
	1.7 绘图工具	13
	1.8 绘图工具及其相应命令	14
	1.9 如何使用指令	15
	1.10 如何改变颜色、大小和样式	16
	1.11 如何显示对象的名称、值或标题	17
	1.12 如何个性化绘图区	18
2	几何	20
	2.1 如何使用 GeoGebra 工具	21
	2.2 构造平行四边形	21
	2.3 构造正方形	22
	2.4 构造三角形外接圆	23
	2.5 绘图工具	24
	2.6 如何个性化绘图区	26
	2.7 如何改变颜色、大小和样式	26
	2.8 如何显示对象的名称、值和标题	27
	2.9 如何使用显示/隐藏对象工具	29
	2.10 导航栏和作图过程	30
3	3D 绘图	31
	3.1 如何使用 GeoGebra 3D 绘图工具	31
	3.2 建塔	32
	3.3 正棱柱	33
	3.4 3D 绘图工具	34
	3.5 如何个性化 3D 绘图区	
4	运算	
	4.1 如何使用 GeoGebra 运算区工具	

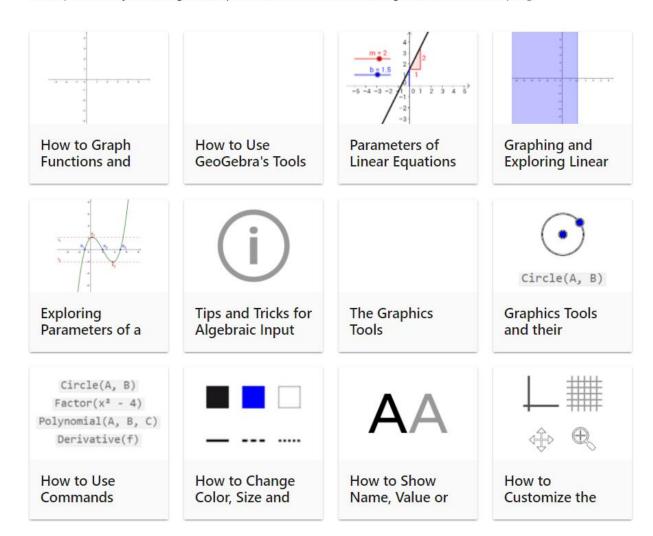
	4.2	如何将代数指令域输入到运算区	37
	4.3	如何使用运算区指令	38
	4.4	探索最大公约数和最小公倍数	39
	4.5	解方程组	40
	4.6	如何解方程	41
	4.7	运算区工具	43
	4.8	如何联动运算区和绘图区	44
	4.9	运算区输入小技巧	45
5	表格		46
	5.1	如何输入数据关联到单元格	46
	5.2	单元格的相对引用和绝对引用	47
	5.3	如何使用 GeoGebra 表格区工具	49
	5.4	如何融合表格区和绘图区	49
	5.5	国际象棋和谷粒	50
	5.6	表格区工具	53
	5.7	表格区数据分析工具	53
	5.8	统计之单变量分析	55
	5.9	统计之双变量回归分析	56
6	概率		59
	6.1	如何使用概率计算器	59
	6.2	二项式分布	60
	6.3	泊松分布	61
	6.4	概率统计计算器	62
	6.5	均值 Z 检验	63
	6.6	如何使用概率计算样式栏	64
7	测验模	[式	65
	7.1	什么是 GeoGebra 测验模式	65
	7.2	如何使用 GeoGebra 测验模式	66
	7.3	GeoGebra 测试模式小技巧	69
	7/	GeoGebra 测试模式党见问题解答	69

1 绘图

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之绘图基本操作。

Graphing

Take a quick and easy tour through this chapter to learn about the basics of using GeoGebra Classic - Graphing.



1.1 如何绘制函数和坐标

新建对象

你可以通过两种方法创建新对象(诸如点、线、函数等)。一是使用工具栏提供的绘图工具, 二是在代数指令域²输入方程和坐标后按回车键。

操作指南

y=3x+1 在代数指令域输入方程"y=3*x+1"后按回车键。

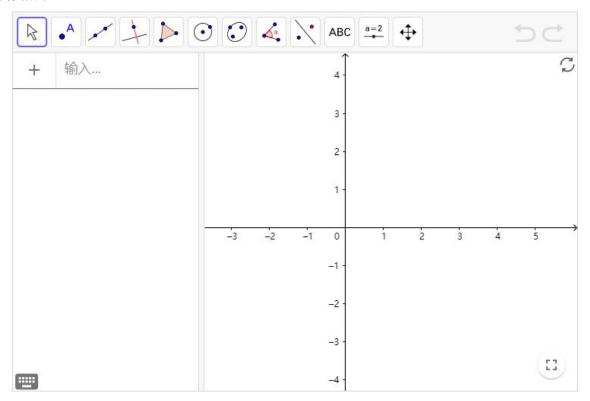
 $f(x)=x^2+2$ 在代数指令域输入方程" $f(x)=x^2+2$ "后按回车键。

² 在 GeoGebra 单机版,"代数指令域"被翻译为"指令栏"。

- B=(2,1) 在代数指令域输入"B=(2,1)"后按回车键创建一个新点。同理创建另一个点"C=(-1,3)"。
 - 选择直线工具在绘图区点两个空白处或者点击已有的点B和C创建一条直线。

提示:点击 键盘图标会打开一个虚拟键盘。

操作指南...



在线阅读时,"操作指南..."字样后边,都是跟着网络版运行的交互小程序,就是在线版的 GeoGebra 简化而来的。读者可以使用在线版 GeoGebra 自行演练。

改变已有对象

你可以拖动绘图区的一个已有对象,或者在代数区中修改它们的方程或者坐标。

- 1. 选用移动工具在绘图区中拖动已有对象改变它们的位置。
- 2. 双击代数区中对象直接改变其表达式或者坐标,或者重新定义它。

删除对象

需要删除对象时,可以有以下几种方法:

- 1、选择 重做按钮撤销最后构建的对象。
- 2、使用 删除工具删除任意一个创建的对象。

提示:打开最后一个工具图标,从工具箱选择相应的 制除工具后点击想要删除的对象。

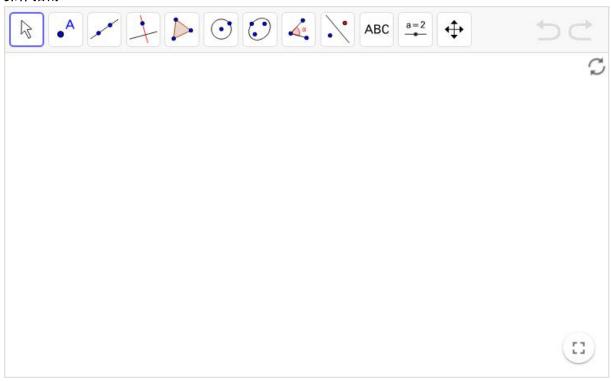
3、在绘图区或者代数区选中对象后,按键盘 delete 键。

1.2 如何使用 GeoGebra 工具

何为工具?

每一个激活的视图区域都提供了本区域专属工具的工具栏,可以点选工具图标激活相应工具。 **任务:**探索"①圆(圆心与一点)"工具。

- 1、选择绘图区工具栏中的"⊙圆(圆心与一点)"工具。
- 2、在绘图区域点击两处创建圆。
- 注:第一次点击确定圆心,第二次点击确定圆大小。
- 3、选择尽移动工具拖动点改变圆的大小或者位置。



何为工具箱?

GeoGebra 的工具使用工具箱进行整理组织,包含类似工具和生成相近新对象的工具。可以通过单击工具箱按钮的下半部分打开"工具箱",从显示的列表中选择"工具"。

任务: 在工具箱中找到"一线段"工具。

- 1、找到"一线段"工具。
- 2、在"▲绘图区"点击两处构造两点间线段。
- 3、选择"尽移动"工具拖动点改变线段的长短或位置。

何为工具提示?

如果选择了一个工具,就会显示如何使用的提示。

提示:选择工具提示就会打开帮助网页(仅在线版)。

任务:找出"▶多边形"工具的使用方法。

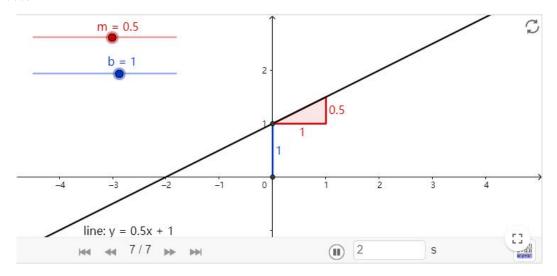
- 1、找到"▶多边形"工具。
- 2、阅读工具提示。
- 3、会使用这个工具来创建一个三角形。

1.3 含参一次函数

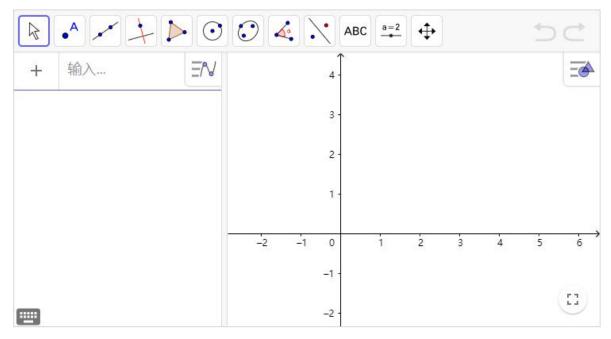
任务:

- 1、绘制一条可以使用滑动条参数改变的一次函数 "y=m x+b"。
- 2、显示相应直线的斜率和 y 轴截距。

探索构件...



操作指南...

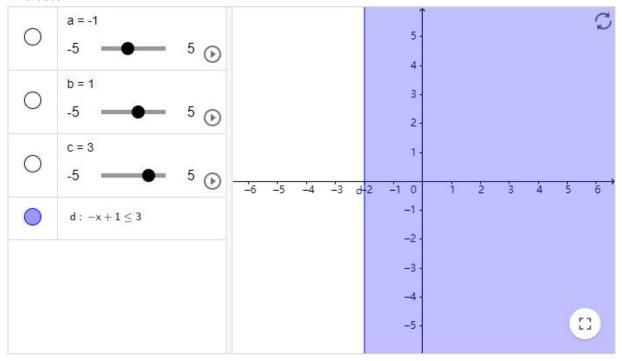


- 1. N 在代数指令域输入方程"y=m x+b"后按回车键。 提示: GeoGebra 会自动建立滑动条参数 m 和 b。
- 2. 构造直线和 y 轴的交点。 提示: 你可以使用"交点"工具或者指令"交点(a,yAxis)"。
- 3. 使用"交点"工具在坐标系原点构造点 B。

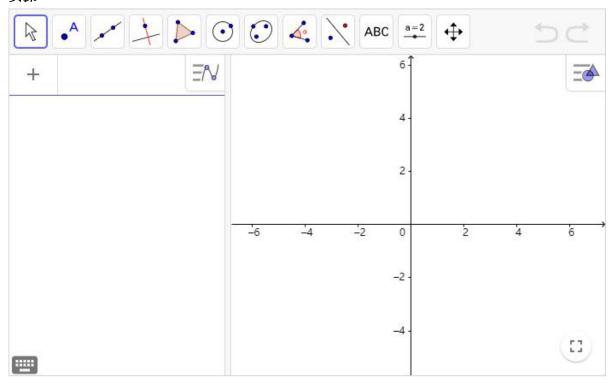
- 6. / 使用"斜率"工具点击直线构造斜率(三角形)。
- 7. 使用样式栏改变构件的外观(诸如增加线径,使其比 y 轴更加清晰可见)。

1.4 绘制和探索一次不等式

任务: 绘制一个可以被滑动条参数操控的一次不等式"ax+b≤c"。 **探索构件...**



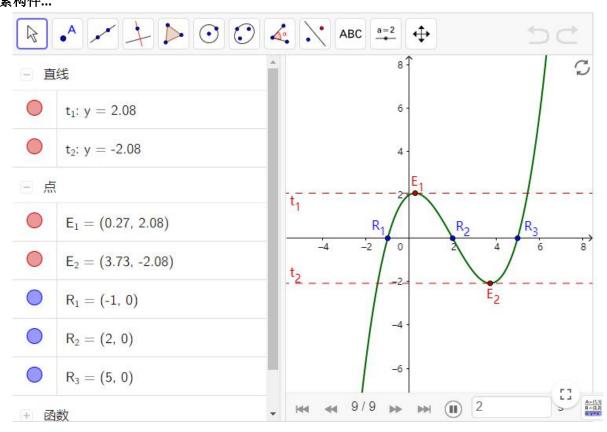
实操...

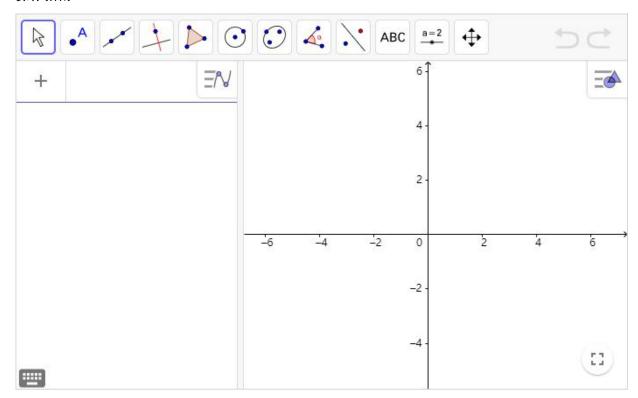


- 在代数指令域键入"a x+b≤c"后回车。
- 1. N 提示:可以使用虚拟键盘输入"≤"符号。软件会自动建立参数 a、b、c 的滑动条。
- 2. 使用"移动"工具调整滑动条,如: a=1、b=1、c=3。
 - 将滑动条的增量设置为1。
- 3. 提示: 选中数字 a 打开绘图区 □ 样式栏。打开 a 的 □ 属性且选择滑动条。设置增量为 1。 同理处理 b 和 c。
- 4. 版 拖拽绘图区背景让原点在中心位置。
- 5. **Q** 缩小(拉远)让屏幕中看到坐标系更多部分。
 - 将 x 轴间隔设定为 1。

1.5 探索含参多项式函数

任务: 绘制一个可以被滑动条参数改变的三次多项式 " $f(x)=a x^3 +b x^2 +c x+d$ "。 探索构件...





