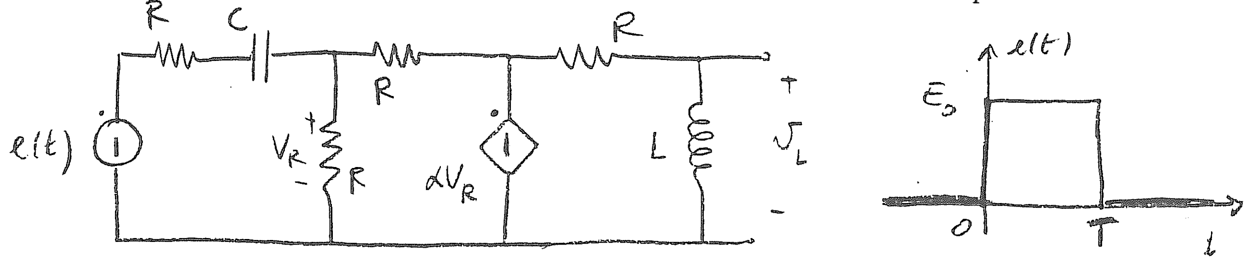
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1,3,4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cred.: 2, 5, 6.)

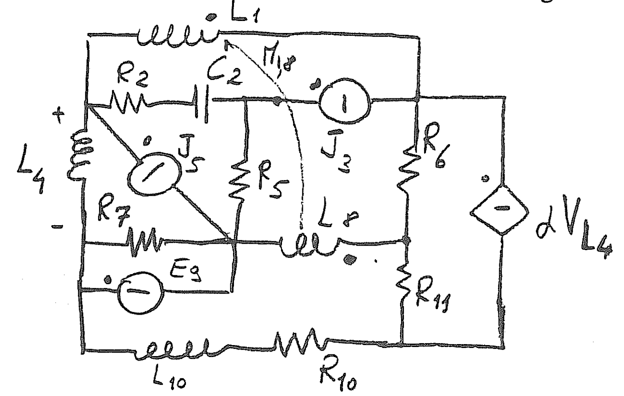
Pisa 14/01/03 Allievo: ....

1)a Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti dell'induttore per t>0.

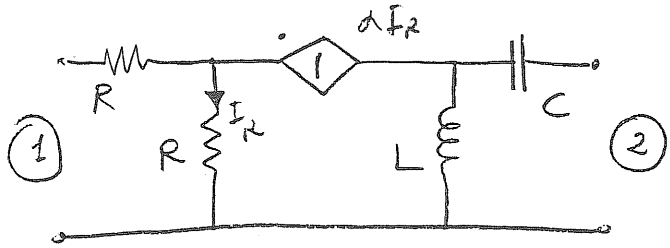


$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 100\,\mu F$; $E_0 = 10V$; $T = 10\,ms$; $\alpha = 3$

2)a Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3)a Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri h. Determinare quindi limpedenza vista fra i terminali della porta uno quando la porta 2 è chiusa sul carico Z = 2+j3.



$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 500\,\mu F$ $\omega_0 = 1000$

$\alpha = 5$

Prova scritta di Elettrotecnica

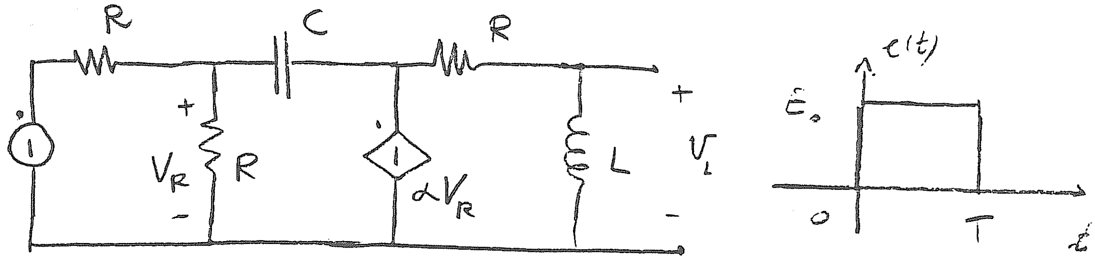
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1,3,4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cred.: 2, 5, 6.)

Pisa 14/01/03

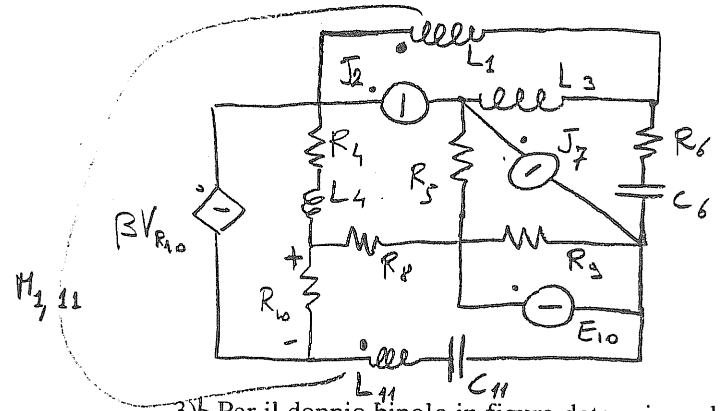
Allievo: ....

1)b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti dell'induttore per t>0.

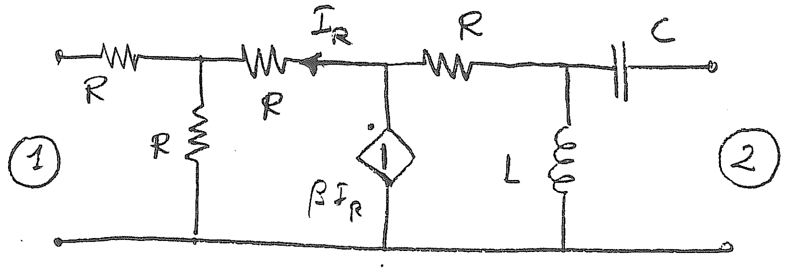


$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 100\,\mu F$; $E_0 = 10\,V$; $T = 10\,ms$; $\alpha = 3\,ms$

2)b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3)b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri h. Determinare quindi limpedenza vista fra i terminali della porta uno qua .o la porta 2 è chiusa sul carico Z = 2+j3.

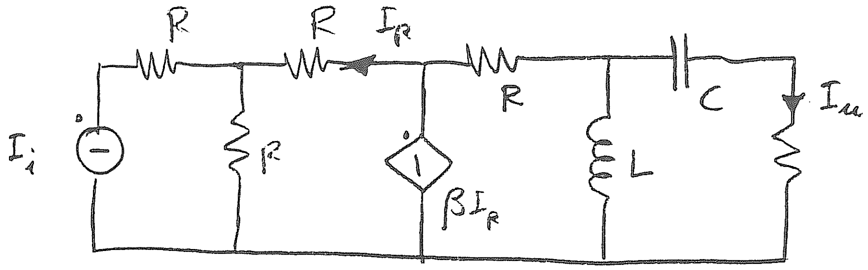


$R = 10\,\Omega$ $L = 10\,mH$ $C = 500\,\mu F$ $\omega_0 = 1000$

$\beta = 5$.

14/01/03

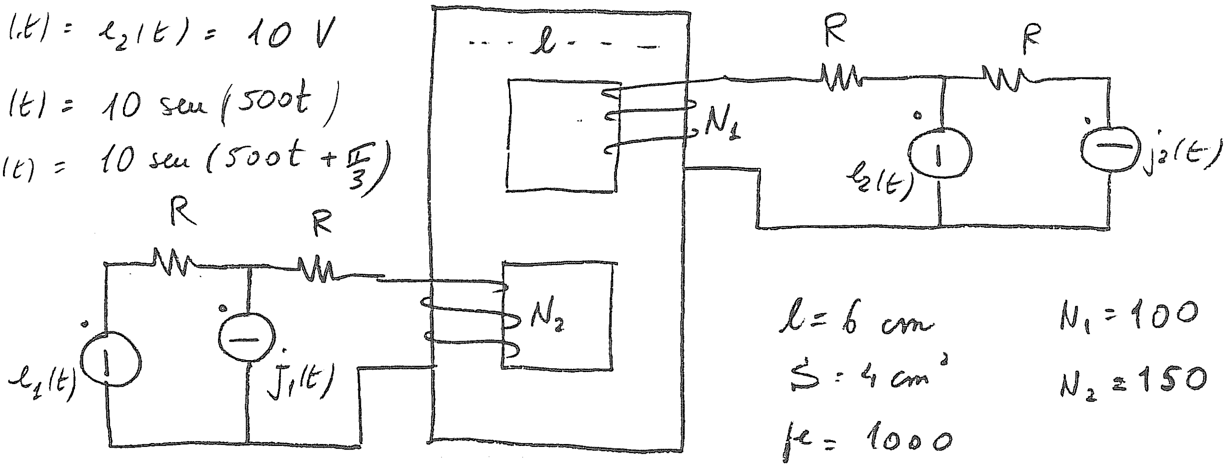
4) Determinare la funzione di trasferimento Iu/Ii per il seguente circuito.



$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 500\,\mu F$; $\beta = 5$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'energia magnetica media immagazzinata nel nucleo magnetico.

$$\begin{cases} e_1(t) = e_2(t) = 10\ V \\ j_1(t) = 10 \sin(500t) \\ j_2(t) = 10 \sin(500t + \frac{\pi}{3}) \end{cases}$$



$l = 6$ cm $N_1 = 100$

$S = 4\ cm^2$ $N_2 = 150$

$\mu = 1000$

$R = 10\,\Omega$

6) Una macchina asincrona trifase ha dato i seguenti risultati delle prove a rotore libero e a rotore bloccato

Determinare il rendimento della macchina quando questa, alimentata alla tensione nominale (380 V) funziona con uno scorrimento pari a 0.5.

Prova a Rotore libero

$V_{10} = 380V$; $I_{10} = 5A$; $P_{10} = 515\,W$

Prova a rotore bloccato

$V_{1cc} = 20V$; $I_{1cc} = 8A$; $P_{1cc} = 270\,W$

$K = 0.25$ $(E_1 = K E_2)$ $R_{1s} = 0.7\,\Omega$; $X_{1s} = 0.2\,\Omega$

Prova scritta del 14/01/03

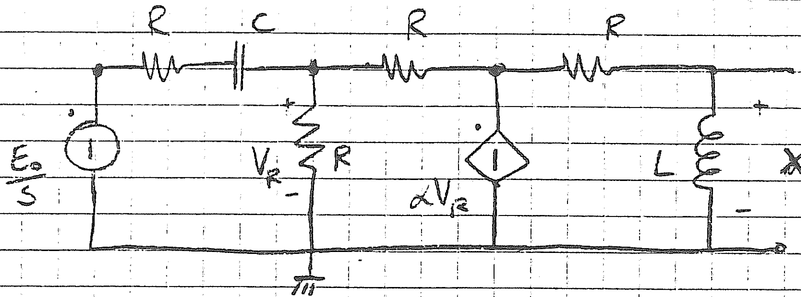
Esercizio 1a

Il circuito è inizialmente scarico e la sollecitazione può essere scritta come

$$e(t) = E_0 u(t) - E_0 u(t-T)$$

Essendo il circuito lineare e tempo invariante, detta $x(t)$ la risposta alla sollecitazione $E_0 u(t)$, la tensione richiesta può essere scritta come

$$v_L(t) = x(t) - x(t-T)$$



Conviene utilizzare l'analisi nodale.

$$0 = V_R\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R+\frac{1}{Cs}}\right) - \frac{E_0}{s}\,\frac{1}{R+\frac{1}{Cs}} - \alpha V_R \frac{1}{R}$$

$$\frac{E_0}{s}\,\frac{Cs}{RCs+1} = V_R\left(\frac{2-\alpha}{R} + \frac{Cs}{RCs+1}\right)$$

$$\frac{E_0}{\cancel{s}}\,\frac{C\cancel{s}}{\cancel{RCs+1}} = V_R\left(\frac{(2-\alpha)RCs + 2-\alpha + RCs}{R\,\cancel{(RCs+1)}}\right)$$

$$E_0 C = V_R\,\frac{(3-\alpha)RCs + 2-\alpha}{R}$$

$$V_R = \frac{R E_0 C}{(3-\alpha)RCs + 2-\alpha}$$

$$X(s) = \frac{\alpha V_R}{R + Ls} Ls = \frac{RCE_0 \, Ls}{\left[(3-\alpha)RCs + 2-\alpha\right](R+Ls)} =$$

$$= \frac{\cancel{RC}LE_0}{(3-\alpha)\cancel{RCL}} \frac{s}{\left(s + \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right)} =$$

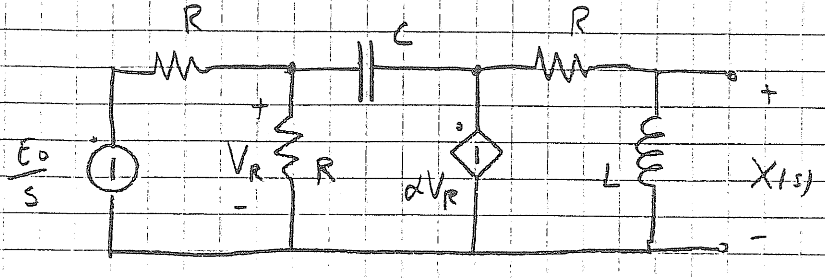
$$= \frac{E_0}{3-\alpha} \frac{s}{\left(s + \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right)} =$$

$$x(t) = \frac{E_0}{3-\alpha} \frac{\frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC} e^{-\frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}t}}{\frac{R}{L} - \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}} u(t)$$

Esercizio 1b

Valgono le stesse considerazioni dell'esercizio 1a.

