

Домашняя работа  
по логическому программированию

Выполнила Гура Ярослава г. Б8403а

6 октября 2014 г.

**№1 Записать функцию эквиваленции в виде булевых формул, которые находятся в скнф и сднф.**

**Решение**

Таблица 1: Эквиваленция

	$A$	$B$	$A \longleftrightarrow B$
1	0	0	1
2	0	1	0
3	1	0	0
4	1	1	1

Операцию эквиваленции можно выразить через

- отрицание ( $\neg$ )
- конъюнкцию ( $\wedge$ )
- дизъюнкцию ( $\vee$ )

### СДНФ

Совершенная Дизъюнктивная Нормальная Форма (СДНФ) функции - дизъюнкция полных правильных элементарных конъюнкций, равных единице на тех же наборах, что и функция.

Построим СДНФ для эквиваленции.

Для каждой строки таблицы истинности, содержащей единицу, построим полную конъюнкцию (произведение аргументов).

1. Переменные, имеющие нуль в соответствующей строке, входят в произведение с отрицанием.
2. Переменные, имеющие значение единицы – без отрицания.

Из 1-ой строки Таблицы1 получим:

$$\neg A \wedge \neg B$$

Из 2-ой строки Таблицы1 получим:

$$A \wedge B$$

Запишем дизъюнкцию конъюнкций (сумму произведений):

$$\neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$$

$$\text{Таким образом, } \text{СДНФ}(A \longleftrightarrow B) = \neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$$

### СКНФ

Совершенная Конъюнктивная Нормальная Форма (СКНФ) функции - конъюнкция полных правительных элементарных дизъюнкций, равных нулю на тех же наборах, что и функция.

Построим СДНФ для эквиваленции.

Для каждой строки таблицы истинности с нулевым значением функции запишем полную дизъюнкцию (логическую сумму аргументов).

1. Переменные, имеющие значения 1 в строке, входят в эту сумму с отрицанием.
2. Переменные со значением 0 – без отрицания.

Из 3-ой строки Таблицы1 получим:

$$A \vee \neg B$$

Из 4-ой строки Таблицы1 получим:

$$\neg A \vee B$$

Запишем конъюнкцию дизъюнкций (произведение сумм):

$$A \vee \neg B \wedge \neg A \vee B$$

$$\text{Таким образом, } \text{СКНФ}(A \longleftrightarrow B) = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$$

★

### №3 Преобразовать формулы, используя только причинно-следственные связи.

1.  $\forall X (p(X) \vee \neg q(X))$
2.  $\forall X (p(X) \vee \neg \exists Y (q(X, Y) \wedge r(X)))$
3.  $\forall X (\neg p(X) \vee (q(X) \rightarrow r(X)))$
4.  $\forall X (r(X) \rightarrow (q(X) \rightarrow p(X)))$

### Решение

$$B_1 \& \dots \& B_n \rightarrow A \equiv$$

$$\equiv (\overline{B_1 \& \dots \& B_n}) \vee A$$

$$\equiv \overline{B_1} \vee \dots \vee \overline{B_n} \vee A$$

1.  $\forall X (p(X) \vee \neg q(X)) \equiv$   
 $\forall X (\neg q(X) \vee p(X)) \equiv$   
 $\forall X (q(X) \rightarrow p(X)) \equiv$
  
2.  $\forall X (p(X) \vee \neg \exists Y (q(X, Y) \wedge r(X))) \Rightarrow$   
 $\forall X \exists \neg F(X) \equiv \neg \exists X F(X)$   
 $\neg \exists Y (q(X, Y) \wedge r(X)) = \forall X, Y \neg (q(X, Y) \wedge r(X))$   
 $\Rightarrow \forall X, Y (p(X) \vee \neg (q(X, Y) \wedge r(X))) \equiv$   
 $\forall X, Y (p(X) \vee \neg q(X, Y) \vee \neg r(X)) \equiv$   
 $\forall X, Y (\neg q(X, Y) \vee \neg r(X) \vee p(X)) \equiv$   
 $\forall X, Y (\bar{q}(X, Y) \vee \bar{r}(X) \vee p(X)) \equiv$   
 $\forall X, Y (q(X, Y) \ \& \ r(X) \rightarrow p(X))$
  