操作指南

- 2. 点击代数区对象左侧对应的圆点图标隐藏绘图区的滑动条。
- 3. 使用代数区滑动条改变参数值为 a=0.2、b=-1.2、c=0.6 和 d=2。
- 4. 零点[f] 键入"R=零点[f]"出现多项式系统自动命名 R1、R2 和 R3 的零值点。
- 5. 极值点[f] 键入 "E=极值点[f]"出现多项式的局部极值点。
- 6. 使用"切线"工具构造多项式的过极值点 E1 和 E2 的切线。 提示: 打开特殊线工具箱选择切线工具,选定点 E1 和多项式构造切线。同理 E2。
- 7. 系统改变滑动条的值体会参数对多项式的影响。

1.6 代数输入小窍门

确定表达式

输入到代数指令域以后按回车键才能确定表达式。

新对象命名

在代数指令域输入起始"名称="的表达式就是给新对象命名。

案例: "P=(3,2)"就创建点 P。

表示乘法

需要在因子间输入星号或者空格表示相乘。

案例:键入"a*x"或者"ax"都表示相乘。

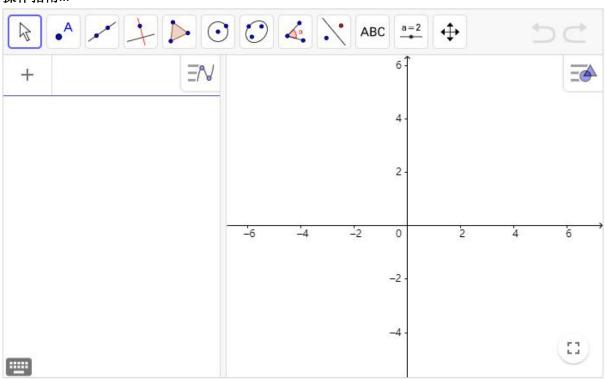
大小写字母

GeoGebra 区分大小写!故,大小写字母不能混淆。

注意:

- 1、点总是使用大写字母命名,如"A=(1,2)"。
- 2、向量总是使用小写字母命名,如 "v=(1,3)"。
- 3、线段、直线、圆、函数等总是用小写字母命名,如圆 "c:(x-2)^2+(y-1)^2=16"。
- 4、函数中的变量 x 和圆锥曲线中的 y, 总是使用小写字母, 如 "f(x)=3*x+2"。

操作指南...



在代数表达式中使用对象

如果想在代数指令域的代数表达式或者命令中使用对象,需要先创建对象。

注:如果在代数指令域的代数表达式或者命令中使用新的参数,会提问是否自动创建这个参数滑动条。

案例:

输入"y=m x+b"创建参数为 m 和 b 的一次函数。

注: 如果 m 和 b 没有提前创建,会提示自动创建滑动条。

输入"直线(A,B"创建过已有点 A 和 B 的直线。

错误信息

随时阅读错误信息,它能最大可能地帮助修正失误。

1.7 绘图工具

绘图工具整合在绘图区工具栏中:



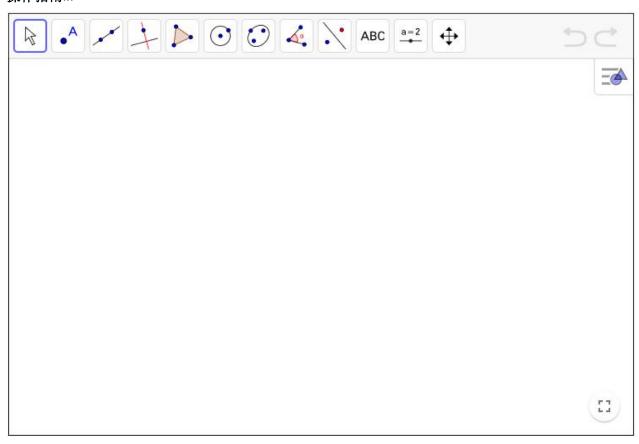
它包括了多种整理在工具箱中的工具,可以被定点设备点取使用。

熟悉绘图工具

- 2. 选择"移动"工具拖拽点改变他们的位置。
- 4. ① 在圆弧工具中选"圆(圆心与一点)"后,阅读工具提示知道如何构造圆心为A半径为4的圆。

提示:刷新构图,可以尝试更多的工具。

操作指南...



选择尝试其它绘图工具。

- 激活"定长线段"工具在绘图区点击,在出现的对话框中输入线段长度(如 3)后点击 OK,就 创建一条定长线段。
- 丞 选择"对象上的点"工具点击对象(如线段)创建对象上的点。

- 》为活"多边形"工具点击绘图区中空白处或者是已有点,确定创建多边形的顶点构造多边形。 注:再次点击第一个点封闭多边形。
- ▲ 选择"角度"工具后,建立三个新点或者选择已有的点,在三点间会显示逆时针方向的角度值。
- ●。 激活显示/隐藏对象工具后,选择拟隐藏的对象。当切换到其他工具时就实现改变(显隐)。

1.8 绘图工具及其相应命令

Geogebra 提供了代数输入指令,外加绘图工具。每一个工具都匹配一个可以用鼠标执行的指令。注:GeoGebra 提供了比工具更多的指令,不是每个指令都匹配绘图工具。

任务: 使用下面的小程序查找已知相应工具的命令。

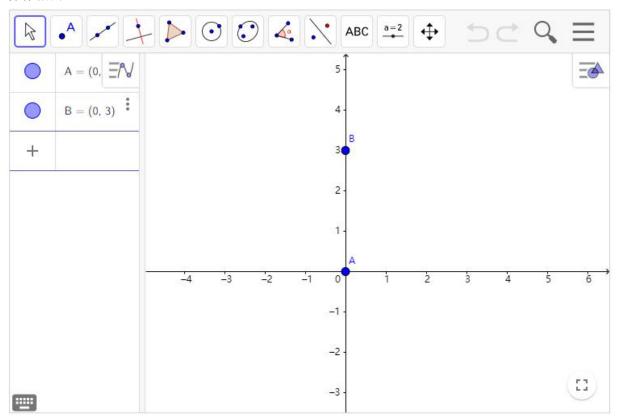
在N代数区的代数指令域只是键入工具或指令名的开头,GeoGebra 会提供与输入指令相近的列表以助你输入规范的语法。

案例:

点击代数指令域键入"Circle"(圆周)。

- 1、在出现的与圆相关的指令列表中,找出哪个是关联到"圆心和经过的点"构造圆工具。
- 2、尝试创建一个圆心 A 过点 B 的圆。提示:别忘记了输入后回车。
- 3、哪些圆命令关联了工具,哪些没有?

编者注:提示式键入英文需要输入 2 个字符才开始出现可选指令列表,官方这个"Circle"案例在中文情况下,需要输入"圆周"才有提示选项。



1.9 如何使用指令

指令

在代数指令域可以键入指令。他们后跟一组圆括弧(或者方括弧)包围的必要指令参数。

注:如果在代数指令域的代数表达式或者命令中使用新的参数,会提问是否自动创建这个参数滑动条。

案例:指令"多边形(A,B,C)"创建给定三点 A、B、C 的多边形。

提示:如果想知道有关指令的更多信息,点击帮助菜单中的[®]帮助按钮打开 GeoGebra 手册。在这里,可以找到所有命令和工具的详细描述。

任务:

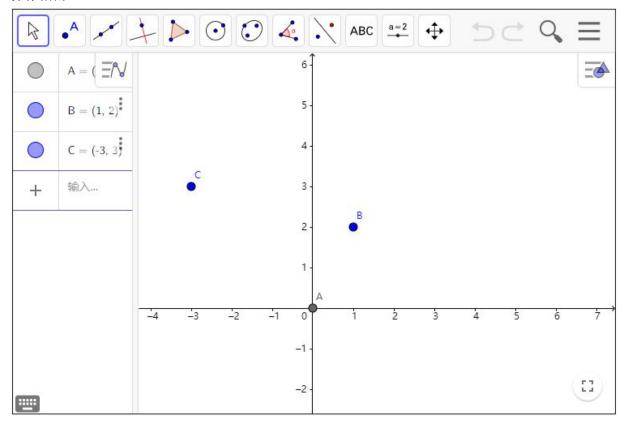
探索直线指令

- 1、在代数指令域键入"直线(A,B)"后回车创建过点 A 和点 B 的直线 a。
- 2、找出创建过点 C 平行直线 a 的直线的办法。

探索圆周指令

- 1、创建圆心为 A 半径为 2 的圆。
- 2、创建圆心为 B 过点 C 的圆。
- 3、创建过点A、B、C的圆。

操作指南...



自动补全指令

在代数指令域键入指令的前两个字符后,GeoGebra 会尝试补全指令并显示一组圆括弧(或者方括弧)包围的必要参数。

如果建议的就是所需指令,请将光标放置在圆括弧或方括弧内按 Enter 键。

如果建议的命令不是想要输入的命令,请继续键入,直到建议匹配为止。

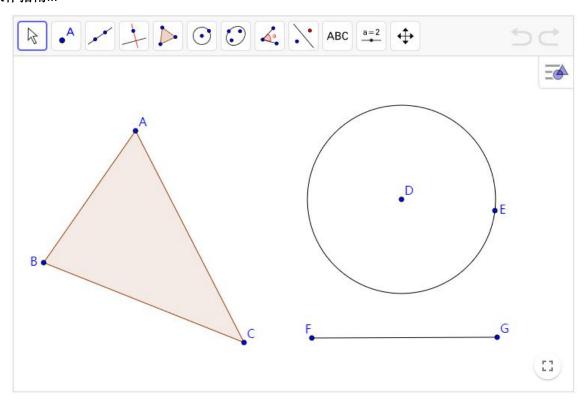
注:选择命令后,第一个参数将自动突出显示,并且可以轻松地替换输入。要突出显示下一个

1.10 如何改变颜色、大小和样式

可以使用➡样式栏改变颜色、大小和样式以优化自己的构件。

注:取决于当前选定的工具或对象, 一样式栏提供不同的选项优化自己的构件。

操作指南...



任务:

- 1. 激活"移动"工具选择三角形。
- 3. 改变三角形颜色。
- 4. 尽 选择点 D。
- 6. 除 选择线段。
- 7. 在样式栏,选线按钮点选点线段另外的线型,也可以拖拽滑动条改变点线段线径。 提示: GeoGebra 手册提供了更多的有关样式栏信息。

1.11 如何显示对象的名称、值或标题

名称和值

在 GeoGebra 中,绘图区中的每一个对象都有唯一的可以作为标签的名称。另外,对象可以设定使用"值"或者"名称和值"作为标签。

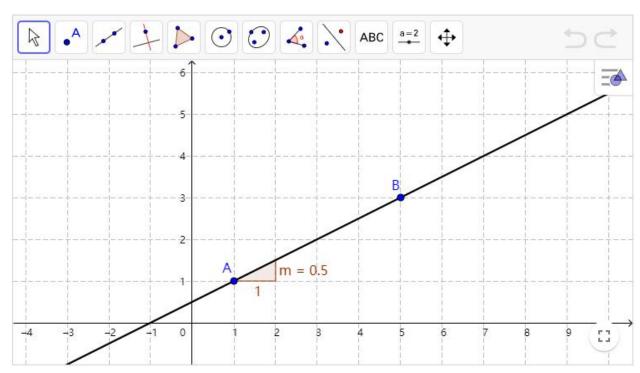
可以在一样式栏中设定修改:

- 1、选择AA标签按钮。
- 2、从下拉选单中选择"名称"、"值"、"名称和值"之一。
- 注:点的值就是坐标,函数的值就是方程表达式。

操作指南

- 1. 冷 激活"移动"工具并选定直线。
- 2. 梦 打开样式栏。
- 3. 🗛 改变标签为"值"以显示直线的方程表达式。
- 4. 尽 使用"移动"工具选定点 B。
- 5. 🗛 改变标签为"名称和值"以显示点的坐标。
- 6. → 点击样式栏图标关闭之。

操作指南...



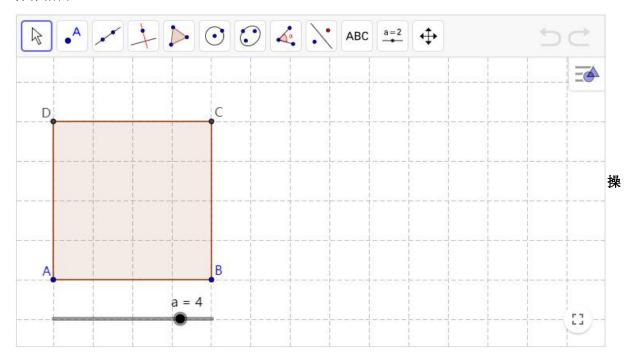
标题

GeoGebra 为所有对象提供了标题,以方便把一些对象使用一样的名称标签。

案例:为正方形的四条边标注相同的标签 a。

- 1、选择想要修改标题的对象。
- 2、打开**样式栏。

- 3、选择"图标打开属性对话框后选"常规"表。
- 4、在标题文本域输入所需内容。
- 5、激活标签选项从下拉菜单中选"标题"为标签。



作指南

- 1. 尽 使用移动工具选定正方形的一条边。
- 2. 用样式栏按钮打开样式栏。
- 3. 选择属性按钮打开对象属性。
- 4. 本 在常规页的文本域中输入所需文本。
- 5. 本 在常规页滚动找到显示标签选项,从下拉菜单中选标题为标签。
- 6. 重复以上1到5的步骤使正方形所有的边有相同的标签。

提示: GeoGebra 手册提供标签和标题的更多信息。

1.12 如何个性化绘图区

显示网格和坐标轴

可以通过显示坐标轴和不同的网格个性化绘图区。

- 1. 使用绘图区右上角的样式栏按钮打开样式栏。

- 3. 选择网格按钮且选定不同的网格在绘图区显示。
- 4. 承 再次使用样式栏按钮关闭样式栏。

移动绘图区并缩放

有时需要移动绘图区且使用缩放功能以在屏幕中看到所有构件。

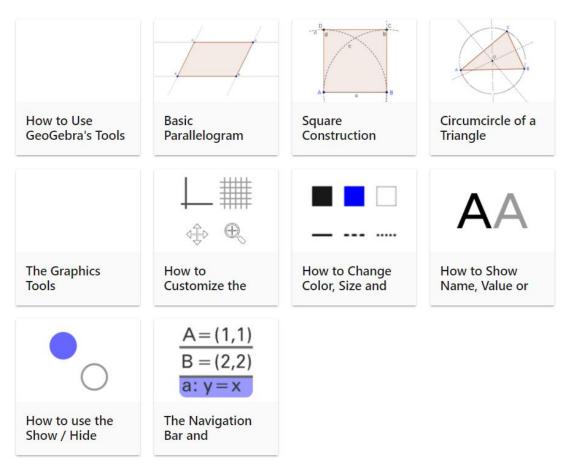
- 1. 使用移动工具拖拽绘图区背景。
- 2. 使用放大工具缩放构件看到更多细节。
- 3. 使用工具缩小构件得到一个概览图。
- 4. ▲ 点击样式栏按钮选默认视图图标,退回到改变前的视图初始状态。

2 几何

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之几何基本操作。

Geometry

Take a quick and easy tour through this chapter to learn about the basics of using GeoGebra Classic - Geometry.



