

# Greining reikniriti vor 2023

## Heimaverkefni 9

Skila skal þessu verkefni á vefnum [Gradescope](#).

Gradescope tekur við .pdf skjölum. Frágangur á þeim skiptir máli.

*Telji nemandi að mistök hafi verið gerð við yfirferð skal tilkynna slíkt á Gradescope.*

**Skilafrestur er til kl. 22:00 þriðjudaginn 21. apríl.** Gangi þér vel!

### 1. Línuleg bestun í tveimur víddum

Skoðum eftirfarandi línulegt bestunarverkefni:

$$\begin{array}{rcll} \text{Hámörkum} & 2x_1 & + & 5x_2 \\ \text{þ.a.} & 2x_1 & - & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & + & 2x_2 \leq 9 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 3 \\ & x_1 & , & x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Teiknaðu skorðurnar og gjaldgenga svæðið.
- Hvað mynda skorðurnar marga skurðarpunkta?
- Hvað hefur gjaldgenga svæðið marga hornpunkta?
- Finndu gildi markfallsins í hornpunktum gjaldgenga svæðisins.
- Hvert er hámarksgildi markfallsins innan gjaldgenga svæðisins? Rökstuddu svar þitt.

### 2. Nefndir í háskóla

*Athugið að þetta dæmi byggir ekki á raunveruleikanum.*

Á hverju ári þarf Alþingi að skipa í nefndir þingsins. Það eru  $n$  starfsmenn sem koma til greina og  $k$  nefndir þar sem nefnd  $j$  þarf  $k_j \geq 3$  meðlimi. Við látum  $p_{ij}$  tákna launin sem starfsmaður  $i$  þiggur fyrir að sitja í nefnd  $j$ , sú upphæð má vera neikvæð ef starfsmaðurinn vill greiða fyrir að sitja í nefndinni. Til staðar er svokallaður svartur listi yfir þá sem mega ekki sitja í gefinni nefnd, þ.e.a.s.  $s_{ij} = 1$  ef starfsmaður  $i$  má ekki sitja í nefnd  $j$  og  $s_{ij} = 0$  annars. Að auki má sérhver starfsmaður mest sitja í þremur nefndum.

Skipa þarf í nefndirnar þannig að sérhver nefnd sé fullskipuð og kostnaðurinn við það sé lágmarkaður.

- Settu þetta verkefni upp sem línulegt bestunarverkefni. Þú mátt gefa þér að lausnin verði á heiltöluformi.
- Bættu við skorðu sem tryggir að a.m.k. 30% einstaklinga í hverri nefnd séu konur og a.m.k. 30% séu karlar. Þú getur g.r.f. að  $z_i = 0$  ef  $i$  er karl og  $z_i = 1$  ef  $i$  er kona.

### 3. Línuleg aðhvarfsgreining

Þú færð gefna  $n$  punkta  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  og markmið þitt er að finna bestu línuna í gegnum punktana. Þ.e.a.s. markmiðið er að finna fasta  $a$  og  $b$  þannig að línan  $y = ax + b$  fylgi punktunum eins vel og mögulegt er. Til að mæla hversu vel línan passar við punktana skilgreinum við villuna sem

$$\varepsilon_1(a, b) = \sum_{i=1}^n |y_i - ax_i - b|.$$

Lýstu línulegu bestunarverkefni til að finna fastana  $a$  og  $b$  sem lágmarka villuna eins og hún er sett fram hér fyrir ofan.

**Athugaðu að þetta er sama og dæmi H.5.a í bókinni.**