

# 群论

郭蒙

中山大学物理学院，广东，广州，510275

# 目录

1 群的基本概念	1
1.1 群的定义 . . . . .	2

# Chapter 1

## 群的基本概念

## 1.1 群的定义

群是满足下列条件的元素的集合

1. 集合对群变换 (composition) 的封闭性, 变换可以是加和也可以是乘积, 集合中任意两元素的乘积也属于此集合

$$A \circ B \in G, B \circ A \in G$$

2. 群变换满足结合律 (associative)

$$A \circ (B \circ C) = (A \circ B) \circ C$$

3. 集合中存在恒元 (Identity element) 满足

$$E \circ A = A \circ E = A$$

4. 集合中的任何元素都存在其相应的逆元素, 满足

$$A \circ A^{-1} = A^{-1} \circ A = E$$

这里需要特别说明的是, 虽然一般情况下群使用的是乘法作为群封闭性的运算, 但是也不排除个别情况下使用其他的运算法则作为群封闭的运算。例如, 以加法作为某一个群的运算法则, 其恒元就是零; 若是以乘法作为某一个群的运算法则, 其恒元就是一。在研究群的时候先搞清楚群的准确定义。