Il circuito da studiare è



$$0 = V_R\left(\frac{2}{R} + Cs\right) - \frac{E_0}{s}\frac{1}{R} - \alpha V_R Cs$$

$$\frac{E_0}{s}\frac{1}{R} = V_R\left(\frac{2}{R} + (1-\alpha)Cs\right)$$

$$V_R = \frac{E_0}{s\left[RC(1-\alpha)s + 2\right]}$$

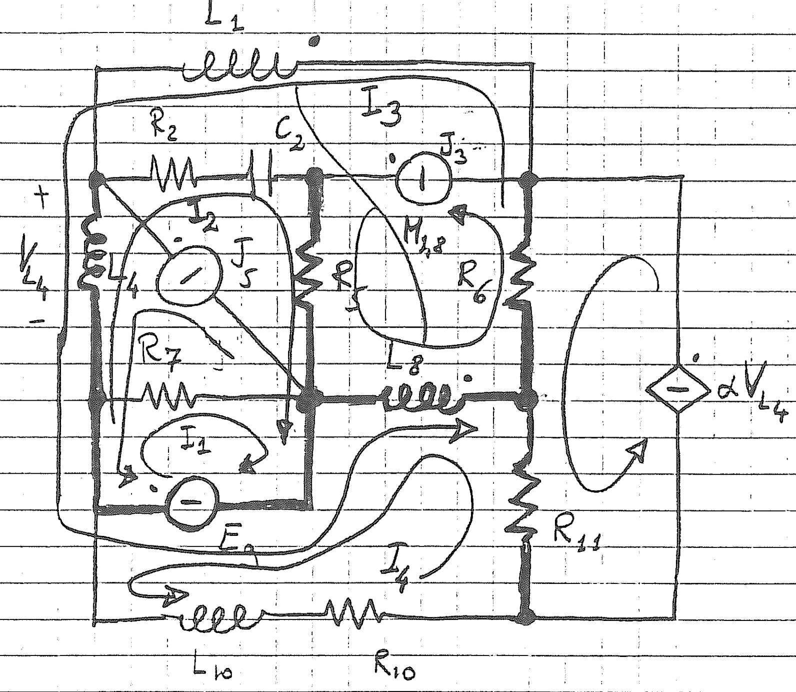
$$X(s) = \frac{\alpha V_R}{R+Ls}Ls = \frac{\alpha E_0 L}{(R+Ls)\left[RC(1-\alpha)s+2\right]} =$$

$$= \frac{\alpha E_0 \cancel{L}}{\cancel{L}\,RC(1-\alpha)} \frac{1}{\left(s+\frac{R}{L}\right)\left(s+\frac{2}{RC(1-\alpha)}\right)}$$

$$x(t) = \frac{\alpha E_0}{RC(1-\alpha)} \frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{2}{RC(1-\alpha)}t}}{\frac{2}{RC(1-\alpha)} - \frac{R}{L}}\, u(t)$$

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 2a



$n = 7$

$r = 13$

$n_{g.c} = 3$

$n_{eq} = r - n + 1 - n_{gc} = 4$

Con riferimento all'albero indicato in figura si ha:

$$\dot{E}_g = R_7 \dot{I}_1$$

$$\dot{E}_g = \left(j\omega L_4 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_5 \right) \dot{I}_2 - j\omega L_4 \dot{I}_3 - j\omega L_4 \dot{J}_5 + R_5 \dot{J}_3$$

$$-\dot{E}_g = -j\omega L_4 \dot{I}_2 + (j\omega L_1 + j\omega L_4 + j\omega L_8 + R_6) \dot{I}_3 - 2j\omega M_{1,8} \dot{I}_3$$
$$- j\omega L_8 \dot{I}_4 + j\omega M_{1,8} \dot{I}_4 + j\omega L_4 \dot{J}_5 + (j\omega L_8 + R_6) \dot{J}_3$$
$$- j\omega M_{1,8} \dot{J}_3 - R_6 \alpha \dot{V}_{L_4}$$

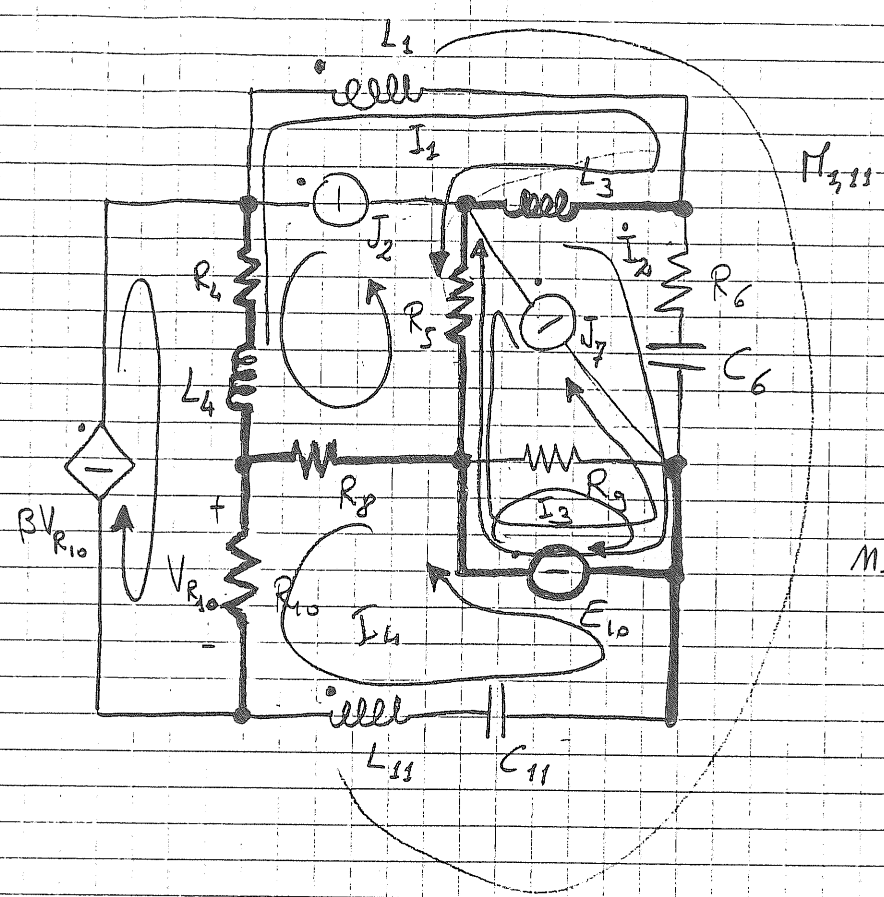
$$E_g = -j\omega L_8 \dot{I}_3 + j\omega M_{1,8} \dot{I}_3 + (R_{10} + j\omega L_{10} + j\omega L_8) \dot{I}_4$$
$$- j\omega L_8 \dot{J}_3 - R_{11} \alpha \dot{V}_{L_4}$$

$$\dot{V}_{L_4} = j\omega L_4 (\dot{J}_5 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$$

14/01/03

8

Esercizio 2b



$n = 7$

$r = 13$

$n_{g.c.} = 3$

$m_{eq} = r - n + 1 - n_{gc} = 4$

$$0 = \left(j\omega L_1 + j\omega L_3 + R_5 + R_8 + j\omega L_4 + R_4\right)\dot I_1 - \left(R_5 + j\omega L_3\right)\dot I_2 + R_8 \dot I_4$$
$$+ j\omega M_{1,11} \dot I_4 - \left(R_4 + j\omega L_4\right)\dot J_2 + R_5 \dot J_7 - \left(R_4 + j\omega L_4\right)\beta V_{R_{10}}$$

$$\dot E_{10} = -\left(R_5 + j\omega L_3\right)\dot I_1 + \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + R_5 + j\omega L_3\right)\dot I_2 + R_5 \dot J_2 - R_5 \dot J_7$$

$$\dot E_{10} = R_9 \dot I_3$$

$$\dot E_{10} = R_8 \dot I_1 + j\omega M_{1,11} \dot I_1 + \left(j\omega L_{11} + \frac{1}{j\omega C_{11}} + R_{10} + R_8\right)\dot I_4 - R_8 \dot J_5 +$$
$$+ R_{10}\beta V_{R_{10}}$$

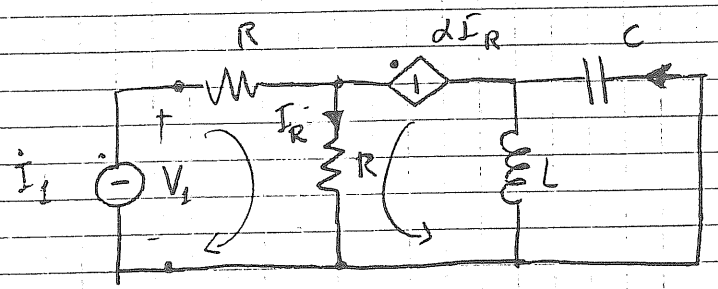
$$\dot V_{R_{10}} = R_{10}\left(\dot I_4 + \beta \dot V_{R_{10}}\right)$$

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 3 a

$$\dot{V}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{V}_2$$



$$\dot{I}_R = \dot{I}_1 + \alpha \dot{I}_R$$

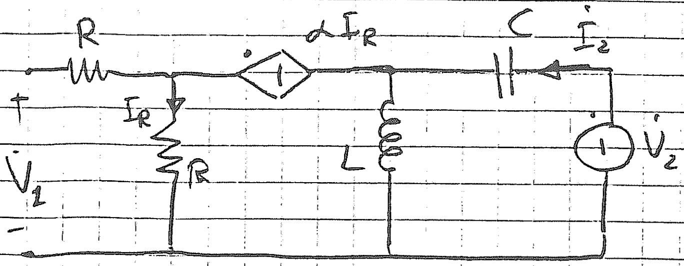
$$\dot{I}_R = \frac{\dot{I}_1}{1-\alpha}$$

$$\dot{V}_1 = 2R\dot{I}_1 + R\alpha\dot{I}_R =$$
$$= 2R\dot{I}_1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}R\dot{I}_1$$

$$h_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = R\left(2 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) = 7.5\ \Omega$$

$$\dot{I}_2 = \alpha \dot{I}_R \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \dot{I}_1 \frac{1}{1-\alpha}\frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1}$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1} = -0.3125$$



$$I_R = \alpha I_R \Rightarrow I_R = 0$$

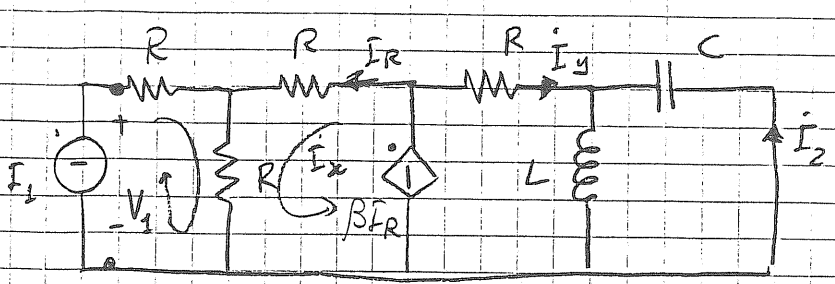
$$h_{12} = 0$$

$$\frac{1}{h_{22}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j8\,\Omega \Rightarrow h_{22} = -j\,0.125\ \Omega^{-1}$$

Essendo $h_{12} = 0$ si conclude subito che, qualunque sia il valore dell'impedenza collegata fra i morsetti della porta 2 il valore dell'impedenza vista dalla porta 1 è

$$Z_V = h_{11}$$

Esercizio 3b



$$\dot I_R = \dot I_x$$

$$\beta \dot I_x = 2R\dot I_x + R\dot I_1$$

$$\dot I_x = \frac{R}{\beta - 2R}\dot I_1$$

$$\dot I_y = \frac{\beta \dot I_x}{R + \frac{\frac{1}{j\omega C} j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\frac{\dot I_1}{R + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}$$

$$\dot I_2 = -\dot I_y \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\frac{\dot I_1}{\frac{R - \omega^2 RLC + j\omega L}{\cancel{1-\omega^2 LC}}}\frac{\omega^2 LC}{\cancel{1-\omega^2 LC}} =$$

