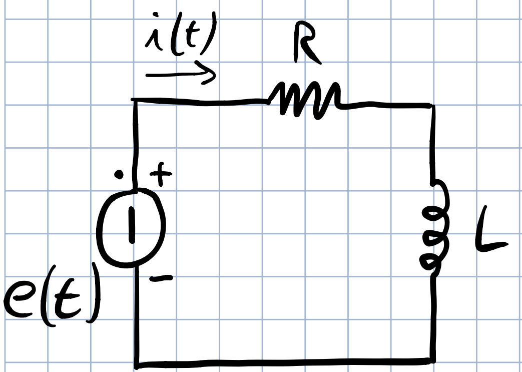
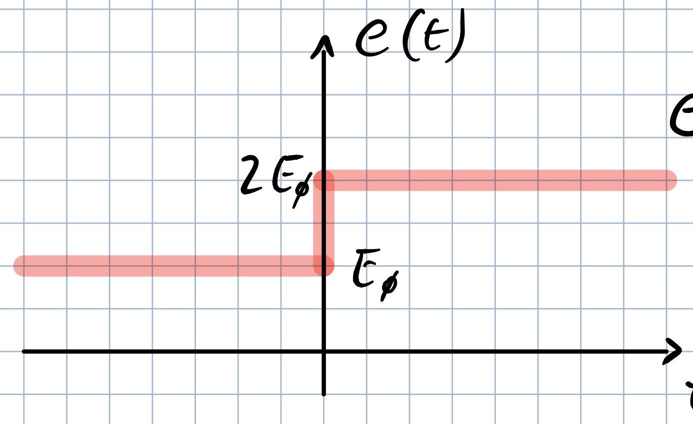
NOTE DI ELETTROTECNICA
-BY: FRANCESCO BOLDRINI

CIRCUITI A-PERIODICI





$$e(t) = \begin{cases} E_\emptyset, & t < 0 \\ 2E_\emptyset, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$-e(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0$$

QUALE E' IL PROBLEMA DI UN CIRCUITO DEL GENERE?

CHE NOI NON LO SAPREMMO RISOLVERE CON GLI STRUMENTI ATTUALI!

→ COME RISOLVO QUINDI UN CIRCUITO A-PERIODICO?

- IN QUESTO CASO POTREI CONCENTRARMI SU $t \geq 0$ E $t < 0$ SEPARATAMENTE, OPPURE POTREI SCRIVERE $i(t) = i_\emptyset(t) + i_p(t)$.

$$I_\emptyset : R\lambda^0 + L\lambda^1 = 0 \Rightarrow R + L\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{R}{L}$$

$\hookrightarrow i_\emptyset(t) = A e^{-\frac{R}{L}t}$ //HO COSÌ TROVATO I OMOGENEA

$$I_p: \quad i_p(t) = I: \; RI = 2E_\emptyset \Rightarrow i_p(t) = \frac{2E_\emptyset}{R}$$

POI $I_{PARTICOLARE}$, DA CUI ALLA FINE DOVREI RICAVARE LA SOLUZIONE ESATTA.

TRASFORMATA DI LAPLACE

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} := \int_{0^-}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-st}\, dt$$

LA TRASFORMATA DI LAPLACE, SI UTILIZZA PER PASSARE DAL DOMINIO DEL TEMPO AL DOMINIO DI "S", OVVERO UNA **FREQUENZA GENERALIZZATA** (COMPLESSA) IN CUI $s = \sigma + j\omega$, $(\sigma, \omega) \in \mathbb{R}$

Es:

$f(t)$	$F(s)$
e^{-at}	$\frac{1}{(s+a)}$
e^{-3t}	$\frac{1}{(s+3)}$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} e^{-at} \cdot e^{-st}\, dt$$

$$= \int_{0^-}^{+\infty} e^{-(a+s)t}\, dt$$

$$= \left. \frac{e^{-(a+s)t}}{-(a+s)} \right|_{0^-}^{+\infty} =$$

$$= 0 - \frac{1}{-(a+s)} =$$

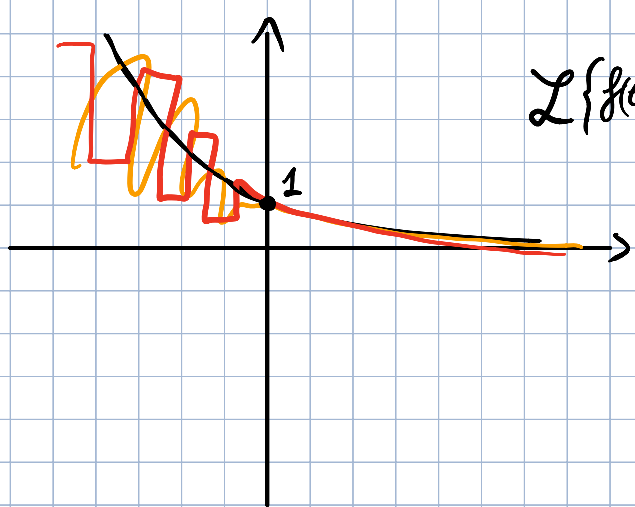
$$= \frac{1}{(s+a)}$$

IN PARTICOLARE, SU QUASI TUTTI I LIBRI DI

ELETTROTECNICA ED AUTOMATICA, SI TROVA UNA TABELLA CON LE TRASFORMATE DI LAPLACE PIÙ COMUNI, QUINDI NON SERVE SPESSO CALCOLARLE CON LA DEFINIZIONE $\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt$.