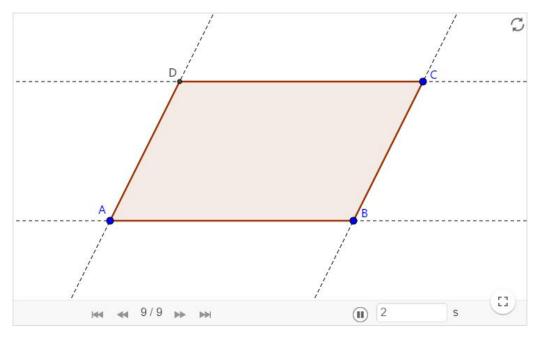
本节的工具使用部分,和上一节介绍工具使用,完全相同。

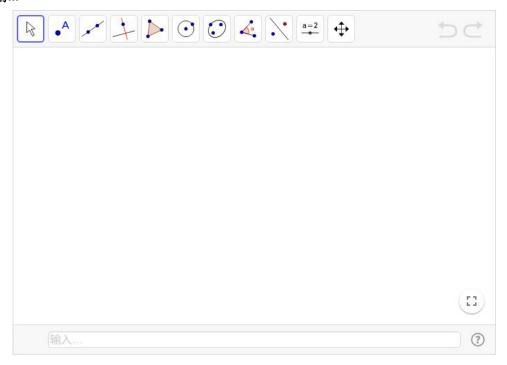
2.1 如何使用 GeoGebra 工具

见上一节相同部分。

2.2 构造平行四边形

任务:按照下面提供的步骤构造平行四边形。 **探索构造...**





第 21 页, 共计 72 页

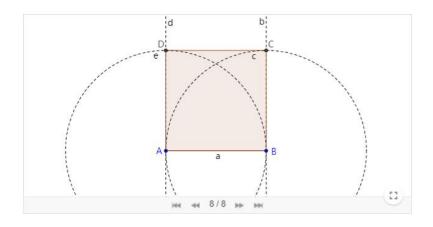
操作指南

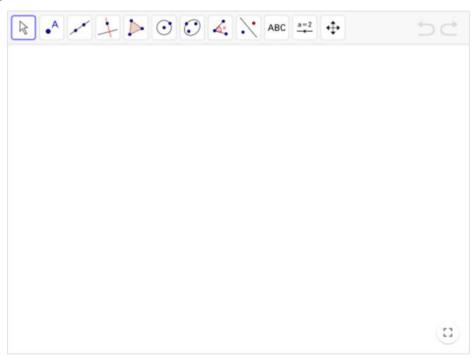
- 1. 选择"直线"工具在绘图区点击两空白处构造任意直线 AB。
- 2. 创建另外一条点 C 是新点的直线 BC。
- 3. 二 激活"平行线"工具构造过点 C 平行于直线 AB 的直线。
- 5. 选 "交点"工具构造后两步创建的线交点 D。
- 6. 》 激活"多边形"工具构造平行四边形 ABCD。
- 7. 冷 选择"移动"工具拖动平行四边形的顶点验证构造的正确性。

2.3 构造正方形

任务:按照下面提供的步骤构造正方形。

探索构造...



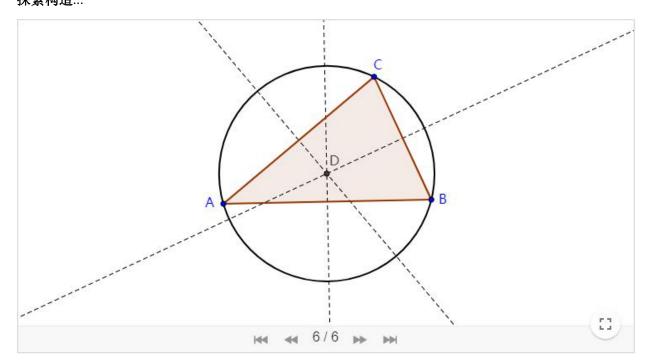


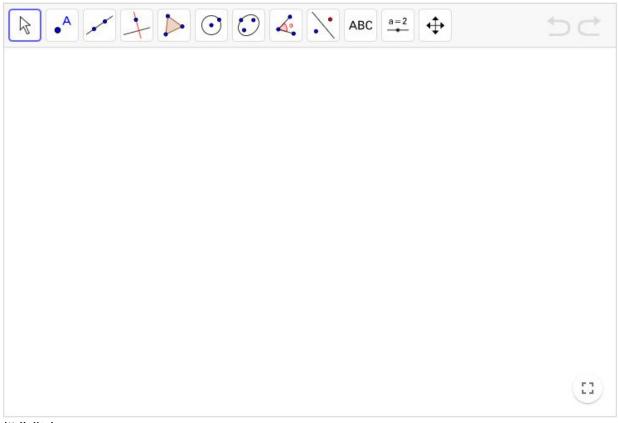
操作指南

- 1. ▶ 选择"线段"工具,点击绘图区两空白处,创建两个点和此两点间的线段。
- 3. 选择"圆(圆心与一点)"工具,构造圆心 B 过点 A 的圆 c。提示: 首先需要选定点 B,再选点 A。
- 4. 选择"交点"工具。构造直线 b 和圆 c 的交点 C。 提示:直接点击直线和圆相交处。
- 5. 🎐 构造过点 A 垂直线段 AB 的直线 d。
- 7. 料建直线 d 和圆 e 的交点 D。
- 选择"多边形"工具,顺序选择顶点创建正方形 ABCD。 提示:再次点击第一个点,封闭四边形。
- 9. 使用移动工具拖拽正方形并观察,看动作对构件的影响。

2.4 构造三角形外接圆

任务:按照下面的构造步骤创建三角形的外接圆。 **探索构造**...





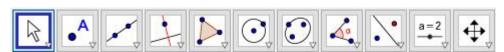
操作指南...

- 激活"中垂线"工具,选定两个邻边构造两条中垂线。 2. 提示:这个工具在特殊线工具箱里(左边第四个)。
- 构建两条中线的交点 D。
- 提示:选定两条中垂线构造交点或者直接点击交界处均可。 3.
- 构造圆心 D 过三角形 ABC 任意顶点的圆。 0 提示: 首先,选择点 D,然后,选择比如点 A。
- № 选择移动工具拖拽三角形的顶点,检验构建的合理性。

2.5 绘图工具

绘图区工具栏

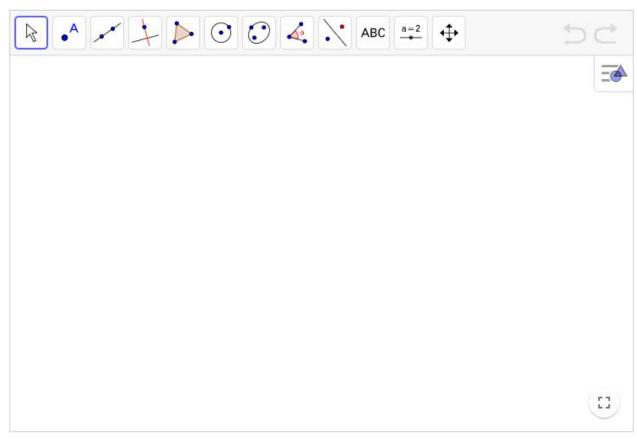
绘图工具整理在绘图区工具栏内。



它包含许多整理在工具箱里可以用定点设备操作的工具。

自学 GeoGebra 绘图工具

- 1. 选择"线段"工具,点击绘图区两处,创建两个点和此两点间的线段。
- 2. 选择"移动"工具拖拽点改变位置。
- 3. 找到工具箱中的"斜率"工具构造斜率三角形。



选择其他工具尝试应用

- 激活"定长线段"工具点击绘图区创建一个点,在出现的对话框中输入线段的长度(比如 3) 后点确定。
- 选择"对象上的点"工具且点击一个对象(如线段)创建一个对象上的点。
- 激活"多边形"工具点击绘图区空白处或者已有点作为顶点创建多边形。 注:再次点击第一个点封闭多边形。
- 处 选择"角度"工具后,逆时针创建三个点或者选定已有的三个点创建携带标注角度值的角。
- 激活"显示/隐藏"工具后,选择拟隐藏的对象,然后切换为其他工具就执行了改变(隐藏/显示对象)。

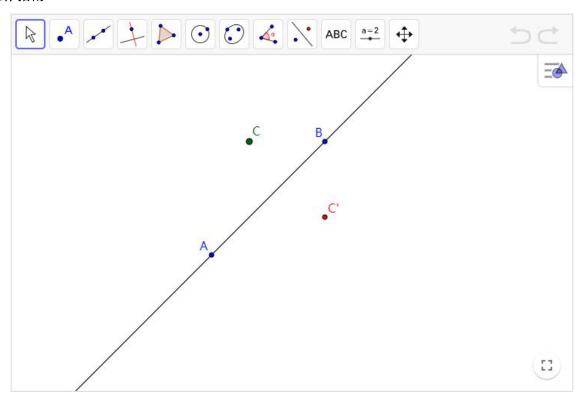
2.6 如何个性化绘图区

显示网格与坐标轴

可以通过显示坐标轴和不同网格定制绘图区

- 3. 选择网格按钮挑选某种网格显示在绘图区。
- 4. 使用样式栏按钮关闭样式栏。

操作指南...



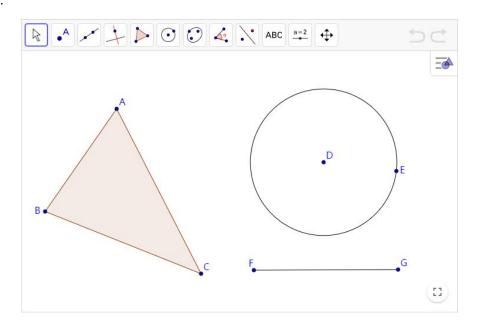
移动视图和缩放

有时需要移动视图或者缩放来改变对象的视觉效果。

- 1. 使用移动工具拖拽绘图区背景。
- 2. 使用放大工具放大构件看更多细节。
- 3. Q 使用缩小工具缩小构件看到更大视野。
- 4. 点击 样式栏按钮选复原按钮忽略所有对绘图区的改变。

2.7 如何改变颜色、大小和样式

可以使用一种式栏改变对象的颜色、大小和样式以优化构件。注:依据当前对象,一种式栏会显示不同的选项以优化构件。



任务

- 1. 激活"移动"工具选定三角形。
- 3. 改变三角形颜色。
- 4. 尽 选定点 D。
- 6. 选定一条线段。
- 7. 在样式栏中,选择线按钮可以选择线型。可以拖拽滑动条改变线段的线径。

提示: GeoGebra 手册提供更多样式栏内容。

2.8 如何显示对象的名称、值和标题

名称和值

在 GeoGebra 中,每一个对象都有一个可以在绘图区中作为标签唯一的名称,另外,可以使用"值"或"名称与值"作为标签。可以在一样式栏中,改变标签设置。

选择AA标签按钮。

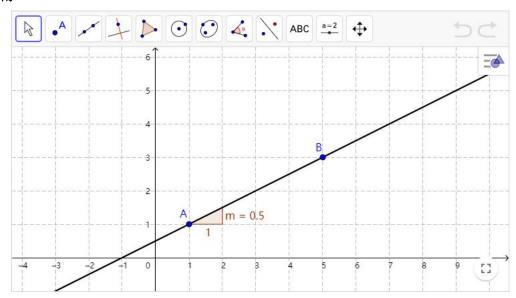
在右键下拉菜单中选择"名称"、"值"、"名称和值"作为预设标签。

注:点的值是坐标,函数的值是方程。

操作指南

- 1. 激活"移动"工具选定一条直线。
- 2. 對 打开样式栏
- 3. AA 改变标签设置"值"为标签,以显示直线的方程。

- 4. 使用"移动"工具选定点 B。
- 5. AA 改变标签设置"值"为标签,以显示点的坐标。
- 6. _ 点击样式栏按钮关闭样式栏。

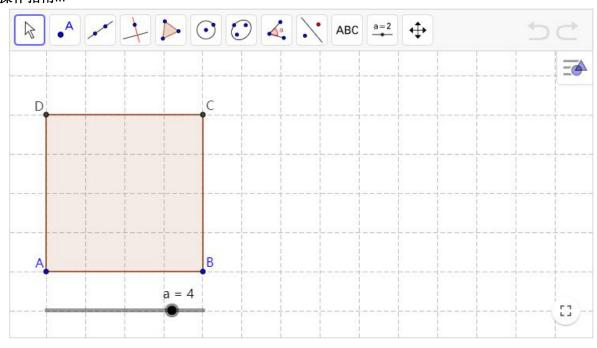


标题

GeoGebra 为所有对象提供标题,如此可以把几个对象使用相同的标签。

案例: 把正方形的四条边使用相同的标签 a。

- 1、选择想要改变标题的对象。
- 2、打开一样式栏。
- 3、选择图标 打开属性对话框并选常规表单。
- 4、在文本域输入所需标题。
- 5、激活复选框显示标签且从下拉菜单中选择标题作为标签。



第 28 页, 共计 72 页

- 1. 尽 使用移动工具选择正方形的一条边。
- 2. 一 使用样式栏按钮打开样式栏。
- 3. 选择属性按钮打开对象属性。
- 4. 本 在常规表单,在标题文本域输入标题。
- 5. AA 然后,在表单中滚动找到标签设置,从下拉菜单中选标题作为标签。
- 6. 为正方形其余的边,执行1到5步骤。

提示: GeoGebra 手册中,提供了关于标签和标题的更多信息。

2.9 如何使用显示/隐藏对象工具

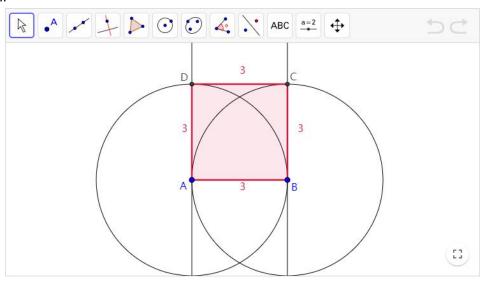
在绘图区如何隐藏对象

在绘图区里可以使用"*。显示/隐藏"按钮辅助对象:

- 1. 。 激活"显示/隐藏"对象工具。
 - 选择想要隐藏的对象。
- 2. 注:尽管" * 显示/隐藏"工具激活了对象,所有选定对象仍为高亮状态。
- 3. 尽 切换为其他工具就执行自己的显隐改变。

操作指南...