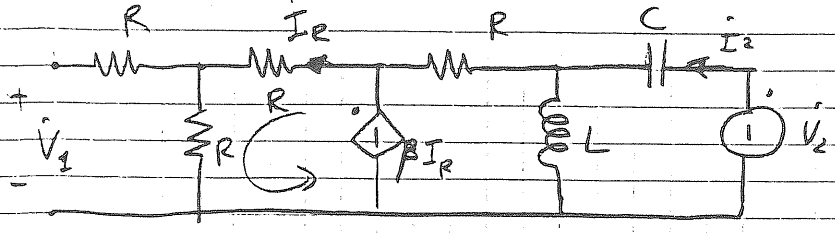
$$= \frac{\beta R}{\beta - 2R}\frac{\omega^2 LC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L}\dot I_1$$

$$\dot V_1 = 2R\dot I_1 + R\dot I_x =$$

$$= \left(2R + \frac{R^2}{\beta - 2R}\right)\dot I_1$$

$$h_{11} = \left.\frac{\dot V_1}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2=0} = 2R + \frac{R^2}{\beta - 2R} = 13.33\ \Omega$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot I_2}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2=0} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\frac{\omega^2 LC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} = 0.392 + j\,0.098$$



$$\beta I_R = 2R I_R \Rightarrow I_R = 0$$

$$\dot{V}_1 = 0$$

$$h_{12} = 0$$

$$\frac{1}{h_{22}} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} = 5 + j4.5\ \Omega \qquad h_{22} = 0.1105 - j0.0994\ \Omega^{-1}$$

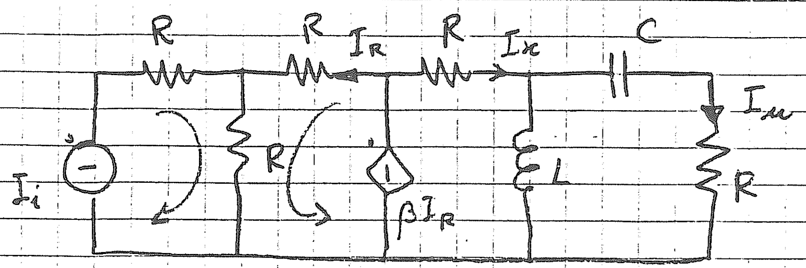
Essendo $h_{12} = 0$ si ha

$$\bar{Z}_V = h_{11}$$

qualunque sia l'impedenza collegata fra i morsetti della porta 2.

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 4



$$\beta I_R = 2R I_R + R I_i$$

$$I_R = \frac{R I_i}{\beta - 2R}$$

$$I_x = \frac{\beta I_R}{R + \frac{sL\left(R + \frac{1}{Cs}\right)}{sL + R + \frac{1}{Cs}}} =$$

$$= I_i \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{1}{R + \frac{sL(RCs+1)}{LCs^2 + RCs + 1}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{I_i(LCs^2 + RCs + 1)}{RLCs^2 + R^2Cs + R + RLCs^2 + Ls}$$

$$I_u = I_x \frac{sL}{sL + R + \frac{1}{Cs}} = I_x \frac{LCs^2}{LCs^2 + RCs + 1} =$$

$$= \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{\cancel{LCs^2 + RCs + 1}}{2RLCs^2 + R^2Cs + R + Ls} \cdot \frac{LCs^2}{\cancel{LCs^2 + RCs + 1}}$$

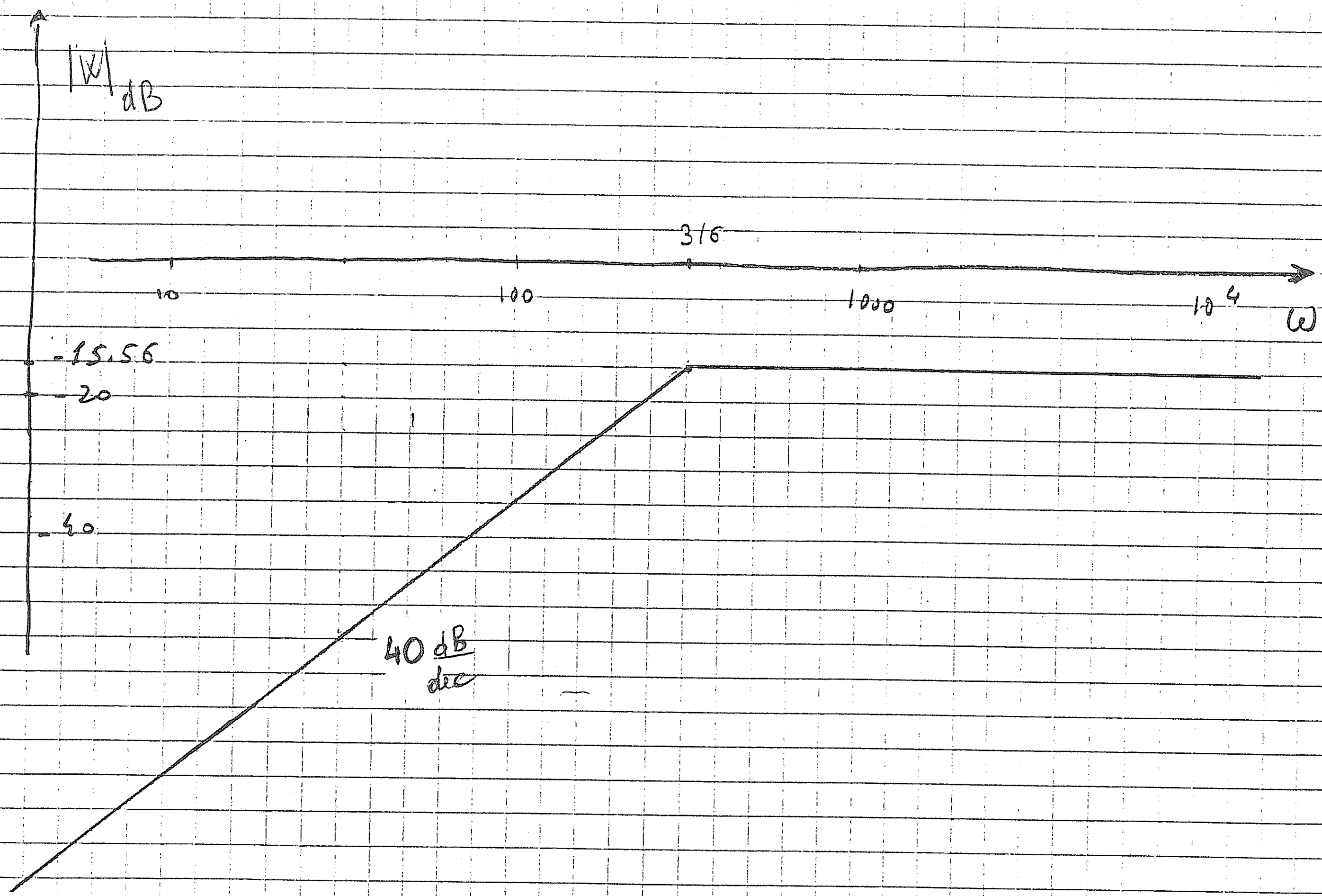
$$W(s) = \frac{I_u}{I_i} = \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{LCs^2}{2RLCs^2 + R^2Cs + Ls + R} =$$

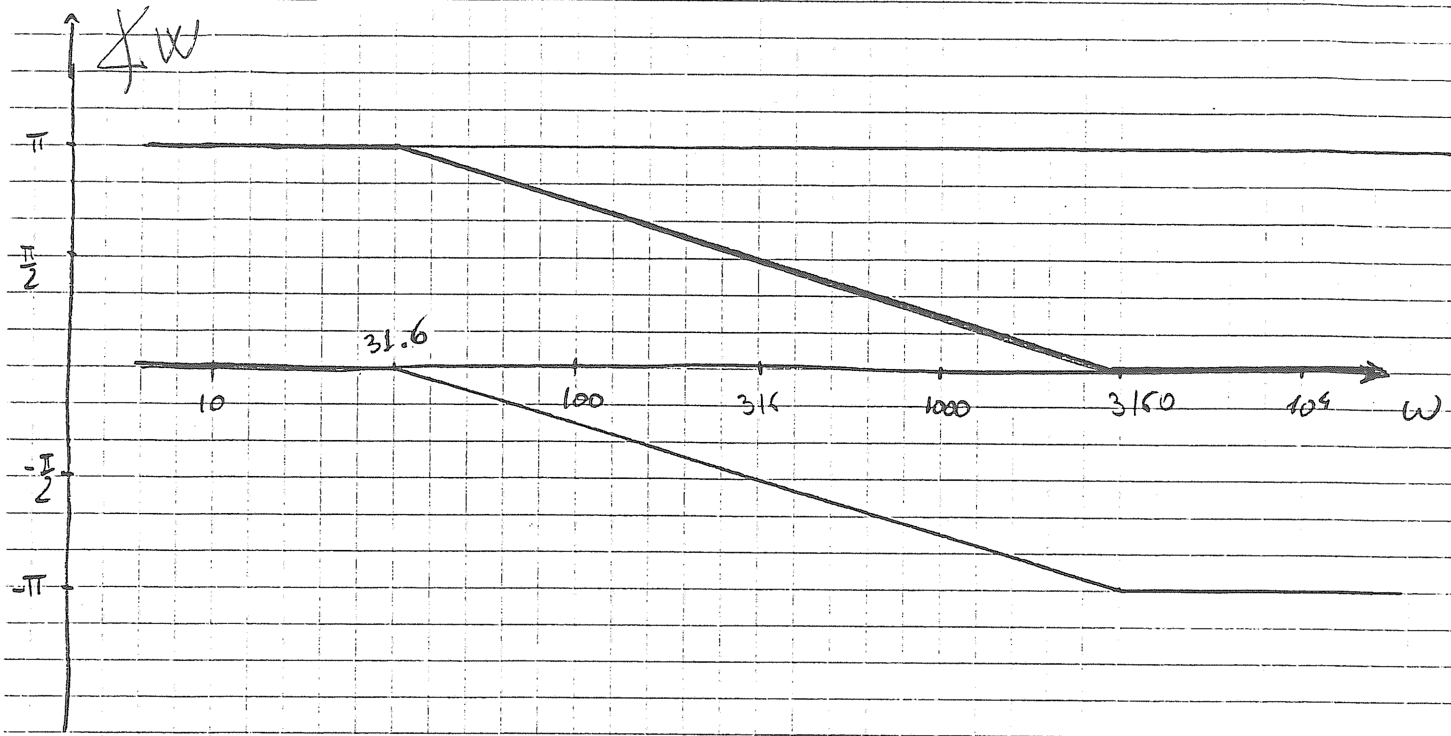
$$= \frac{\beta \cancel{R}}{\beta - 2R} \frac{\cancel{LC}}{2\cancel{RLC}} \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{R}{2L} + \frac{1}{2RC}\right)s + \frac{1}{2LC}}$$

$$W(s) = \frac{\beta}{2(\beta - 2R)} \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{R}{2L} + \frac{1}{2RC}\right)s + \frac{1}{2LC}} =$$

$$= -0.1667 \frac{s^2}{s^2 + 600s + 10^5} =$$

$$= -0.1667 \frac{s^2}{(s + 300 + j100)(s + 300 - j100)}$$

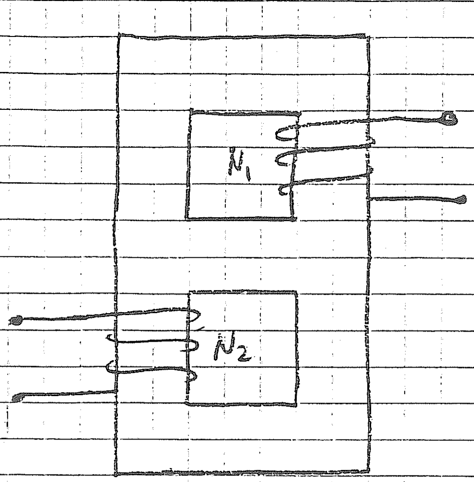



∡W
π
π/2
31.6
10
100
316
1000
3160
10⁴
ω
-π/2
-π

Prova scritta del 19/01/03

Esercizio 5

Risoluzione circuito magnetico



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$$

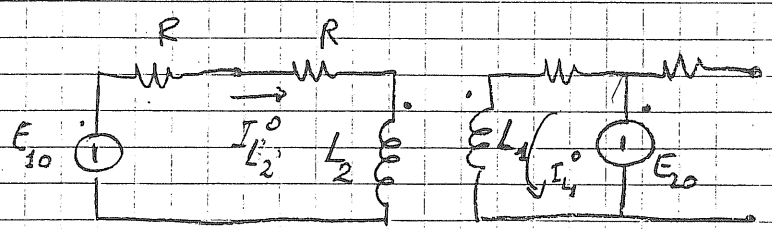
$$\mathcal{R}_{V_1} = \mathcal{R}_{V_2} = 3\mathcal{R} + \frac{3}{4}\mathcal{R} = \frac{15}{4}\mathcal{R}$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{V_1}} = 22.3 \text{ mH} \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{V_2}} = 50.3 \text{ mH}$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_{V_1}} \frac{1}{4} = 8.4 \text{ mH}$$