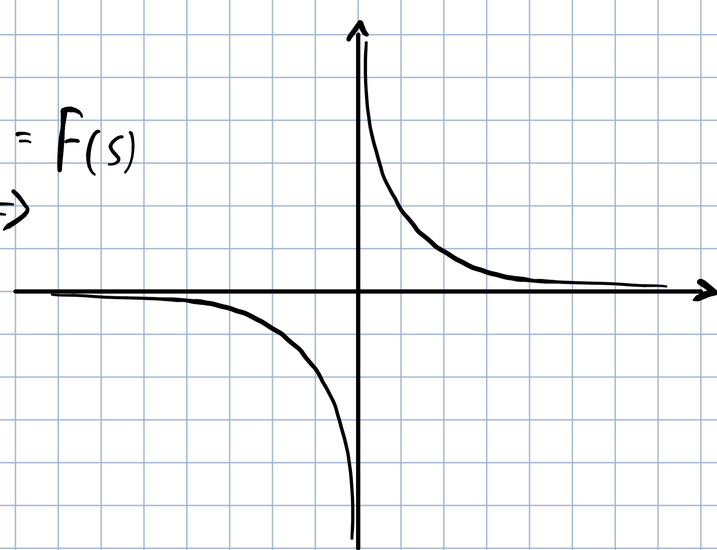
ELEMENTO NOTABILE DELLE TRASFORMATE È PERÒ L'ANDAMENTO DELL'ANTITRASFORMATA:

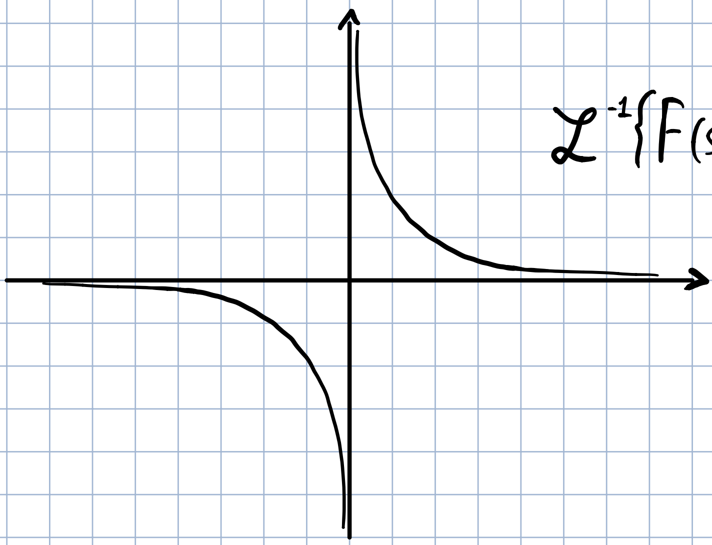
INFATTI CONSIDERANDO SOLO L'ANDAMENTO DELLA FUNZIONE DA 0^-, TUTTO QUELLO CHE C'È PRIMA NON HA IMPORTANZA E PER CONVENZIONE, VIENE RIMESSO A 0 NELL'ANTITRASFORMATA:



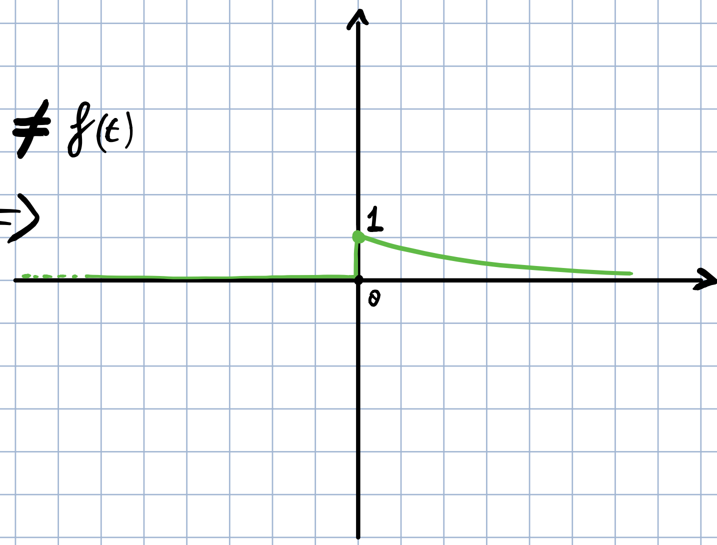
$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$

$\Rightarrow$





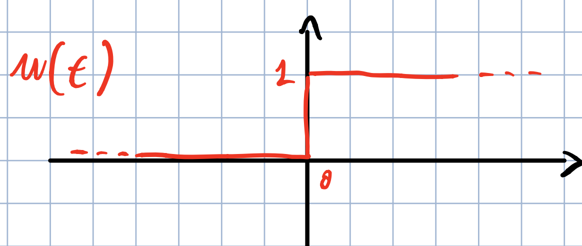
$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \neq f(t) \Rightarrow$$



Ovvero: ANTITRASFORMANDO, TUTTO QUELLO PRIMA DI 0^-, VA A 0.