3.  $\forall X (\neg p(X) \vee (q(X) \rightarrow r(X))) \Rightarrow$   
 $x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$   
 $(q(X) \rightarrow r(X)) = \neg q(X) \vee r(X)$   
 $\Rightarrow \forall X (\neg p(X) \vee \neg q(X) \vee r(X)) \equiv$   
 $\forall X (\bar{p}(X) \vee \bar{q}(X) \vee r(X)) \equiv$   
 $\forall X (p(X) \ \& \ q(X) \rightarrow r(X))$
  
4.  $\forall X (r(X) \rightarrow (q(X) \rightarrow p(X))) \Rightarrow$   
 $x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$   
 $(q(X) \rightarrow p(X)) = \neg q(X) \vee p$   
 $\Rightarrow \forall X (r(X) \rightarrow (\neg q(X) \vee p(X))) \equiv$   
 $\forall X (\neg r(X) \vee (\neg q(X) \vee p(X))) \equiv$   
 $\forall X (\bar{r}(X) \vee \bar{q}(X) \vee p(X)) \equiv$   
 $\forall X (r(X) \ \& \ q(X) \rightarrow p(X))$

★

#### №4 Fawltly Towers Hotel.

ФАКТЫ:

1. Basil owns Fawltly Towers Hotel.
2. Basil and Sybil are married.
3. Polly and Manuel are employees at Fawltly Towers.

4. Smith and Jones are guests at Fawltly Towers.
5. Basil dislikes Manuel.

Правила:

1. All hotel-owners and their spouses serve all guests at the hotel.
2. All employees at a hotel serve all guests at the hotel.
3. All employees dislike the owner of the workplace.

*Find answers to the queries "Who serves who?" and "Who dislikes whom?".*

## Решение

Формализуем факты:

own(Basil)
spouses(Basil, Sybil)
employee(Polly)
employee(Manuel)
guest(Smith)
guest(Jones)
dislik(Basil, Manuel)

Запишем правила:

All hotel-owners and their spouses serve all guests at the hotel.

$$\forall X, Y \text{ serve}(X, Y) \leftarrow (((\exists Z(\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

$$\forall X, Y \text{ serve}(X, Y) \leftarrow \exists Z(((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

$$x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$$

$$\forall X, Y \text{ serve}(X, Y) \vee \neg \exists Z((((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

$$\forall X \exists \neg F(X) \equiv \neg \exists X F(X)$$

$$\forall X, Y \text{ serve}(X, Y) \vee \forall Z \neg((((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

$$\forall X, Y, Z \text{ serve}(X, Y) \vee \neg((((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

$$\forall X, Y, Z \text{ serve}(X, Y) \leftarrow (((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$$

1	All hotel – owners and their spouses serve all guests at the hotel	$\forall X, Y, Z \text{ serve}(X, Y) \leftarrow$ $\leftarrow (((\text{spouses}(X, Z) \wedge \text{own}(Z))) \vee \text{own}(X)) \wedge \text{guest}(Y))$
2	All employees at a hotel serve all guests at the hotel	$\forall X, Y \text{ serve}(X, Y) \leftarrow \text{employee}(X)$
3	All employees dislike the owner of the workplace	$\forall X, Y \text{ dislik}(X, Y) \leftarrow \text{own}(X)$

Опираясь на факты и метоправила, можем ответить на вопросы:

1. Кто кому служит?

Basil служит Smith (по первому правилу).

Basil служит Jones (по первому правилу).

Sybil служит Smith (по первому правилу).

Sybil служит Jones (по первому правилу).

Polly служит Smith (по второму правилу).

Manuel служит Jones (по второму правилу).

2. Кто кого не любит?

Polly не любит Basil (по третьему правилу).

Manuel не любит Basil (по третьему правилу).

Basil не любит Manuel (по факту).

★

## №5 Описать мир блоков.

### Решение

Таблица 2: Блоки

b1
b8
b9
b6
b7

Из таблицы блоков следует:

$on(b7, b6)$

$on(b6, b9)$

$on(b9, b8)$

$on(b8, b1)$

Опишем мир блоков в общей сложности:

Блок А находится на (on) В, а В находится на (on) С.

$on(A, B)$ .

$on(B, C)$ .

Блок  $X$  находится выше (above)  $Y$ , если  $X$  находится на (on)  $Y$ .

$above(X, Y) \leftarrow on(X, Y)$ .

Блок  $X$  находится выше (above)  $Y$ , если существует какой-то другой блок  $Z$ , размещенный на (on)  $Y$ , и  $X$  находится выше (above)  $Z$ .

$above(X, Y) \leftarrow on(Z, Y), above(X, Z)$ .

★