Sovrapposizione degli effetti

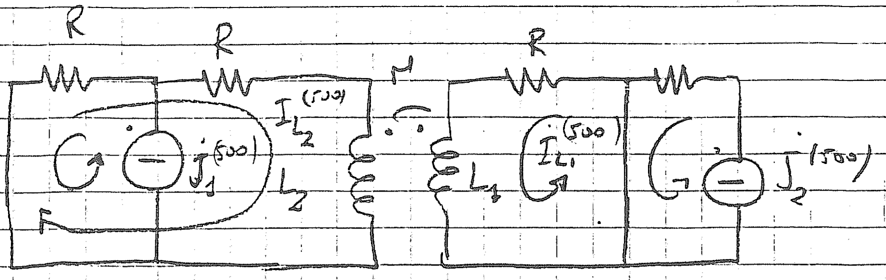
Agiscono le componenti continue.



$$I_{L_2}^{\circ} = \frac{E_{10}}{2R} = 0.5 A \qquad I_{L_1}^{\circ} = \frac{E_{20}}{R} = 1 A$$

14/01/03

17



$\dot{J}_1^{(500)} = 10\, e^{j0}$

$\dot{J}_2^{(500)} = 10\, e^{j\frac{\pi}{3}}$

$$0 = (2R + j\omega L_2)\dot{I}_{L_2}^{(500)} - \dot{J}_1^{(500)} R + j\omega M \dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$0 = (R + j\omega L_1)\dot{I}_{L_1}^{500} - j\omega M \dot{I}_{L_2}^{(500)}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(500)} = -\frac{R + j\omega L_1}{j\omega M} \dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$\dot{J}_1^{(500)} R = -\frac{R + j\omega L_1}{j\omega M}(2R + j\omega L_2)\dot{I}_{L_1}^{(500)} + j\omega M \dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$\dot{I}_{L_1}^{(500)} = -\frac{j\omega M R \dot{J}_1^{(500)}}{(R + j\omega L_1)(2R + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = -0.867 + j0.115 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(500)} = \frac{(R + j\omega L_1) R \dot{J}_1^{(500)}}{(R + j\omega L_1)(2R + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = 2.0365 - j2.376$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 (I_{L_1}^0)^2 + \frac{1}{2} L_2 (I_{L_2}^0)^2 + M I_{L_1}^{(0)} \cdot I_{L_2}^{(0)} +$$

$$\frac{1}{2} L_1 \frac{(I_{L_1}^{(500)})^2}{2} + \frac{1}{2} L_2 \frac{(I_{L_2}^{500})^2}{2} + M \frac{I_{L_1}^{(500)}}{\sqrt{2}} \frac{I_{L_2}^{(500)}}{\sqrt{2}} \cos(\varphi_{I_{L_1}} - \varphi_{I_{L_2}}) =$$

$$= 0.1405 \text{ J}$$

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 6

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 0.0036\ \Omega^{-1}$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 0.0228\ \Omega^{-1}$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 0.0225\ \Omega^{-1}$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = \frac{1}{G_m - jB_m} = 6.87 + j43.34\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc}\, I_{1cc}} = 0.9743$$

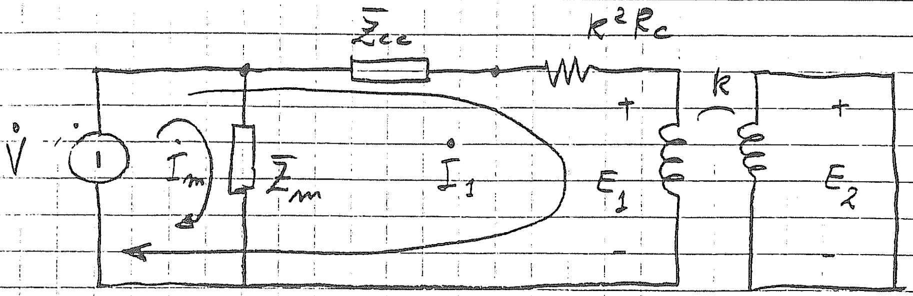
$$\bar{Z}_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}}\left(\cos\varphi_{cc} + j\,\mathrm{sen}\,\varphi_{cc}\right) = 1.406 + j\,0.325\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_{cc} - R_{1s}}{k^2} = 11.3\ \Omega$$

$$X_2 = \frac{X_{cc} - X_{1s}}{k^2} = 2.004\ \Omega$$

$$R_c = R_2\,\frac{1-s}{s} = 11.3\ \Omega$$

Il circuito equivalente monofase (connessione a stella) della macchina è quindi (tutto è riportato al primario):



$\dot{E}_2 = 0$ (corto circuito)

quindi

$$\dot{E}_1 = 0$$

$$\dot{V} = \frac{380}{\sqrt{3}} e^{j0}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}}{\bar{Z}_{cc} + k^2 R_c} = 101.45 - j15.62 \quad A$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{fe} + P_{cu}}$$

$$P_{fe} = 3 G_m V^2 = 515 \ W$$

$$P_{cu} = 3 R_{cc} I_1^2 = 44.41 \ kW$$

$$P_u = 3 k^2 R_c I_1^2 = 22.32 \ kW$$

$$\eta = 33.18 \%$$

1

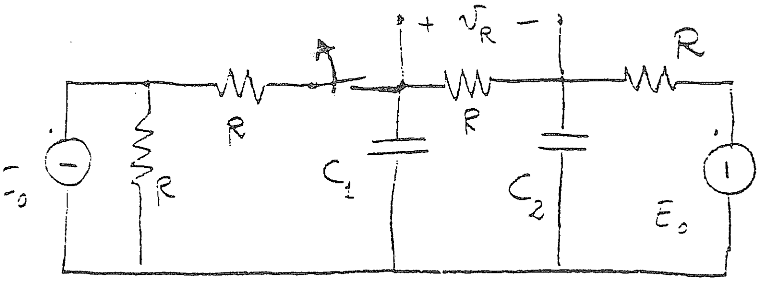
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4, 5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 03/02/03 Allievo: ....

1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per $t<0$, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti del resistore a seguito dell'apertura del tasto che avviene all'istante $t=0$.



$I_0 = 1\,A$

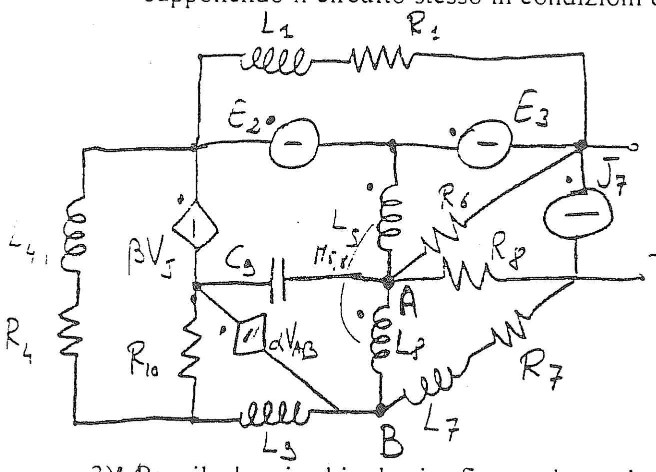
$E_0 = 5\,V$

$R = 10\,\Omega$

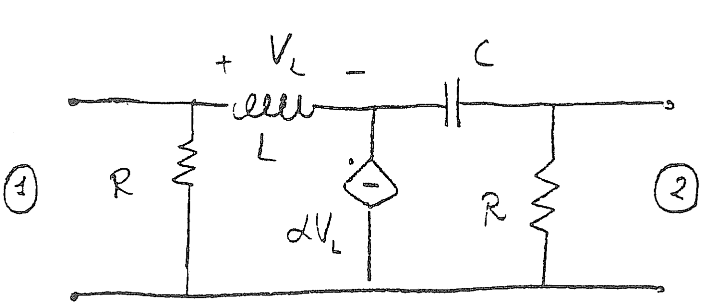
$C = 100\,\mu F$

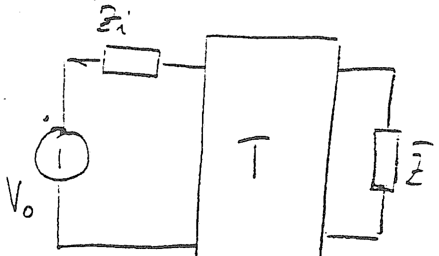
$C_1 = C_2 = C$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri di tasmissione. Determinare quindi la potenza attiva e quella reattiva erogate dal generatore di tensione quando la porta 2 è chiusa sul carico $Z = 2+j3$.





$\alpha = 3$ $R = 7\,\Omega$ $L = 100\,\mu H$ $\omega = 1000\ rad/sec$

$C = 1\,mF$; $V_0 = 50\,V$ $\bar{Z}_i = 2+j1$

2

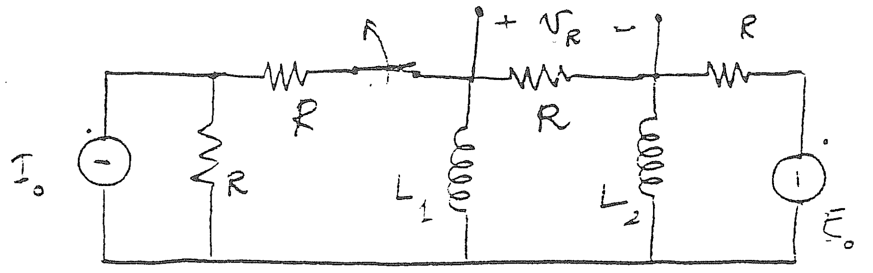
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 03/02/03 Allievo: ....

1) b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per $t<0$, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti del resistore a seguito dell'apertura del tasto che avviene all'istante $t=0$.



$I_0 = 1\,A$

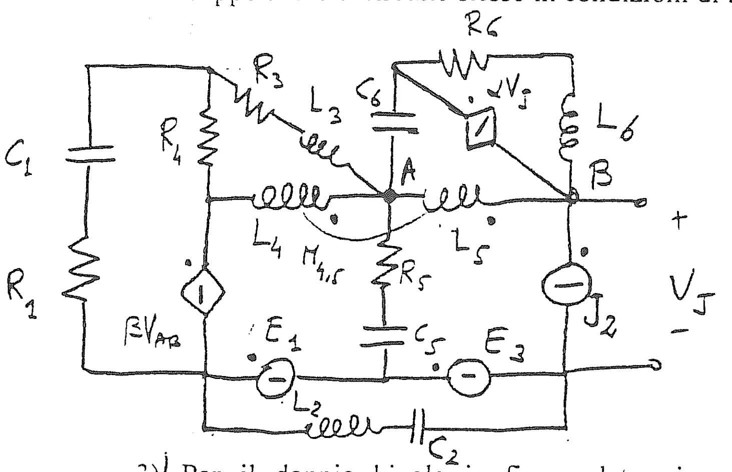
$E_0 = 5V$

$R = 10\,\Omega$

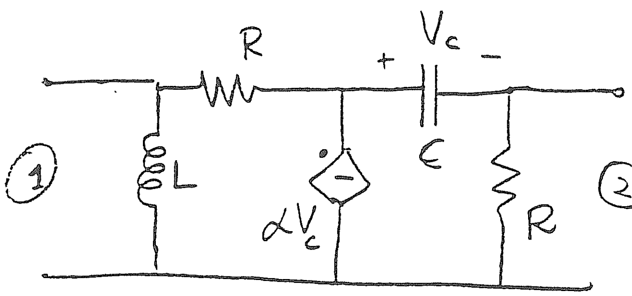
$L = 100\,\mu H$,

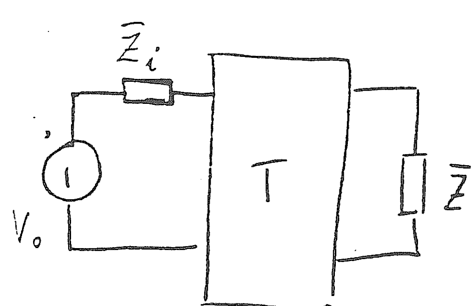
$L_1 = L_2 = L$

2) b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri di tasmissione. Determinare quindi la potenza attiva e quella reattiva erogate dal generatore di tensione quando la porta 2 è chiusa sul carico $Z = 2+j3$.