- 1. 在工具栏最后一个工具箱中选"显示/隐藏"工具。提示:点击工具图标 打开工具箱。
 - 选择一个可以被隐藏的辅助对象圆。
- 2. 注:尽管"●显示/隐藏"工具激活了对象,但对象还是高亮显示。
- 3. 总 选择其他工具(比如移动工具)执行显隐设置隐藏圆。
- 4. 也可以隐藏其它圆和直线。



第 29 页, 共计 72 页

如何显示隐藏绘图区对象

可以使用"•。显示/隐藏"工具显示或隐藏绘图区对象:

- 1. •。 激活显示/隐藏工具。提示: 绘图区的所有对象都是高亮显示着。
- 2. 再次取消选择可以显示对象。注: 所有选定的对象都将保持隐藏状态。
- 3. 尽 切换为其他工具以执行显隐改变。

2.10 导航栏和作图过程

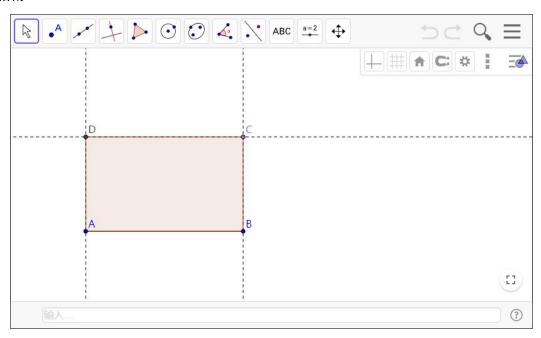
如何调出导航栏

导航栏允许使用按钮罩逐步浏览构件制造步骤。

操作指南...

- 1.使用 至菜单按钮打开菜单。
- 2.选择作图过程; 视区菜单。
- 3.检查导航栏选项。
- 4.再次使用≡菜单按钮关闭菜单。

操作指南...



如何显示作图过程

一作图过程提供构件的每一步骤细节。

操作指南...

图标

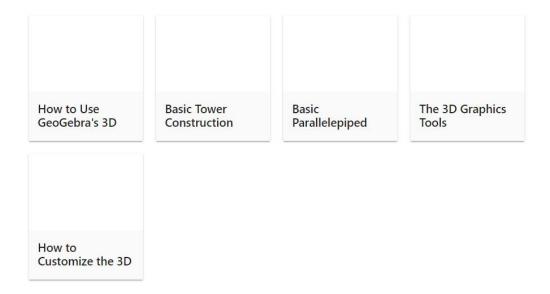
- 1.使用 菜单按钮打开菜单。
- 2.选择 作图过程视区。
- 3.检查 作图过程选项。
- 4.再次按三菜单按钮关闭菜单。

3 3D 绘图

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之 3D 绘图基本操作并探索三维世界。

3D Graphics

Take a quick and easy tour through this chapter to learn about the basics of using GeoGebra Classic - 3D Graphics and explore the world of 3D geometry.

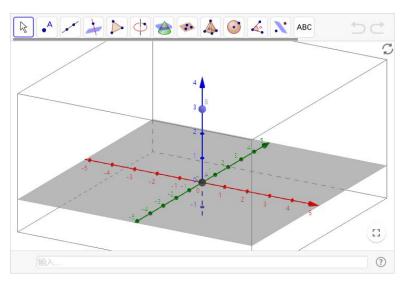


3.1 如何使用 GeoGebra 3D 绘图工具

何为工具?

GeoGebra 的 3D 绘图区有可选用工具的工具栏。可以通过点击相应的图标激活某个工具。 任务:使用"③球(圆心与一点)"工具创建一个球。

- 1、在 3D 绘图区工具栏中选择" ●球 (球心与一点)"工具。
- 2、在 3D 绘图区点击两次创建一个球。
- 3、选择"尽移动"工具拖拽点,以改变球的大小和/或位置。



第 31 页, 共计 72 页

在 3D 坐标系如何移动对象

在三维坐标系中有两种方式可以移动一个点,激活"尽移动"工具后:

- 1、xOy-平面模式:可以不改变 z 坐标在 xoy 平面内移动点。
- 2、z-轴模式:可以平行于 z-轴不改变 x 和 y 坐标移动点。

何为工具箱?

GeoGebra 的工具组织在工具箱里。每个工具箱包括相近工具或者制作同类型新对象的工具。可以点击打开工具箱从出现的列表里选择一个工具。

任务: 使用"富立方体"工具创建一个立方体。

- 1、在工具箱中找到"拿立方体"工具。
- 2、点击 3D 绘图区两处创建一个立方体。
- 3、选择" № 移动"工具且拖拽点改变立方体的大小和/或位置。

何为工具提示?

如果选定了一个工具,会出现一个介绍如何使用工具的提示。

提示:单击工具提示时,会在浏览器窗口中出现选定工具的帮助网页。

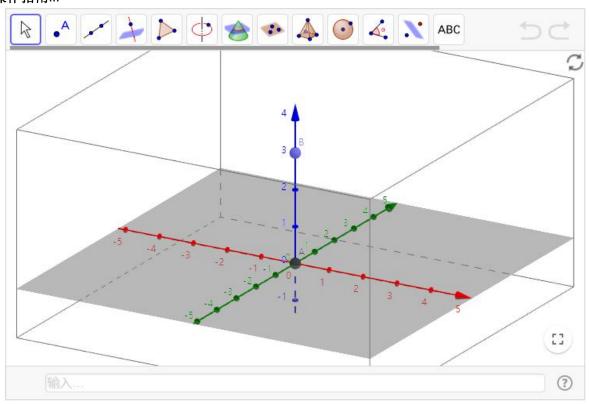
任务: 使用"♣棱锥"工具创建一个棱锥。

- 1、选择"▲棱锥"工具。.
- 2、阅读工具提示。
- 3、探明使用方法并创建一个棱锥。

3.2 建塔

任务:

按照下面提供的步骤将一个圆柱和圆锥结合起来建造一座塔。



操作指南

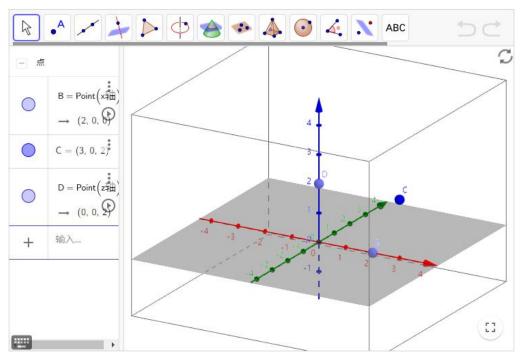
- 1. 选择"描点"工具创建点 C(0, 0, 5)。
- 2. 激活"圆柱"工具。选择点 A 和 B 创建一个圆柱。在出现的窗口中输入圆半径 2 后点击确定。提示:可以选择坐标或者点开始创建圆柱。
- 3. 🛕 激活"圆锥"工具选择点 B 和 C, 在出现的窗口中输入半径为 2 后确定。
- 4. 选择"移动"工具拖拽点C改变位置。
- 5. ❖ 选择 3D 绘图工具拖拽 3D 视图区旋转塔。

3.3 正棱柱

任务

按照以下步骤创建正棱柱。

操作指南...



操作指南

- 1. 在代数指令域输入"A=(-1,0,0)"后回车创建一个新点。
- 2. 激活"多边形"工具选择已有的点 A、B、C,最后再次选定点 A 构造封闭多边形。提示:也可以点击坐标或者点去选择他们。
- 3. 激活"拉伸成棱柱"或棱锥工具选择多边形,在出现的对话窗口中,输入高度 2 后点确定。 注:选择"拉伸成棱柱"或者棱锥工具后,也可以拖拽多边形创建棱柱。
- 4. 选择 3D 绘图"旋转视图"工具拖拽 3D 视图区旋棱柱。

3.4 3D 绘图工具

3D 绘图区工具栏

3D 视图提供了宽泛的工具,可以在 3D 视图用鼠标操作。



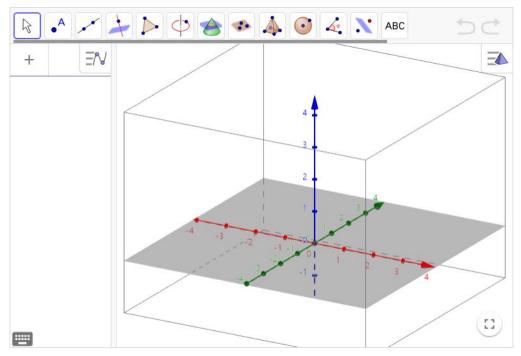
每个图标都代表了一个包含相关创建工具的选择,打开 3D 绘图区某工具箱就激活相应的工具。 揣摩 GeoGebra 的 3D 绘图工具

- 1. 选择"立方体"工具在 3D 绘图区点击两次构建一个立方体。
- 2. 选择"移动"工具拖拽点改变立方体的位置和大小。 提示:通过反复点击一个点,可以在将点平行于 xoy 平面或与 z 轴平行移动之间切换。

选择"拉伸成棱锥"工具且拖拽立方体的表面在其上方创建一个棱锥。

- 3. 注: 也可以点击一个多边形或者圆后,在出现的对话框中输入一个高度值(如数字或者公式)创建一个顶点在基座正上方的正棱锥。

操作指南...



选择其它你想尝试的 3D 工具

展开图工具:选择一个多面体创建基于底面的展开图。

注:可以使用自动创建在绘图区的滑动条控制展开图的打开/关闭,或者在代数区显示 1 1. **②** 或 0 的相应数字。

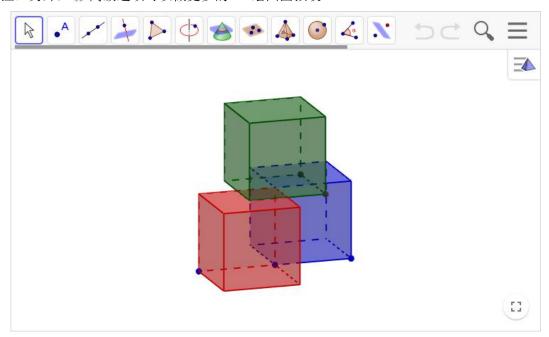
提示:可以通过点击 GeoGebra 窗口右上角的菜单按钮打开绘图区,打开 机图勾选 会 图区看到滑动条。

- 2. 🔞 球 (球心和一点)工具:激活后选择中心点和另外一个点创建一个球。
- 3. ▼ 平面(过三点)工具:激活后选择三个点创建一个平面。
- 4. ※ 镜面反射工具:激活这个工具后选中拟反射对象,然后点击一个面标记为反射镜面。
- 5. ペ 视图方向工具:选择一个对象将视点转移到构件的正前方。

3.5 如何个性化 3D 绘图区

可以根据要处理的数学主题定制合适的 3D 绘图区。常规设置可以使用 3D 绘图区 → 样式栏 (如显示坐标轴、xoy 平面、网格等)。

注:另外, 篇级选项可以做更多的 3D 绘图区预设。



- 2. 显示 xoy 平面。.
- 3. □ 展示对象的不同视图。
- 5. 暂停 3D 视图旋转。
- 7. 美闭 3D 绘图区样式栏。
- 8. 使用旋转三维视图工具旋转坐标系,以便拖动 3D 视图的背景。
- 9. 通过使用放大工具并在 3D 视图中单击,放大坐标系。

4 运算

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之运算基本操作。

CAS

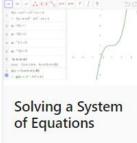
Take a quick and easy tour through this chapter to learn about the basics of using GeoGebra Classic - CAS.



















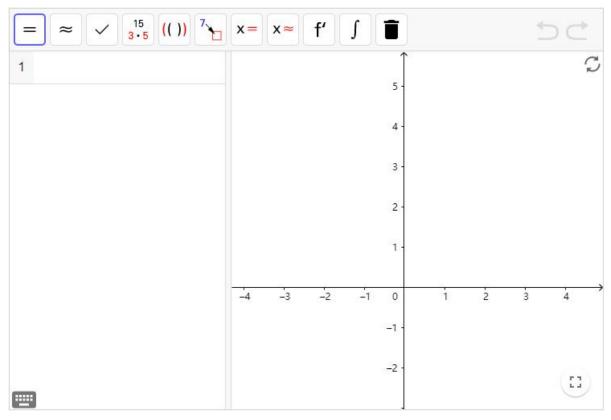
4.1 如何使用 GeoGebra 运算区工具

何为工具?

GeoGebra 为 CAS(运算区)视图提供特定的可选工具。可以通过单击显示相应图标的按钮来激活工具。

任务: 使用 "×=精确解"工具解方程

- 1、在 CAS 输入域键入方程"3x+1=10"。
- 2、从 CAS 工具栏中选择" *= 精确解"工具。
- 注: 方程的解集显示于方程的下方。



如何使用 CAS 工具

何为工具提示?

