

2024-25春夏学期《数学分析甲2H》第2次测试

考试时间：45分钟

2025.5.8 by SilviaLss

1. 设 $f(x, y)$ 在 \mathbb{R}^2 上具有连续偏导数, 且 $f(1, 1) = 1$, $f'_x(1, 1) = 1$, $f'_y(1, 1) = 2$ 。令 $\varphi(x) = f(x, f(2x - 1, x^3))$, 则 $\varphi'(1) = (\quad)$ 。

A. 11 B. 17 C. 15 D. 9

2. 关于函数 $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$, 下述描述正确的有(\quad)。

A. f 在 $(0, 0)$ 处连续。 B. f 在 $(0, 0)$ 处可微。 C. $f'_x(0, 0) = 0$ 。 D. $f'_y(0, 0) = 0$ 。

3. 设 f 是平面有界闭集 D 上的连续实值函数, 则以下命题正确的有(\quad)。

A. f 在 D 上具有一致连续性 B. f 在 D 上可以取到最大值与最小值 C. f 在 D 上具有介值性 D. 如果再添加" D 是闭区域"这一条件, 则 $f(D)$ 是闭区间

4. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)\sin(xy)}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则下述正确的有(\quad)。

A. f 在 $(0, 0)$ 处连续 B. f 在 $(0, 0)$ 处可微 C. f 在 $(0, 0)$ 处不连续 D. f 在 $(0, 0)$ 处不可微

5. 设二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的某邻域内有定义, 有下述四个命题:

(P1) 若 f 在 (x_0, y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0, y_0) 处可微。

(P2) 若 f 在 (x_0, y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0, y_0) 处的两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$, $f'_y(x_0, y_0)$ 存在。

(P3) 若 f 在 (x_0, y_0) 处的所有方向导数都存在, 则 f 在 (x_0, y_0) 处连续。

(P4) 若 f 在 (x_0, y_0) 处可微, 则 f 在 (x_0, y_0) 处的所有方向导数都存在。

则上述命题中正确的有(\quad)个。

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 平面上直线 $4x + 3y = 16$ 到椭圆 $18x^2 + 5y^2 = 45$ 上点的距离中最小的距离是(\quad)。

A. $\frac{27}{5}$ B. 其余三个选项都不对 C. 1 D. $\frac{2}{5}$

7. 下述二重极限存在的有()。

A. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$

B. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x+y+1}-1}$

C. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin \frac{1}{y}$

D. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (x-y)^2}$

8. 以下命题不正确的有()。

A. 平面曲线 $x^2 + xy + y^2 = 7$ 在点 $(1, 2)$ 的法线方程为 $4x - 5y + 6 = 0$ 。

B. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的法平面方程为 $x - z = 0$ 。

C. 曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1$ 上任一点的切平面在各坐标轴上的截距之和等于1。

D. 曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 20$ 在点 $(3, 2, 1)$ 处的切平面方程为 $3x + 4y + 3z = 20$ 。

9. 函数 $f(x, y) = xe^{3y}$ 在点 $P(1, 0)$ 处沿 $P(1, 0)$ 到 $Q(4, 4)$ 方向的方向导数为()。

A. 其余三个选项均不正确 B. 3 C. 15 D. $\frac{7}{5}$

10. 设 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的某邻域内有定义, 则下述关于二重极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$ 与累次极限 $\lim_{y \rightarrow y_0} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y)$ 的描述正确的是()。

A. 若两个极限都存在时, 则累次极限 $\lim_{y \rightarrow y_0} \lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y)$ 也必存在

B. 二重极限存在时, 累次极限必存在

C. 两个极限都存在时, 它们必相等

D. 累次极限存在时, 二重极限必存在