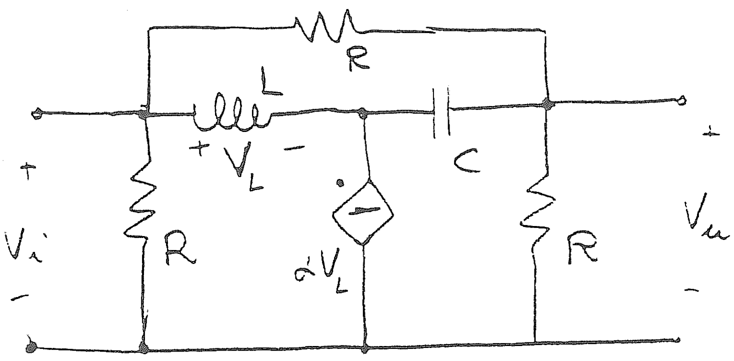




$\alpha = 3$ $R = 8$ $L = 100\,\mu H$ $\omega = 1000$ rad/sec

$c = 1\,mF$ $V_0 = 50$ $\bar{Z}_i = 1 + j3$

4) Determinare la funzione di trasferimento Vu/Vi per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



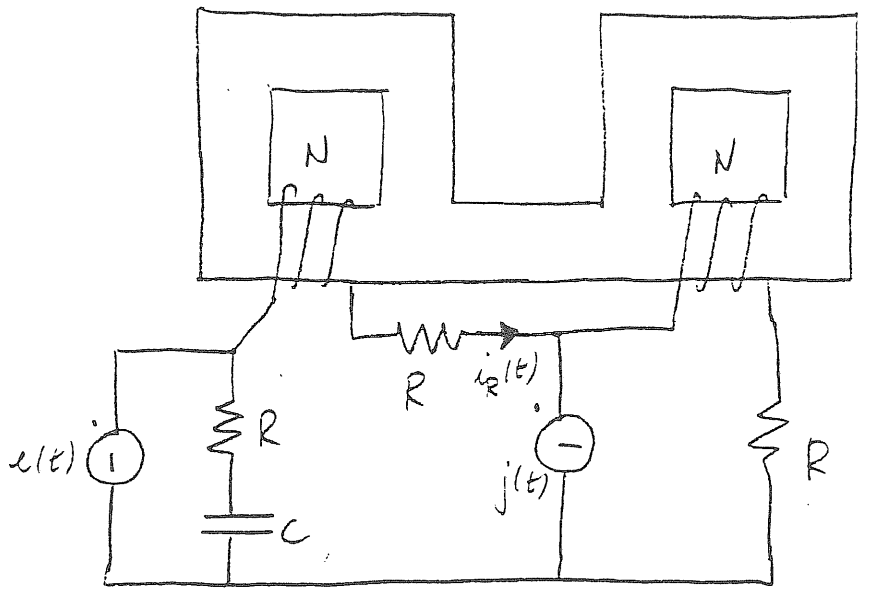
$R = 10\ \Omega$

$L = 100\ \mu H$

$C = 1\ mF$

$\alpha = 3$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effetto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della corrente $i_R(t)$ e l'energia magnetica media immagazzinata nel nucleo magnetico.



$l = 9\ cm$; $N = 100$

$S = 4\ cm^2$

$\mu_r = 1000$

$R = 10\ \Omega$; $C = 100\ \mu F$

$e(t) = 100 \sin 500t$

$j(t) = 2 \sin 1000t + 3 \sin\left(1500t + \frac{\pi}{3}\right)$

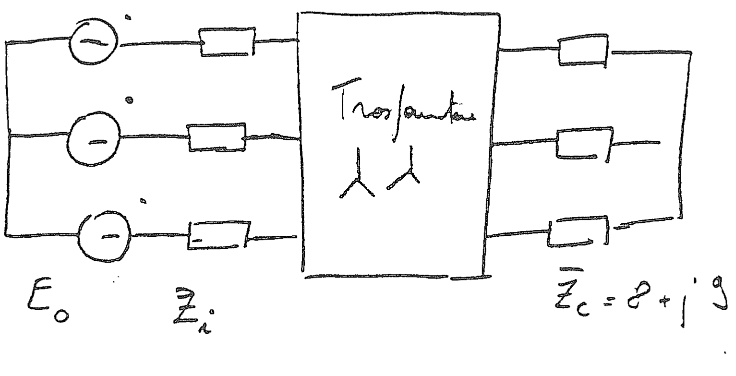
6) Un trasformatore trifase ha dato i seguenti risultati delle prove a vuoto e in corto circuito.
Determinare la potenza attiva e quella reattiva sul carico trifase (Zc = 8+j9) collegato al secondario come indicato in figura. (Eo=220, Zi=0.5−j0.8).

$V_{10} = 380\ V$; $I_{10} = 4.5\ A$; $P_{10} = 500\ W$

$V_{1cc} = 20\ V$; $I_{1cc} = 8\ A$; $P_{1cc} = 250\ W$

$N_1 / N_2 = 5$

$\omega = 314\ rad/sec$

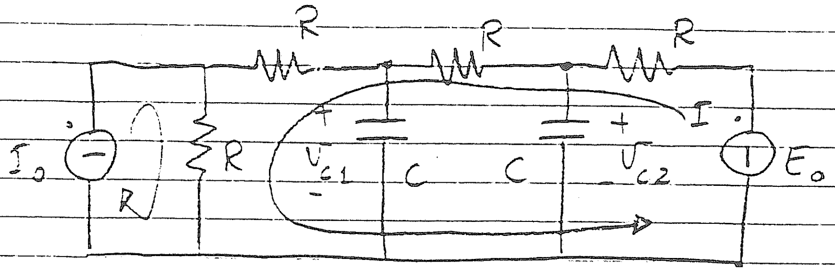


Prova scritta del 3/02/03

4

Esercizio 1a

Condizioni iniziali a tasto chiuso



Il circuito è alimentato da generatori di tensione e corrente costante. Per questo circuito in condizioni di regime le correnti sui due condensatori sono nulle. L'equazione per il calcolo della corrente I è:

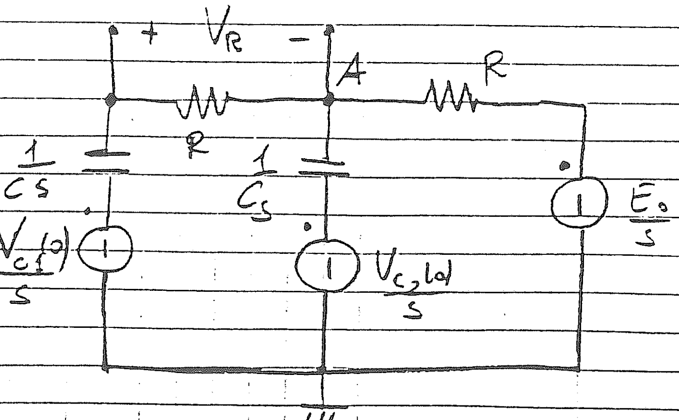
$$E_0 = 4RI + RI_0$$

$$I = \frac{E_0 - RI_0}{4R} = -0.125\ A$$

$$V_{c1}(0^-) = 2RI + RI_0 = 7.5\ V$$

$$V_{c2}(0^-) = 3RI + RI_0 = 6.25\ V$$

Il circuito L-trasformato a partire dall'istante di apertura del tasto che avviene a $t=0$ è:



3/02/03

5

$$V_{th} = \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{1}{Cs}\,\frac{\frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{E_0}{s}}{R + \frac{1}{Cs}} =$$

$$= \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{1}{\cancel{Cs}}\,\frac{\frac{V_{C2}(0) - E_0}{s}}{\frac{RCs + 1}{\cancel{Cs}}} =$$

$$= \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{V_{C2} - E_0}{s(RCs+1)} =$$

$$= \frac{RCs\,V_{C2}(0) + \cancel{V_{C2}(0)} - \cancel{V_{C2}(0)} + E_0}{s(RCs+1)} =$$

$$= \frac{RCs\,V_{C2}(0) + E_0}{(RCs+1)\,s}$$

$$Z_{th} = \frac{R\,\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{R}{RCs+1}$$

$$I_R = \frac{\frac{V_{C1}(0)}{s} - E_{th}}{R + \frac{1}{Cs} + Z_{th}} = \frac{\frac{V_{C1}(0)}{s} - \frac{RCs\,V_{C2}(0) + E_0}{s(RCs+1)}}{R + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{RCs+1}} =$$

$$= \frac{\frac{RCs\,V_{C1}(0) + V_{C1}(0) - RCs\,V_{C2}(0) - E_0}{s\cancel{(RCs+1)}}}{\frac{RCs(RCs+1) + RCs + 1 + RCs}{Cs\cancel{(RCs+1)}}} =$$

$$= C\,\frac{RCs\left(V_{C1}(0) - V_{C2}(0)\right) + V_{C1}(0) - E_0}{R^2C^2s^2 + RCs + RCs + 1 + RCs}$$

$$V_R(s) = R\,I_R(s) = RC\,\frac{RCs\left(V_{C1}(0) - V_{C2}(0)\right) + V_{C1}(0) - E_0}{R^2C^2s^2 + 3RCs + 1} =$$

3/02/03

6

$$= \frac{\cancel{RC}\ \cancel{RC}\left(V_{C1}(0)-V_{C2}(0)\right)}{\cancel{R^2C^2}} \cdot \frac{s + \frac{V_{C1}(0)-E_0}{V_{C1}(0)-V_{C2}(0)}\cdot\frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{R^2C^2}} =$$

$$= \left[V_{C1}(0) - V_{C2}(0)\right] \frac{s + \frac{V_{C1}(0)-E_0}{V_{C1}(0)-V_{C2}(0)}}{\left(s + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\frac{1}{RC}\right)\left(s + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\frac{1}{RC}\right)} =$$

$$= 1.25\ \frac{s + 10}{(s + 2.618\cdot 10^3)(s + 381.37)}$$

$$\frac{s+\alpha}{(s+s_1)(s+s_2)} = \frac{A}{s+s_1} + \frac{B}{s+s_2}$$

$$A = \left.\frac{s+\alpha}{s+s_2}\right|_{s=-s_1} = \frac{-s_1+\alpha}{s_2-s_1} = 1.1663$$

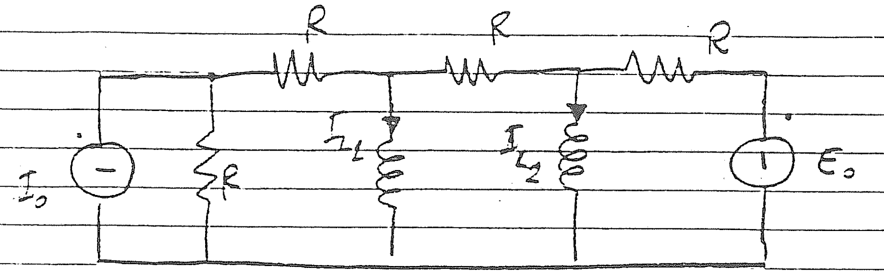
$$B = \left.\frac{s+\alpha}{s+s_1}\right|_{s=-s_2} = \frac{-s_2+\alpha}{s_1-s_2} = -0.1663$$

$$V_R(s) = 1.25\left[\frac{1.1663}{s+2.618\cdot 10^3} - \frac{0.1663}{s+381.37}\right]$$

$$v_R(t) = 1.25\left[1.1663\, e^{-2618t} - 0.1663\, e^{-382t}\right] u(t)$$

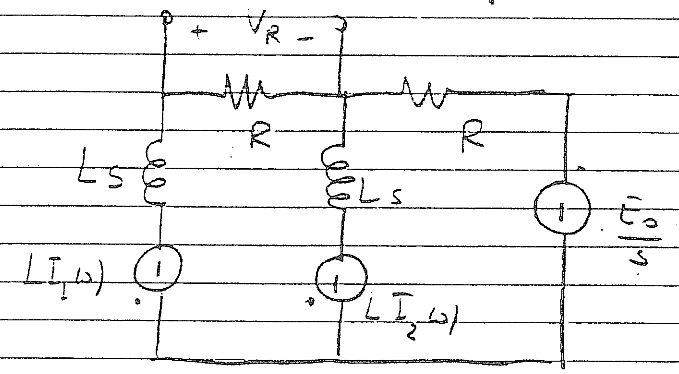
Esercizio 1b

A tasto chiuso, considerando gli induttori come corto circuiti, viste le condizioni di alimentazione della rete, si ha:



$$I_{L_1} = \frac{I_0}{2} = 0.5\,A \qquad I_{L_2} = \frac{E_0}{R} = 0.5\,A$$

Il circuito L-trasformato è quindi



Equivalente Thevenin

$$V_{th}(s) = -LI_2(0) + Ls\,\frac{\frac{E_0}{s} + LI_2(0)}{R + Ls} =$$

$$= -LI_2(0) + \frac{L\,E_0 + L^2 s\, I_2(0)}{R + Ls} =$$

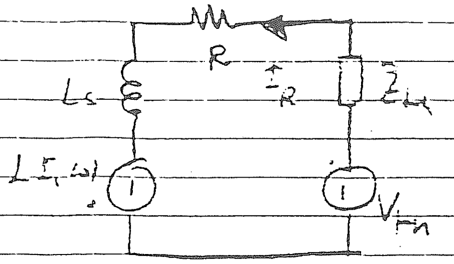
$$= \frac{-RL\,I_2(0) - \cancel{L^2 s\, I_2(0)} + LE_0 + \cancel{L^2 s\, I_2(0)}}{R + Ls} =$$