如果选择了一个工具,就会出现解释其用法的工具提示。

提示: 可以通过点击工具提示打开提供帮助的网页。

任务: 使用"35 因式分解"工具分解因式"(x²-4)"。

4.2 如何将代数指令域输入到运算区

CAS 运算区允许使用 CAS (Computer Algebra System)进行符号运算。

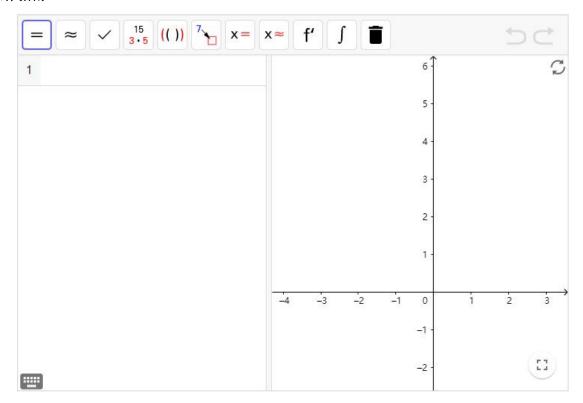
方程和赋值

方程的输入使用等号"=",而赋值使用":="。

- = 在 CAS 输入域使用简单"等号"输入方程"3x+5=7"后按回车键。
- 注:如果想在绘图区显示相应的直线,点击方程附近的显示/隐藏图标。

在 CAS 第二行储值格输入函数 "f(x):=2*x+1"后按回车键。

:= 提示:函数图象在绘图区自动出现。 假设如此在运算区定义了函数,函数就可以在其他视图中引用了。



使用变量

在运算区,可以使用没有被提前定义和赋值的变量。

任务:逐步解方程。

- 1. 键入"5x-2=8"后选"检查"工具。
- 2. # 在第二行,键入快捷键"#"将上一个储值格的结果引入。
- 3. = 在"#"后边键入"+2"后选"符号计算"工具。
- 4. # 再次复制先前的输出"5x=10"进入到下一行。
- 5. = 在"#"后边键入"/5"且选"符号计算"工具。

注:

"#"复制上一行的输出。

"#3"复制第三行的输出。

乘法运算

变量的乘法运算需要使用星号"*"明确标示。

案例: 输入"b*(c+d)"会输出"bc+bd"。

注: 如果没有使用星号输入"bc", 会得到一个命名为"bc"的新变量。

4.3 如何使用运算区指令

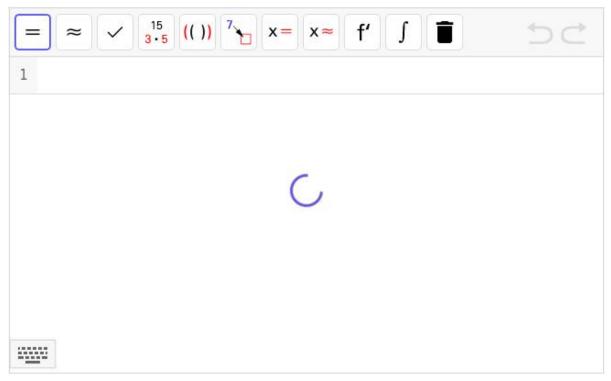
运算区指令

在运算区操作可以使用指令,它们后面总是有一组包含命令所需参数的圆括弧(或方括弧)。

任务 1: 检验 12349 是不是质数,如果不是质数,分解它的质因数。

- 1. 是否为质数(12349) 使用"是否为质数(12349)"指令判断是否为质数。提示: 会得到 true 或 false 结果。
- 2. 质因数(12349) 使用"质因数(12349)"指令找出所有的质因数。

操作指南...



自动补全指令

在运算区输入域键入两个字符以后,GeoGebra 会尝试完成命令,并在括号内显示所需的参数。如果建议的指令就是需要的,按回车键就能将光标置于括号内。

译者注:中文状态下输入英文,会自动变为中文指令。

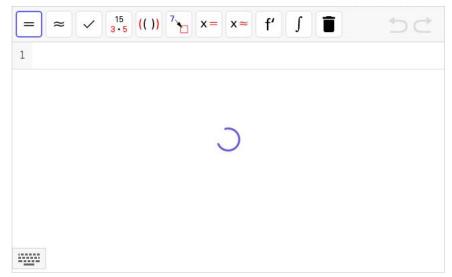
任务 2: 找比 1000 小的最大质数,找到比 1000 大的最小质数。

- 1. 前一质数(1000) 使用指令"前一质数(1000)"找出比 1000 小的最大质数。
- 2. 后一质数(1000) 在运算区输入域键入"后一质数(1000)"后按回车键计算出比 1000 大的最小质数。

4.4 探索最大公约数和最小公倍数

任务: 探索 18 和 24 的最大公约数(GCD)最小公倍数(LCM)。 操作指南...

- 1. 最大公约数(18,24) 在运算区输入域键入"最大公约数(18,24)"后按回车键计算最大公约数。
- 2. 最小公倍数(18,24) 使用"最小公倍数(18,24)"指令计算最小公倍数。

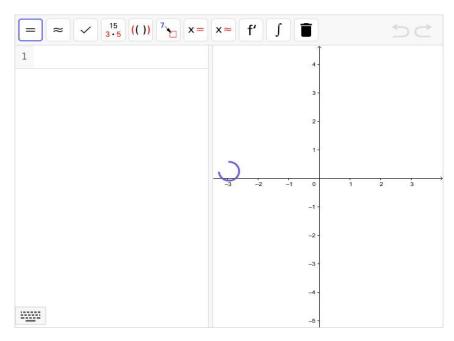


操作指南(接续)

- 3. 质因数(18) 使用指令"质因数(18)"得到 18 的质因数。
- 4. 质因数(24) 计算 24 的质因数。
- 5. 比较这两个数字的质因数与先前计算的最大公约数的关系。
- 6. 质因数(#2) 输入指令"质因数(#2)"计算第二行最小公倍数的质因数。 提示:快捷键"#2"引用第二行的输出。
- 7. 比较这两个数的素数与先前计算的最小公倍数的素数有何区别。

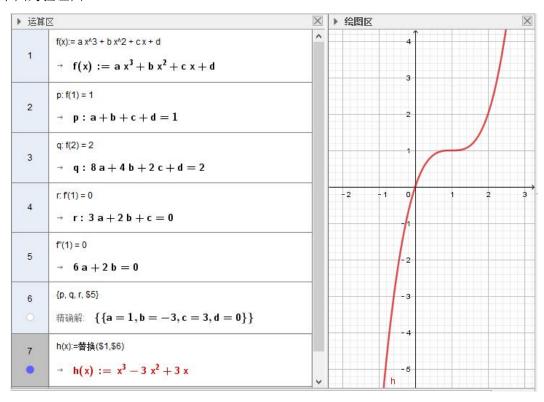
4.5 解方程组

任务: 求拐点是(1,1)以及过点(2,2)的三次多项式函数表达式。 操作指南...



第 40 页, 共计 72 页

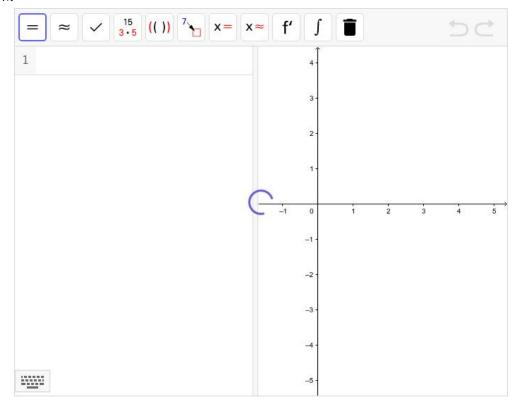
- 1. x= 在运算区输入域定义函数 "f(x):=ax^3+bx^2+cx+d"。
- 已知函数在 x=1 时值为 1, 输入 "p:f(1)=1" 后接回车键。
- z. p 提示:输入":"命名等式,而分号";"表示输出。
- 3. q 也知道 x=2 时函数值为 2, 在运算区输入域键入"q:f(2)=2"。
- 4. r 由于(1,1)是一个拐点,一阶导数在 x=1 处等于 0,输入 "r:f'(1)=0"。 提示: f 的导数可以输入 "f'"。
- 5. s 还知道,在 x=1 处,二阶导数等于 0。输入"f"(1)=0"。 S 鼠标选定第二行到第五行后,点"精确解"工具。
- 6. 本 提示:按住 ctrl 键同时单击相应的行号可以同时选择几行。 通过以下方法实现完全相同的结果: "精确解[{p,q,r,s},{a,b,c,d}]。
- 7. 替换 在运算区输入域输入"替换(\$1,\$6)"后按回车键。 注: 用刚才计算出来的解(\$6)替换了 f(\$1)公式中的变量。



4.6 如何解方程

任务:

在"x=运算区"逐步整理和解方程。 使用"x=精确解"工具在◆绘图区显示方程来确认解。



操作指南...

- 在运算区输入域输入一次函数"(2x-1)/2=2x-3" X=
- 1. 提示: 为了保持分子需要在除以2以前对分子表达式使用圆括弧。
- 2. 使用回车键确认输入。

在运算区输入"\$1"以在新的一行中引入最近的计算结果。

- \$1 提示: 1指的是第一行。 注: 也可以直接点击最近的计算结果引入之。
- 在"\$1"后边输入"*2"后按回车键。 4. *2
- 注:输入的方程乘以2。
- \$2+6 新一行输入"\$2"和"+6"后回车。 5.
- -2x 从方程中减掉"2x"。 6.
- 7. /2 方程除以2得到解。
- 激活第一行列标数字 1 下的圆点,在▲绘图区显示方程。 8.
- 通过在 CAS 输入中输入"#1"来检验这个求解。这次不要按回车键! 9. #1 注意: "#1"指的是第1行的输出,就是初始方程。
- 10. X= 将"精确解"工具用于最后的输入直接得到方程的解。

下图为验证图。

运算	区
1	$(2x-1)/2 = 2x-3$ v null: $\frac{2 \times -1}{2} = 2 \times -3$
2	\$1 * 2
0	$\rightarrow 2 x - 1 = 4 x - 6$
3	\$2 + 6
	$\rightarrow 2 x + 5 = 4 x$
4	\$3 - 2x
	→ 5 = 2 x
5	$4/2$ $\frac{5}{2} = x$
6	2 $(2x-1)/2 = 2x-3$ 精确解: $\left\{x = \frac{5}{2}\right\}$

4.7 运算区工具

运算区工具栏

运算区视图提供了一组可以用定点设备操作的工具。



这些工具可以检查输入并执行计算。

注: 必须保证先输入表达式,再点选工具,直接给出工具执行结果。

自我提高对运算区工具的应用:

- 1. ✓ 在运算区键入"f(x):=x^2-4"并选择"检查"工具定义二次函数。
- 2. 315 在运算区下一行键入"f(x)"后选择"因式分解"工具得到函数的因式。
- 3. f' 在运算区下一行键入 "f(x)" 后选择选择 "求导"工具为函数求导。
- 4. 提示:可以单击等式旁边的"显/隐"按钮显示导数函数图象。

提示: 也许可以点击 刷新构件尝试更多的运算区工具。

操作指南...

其他可选工具也值得尝试。

= 符号运算:以符号方式计算和简化输入。

- ≈ 数值计算:使用数据计算工具对输入的内容进行近似运算且得出小数结果。
- 检查:保存和检查输入。
 - 提示: 如果不希望输入的表达式被自动化简, 这是非常有用的。
- (()) 展开:展开表达式。
 - 案例:将展开工具应用于输入的"2*(a+b)",输出"2a+2b"。
- 香换:用数字代替表达式中的变量。将该工具应用于表达式后,将出现一个对话框窗口, 允许输入要替换的值。

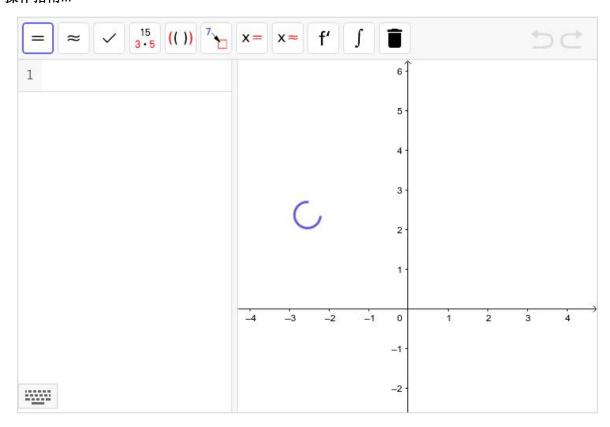
4.8 如何联动运算区和绘图区

可以通过在绘图区绘制运算区输入的表达式而联动运算区功能。

注: 取决于激活哪个视图,在窗口顶部会显示本区工具栏。

操作指南

- 1. 本 在运算区的第一行输入一次函数 "y=2 x+1"后按回车键。
- 2. 单击等式旁边的"显示/隐藏"图标,将方程显示为一条直线。
- 3. 单击视图区的任意位置,以显示绘图区工具栏。
- 4. 选择"移动"工具并在视图中拖动直线。 注:运算区总是显示即时的直线方程。



操作指南(接续)

- 6. ► 在运算区,下一行输入 A 以显示点的坐标。
- 7. 🗎 激活绘图区工具栏的"垂线"工具,选定点 A 和直线,创建过点 A 的垂直于直线的直线 b。
- 8. **注** 在运算区的下一行中输入"b"并按回车键。 **注意**: 直线"b"的方程显示在运算区中。
- 9. 从绘图区工具栏中选择"移动"工具后拖拽点 A。 注: 直线 b 的方程自动随变。

4.9 运算区输入小技巧

引用其他行

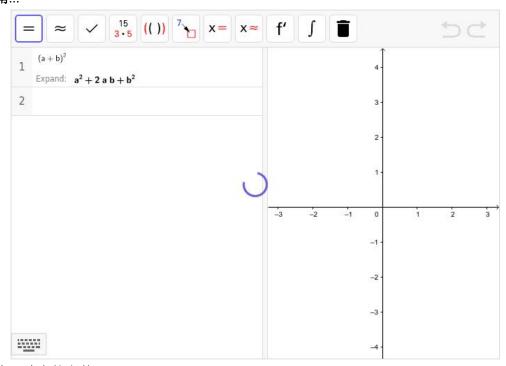
静态行引用只是复制输出,如果随后更改被引用行,输出不会更新。

- 1、输入"#"复制上一行的输出。
- 2、输入"#5"复制第五行的输出。

动态行引用将插入对另一行的引用,而不是真实的输出,因此,如果随后更改了引用行,则将 对其进行更新:

- 1、输入"\$"插入对前一个输出的引用。
- 2、输入"\$3"插入对第三行输出的引用。

操作指南...