PER ESPRIMERE MEGLIO IL COMPORTAMENTO DI TRASFORMATA ED ANTITRASFORMATA, INTRODUCIAMO ADESSO LA FUNZIONE A GRADINO $u(t)$, CHE VALE 0 PER TEMPI NEGATIVI ED 1 PER TEMPI ≥ 0

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$



$f(t)$	$F(s)$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$

(COME e^{0t}) $\rightarrow \frac{1}{0+s}$

PROPRIETÀ DELLA TRASFORMATA DI LAPLACE

(SOTTOINTENDO CHE OGNI f È MOLTIPLICATA PER $u(t)$)

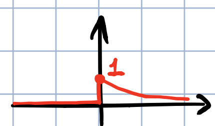
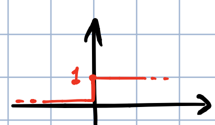
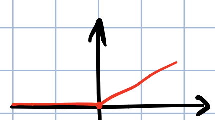
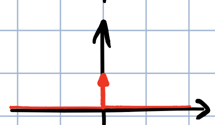
→ **LINEARITÀ:** $\boxed{\mathcal{L}\left\{c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)\right\} = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)}$

→ **DERIVATA:** $\boxed{\mathcal{L}\left\{f(t)\frac{d}{dt}\right\} = s \cdot F(s)} \underbrace{- f(0^-)}_{=0}$ → IN PARTICOLARE, VISTO CHE HO TUTTO MOLTIPLICATO PER $u(t)$, SE $t<0$, HO CHE $u(t) = 0$.

→ **INTEGRALE:** $\boxed{\mathcal{L}\left\{\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\,d\tau\right\} = \frac{1}{s}F(s)} + \underbrace{\frac{1}{s}\int_{-\infty}^{0^-} f(t)\,dt}_{=0}$

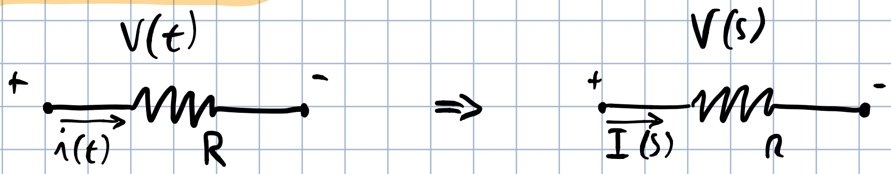
IN PARTICOLARE, CI SI RENDE CONTO CHE A REGIME PERIODICO SINUSOIDALE, AVENDO $s = \sigma + j\omega$, LAPLACE È UNA GENERALIZZAZIONE DEI FASORI.

ALCUNE FUNZIONI NOTEVOLI: TUTTE LE f SONO MOLTIPLICATE PER $u(t)$

$f(t)$	$F(s)$		
e^{-ax}	$\frac{1}{s+a}$		ESPONENZIALE
$u(t)$	$\frac{1}{s}$		GRADINO
t	$\frac{1}{s^2}$		RAMPA
$\delta(t)$	1		δ DI DIRAK

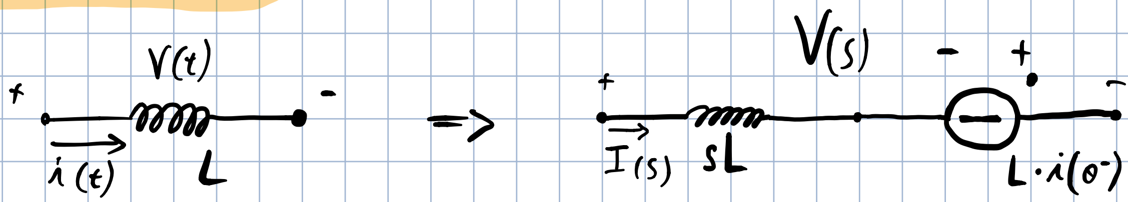
Comportamento dei Componenti Elettrici

Resistenza



$$V(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow V(s) = R \cdot I(s)$$