$$= L\,\frac{E_0 - R I_2(0)}{R + Ls}$$

$$Z_{th} = \frac{RLs}{R + Ls}$$

3/02/03

8



$$I_R = \frac{V_{th} + LI_1(0)}{R + Ls + Z_{th}} = \frac{L\,\frac{E_0 - RI_2(0)}{R+Ls} + LI_1(0)}{R + Ls + \frac{RLs}{R+Ls}} =$$

$$= \frac{\frac{LE_0 - RLI_2(0) + RLI_1(0) + L^2 s I_1(0)}{\cancel{R+Ls}}}{\frac{(R+Ls)(R+Ls) + RLs}{\cancel{R+Ls}}} =$$

$$= \frac{L\left[E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right) + Ls I_1(0)\right]}{R^2 + L^2 s^2 + 2RLs + RLs} =$$

$$= \frac{L\left(Ls I_1(0) + E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)\right)}{L^2 s^2 + 3RLs + R^2} =$$

$$= \frac{\cancel{L^2} I_1(0)}{\cancel{L^2}} \cdot \frac{s + \frac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{LI_1(0)}}{s^2 + 3\frac{R}{L}s + \left(\frac{R}{L}\right)^2} =$$

$$= I_1(0)\,\frac{s + \frac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{LI_1(0)}}{\left(s + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\frac{R}{L}\right)}$$

$$V_R(s) = -RI_R(s) = -RI_1(0)\,\frac{s + \frac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{LI_1(0)}}{\left(s + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\frac{R}{L}\right)} =$$

$$= -5\,\frac{s + 10^5}{\left(s + 2.618\cdot 10^5\right)\left(s + 3.82\cdot 10^4\right)}$$

$A = -1.634$ $\qquad\qquad$ $B = 2.6344$

$$V_R(s) = 5\left[\frac{1.634}{s + 2.618\cdot 10^5} - \frac{2.6344}{s + 3.82\cdot 10^4}\right]$$

$$v_R(t) = 5\left[1.634\,e^{-2.618\cdot 10^5 t} - 2.6344\,e^{-3.82\cdot 10^4 t}\right]u(t)$$

Prova scritta del 03/02/03

9

Esercizio 2a

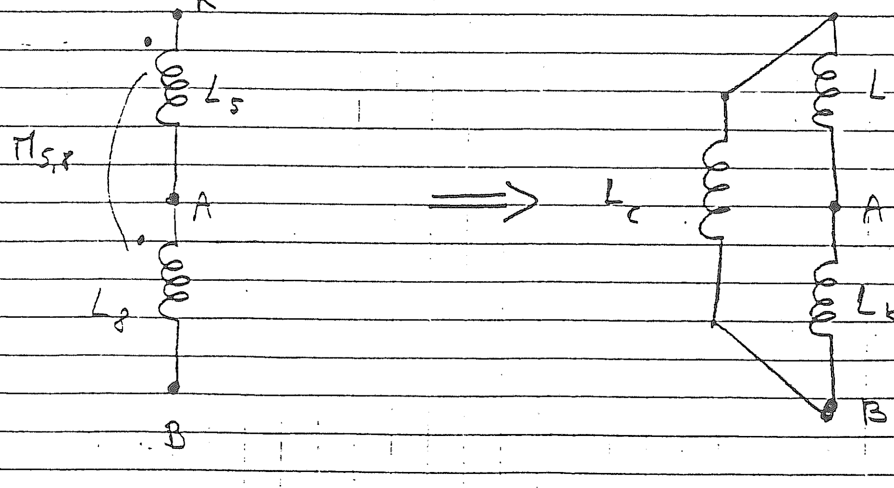
Nel circuito assegnato si hanno 8 nodi, 15 rami, 3 generatori ideali di tensione e 2 generatori ideali di corrente.
L'analisi con le correnti di maglia richiederebbe

$$15 - 8 + 1 - 2 = 6 \text{ equazioni}$$

Quella con le tensioni nodali

$$8 - 1 - 3 = 4 \text{ equazioni.}$$

Per utilizzare l'analisi nodale occorre sostituire il sistema dei due induttori mutuamente accoppiati con un circuito equivalente. Poiché i due induttori hanno un punto a comune si può utilizzare l'equivalente a T o quello a Π.
Conviene utilizzare quest'ultimo perché non aggiunge ulteriori nodi al circuito, mentre l'equivalente a T ne aggiungerebbe uno.



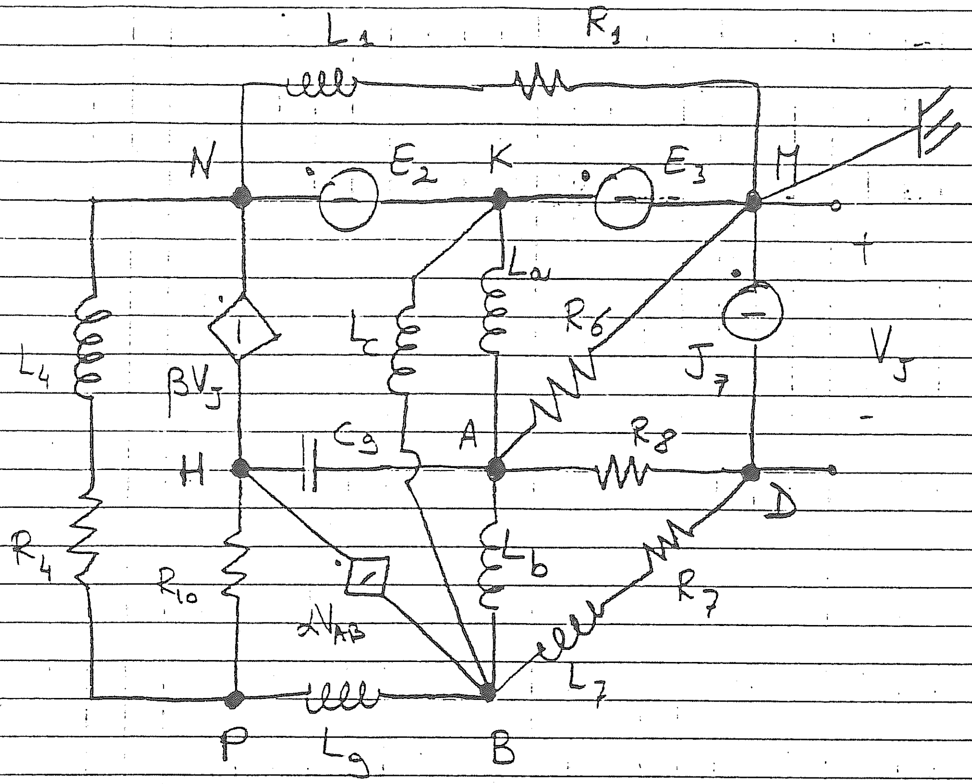
$$L_c = -\frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{M_{5,8}}$$

$$L_b = \frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{L_8 + M_{5,8}}$$

$$L_a = \frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{L_5 + M_{5,8}}$$

10

Il circuito può essere ridisegnato come:



Si assume M come nodo di riferimento per le tensioni.

$$V_K = E_3$$

$$V_N = E_2 + E_3$$

$$V_H = E_2 + E_3 - \beta V_J$$

$$V_J = -V_D$$

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Nodo A

$$0 = V_A\left(\frac{1}{j\omega L_a} + \frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_8} + j\omega C_g + \frac{1}{R_6}\right) - \frac{1}{R_8}V_D - \frac{1}{j\omega L_b}V_B +$$

$$-\frac{1}{j\omega L_a}V_K - j\omega C_g V_H$$

Nodo D

$$-J_7 = -\frac{1}{R_8}V_A + \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}\right)V_D - \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}V_B$$

Nodo B

$$-\alpha V_{AB} = -\frac{1}{j\omega L_b}V_A - \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}V_D + \left(\frac{1}{j\omega L_g} + \frac{1}{j\omega L_c} + \frac{1}{j\omega L_b} +\right.$$

3/02/03

$$+ \frac{1}{R_7 + j\omega L_7} \Big) V_B - \frac{1}{j\omega L_9} V_P - \frac{1}{j\omega L_c} V_K$$

11

Nodo P

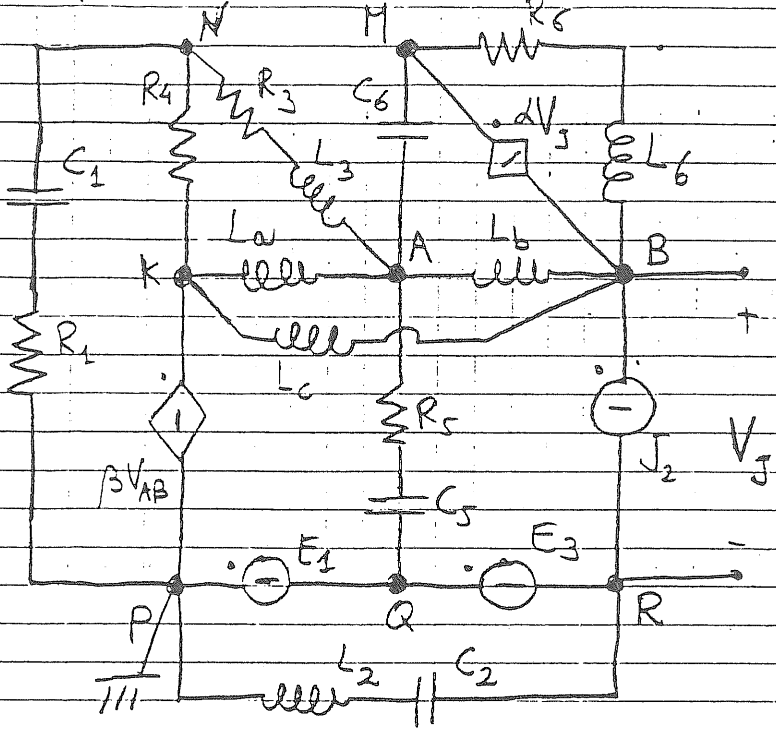
$$0 = -\frac{1}{j\omega L_9} V_B + \left(\frac{1}{j\omega L_9} + \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_4 + j\omega L_4} \right) V_P +$$

$$- \frac{1}{R_{10}} V_H - \frac{1}{R_4 + j\omega L_4} V_N \longrightarrow$$

Esercizio 2b 3/02/03

12

Valgono le stesse premesse fatte per il 2a.



$$L_c = -\frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{M_{4,5}}$$

$$L_a = \frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{L_5 + M_{4,5}}$$

$$L_b = \frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{L_4 + M_{4,5}}$$

Si assume il nodo P come riferimento per le tensioni.

$$V_K = \beta V_{AB} \qquad V_Q = -E_1 \qquad V_R = -E_1 - E_3$$

$$V_{AB} = V_A - V_B \qquad V_J = V_B - V_R$$

Nodo N

$$0 = \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + j\omega L_3} + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}\right)V_N - \frac{1}{R_3 + j\omega L_3}V_A - \frac{1}{R_4}V_K$$

Nodo M

$$\alpha V_J = \left(j\omega C_6 + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6}\right)V_M - j\omega C_6 V_A - \frac{1}{R_6 + j\omega L_6}V_B$$

Nodo A

$$0 = -\frac{1}{R_3 + j\omega L_3}V_N - j\omega C_6 V_M + \left(\frac{1}{R_3 + j\omega L_3} + j\omega C_6 + \frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{j\omega L_a}\right)V_A - \frac{1}{j\omega L_b}V_B - \frac{1}{R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}}V_Q - \frac{1}{j\omega L_a}V_K$$

Nodo B

$$J_2 - \alpha V_J = -\frac{1}{R_6 + j\omega L_6}V_M - \frac{1}{j\omega L_b}V_A + \left(\frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6}\right.$$

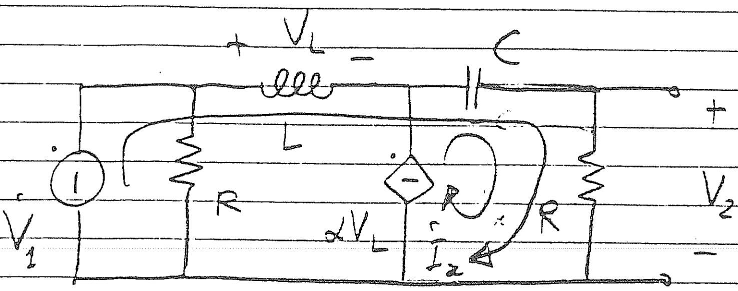
$$\left. + \frac{1}{j\omega L_c}\right)V_B - \frac{1}{j\omega L_c}V_K$$