替换命令语法中的参数

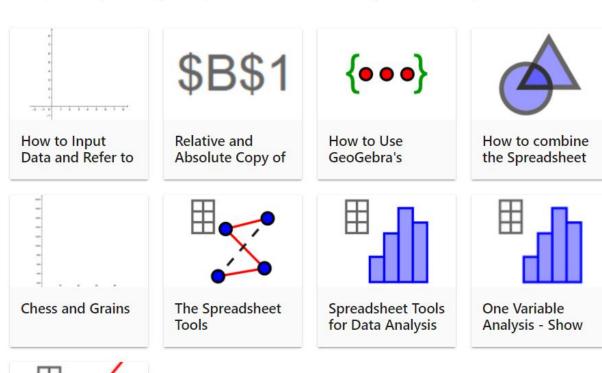
从建议的命令列表中选择命令之后,第一个参数将自动突出显示,并且可以很容易地用自己的输入替换。为了突出显示下一个参数,可以键入一个逗号或按 Tab 键。

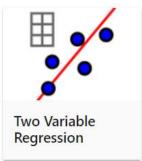
5 表格

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之表格基本操作。

Spreadsheet

Take a quick and easy tour through this chapter to learn about the basics of using GeoGebra Classic - Spreadsheet.





5.1 如何输入数据关联到单元格

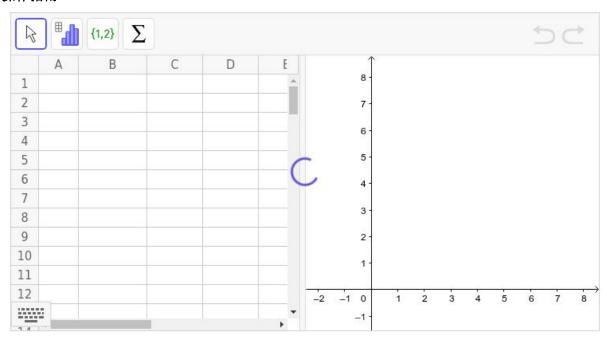
输入数据创建对象

在 GeoGebra 表格区每一个单元格都有唯一的名称方便直接引用。

案例: A 列第一行的单元格名称为 A1。可以使用表格区单元格直接显示在绘图区创建数学对象(如点对象)。

- . 在 A1 单元格输入"10"。
- 1. A1 提示: 始终需要按回车键确认输入。
- 在 B1 单元格输入坐标"(-2,2)"。
- 2. B1 注:点"B1=(-2,2)"自动显示在绘图区。

- 3. 选择"移动"工具去拖拽绘图区中的点 B1。 注:表格区 B1 单元格显示点 B1 的即时位置。



引用单元格

可以在新的输入中使用名称来引用另一个单元格。

注: 如果源单元格内容改变了,新的输入会自动更新。

任务 2

- 1. A1 将单元格 A1 中的数字更改为"1.5",并确认输入。
- 2. B1 在单元格 B1 中输入公式 "=2*",然后选择单元格 A1,以便将其名称插入公式,确认输入。 注: GeoGebra 计算 "2*1.5" 后在 B1 单元格显示结果 3。
 - . 把 A1 单元格改为 "3"。
- 3. A1 注: 单元格 B1 的内容自动更改。

任务 3

- 在 C1 单元格输入坐标 "(A1,B1)" 并确认。1
- 1. C1 注: 单元格 C1 现在显示坐标"(3,6)",相应的点 C1 自动显示在绘图区。
 - 把单元格 A1 改为"2"。
- 2. A1 注: 单元格 C1 中的坐标和相应的点会自动适应更改。

5.2 单元格的相对引用和绝对引用

相对引用

使用相对引用,可以轻松创建数字序列或将公式用于系列数字。

注:如果将公式相对复制到其他单元格,默认情况下,所有引用都会根据目标位置更改。

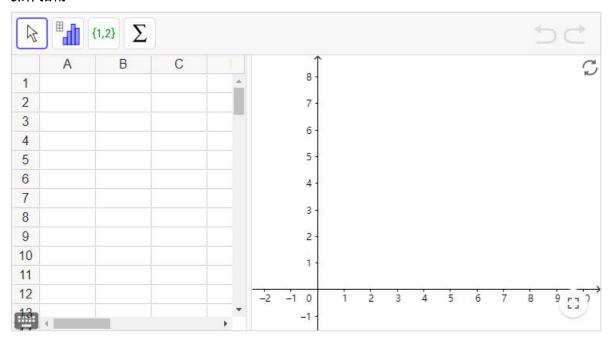
任务 1: 在 A 列中创建一个数字序列。

- 1. A1 A1 单元格输入"1", A2 单元格输入"2"。
- 2. 高亮显示两个单元格 A1 和 A2,并将突出显示区域右下角的小方格向下拖动到单元格 A10。 注:只需使用相对引用,在单元格 A1 中创建从 1 到 10 的相应副本。
- 3. A2 把单元格 A2 的数字改为"3"。

任务 2: 相对引用包含公式的单元格。

- 5. B1 在单元格 B1 中输入公式 "=A1/2"。
- 。 向下相对引用单元格 B1 的公式到 B10。
- 6. 总 注: 只选择单元格 B1 并拖动突出显示区域的右下角,以将其公式相对复制到其他单元格。
- 7. Q 双击 B 列中的任何单元格,以检查哪个公式计算了数字值。
 - 改变 A2 单元格数字为 5,使用相对引用给变数字序列。
- 8. A2 注: B 列中的所有数字都会随着改变。

操作指南...



绝对引用

如果要在使用相对副本时引用特定的单元格,则可以将\$符号添加到单元格名称中(例如\$C\$1)。 任务 3:

- 9. C1 在单元格 C1 输入数字 "4" 并确认。
- 10. B1 改变 B1 中的公式为 "=A1*\$C\$1"。
- 11. 总 相对复制单元格 B1 的新公式到单元格 B10。
- 注意: 只是将 A 列的每个值乘以 4。
- 12. C1 B 把 C1 单元格的数字改为"10"。 注: 所有 B 列的值因此自动改变。

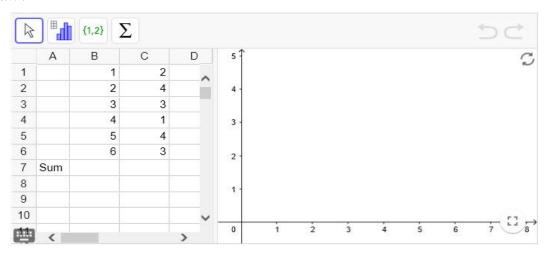
5.3 如何使用 GeoGebra 表格区工具

何为工具?

表格区提供了独有的可选用于表格操作的工具,可以通过单击显示相应图标的按钮来激活工具。 任务: 使用" Σ 求和"工具计算系列数字之和。

- 1. 尽 使用"移动"工具突出显示 B 列中包含数字的所有单元格。
- 2. Σ 从表格区工具栏选择"求和"工具。 注: 高亮显示单元格中的数字之和显示在 B 列的下一个空单元格中。

操作指南...



何为工具箱?

GeoGebra 的工具归类于工具箱,包括相近工具和构造同类新对象的工具。可以通过打开工具箱从出现的列表中选择一个工具。

任务: 根据数字创建一个点列表。

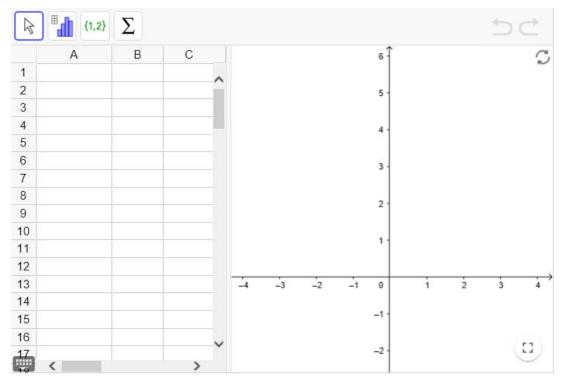
- 1. 尽 使用"移动"工具将 B 和 C 列的所有单元格高亮显示到第 6 行。
- 2. (***) 从表格区工具栏中选择"点列"工具。按出现在对话框窗口中"创建"依据数据集创建点列。 注: B 列中的值确定 x 坐标, C 列中的值指定各点的 y 坐标。

5.4 如何融合表格区和绘图区

通常,在单元格中输入对象的图形会立即显示在绘图区。

注:对象的名称与最初创建对象时所使用的单元格的名称相匹配(如 A5、C1)。

- 在单元格 A1 中输入"y=0.5x"后按回车键。
- 注:对应直线 A1 显示在绘图区。
- 2. A2 在单元格 A2 中输入"(1,3)"。
- 3. 尽 点击绘图区显示绘图区工具栏。
- 4. * 激活平行线工具,选定直线 A1 和点 A2 创建过点 A2 平行于直线 A1 的直线。



5.5 国际象棋和谷粒

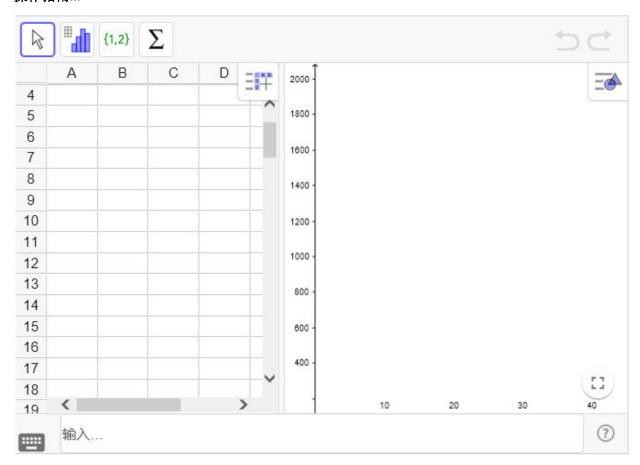
国际象棋的传说

几个世纪以来,国际象棋一直是一种广为流传的游戏,它的创造被不同的传言所粉饰:很久以前,一位印度统治者领导着他的国家和公民在贫穷和苦难中挣扎。一个智者想要提示统治者注意他的陋习,但却害怕他的愤怒。于是,他设计了象棋游戏:在国际象棋中,国王无疑是最重要的棋子。但没有其他的棋子,它是完全无助的,其它棋子甚至还发挥着至关重要的作用。随着对国际象棋的了解,这位印度统治者明白了这个道理,变得更加温柔和宽容。更令人印象深刻的是,国王向那位智者提供了他所选择的奖赏。当智者给第一个方格要一粒粮食,第二个方格两粒,第三个方格四粒,诸如此类的时候,统治者认为这是一个低调谦卑的愿望,就答应了。

任务1

创建一个数学模型,可以确定 64 块方格中每一个方格中的粒数。使用这个模型来回答下面问题。 操作指南...

- 1. A1 在 A1 中输入"1",在 A2 中输入"2"。
- 2. 总 高亮 A1 和 A2 单元格后,拖动高亮区域右下角的小方块填充到单元格 A12。
- 3. B1 在 B1 单元格输入"1"后,在 B2 单元格输入公式"=2*B1"。
- 4. 尽 将公式从 B2 单元格复制到 B1 单元格。 提示: 只选中 B2 单元格,拖拽高亮区域右下角的小方块引用公式到其他单元格。
- 5. (***) 高亮 A1 到 B12 单元格后使用"点列"工具。 注: 在绘图区会显示这些点。

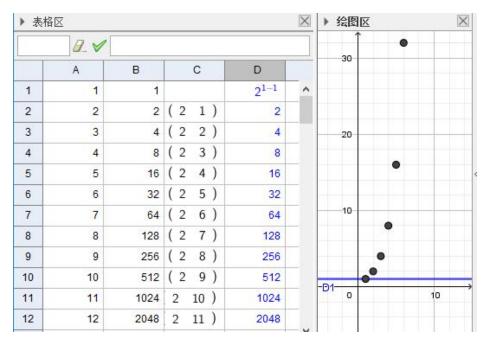


任务 2: 尝试找到一个公式,让你可以计算棋盘上任意方格上的谷粒数。

操作指南...

在 C2 单元格输入指令 "=因式[B2]"后按回车键。

- 6. C2 注: "因式"指令领出了一个数字的主要因式和对应的参数。 案例: ab 显示为(a b)。
- 7. 将单元格 C2 相对引用到 C12 单元格。
- 8. 将 A 列(棋盘上的方格数)中的数值与 C 栏中的相应值进行比较, 你能给出一个公式来直接 计算每个方格上的颗粒数吗?
- 9. D1 在单元格 D1 中输入公式"g(x)=..."后按回车键,以方便在绘图区显示图形。 提示:公式中 x 应该是对应国际象棋方格的数字。
- **10**. 检查在步骤 **5** 中创建的点是否与函数的匹配。如果没有,请尝试相应地调整公式。 下图为验证图。



问题: 方格 15 中的谷粒是多少?

Questions

How many grains are on square number 15?



棋盘的哪个方格会是第一个有一百多万粒的谷物?

Which square of the chess board would be the first to have more than 1 million grains on it?

☐ 15 ☐ 18	
□ 10	
□ 10	
☐ 21	
□ 24	

译者注: 官方的绘本有在线互动检查答案选项功能。

5.6 表格区工具

表格区工具整理在表格区工具栏中:

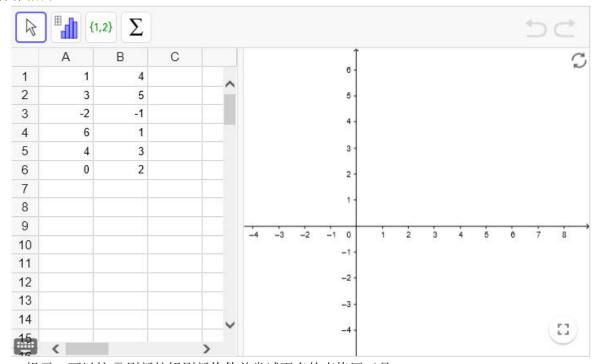


工具箱里包含各种工具,可以用定点设备操作。

自我熟悉表格区工具:

- 1、(•••)点列工具: 高亮显示 A 和 B 列中包含数据的所有单元格,然后选择表格区工具栏中的"点列"工具,在出现的对话框中可以...
 - (1)改变列表名称。
 - (2)指定哪一列应该确定点的 x 和 y 坐标。
 - (3)预览点列。
 - (4)选择"创建"从数据集中创建点。
 - 注: 使用此工具,可以根据数据创建散点图。结果点列也出现在代数区。
- 2、 ▼ 折线工具:选择一组其中在行或列之间成对的单元格。然后,激活该工具以打开一个对话框,用于命名、修改和创建一个新的折线。单击"创建"在绘图区中显示点和折线。
 - 3、Σ 求和工具: 高亮显示要求和的所有单元格, 然后选择"求和"工具。
 - 注:和显示在突出显示的列的下一个空单元格中。

操作指南...