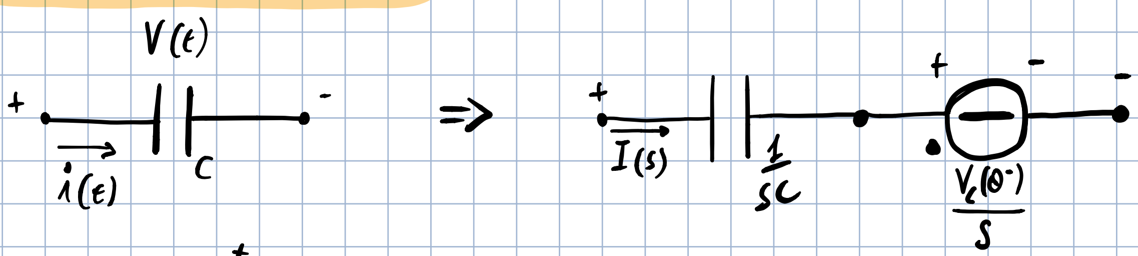
Induttore



$$V(t) = L \frac{d\,i(t)}{dt} \Rightarrow V(s) = L \cdot \mathcal{L}\left\{\frac{d\,i(t)}{dt}\right\} = L\left[s\,I(s) - i(0^-)\right]$$

$$\left[\, V(s) = sL\,I(s) - L \cdot i(0^-) \,\right]$$

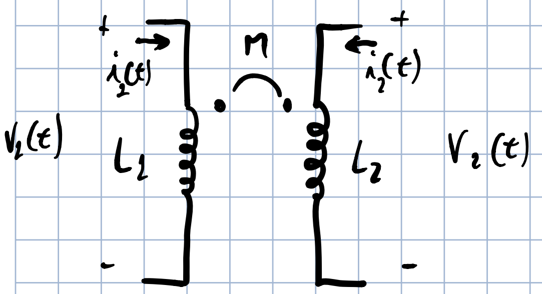
Condensatore:



$$V(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, d\tau \Rightarrow V(s) = \mathcal{L}\left\{\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, d\tau\right\} =$$

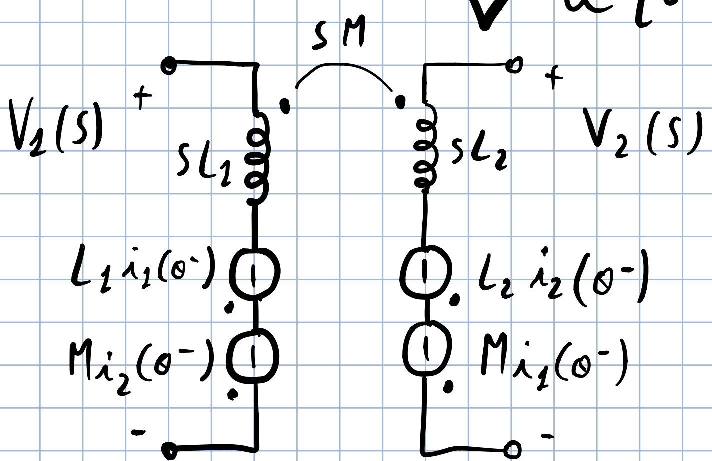
$$= \frac{1}{C}\cdot\left[\frac{1}{s} I(s) + \frac{1}{s}\int_{-\infty}^{0^-} i(t)\, dt\right] = \left[\, \frac{1}{sC} I(s) + \frac{1}{s}\cdot V_c(0^-) = V(s) \,\right]$$

INDUTTORI MUTUAMENTE ACCOPPIATI



$$
\begin{cases}
V_1(t) = L_1 \cdot \dfrac{d\, i_1(t)}{dt} + M \cdot \dfrac{d\, i_2(t)}{dt} \\[2ex]
V_2(t) = L_2 \cdot \dfrac{d\, i_2(t)}{dt} + M \cdot \dfrac{d\, i_1(t)}{dt}
\end{cases}
$$

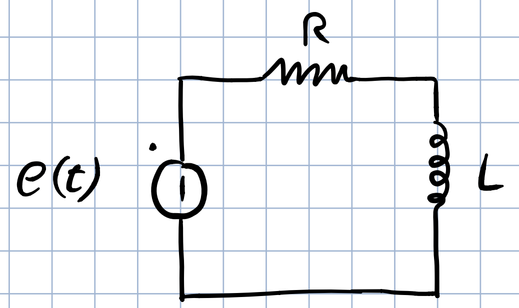
$$\Downarrow \ \mathcal{L}\{f(t)\}$$

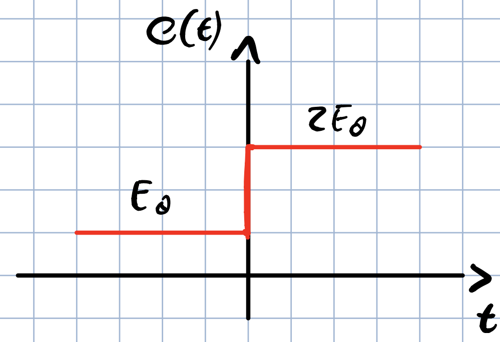


$$
\begin{cases}
V_1(s) = L_1 \left[s I_1(s) - i_1(0^-) \right] + M \left[s I_2(s) - i_2(0^-) \right] \\[2ex]
V_2(s) = L_2 \left[s I_2(s) - i_2(0^-) \right] + M \left[s I_1(s) - i_1(0^-) \right]
\end{cases}
$$