Prova scritta del 3/02/03

13

Esercizio 3a

Calcolo di A:



$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x + \alpha \dot V_L \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) \\ \dot V_L = j\omega L \dot I_x \end{cases}$$

$$\dot V_1 = \left(\frac{j\omega RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot I_x + \alpha\left(\frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}\right) j\omega L \dot I_x$$

$$\dot I_x = \frac{j\omega C}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)}\dot V_1$$

$$\dot V_2 = R(\dot I_x + \alpha \dot V_L) = R(I_x + \alpha j\omega L \dot I_x) =$$

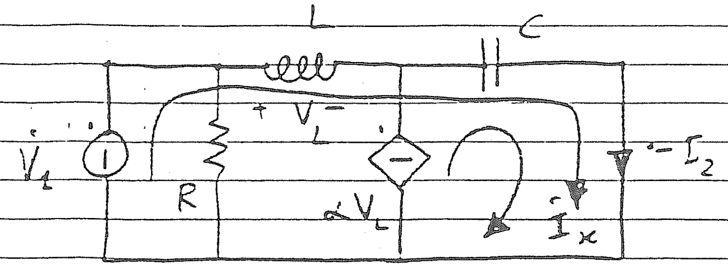
$$= R(1 + j\omega\alpha L)\dot I_x$$

$$\frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{R(1 + j\omega\alpha L)(j\omega C)}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} = 0.984 + j0.111$$

$$A = 1.0034 - j0.1135$$

Calcolo di B 3/02/03

(14)



$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x + \alpha \dot V_L \dfrac{1}{j\omega C} \\ \dot V_L = j\omega L \dot I_x \end{cases}$$

$$\dot I_x = \frac{j\omega C}{1-\omega^2 LC + j\omega\alpha L}\dot V_1$$

$$-\dot I_2 = \dot I_x + \alpha \dot V_L = \dot I_x + \alpha j\omega L \dot I_x =$$

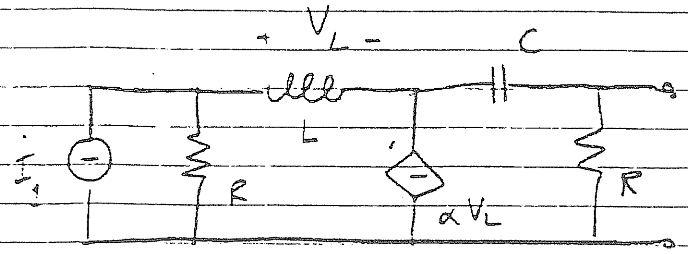
$$= \dot I_x (1 + j\omega\alpha L)$$

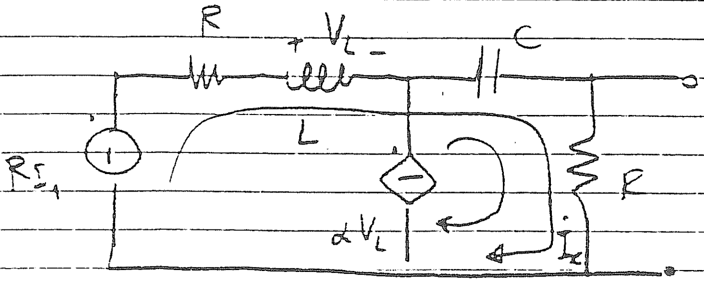
$$\frac{1}{B} = \left.\frac{-\dot I_2}{\dot V_1}\right|_{\dot V_2=0} = \frac{j\omega C(1+j\omega\alpha L)}{1-\omega^2 LC + j\omega\alpha L} = 0.033 + j1.10$$

$$B = 0.0275 - j0.9083$$

Calcolo di C

3/02/03





$$\begin{cases} R\dot{I}_1 = \left(2R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha \dot{V}_L \left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) \\ \dot{V}_L = j\omega L \dot{I}_x \end{cases}$$

$$R\dot{I}_1 = \left(\frac{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha j\omega L \left(\frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega RC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} \dot{I}_1$$

$$\dot{V}_2 = R(\dot{I}_x + \alpha\dot{V}_L) = R(\dot{I}_x + \alpha j\omega L\dot{I}_x) =$$

$$= R(1 + j\omega\alpha L)\dot{I}_x$$

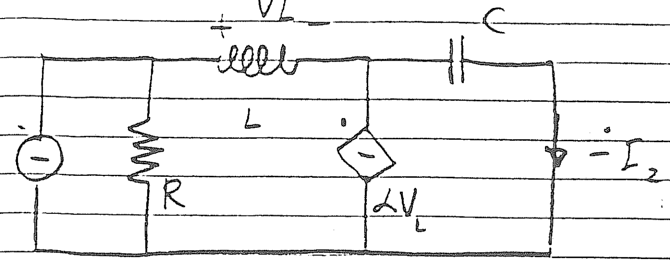
$$\frac{1}{C} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2 = 0} = \frac{j\omega R^2 C(1 + j\omega\alpha L)}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} = 4.001 + j0.809$$

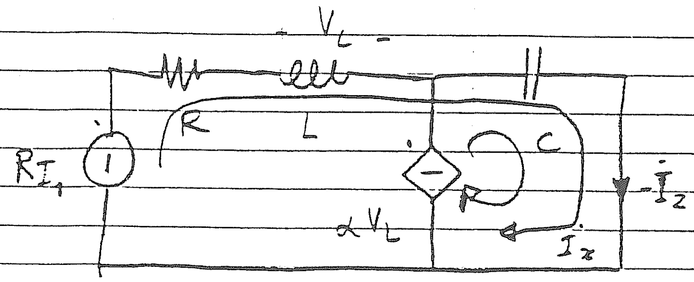
$$C = 0.2401 - j0.0486$$

3/02/03

16

Calcolo di D





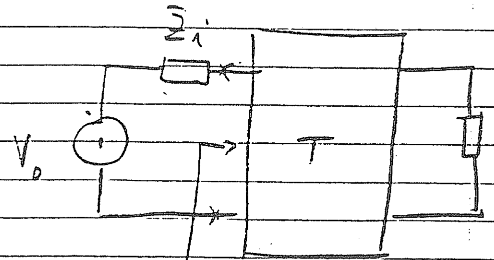
$$\begin{cases} R\dot{I}_1 = \left(R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \dfrac{1}{j\omega C}\alpha \dot{V}_L \\ \dot{V}_L = \dot{I}_x\, j\omega L \end{cases}$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega RC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L}\dot{I}_1$$

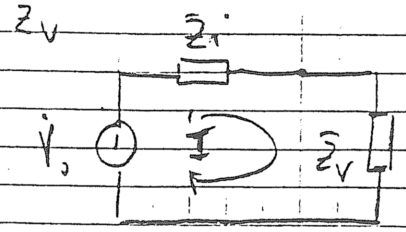
$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_x(1 + j\omega\alpha L)$$

$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \frac{j\omega RC(1 + j\omega\alpha L)}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L} = 0.9217 + j0.389$$

$$D = 0.921 - j0.389$$



$$\bar{Z}_V = \frac{A\bar{Z} + B}{C\bar{Z} + D} = 1.68 + j0.958$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_V} = 5.866 - j8.661$$

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{Z}_V I^2 =$$

$$= 183.89 + j104.78$$

3/02/03

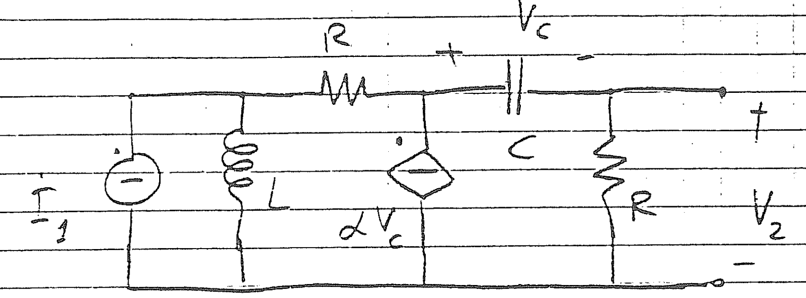
18

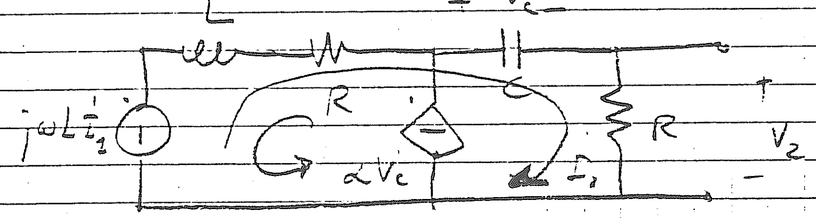
$$-\dot I_2 = \dot I_x = \frac{j\omega C}{j\omega RC + (1-\alpha R)}\dot V_1$$

$$\frac{1}{B} = -\frac{\dot I_2}{\dot V_1}\bigg|_{\dot V_2=0} = \frac{j\omega C}{j\omega RC + (1-\alpha R)} = 0.0135 - j0.0388$$

$$B = 8.0 + j23.0$$

Calcolo di C





$$j\omega L\dot I_1 = \left(2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x - (R + j\omega L)\alpha V_c$$

$$\dot V_c = \frac{1}{j\omega C}\dot I_x$$

$$j\omega L\dot I_1 = \left(\frac{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot I_x - (R + j\omega L)\alpha\frac{1}{j\omega C}\dot I_x$$

$$\dot I_x = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 - \alpha R - j\omega\alpha L}\dot I_1$$

$$\dot V_2 = R\dot I_x$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\dot V_2}{\dot I_1}\bigg|_{\dot I_2=0} = \frac{-\omega^2 RLC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 - \alpha R - j\omega\alpha L} = 0.0237 + j0.01\ldots$$

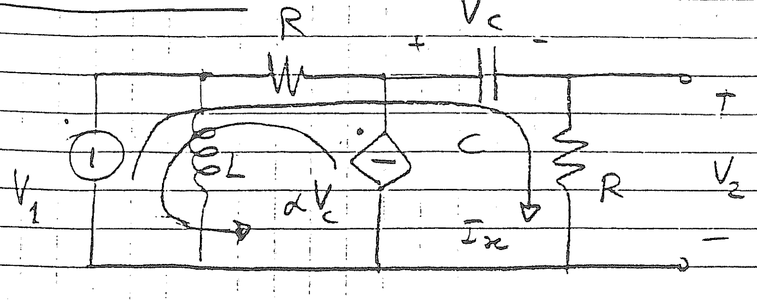
$$C = 28.875 - j19.625$$

Prova scritta del 3/02/03

17

Esercizio 3b

Calcolo di A:



$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(2R + \frac{1}{j\omega C}\right) I_x - R\alpha V_c \\ V_c = \frac{1}{j\omega C} I_x \end{cases}$$

$$\dot V_1 = \left(2R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x - \alpha R \frac{1}{j\omega C} \dot I_x$$

$$\dot V_1 = \left[2R + \frac{1}{j\omega C}(1 - \alpha R)\right]\dot I_x$$

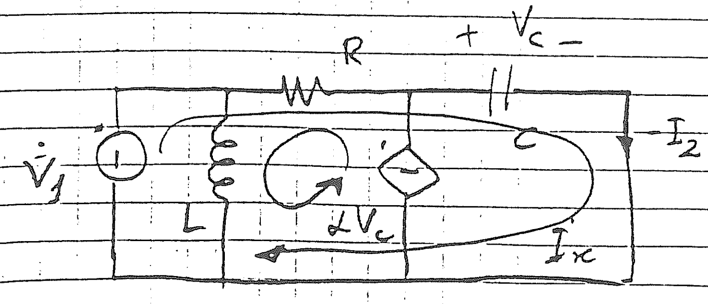
$$I_x = \frac{j\omega C}{2Rj\omega C + 1 - \alpha R} \dot V_1$$

$$\dot V_2 = R\dot I_x$$

$$\frac{1}{A} = \frac{j\omega RC}{j\omega 2RC + (1 - \alpha R)} = 0.163 - j0.234$$

$$A = 2.0 + j2.875$$

Calcolo di B:

