

Greining reiknirita vor 2023

Heimaverkefni 5

Skila skal þessu verkefni á vefnum [Gradescope](#).

Gradescope tekur við .pdf skjölum. Frágangur á þeim skiptir máli.

Telji nemandi að mistök hafi verið gerð við yfirferð skal tilkynna slíkt á Gradescope.

Skilafrestur er til kl. 22:00 þriðjudaginn 14. febrúar. Gangi þér vel!

Rammi fyrir kvika bestun

Kvik bestun er aðferðafræði til að leysa verkefni. Til að setja fram slík reiknirit þarf að

- i) Lýsa undirverkefnum í orðum. Dæmi: " $L(i, j)$ táknar lengstu samhverfu hlutrunu $A[i \dots j]$." Þetta skref ásamt því að finna vensl milli undirverkefna eru kjarninn í því að leysa verkefni með kvikri bestun. Önnur skref í ferlinu eru tiltölulega einföld. Ef lýsingu á undirverkefnum vantar þá er engin leið að skilja það sem á eftir kemur í lausninni ykkar.

Ef inntak er runa/strengur $S[1, \dots, n]$ þá liggur beint við að prófa

- $S[1 \dots i]$ (fjöldi undirverkefna er $O(n)$).
- $S[i \dots n]$ (fjöldi undirverkefna er $O(n)$).
- $S[i \dots j]$ (fjöldi undirverkefna er $O(n^2)$).

Oft eru einhverjar skorður á því hvaða ákvarðanir er hægt að taka og stundum er bætt við ástöndum til að taka tillit til þeirra. Dæmi: " $B(i, t)$ táknar mesta virði hluta $i \dots n$ þegar laust pláss í bakpokanum er t ."

- ii) Lýsa rakningarvenslum og rökstyðja hvernig þau eru fengin.
- Hvernig er hægt að tengja lausn á undirverkefni við lausnir á "smærri" undirverkefnum?
 - Lýsa ákvörðun/ágiskun sem tekin er í hverju skrefi.
- iii) Tilgreina röð undirverkefna þannig að ljóst sé að sambandi þeirra megi lýsa með órásaðu stefndu neti (e. directed acyclic graph, DAG). Dæmi: "Minnkandi i ".
- iv) Tilgreina grunntilvik. Dæmi: $L(i, i) = 1$, $L(i, j) = 0$ ef $i > j$.
- v) Lýsa hvernig lausn á upphaflega verkefninu er fundin. Dæmi: $L(1, n)$.
- vi) Lýsa hvernig hægt er að koma í veg fyrir endurtekna útreikninga með því að geyma milliniðurstöður í viðeigandi gagnagrind, t.d. hakkatöflu eða fylki.
- vii) Tilgreina og rökstyðja tímaflækju.

1. Runur

Hlutstrengur strengs A er samfelld runa tákna í A . Ef t.d. $A = \text{árshátíð}$ þá eru ár , shá og hátíð allt hlutstrengir A en ás og síð eru það ekki (tveir síðarnefndu strengirnir eru hlutrunur A). Lengsti *sameiginlegi hlutstrengur* strengja A og B er lengsti samfelldi strengur sem kemur fyrir bæði í A og B . T.d. er ölvun lengsti sameiginlegi hlutstrengur tölvunarfræði og bölvun.

Setjið fram kvikt bestunarreiknirit til að ákvarða lengd lengsta sameiginlega hlutstrengs A og B sem er þannig að ef lengd A er n og lengd B er m þá sé keyrslutíminn $\Theta(nm)$.

2. Faldar samhverfur

Svampur vill senda vinum sínum Pétri og Hörpu dulkóðuð skilaboð á opinberu spjallborði (sbmania.net). Svampur setur inn skilaboð s sem virðast við fyrstu sýn vera tilviljunarkennd runa lágstafa, t.d. `akjoloeppeabmstvmimzmulnmelwzkb`. Runan er þó útbúin þannig að hún inniheldur samhverfa hlutrunu `klemmimelk` sem geymir sjálf skilaboðin (`klemmi`). Nánar tiltekið, skilaboðin svara til fyrri helmings *lengstu samhverfu hlutrunu* strengsins s .

Látum s vera n stafa skilaboð frá Svampi sem búið er að kóða eins og lýst er hér að ofan. Setjið fram kvikt bestunarreiknirit sem afkóðar skilaboðin í $O(n^2)$ aðgerðum¹.

3. Kvik bestun á trjám I

Athugum fugla sem búa í tré $T = (V, E)$. Tréið er þannig að hnútur v_i getur mest borið c_i fugla. Fuglarnir í trénu hegða sér þannig að þeir láta aðra fugla í sama hnút í friði en ráðast á fugla sem eru í aðliggjandi hnútum.

Setjið fram kvikt bestunarreiknirit sem ákvarðar hámarksfjölda fugla sem geta verið í trénu án þess að til átaka komi. Inntak í reikniritið er tré T og "burðargeta" hnúta $c_1, \dots, c_{|V|}$.

Í eftirfarandi dæmi tákna tölur í svigum burðargetu hnúta. Mesti fjöldi fugla sem getur verið saman í trénu án þess að til átaka komi er 6 og fæst sú lausn með því að setja fuglana í stjörnumerktu hnútana.

```
(1)*
 |
(2)
 / \
(4)* (1)
 \
(1)*
```

4. Kvik bestun á trjám II

Leysið dæmi 47 bls. 151 ("Since so few people...") í kennslubók með því að nota kvika bestun.

¹Þetta er dæmi um [security through obscurity](#).