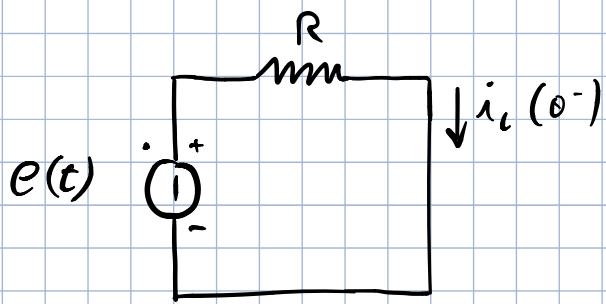
ES:

GUIDA





1) CALCOLO CONDIZIONI INIZIALI $(t<0)$



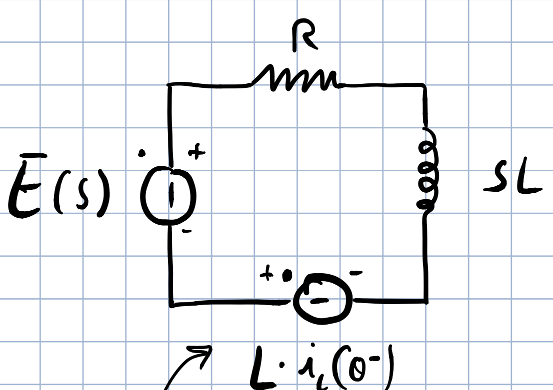
$$i_L(0^-) = \frac{E_0}{R}$$

(MI SERVE PER SAPERE COME SCRIVERE I GENERATORI NELL' EQ. DI LAPLACE)

2) RISOLVERE IL CIRCUITO NEL DOMINIO DI LAPLACE

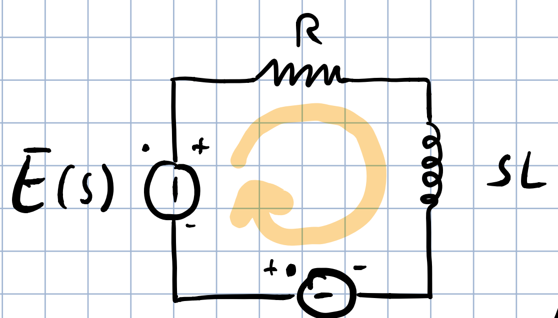
$$E_s = \frac{2E_0}{s}$$

(PRENDO SOLO LA PT ≥0)



IL CONTRASSEGNO LO METTO IN MODO COERENTE AL CIRCUITO ED ALLE CORRENTI

2.1) APPLICO TENSIONI DI NODO / CORRENTI DI RAMO O CORRENTI DI MAGLIA (COME IN QUESTO CASO) E RISOLVO IL CIRCUITO NEL DOMINIO DI $\mathcal{L}$APLACE.



$$L \cdot i_L(0^-) = L \cdot \frac{E_0}{R}$$

$$-2\frac{E_0}{s} + R I(s) + sL I(s) - L\frac{E_0}{R} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$I(s) = \frac{\frac{2E_0}{s} + \frac{L \cdot E_0}{s}}{R + sL} = \frac{2E_0 R + L E_0 s}{RLs^2 + R^2 s}$$

3) RIPORTARE NEL DOMINIO NEL TEMPO TRAMITE ANTITRASFORMATA DI $\mathcal{L}$APLACE $\{\mathcal{L}^{-1}(F(s))\}$

$$\mathcal{L}^{-1}\{I(s)\} = i(t) \quad , \quad i(t) = ?$$

COME DEFINISCO L'ANTITRASFORMATA QUINDI?

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s)\, e^{st}\, dt \overset{def}{=\!=} \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \quad \Downarrow$$

CHE PERÒ È TROPPO COMPLESSA DA USARE PER LA PRATICA.

INTRODUCIAMO LA PROCEDURA CON UN ESEMPIO:

$$I(s) = \frac{s^2+5}{3s^3+9s^2+6s}$$

$$i(t) = ???$$

① LA PRIMA COSA CHE SI <u>CONSIGLIA</u> DI FARE È DI RENDERE **NOMICO** IL DENOMINATORE, OVVERO AVERE LA POTENZA DI S DI GRADO MAGGIORE MOLTIPLICATA PER 1, DIVIDENDO O MOLTIPLICANDO IL RESTO:

$$I(s) = \frac{s^2+5}{3s^3+9s^2+6s} \Rightarrow \frac{\frac{s^2}{3}+\frac{5}{3}}{\underbrace{s^3+3s^2+2s}_{\text{NOMICO}}}$$

② CALCOLO I POLI: (I VALORI CHE ANNULLANO IL DEN.)

$$I(s) = \frac{\frac{s^2}{3}+\frac{5}{3}}{s^3+3s^2+2s} = \frac{\frac{s^2}{3}+\frac{5}{3}}{s(s+1)(s+2)} \rightarrow \left.\begin{array}{l} s=0 \\ s=-1 \\ s=-2 \end{array}\right\} \text{POLI DEL POLINOMIO}$$

③ L'IDEA ADESSO E' QUELLA DI RICONDURSI A QUALCOSA NELLA FORMA:

$$I(s) = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+1} + \frac{A_3}{s+2}$$

PERCHE' L'ANTITRASFORMATA DELLA SOMMA, E' UGUALE ALLA SOMMA DELLE ANTITRASFORMATE

QUESTI DENOMINATORI SONO SCELTI IN MANIERA ARBITRARIA NELLA FORMA $\frac{1}{s+a}$, DI CUI SAPPIAMO FARE L'ANTITRASFORMATA.