提示:可以按 刷新按钮刷新构件并尝试更多的表格区工具。

5.7 表格区数据分析工具

表格区工具整理在 GeoGebra 表格区工具栏中:



它包含各种组织在工具箱的工具, 可以用定点设备操作。

选定的数据分析工具

■ 单变量分析:突出显示 A 列中包含数据的所有单元格,然后激活单变量分析工具。在出现的对话框中,可以显示以下信息:

- 1、□绘图:可以从列表中选择显示一个或两个不同的图表(例如,柱状图、箱线图)。
- 2、 统计: 在一个表中显示数据统计分析。
- 3、数据:在一个表中显示分析的数据。
- 注:默认情况下,只显示一个图形面板。您可以使用对话框窗口的样式栏显示其他面板。
- 4、 设置:可以修改选定图形的设置。

操作指南...

	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	- ew
1	1	4								E
2	3	5								
3	-2	-1								
4	6	1								
5	4	3								
6	0	2								
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										(11)

选定数据分析工具

双变量回归分析:突出显示带有配对数字数据的两列。然后,激活双变量回归分析工具。在 出现的对话框中,可以显示以下信息:

- 1、 绘图:可以从列表中选择显示一个或两个不同的图表(例如,柱状图、箱线图)。在图表下面,可以在数据的不同回归模型中进行选择。当一个模型被选择时,它的图形被绘制在图板上,下面显示了方程。
 - 2、 统计: 在一个表中显示数据统计分析。
 - 3、 数据: 在一个表中显示分析的数据。

可以决定哪些数据列应该确定 x-坐标,哪一列应该用于点的 v-坐标。

- 注:默认情况下,只显示一个图形面板。您可以使用对话框窗口的样式栏显示其他面板。
- 4、 设置:可以修改选定图形的设置。
- 注:可以按 刷新按钮刷新构件并尝试更多的表格区工具。

5.8 统计之单变量分析

任务: 对给定数据进行单变量分析,并在表中显示统计值。 操作指南...

- 1. k 使用鼠标突出显示 A 列中包含数字的所有单元格。
- 2. 选择单变量分析工具在"数据分析"窗口中显示图表。
- 3. 工 在"数据分析"窗口中选择"显示统计信息"以查看数据的统计参数。

操作指南...

B	$\{1,2\}$ \sum								\equiv	
	А	В	С	D	Е	F	G	Н	1	EFF
1	4									
2	1									^
3	3									
4	7									
5	3									
6	6									
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17	<									

统计值解释

描述 公式

n 元素个数

Mean 计算元素的算术平均值。 $\frac{\sum x}{n}$

计算列表中数字的标准偏差。 $\sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - Mean)^2}$

s 计算列表中数字的校正标准差。

$$\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\left(x_i-Mean\right)^2}$$

 $\sum x$ 计算所有元素的和。

$$\sum x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

 \sum_{x^2} 计算所有元素的平方和。

$$\sum x^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

Min 所有数字中的最小值。

Q1 显示较低的(或第一个)四分位数。注:第一个四分位数 将最低 25%的数据与最高的 75%数据分开。

Median 中位数表示数据集的中间值。 注:中位数将数据集减半。

显示较高(或第三个)四分位数。

Q3 注:第三个四分位数将最高的 25%的数据与最低的 75%的数据分开。

Max 所有数字中的最大值。

Statis	tics •
n	6
Mean	4
σ	2
S	2.1909
Σχ	24
Σx²	120
Min	1
Q1	3
Mediar	3.5
Q3	6
Max	7

5.9 统计之双变量回归分析

任务: 对给定数据进行双变量回归分析,并在表中显示统计值。 操作指南...

- 1. 使用鼠标突出显示包含数字的 A 和 B 列的所有单元格。
- 2. 选择"双变量回归分析"工具在"数据分析"窗口中显示图表。

- 3. 在"数据分析"窗口中选择"显示统计信息"以查看数据的统计参数。
- 4. 在"数据分析"窗口下面,可以从各种回归模型(例如,线性或非线性模型)中进行选择。 操作指南...

	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	E 57
1	1	1								
2	2	1								
3	3	2								
4	4	4								
5	5	3								
6	6	5								
7	7	5								
8	8	6								
9	9	7							A	
10	10	6								
11										
12										
13										
14										
15										
16										(11)

统计值解释

描述 公式

MeanX 计算第一列中元素的算术平均值。 $\sum x_i$

MeanY 计算第二列中元素的算术平均值。 $\frac{\sum y_i}{n}$

Sx 计算第一列中数字的标准差。 $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (x_i - MeanX)^2}$

Sy 计算第二列中数字的标准差。 $\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (y_i - MeanY)^2}$

r 计算相关系数。 $\frac{Sxy}{\sqrt{Sxx \cdot Syy}}$

ρ 计算等级相关系数。

$$\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n} = \sum (x_i - MeanX)^2$$

$$\sum y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n} = \sum \left(y_i - MeanY\right)^2$$

$$\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \cdot \sum y_i}{n}$$

$$= \sum (x_i - MeanX) \cdot (y_i - MeanY)$$

注:如果回归模型是线性的,那么 $R^2 = r^2$ 。

$$1-\frac{SSE}{Syy}$$

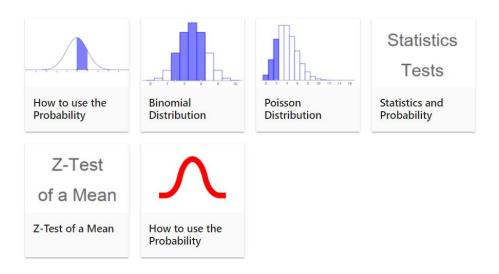
SSE 计算列表的 y-值和 x-值的函数值之间的误差和。
$$\sum \left(y_i - f\left(x_i
ight)
ight)^2$$

$$\sum (y_i - f(x_i))^2$$

6 概率

通过本节学习能快速轻松地学会 GeoGebra 经典版之概率和概率计算器的基本操作。 Probability

Take a quick and easy tour through this chapter to learn about GeoGebra Classic - Probability and get to know the probability and statistics calculator.

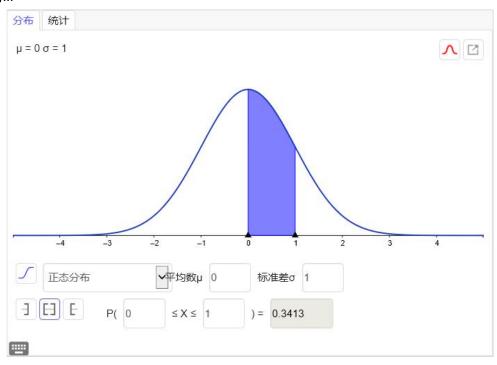


6.1 如何使用概率计算器

什么是概率分布计算器?

概率计算器允许绘制并探索各种概率分布。只需选择首选分布(例如正态分布、二项式分布)后自定义参数调整结果。

注:每个分布都有需要调整的特定参数(例如,均值μ和标准差σ的正态分布)。



第 59 页, 共计 72 页

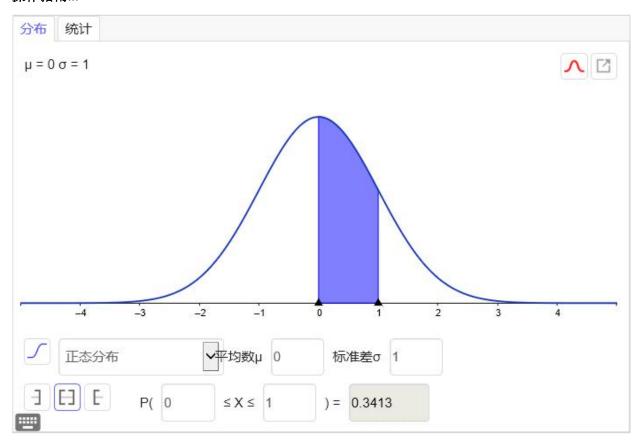
概率计算特征

- **下** 计算 a 的概率 P(a≤X≤b)。
 - 注: 可以通过在公式中替换 a 和 b 的值或在图中拖动它们来调整区间限制 a 和 b。
- 引 计算左侧分布的概率 P(X≤x)
- [计算右侧分布的概率 P(X≤x)
- 切换概率密度函数图与累积分布函数图。

6.2 二项式分布

投币试验

- 1、投币10次,计算概率。
- 2、小于等于3次正面。
- 3、多于5次正面。
- 4、有7、8或9次正面。
- 5、刚好2次正面。
- 6、另外,找出多少次的正面概率是 P(a≤X≤b)=0.8906。

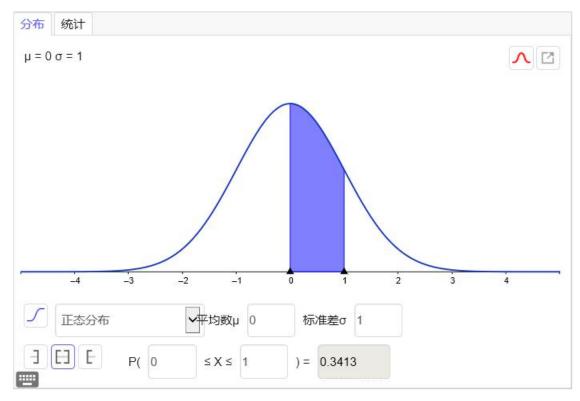


- 从下拉列表中选择"二项式分布"。
 - . **注意:** 区间 0≤k≤n 概率 P(X=k)的表是自动创建的。.
- 2. 将参数 n 改为 10, 因为硬币投 10 次。
- 3. 用左侧按钮计算概率 P(X≤3)。注:得到 0 次、1 次、2 次和 3 次正面概率之和。
- 4. 用右侧按钮计算概率 P(6≤X)。注:得到6次、7次、8次、9次和10次正面概率之和。
- 5. 使用区间按钮计算概率 P(7≤X≤9)。
- 6. 使用表确定概率 P(X=2)。
- 7. 找出概率等于 0.8906 的区间阈值。提示:可以使用区间按钮并通过在图形中直接拖动它们来调整区间阈值。

6.3 泊松分布

任务: 在一家工厂,一天生产的缺陷产品的平均数量是24件。计算一下,在某一天....

- 1、一共有16个有缺陷的产品。
- 2、有缺陷的产品不到19件。
- 3、至少有36件有缺陷的产品。
- 4、有20到30件有缺陷的产品。



第 61 页, 共计 72 页

- 从下拉列表中选择"泊松分布"。
 - 注:会自动创建显示概率 P(X=k)的表。.
- 2. 将参数更改为24,因为这是每天生产的缺陷产品的平均数量。
- 3. 使用表确定概率 P(X=16)。
- 4. ∃ 用左侧按钮计算概率 P(X≤18)。 注: "小于 19" 是指"18 种或 18 种以下缺陷产品"。
- 5. E 使用右侧按钮计算概率 P(36≤X)。 注:需要确定得到 36 或更多缺陷产品之和。

6.4 概率统计计算器

"概率"中的"统计"选项卡可以进行各种统计检验。

- 1、选择要进行的检验(例如,均值 Z 检验)。
- 2、确定虚无假设。
- 3、确定备择假设。
- 4、在提供的文本框中调整参数。
- 注: "统计"选项卡将自动提供统计检验的结果。

忠144月11日2	金蛤 ▼				
虚无假设 佣	设平均数µ=	?			
备择假设	0 > C	>	≠		
样本					
平均数µ	?				
标准差σ	?				
N	?				
结果					
总体均值z检	验				
平均数µ	?				
	?				
标准误差	?				
N	?				
Z	?				
_	?				

- 1. 打开"统计"页
- 2. 从下拉列表中选择一种首选检验(如均值 Z 检验)。
 - 在输入域输入值。
- ··· 提示:GeoGebra 自动提供统计检验的结果。

6.5 均值 Z 检验

任务:

在一个大城市,对所有学生进行阅读测试(平均 100 分,标准差 12 分)。在某所学校,55 名学生的样本平均分数只有96 分。学校样本的平均分数是否显著低于整个城市学生群体的平均分数? 操作指南...



- 1. 打开"统计"页。
- 2. 从下拉列表中选择"均值 z 检验"作为首选检验。
- 3. 输入 µ=100 的虚无假设,这是整个学生群体的平均值。

- 4. 选择备择假设选项"<"。
- 5. 在样本部分,输入平均数 μ =96,标准差 σ =12,样本数 N=55。.
- 检查结果部分,以便解释统计测试的相关参数值。
- 6. 注: GeoGebra 根据正态分布(P)自动计算均值(SE)、z 分数(Z)和相应概率的标准误差。

6.6 如何使用概率计算样式栏

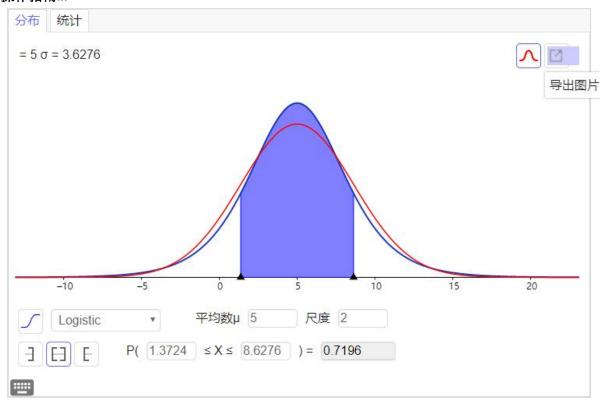
概率计算器样式栏提供两种选择,一是叠加正态曲线表示分布,一种是在电脑里把绘图保存为图片文档(.png).

任务1 为逻辑斯特分布叠加正态分布曲线。

- 1. 从图表下面的下拉列表中选择逻辑斯特分布。

任务2 导出分布图并将文件保存在计算机中。

- 1. 选择所需的分布并调整参数。
- 2. 🖸 点击导出图片图标。
- 3. 把图片保存到电脑。
- 4. 将图片插入文字处理文档中。



7 测验模式

测验模式允许学生在考试期间,不能够访问互联网或任何其他安装在计算机上的软件,却能使用 GeoGebra。以任何方式离开 GeoGebra 窗口都会引发一个教师可以轻易发现的警报,同时会被记录在考试日志中。

译者注: GeoGebra 经典的单机版没有这个功能。

Exam Mode

The Exam Mode allows your students to use GeoGebra during exams without being able to access the Internet or any other software installed on the computer. Leaving the GeoGebra window in any way triggers an alert, which can easily be spotted by the teacher and is also documented in the Exam Log.

