

第12章 应用最小生成树算法编程

吴永辉

ICPC Asia Programming Contest 1st Training Committee – Chair

yhwu@fudan.edu.cn

WeChat: 13817360465

12.3 最大生成树

- 在一个图的所有生成树中，边权值和最大的生成树就是该图的最大生成树。
- 将Kruskal算法和Prim算法稍微修改，就是生成的最大生成树的算法：
 - 对于Kruskal算法，将“按照边权值递增的顺序排序边集 e ”改为“按照边权值递减的顺序排序边集 e ”。
 - 对于Prim算法，将“所有不在树中的节点按照 d 值递增的顺序组成一个优先队列 Q ”改为“所有不在树中的节点按照 d 值递减的顺序组成一个优先队列 Q ”。

12.3.1 Bad Cowtractors

- 试题来源: **USACO 2004 December Silver**
- 在线测试: **POJ 2377**

- Bessie受雇在农场主John的 N 个谷仓之间建立一个廉价的互联网网络，为了方便，谷仓编号从1到 N ， $2 \leq N \leq 1000$ 。农场主John在事先做了一些调查，发现其中有 M 对谷仓之间可以直接进行连接， $1 \leq M \leq 20000$ ；每条这样的连接都有一个耗费 C ， $1 \leq C \leq 100000$ 。John想花最少的钱在连接网络上，他甚至不想付钱给Bessie。
- Bessie意识到John不会给她钱，就决定采用最坏的方案。她设计一组连接，使得（i）这些连接的总耗费尽可能地大；（ii）所有谷仓都被连接（通过连接的路径，从任何一间谷仓出发，可以到达任何其他谷仓）；（iii）在这些连接中没有回路（农场主John会很容易发现回路）。条件（ii）和（iii）确保最终的连接集合看起来像一棵“树”。

- 输入
- 第1行，给出两个用空格分隔的整数 N 和 M ；
- 第2行到第 $M+1$ 行，每行包含三个用空格分隔的整数 A 、 B 和 C ，表示在仓库 A 和仓库 B 之间的连接要耗费 C 。
- 输出
- 输出1行，给出一个整数，表示连接所有谷仓的最昂贵的树的耗费。如果无法将所有的谷仓连接在一起，则输出-1。

试题解析

- 本题可以表示为一个带权图，谷仓为节点，谷仓间的连接为带权边。本题要求就带权图的最大生成树的权。
- 本题可以用Kruskal算法，也可以用Prim算法来求最大生成树。
- 用Kruskal算法来求解本题。初始状态是 N 个节点构成的森林。首先，按边的权值从大到小排序；如果两点间有多重边，则选择大的权值加入排序。然后，依次处理排序了的权值：并查集的方式进行检测，如果边的两个端点分属于两棵子树，则合并两棵子树。
- 如果最后生成最大生成树，则输出最大生成树的权值；否则，输出-1。

12.3.2 Conscription

- 试题来源: **POJ Monthly Contest – 2009.04.05, windy7926778**
- 在线测试: **POJ 3723**

- Windy拥有一个国家，他想建立一支军队来保卫他的国家。他收留了 N 个女孩和 M 个男孩，想雇佣他们成为他的士兵。每雇佣一个士兵，他必须支付10000元人民币。在女孩和男孩之间存在一些关系，Windy可以利用这些关系来减少费用。如果女孩 x 和男孩 y 有关系，其中一个被Windy雇佣，那么Windy可以用 $10000-d$ 人民币雇佣另一个。现在给出所有的男孩和女孩之间的关系，请您计算Windy必须支付的最少的钱。注意，雇佣一个士兵时只能使用一个关系。

- 输入
- 输入的第一行给出测试用例的数量。每个测试用例的第一行包含三个整数 N , M 和 R ；然后给出 R 行，每行包含三个整数 x_i , y_i 和 d_i ；每个测试用例前面都有一个空行；其中， $1 \leq N, M \leq 10000$, $0 \leq R \leq 50,000$, $0 \leq x_i < N$, $0 \leq y_i < M$, $0 < d_i < 10000$ 。
- 输出
- 对于每个测试用例，在一行中输出答案。