E QUINDI:

$$\Rightarrow i(t) = \left(A_1 + A_2 e^{-t} + A_3 e^{-2t}\right)\underbrace{u(t)}$$

QUESTA PARTE SERVE PERCHE' FORMALMENTE DEVE ESSERE $= 0$ PER TEMPI NEGATIVI, STO USANDO LA FUNZIONE GRADINO.

PER RISOLVERLO, DOBBIAMO PORTARCI NELLA FORMA

$$I(s) = \frac{A_1(s+1)(s+2) + A_2 s(s+2) + A_3 s(s+1)}{s(s+1)(s+2)} =$$

$$= \frac{A_1 s^2 + 3A_1 s + 2A_1 + A_2 s^2 + 2A_2 s + A_3 s^2 + A_3 s}{s(s+1)(s+2)}$$

IN CUI POSSO INDIVIDUARE TUTTI GLI ELEMENTI CORRISPONDENTI AD s^2, s^1 ED s^0 $(=1)$ E SUCCESSIVAMENTE ASSOCIARE GLI A_1, A_2, A_3 DELLE VARIE POTENZE AL POLINOMIO DA SCOMPORRE.

3.1 CONTINUIAMO IL CALCOLO

$$\frac{A_1 s^2 + 3A_1 s + 2A_1 + A_2 s^2 + 2A_2 s + A_3 s^2 + A_3 s}{\cancel{s(s+1)(s+2)}} = \frac{\frac{1}{3}s^2 + \frac{5}{3}}{\cancel{s(s+1)(s+2)}}$$

QUA, AVENDOLI SCELTI IN MANIERA ARBITRARIA PRIMA, I DENOMINATORI SI SEMPLIFICANO.

$$\underline{A_1 s^2} + 3A_1 s + 2A_1 + \underline{A_2 s^2} + 2A_2 s + \underline{A_3 s^2} + A_3 s = \underline{\frac{1}{3}s^2} + \frac{5}{3}$$

$$\Uparrow \quad \Uparrow \quad \Uparrow \quad \Uparrow \quad \Uparrow \quad \Uparrow \quad \Uparrow \qquad \Uparrow \quad \Uparrow$$

QUINDI METTO IN EVIDENZA DA ENTRAMBE LE PARTI, LE PARTI RIGUARDANTI LE VARIE POTENZE DI S CON CUI POI COSTRUIRÒ IL SISTEMA RISOLUTIVO:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 = \frac{1}{3} \\ 3A_1 + 2A_2 + A_3 = 0 \\ 2A_1 = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} A_2 + A_3 = -\frac{\cancel{3}\,1}{\cancel{6}\,2} \\ 2A_2 + A_3 = -\frac{5}{2} \\ A_1 = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_2 = -A_3 - \frac{1}{2} \\ A_3 = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} \\ A_1 = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_2 = -2 \\ A_3 = \frac{3}{2} \\ A_1 = \frac{5}{6} \end{cases}$$

DA CUI POI SOSTITUENDO, RITROVO $I(s)$ ED $i(t)$.

QUESTA PROCEDURA E' DETTA "SVILUPPO IN FRATTI SEMPLICI", CON CUI MI RICONDUCO AD ELEMENTI FACILMENTE ANTITRASFORMABILI.

→ COMPLICAZIONI:

→ COSA SUCCEDE NEL CASO DI RADICI COMPLESSE E POLI MULTIPLI?

- I CONTI DIVENTANO PIU' COMPLICATI.

TEOREMA DEI RESIDUI

ESISTE PERO' UNA PROCEDURA SEMPLIFICATA, APPLICABILE UNA VOLTA TROVATI I POLI, DETTATA DAL TEOREMA DEI RESIDUI: $(A_\gamma = A_1, A_2 \dots A_N)$

Def: $$A_\gamma = \lim_{S \to P_\gamma} (S - P_\gamma) \cdot I(s)$$

NB: ESISTONO CASI LIMITE CHE VEDREMO DOPO:

- GRADO NUM. = GRADO DENOM.
- POLI MULTIPLI
- POLI COMPLESSI CONIUGATI

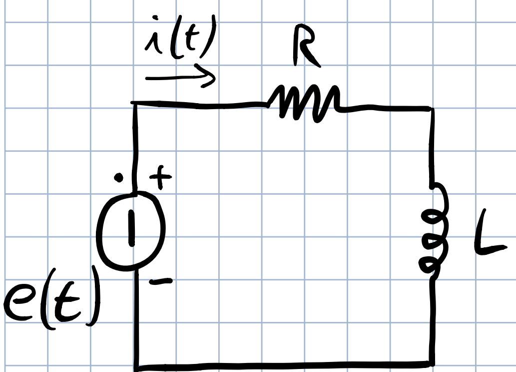
Applicando all'esempio di prima:

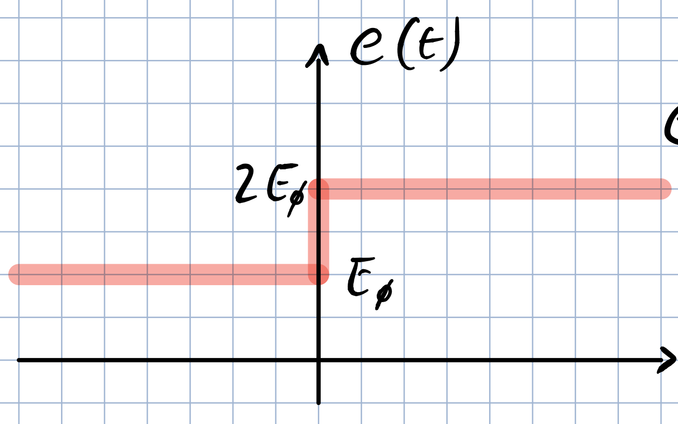
$$A_1 = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{\frac{1}{3}s^2+\frac{5}{3}}{\cancel{s}(s+1)(s+2)} = \frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

$$A_2 = \lim_{s\to -1} \cancel{(s+1)}\cdot\frac{\frac{1}{3}s^2+\frac{5}{3}}{s\cancel{(s+1)}(s+2)} = \frac{2}{-1} = \boxed{-2}$$

$$A_3 = \lim_{s\to -2} \cancel{(s+2)}\cdot\frac{\frac{1}{3}s^2+\frac{5}{3}}{s(s+1)\cancel{(s+2)}} = \frac{\frac{4}{3}+\frac{5}{3}}{-2\cdot(-1)} = \frac{9}{6} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

Riproviamo adesso a risolvere il circuito iniziale





$$e(t) = \begin{cases} E_\emptyset, & t<0 \\ 2E_\emptyset, & t\geq 0 \end{cases}$$

L'ultima volta siamo arrivati a risolverlo nel dominio di Laplace, trovando che:

$$I(s) = \frac{2RE_0 + sLE_0}{sR(R+sL)} = \frac{\frac{2E_0}{L} + s\frac{E_0}{R}}{s\left(\frac{R}{L}+s\right)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{\left(s+\frac{R}{L}\right)}$$

$$i(t) = \left(A_1 + A_2 e^{-\frac{R}{L}t}\right) u(t)$$

$$A_1 = \lim_{s \to 0} \cancel{(s-0)} \frac{\frac{2E_0}{L} + s\frac{E_0}{R}}{\cancel{s}\left(\frac{R}{L}+s\right)} = \frac{\frac{2E_0}{L}}{\frac{R}{L}} = \frac{2E_0}{R}$$

$$A_2 = \lim_{s \to -\frac{R}{L}} \cancel{\left(s+\frac{R}{L}\right)} \frac{\frac{2E_0}{L} + s\frac{E_0}{R}}{s\cancel{\left(\frac{R}{L}+s\right)}} \quad \frac{\frac{2E_0}{L} - \frac{E_0}{L}}{-\frac{R}{L}} = -\frac{E_0}{R}$$

$$i(t) = \left(\frac{2E_0}{R} - \frac{E_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}\right) u(t)$$

— *fine!* —

RISOLVIAMO ORA QUALCHE CASO PARTICOLARE:

- COSA SUCCEDE SE VADO A CALCOLARMI UN POLO E QUESTI VENGONO COMPLESSI CONIUGATI?

Es: $I(s) = \frac{s+2}{s^2+9} = \frac{s+2}{(s+3j)(s-3j)} = \frac{A_1}{s+3j} + \frac{A_2}{s-3j}$

→ INIZIAMO RISOLVENDO COME AL SOLITO (IN QUESTO CASO IL DENOMINATORE E' GIA' MONICO, QUINDI CALCOLIAMO DIRETTAMENTE LE RADICI)

$$s^2 + 9 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm\sqrt{-9} = \pm 3j$$

→ APPLICO IL TEOREMA DEI RESIDUI

$$A_1 = \lim_{s \to -3j} \cancel{(s+3j)} \frac{s+2}{\cancel{(s+3j)}(s-3j)} = \frac{-3j+2}{-6j} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} j$$

$$A_2 = \lim_{s \to +3j} \cancel{(s-3j)} \frac{s+2}{(s+3j)\cancel{(s-3j)}} = \frac{3j+2}{6j} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} j$$

↳ QUINDI SE HO DUE POLI CONIUGATI, ANCHE I RISPETTIVI A_1 ED A_2 SONO CONIUGATI

$$I_s = \frac{A_1}{s+3j} + \frac{A_2}{s-3j} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} j}{s+3j} + \frac{\frac{1}{2} - 3j}{s-3j}$$

$$i(t) = \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} j \right) e^{-3jt} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} j \right) e^{3jt} \right] u(t)$$