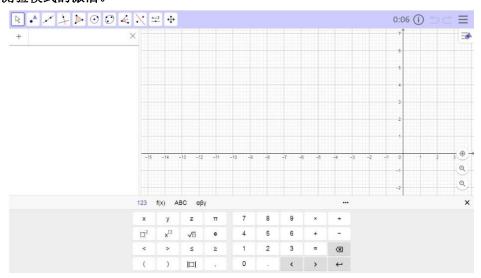


7.1 什么是 GeoGebra 测验模式

☑ GeoGebra 测验模式让你和你的学生在 GeoGebra 中有试卷测试的能力(就像图形或者便携计算器),同时限制进入互联网或其他不应在考试期间使用的软件。

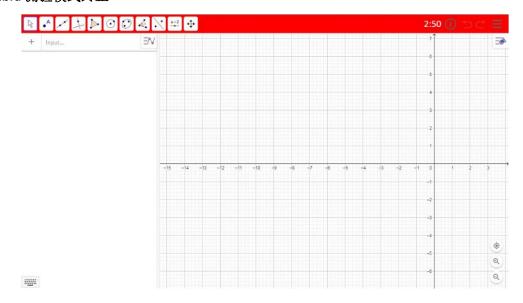
- ፟፟ GeoGebra 测验模式...
- ...可以在 https://www.geogebra.org/exam 轻松访问。
- ...在浏览器中运行,因此不需要安装其他软件。
- ...可以定制,以防学生利用 GeoGebra 的全部功能(例如,禁止激活运算区)
- ...在全屏模式下运行,不允许在屏幕上显示其他信息。
- ...不允许访问互联网、GeoGebra 素材平台或者把文件保存在计算机中。

GeoGebra 测验模式的激活。



第 65 页, 共计 72 页

GeoGebra 测验模式终止



离开器GeoGebra 测验模式窗口会触发一个醒目报警,并在"测试日志"中留下记录。

7.2 如何使用 GeoGebra 测验模式

激活 GeoGebra 测验模式

可以用三种不同的方式进入考试模式:

1、转到 www.geogebra.org/exam 直接激活∑GeoGebra 测验模式;

内容目录

Graphing Calculator Exam

iOS - Graphing Calc Exam Mode

Android - Graphing Calc Exam Mode

Scientific Calculator Exam

iOS - Scientific Calculator Exam Mode

Android - Scientific Calculator Exam Mode

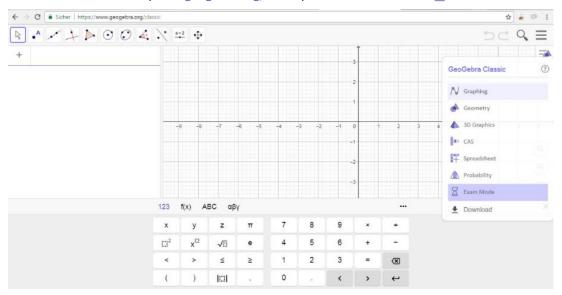
Classic Exam

Classic Exam Mode (download version)

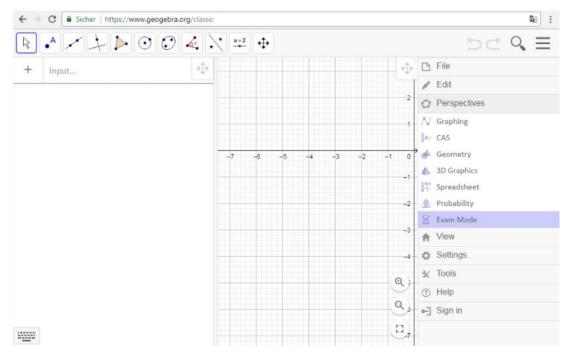
Tips for Using the Classic Exam Mode

可选设备和软件平台操作。

2、启动 GeoGebra 经典(www.geogebra.org/classic)后,在选择器中选择∑测试模式。



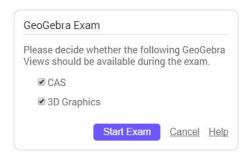
3、启动 GeoGebra 经典后在窗口的右上角的 ■菜单按钮中,打开 ○格局菜单选择 ▼测试。



定制 GeoGebra 测验模式

在启动 GeoGebra 测验模式后出现的一个对话窗口中,可以决定是否要...

- 1、使用 GeoGebra 的全部功能(默认设置)。
- 2、禁止使用运算区。
- 3、禁止使用 3D 绘图区。



第 67 页, 共计 72 页

提示:必须对相应的选项进行相应的修改,来实现相应的功能。GeoGebra 测验模式一启动,禁止功能就显示在标题里。

CAS 3D 0:01 (i) 5 € **Ξ**

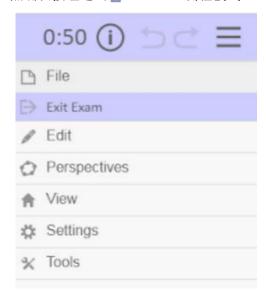
启动 GeoGebra 测验模式

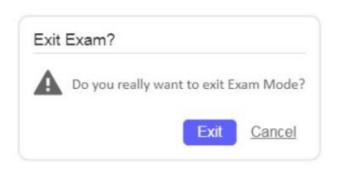
点击"开始测验"按钮就开始了《GeoGebra 全屏测验模式且计时器开始计时。

注:每个 ☑ GeoGebra 测试模式从一个空白文档开始,如果有一个正在进行的构件,会被要求保存,然后开始考试。在测试模式下你无法保存构件。

退出 GeoGebra 测验模式

如果测验结束,可以通过打开。文件菜单,在出现的对话框中,点击。退出测验,在警示窗口点确认按钮退出。GeoGebra 测验模式。





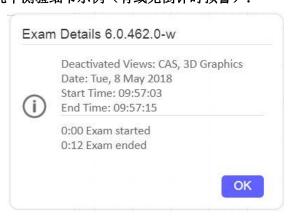
GeoGebra 测试细节

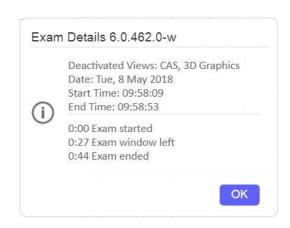
可以随时点击测验界面顶部①按钮查看 GeoGebra 测验的细节。GeoGebra 测验细节包含以下信息:

- 1、开始的日期和时间。
- 2、定制内容。
- 3、倒计时预警。
- 4、结束时间。

注: 离开 ☑ GeoGebra 测验模式后,测验细节自动显示。细节信息不会自动保存,因此不能以后查看。

几个测验细节示例(有或无倒计时预警):





第 68 页, 共计 72 页

7.3 GeoGebra 测试模式小技巧

让学生练习使用测验模式

建议学生在实际考试日期之前(比如家庭作业、课间)练习使用 ☑ GeoGebra 测验模式,特别是他们习惯于 GeoGebra 单机版,两者界面有些许不同。

在全屏模式下操作

请确保学生知道如何处理浏览器的全屏模式: 学生应该熟悉弹出对话框,以避免进入全屏模式 但意外地选择了离开全屏模式选项,而不是正常考试。

注:请注意,如果忽略全屏模式对话框,则该对话框将自动消失,并且可能会因不同的浏览器而变化。

还建议讨论离开全屏模式(针对学生可能使用的不同浏览器)的不同选项,以提高对触发

☑ GeoGebra 测验模式警报操作的认识。

注意: 对于不同的浏览器,测试显示可能会有所不同。请确保下载栏在启动 **GeoGebra** 测验模式前已关闭。

与学生达成"应急预案"

想出"应急预案",以防在考试中出现类似的情况。比如,视觉警报是意外触发的(学生意外离开全屏模式),学生应立即通知老师,电脑给测验带来麻烦等等。

让所有学生同时开始考试。

建议所有学生在同一时间开始☑GeoGebra 测验模式,并在测验结束的时间结束。 如此就可以…

- 1、一起进行定制,确保所有学生都使用相同的考试设置(例如,不允许 CAS)。
- **2**、确保在开始考试之前,没有人可以使用他们的计算机进行未经授权的操作(例如,使用互联网或其他软件)。

考试开始后分发试卷

还建议在所有电脑开始 KeoGebra 测验模式分发试卷,确保...

- 1、所有学生都可以在收到操作指南同步开始。
- 2、所有的学生都有相同的时间参加考试。
- 3、学生在看到作业后,不能查阅未经授权的软件或互联网。

访问考试详细信息

请注意, 学生的考试细节不能在考试后自动保存。

但是,在选择 文件菜单选择 离开测验确定之后,考试细节将自动显示在屏幕上。允许教师快速检查学生电脑中的测试细节信息。

如果想保留教学记录的考试细节,可以要求学生在考试结束后把考试的细节屏幕截图记录下来,然后通过转寄或以另一种方式提供给你(例如 USB 接口)。

7.4 GeoGebra 测试模式常见问题解答

GeoGebra 测验模式与 GeoGebra 有何不同?

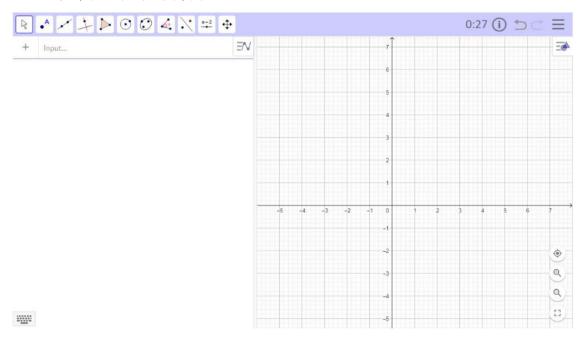
一打开 KeoGebra 测验模式,就会出现如下改变:

工具栏

- 1、

 ☐ GeoGebra 测验模式全屏方式打开。
- 2、工具栏颜色变蓝。
- 3、测验计时器激活。

- 4、出现在工具栏中的①测验细节图标方便随时查看细节。
- 5、依据对学生的设定,在工具栏会显示禁止激活的运算区或者 3D 绘图区图标。
- 6、 ABC文本和 图片工具禁用。

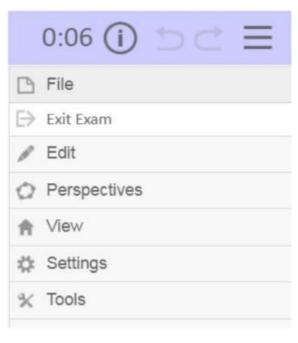


菜单

- 1、所有 文件菜单选项被禁用(比如,测验期间学生不能打开新的或已有的文件、保存、分享、打印或者汇出文档)。
 - 2、在 文件菜单,会出现一个新的选项 退出测验。
 - 3、 GeoGebra 测验模式激活后, 设置菜单不允许量保存设置。
 - 4、 工具菜单不允许 定制工具操作。
 - 5、
 ☐ GeoGebra 测验模式一旦激活,用户不能访问 ☐ GeoGebra 素材库的账户。
 - 6、②帮助菜单被禁用。

注:激活

☐ GeoGebra 测验模式后,就不能保存任何 GeoGebra 文件了。但退出测验后,所有功能都恢复了。

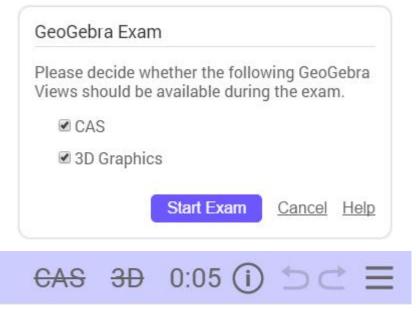


第 70 页, 共计 72 页

如何限制 GeoGebra 测验模式的部分功能?

在**○**格局菜单中选择 N 测验模式后,学生不能选择那些开始测验前设定的测验中禁用的视图(如运算区和 3D 绘图区)。

注:在工具栏有明显的禁用提示,让老师可以很容易地检查是否所有的学生都在使用相同的设置。



如何检查是否在考试期间离开考试窗口?

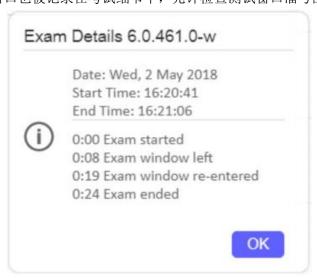
如果学生用任何方式离开全屏的 ☑ GeoGebra 测验模式窗口(如离开全屏模式、选择另外的浏览器、开启其他软件),都会触发视觉警报:

1、学生离开了全屏的

☑GeoGebra 测验窗口,工具栏就变为红色的,给出醒目的学生离开警报。



- 2、考试日志中记录了离开考试窗口事件,标明了事件的确切时间。
- 3、再次进入考试窗口也被记录在考试细节中,允许检查测试窗口溜号的时间有多长。



如果有人在考试期间不小心离开了"考试模式"窗口,会发生什么情况?

有可能学生在考试期间不小心离开了考试窗口,这会触发视觉警报,并记录在考试细节中。建议大家关注这样的问题。在考试前向学生通报,让他们知道作为一名教师是如何处理这种情况的。

案例:要求那些不小心离开了全屏考试窗口的学生尽快重新输入,这将被记录在考试细节中。 另外,要求他们马上告知你他们在测验过程中的不幸经历。

为什么在测验激活期间不能保存任何文件?

☑GeoGebra 测验模式已经发展为如同写在纸上或用便携计算器的测验,由于国际用户社本国对计算机支持的考试有不同的限制,我们决定提供一个基本版本的考试,以在尽可能多的国家使用。请留意,未来的☑GeoGebra 测验模式可能会允许在测验期间保存文件。

为什么 GeoGebra 测验模式要使用全屏模式?

☑GeoGebra 测验模式使用全屏模式是为了限制学生对计算机上其他浏览器或软件的访问。虽然 离开全屏模式会触发警报,还是应鼓励学生尽快重新进入辅助模式(例如按下 F11)。只要考试是在全屏模式之外使用的,离开和重新进入考试模式窗口就不会记录在考试细节中。如果学生的浏览器不允许重新进入全屏模式,则应鼓励学生征求教师同意后重新启动 ☑GeoGebra 测验模式。