ANDIAMO QUINDI A GENERALIZZARE:

$$i(t) = (M + jN) e^{-(\sigma + j\omega)t} + (M - jN) e^{-(\sigma - j\omega)t}$$

CON I POLI $P_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ COMPLESSI CONIUGATI ($\pm$)

$$i(t) = M e^{-\sigma t} \left(e^{-j\omega t} + e^{j\omega t} \right)$$
$$+ jN e^{-\sigma t} \left(e^{-j\omega t} - e^{j\omega t} \right) = \text{(USO FORMULE DI EULERO)}$$

$$= Me^{-\sigma t}\left(\cos(\omega t) + \cancel{j\,sen(-\omega t)} + \cos(\omega t) + \cancel{j\,sen(\omega t)}\right) +$$

$$+ jNe^{-\sigma t}\left(\cancel{\cos(-\omega t)} + j\,sen(-\omega t) - \cancel{\cos(\omega t)} - j\,sen(\omega t)\right) =$$

$$i(t) = 2Me^{-\sigma t}\cos(\omega t) + 2Ne^{-\sigma t}\,sen(\omega t) =$$

$$\left[\, i(t) = Ke^{-\sigma t}\,sen(\omega t + \alpha) = \,\right]$$

$$= Ke^{-\sigma t}\,sen(\omega t)\cos\alpha + Ke^{-\sigma t}\cos(\omega t)\,sen\,\alpha$$

$$\text{CON } \begin{cases} K\cos\alpha = 2N \\ K\sin\alpha = 2M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} tg\,\alpha = \frac{M}{N}, \quad \alpha = \text{arcotg}\,\frac{M}{N} \\ K = \sqrt{4N^2 + 4M^2} \end{cases}$$

SE NUMERATORE E DENOMINATORE HANNO LO **STESSO GRADO**, MI CONVIENE **SCOMPORRE** COME NEL SEGUENTE ESEMPIO:

$$V(s) = \frac{2s^2}{(s+3)(s+1)} = \frac{2s^2}{s^2+4s+3} = \frac{2(s^2+4s+3) - 8s - 6}{s^2+4s+3} =$$

$$= 2 - \frac{8s+6}{s^2+4s+3} = \boxed{2 - \frac{8s+6}{(s+3)(s+1)}} \text{ ED } A$$

QUESTO PUNTO SO ANTITRASFORMARE!

$$2\delta(t) - \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{8s+6}{(s+3)(s+1)}\right\}$$

$$A_1 = \lim_{s \to -3} \cancel{(s+3)} \frac{8s+6}{\cancel{(s+3)}(s+1)} = \frac{-18}{-2} = 9$$

$$A_2 = \lim_{s \to -1} \cancel{(s+1)} \frac{8s+6}{(s+3)\cancel{(s+1)}} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\Downarrow$$

$$i(t) = 2\delta(t) - \left[9e^{-3t} - e^{-t}\right] u(t)$$

SE È UN POCO MULTIPLO TIPO

$$V(s) = \frac{s^2+2s+3}{(s+1)^3}$$ PROCEDO COSÌ:

$$V(s) = \frac{A_1}{(s+1)} + \frac{A_2}{(s+1)^2} + \frac{A_3}{(s+1)^3}$$

$\Rightarrow$ E PER TROVARE A_i:

$$A_i = \frac{1}{(n-i)!} \left. \frac{\partial^{n-i}\left[(s+a)^n \cdot V(s)\right]}{\partial s^{n-i}} \right|_{s=-a}$$

$$A_1 = \frac{1}{(3-1)!} \frac{\partial^2}{\partial s^2} \cancel{(s+1)^3} \cdot \left. \frac{s^2+2s+3}{\cancel{(s+1)^3}} \right|_{s=-1} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$A_2 = \frac{1}{(3-2)!} \frac{\partial}{\partial s} \cancel{(s+1)^3} \cdot \left. \frac{s^2+2s+3}{\cancel{(s+1)^3}} \right|_{s=-1} = 1 \cdot (2s+2) = 0$$

$$A_3 = 1 \cdot 1 \cdot \cancel{(s+1)^3} \cdot \left. \frac{s^2+2s+3}{\cancel{(s+1)^3}} \right|_{s=-1} = 2$$

SUCCESSIVAMENTE FINISCO DI ANTITRASFORMARE USANDO:

$$\boxed{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+a)^n}\right\} = \frac{1}{n-1!} \cdot t^{n-1} \cdot e^{-at}}$$

QUINDI $V(t) = \left(A_1 e^{-at} + A_2 t e^{-at} + \frac{A_3}{2} t^2 e^{-at}\right) u(t)$

NEL NOSTRO CASO: $V(t) = \left(e^{-t} + t^2 e^{-t}\right) u(t)$

$\frac{A_3}{2} = \frac{2}{2} = 1$