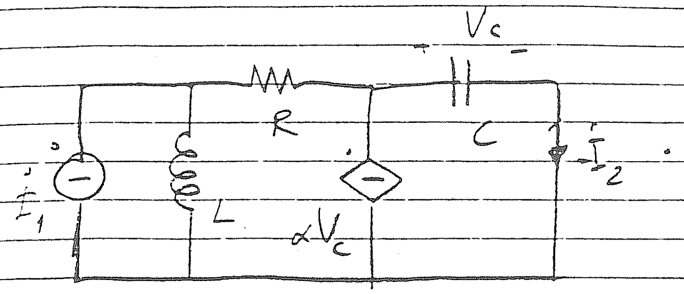


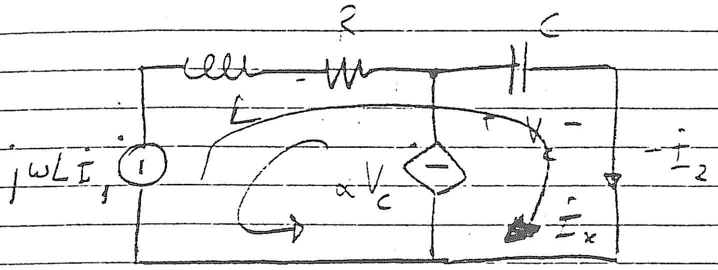
$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) I_x - R\alpha V_c \\ V_c = \frac{1}{j\omega C} I_x \end{cases}$$

Calcolo di D :

3/02/03

19

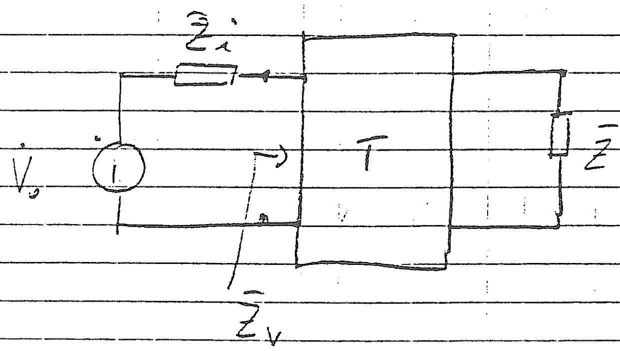




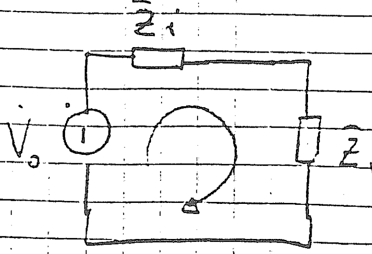
$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_x = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 - j\omega\alpha L}\,\dot{I}_1 \qquad \left(\text{Vedere calcolo di } C\right)$$

$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 - j\omega\alpha L} = 0.0015 - j\,0.0128$$

$$D = 9 + j77$$



$$\bar{Z}_V = \frac{A\bar{Z} + B}{C\bar{Z} + D} = 0.1519 + j\,0.1263$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_V} = 5.1885 - j\,14.082$$

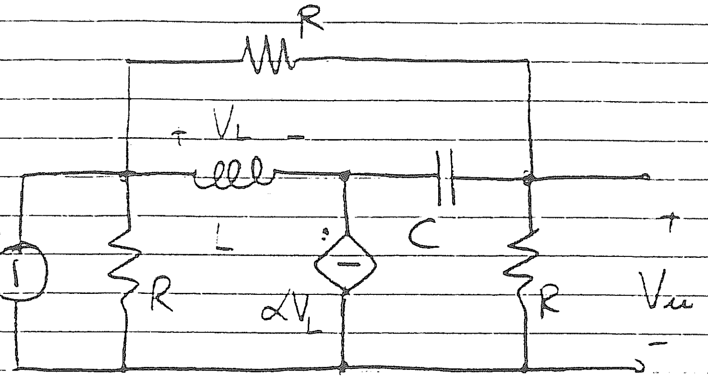
$$\bar{S} = P + jQ = \bar{Z}_V I^2 = 34.2 + j\,28.44$$

La potenza erogata dal generatore è quella ai morsetti della porta 1 del doppio bipolo.

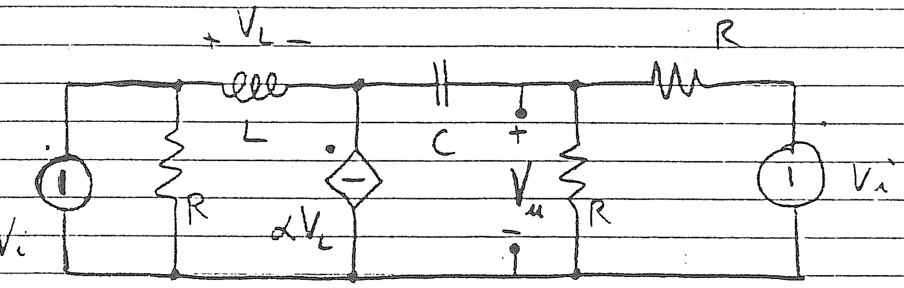
Prova scritta del 3/02/03

20

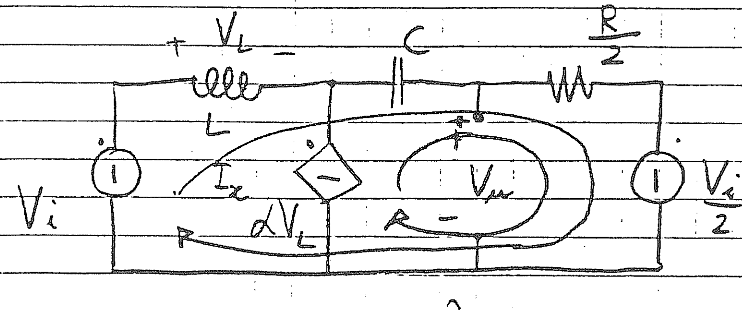
Esercizio n°4



Il generatore $V_i(s)$ è ideale, quindi può essere sdoppiato



Sdoppiandolo ulteriormente nella parte sinistra (e trascurando il "doppione" che diventa la resistenza) e applicando Thevenin alla parte destra si ha:



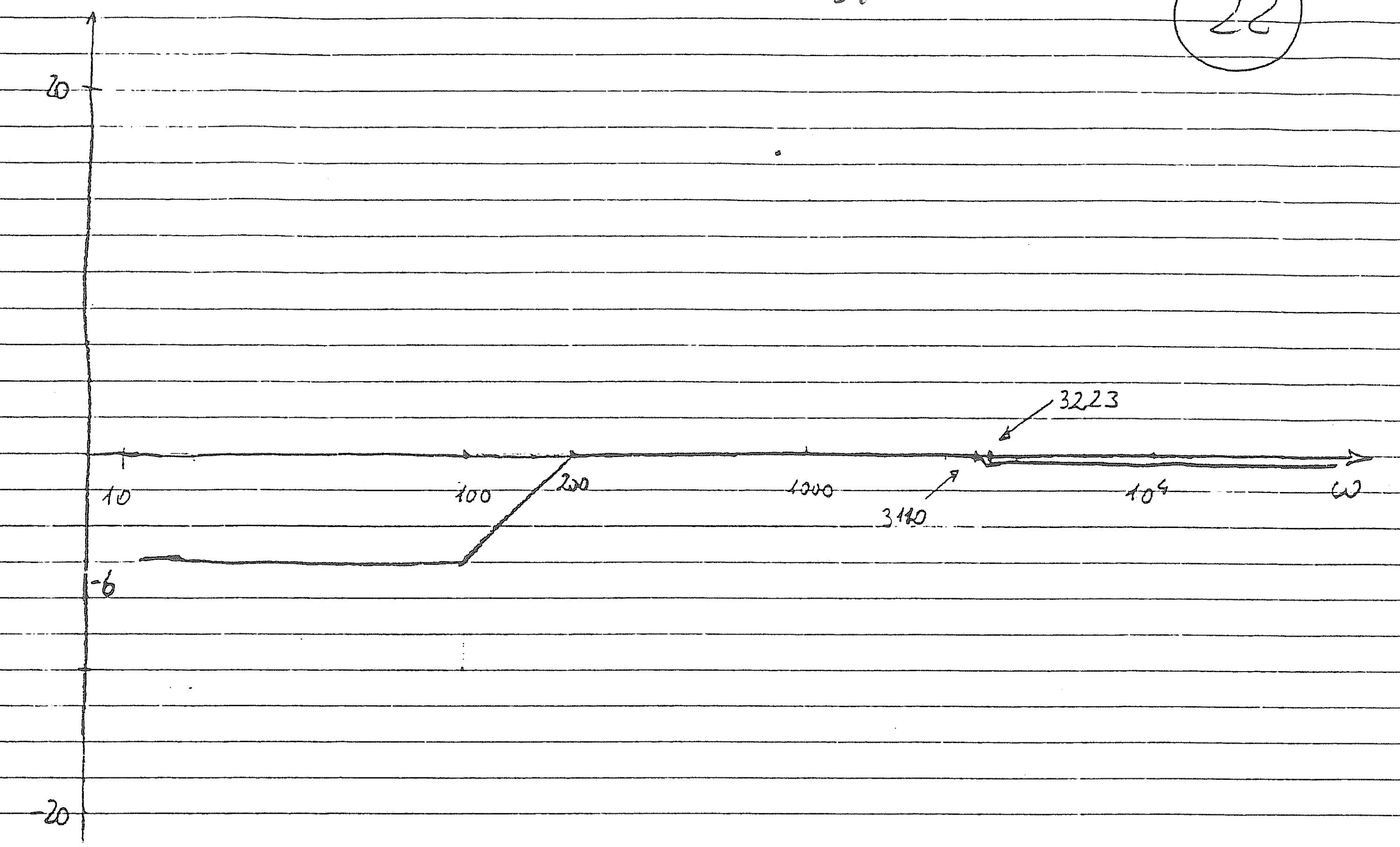
$$V_i - \frac{V_i}{2} = \left(Ls + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right) I_x + \left(\frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right) \alpha V_L$$

$$V_L = Ls I_x$$

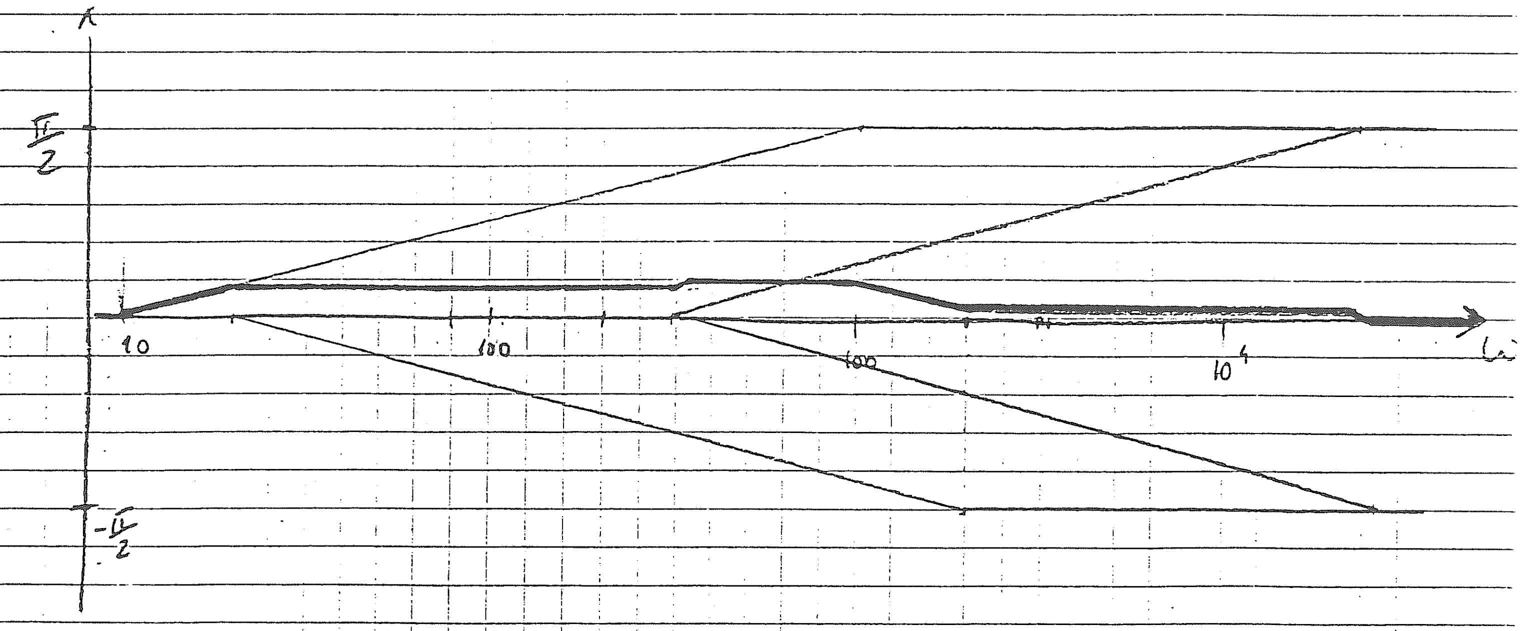
$$\frac{V_i}{2} = \left[Ls + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{2} + \left(\frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right) \alpha Ls\right] I_x$$

3/02/03

22



20
3223
10
100
200
1000
3110
10^4
ω
-6
-20



$\frac{\pi}{2}$
10
100
1000
10^4
ω
$-\frac{\pi}{2}$

(23)

Prova scritta del 03/02/03

Esercizio n° 5

Risoluzione nucleo magnetico

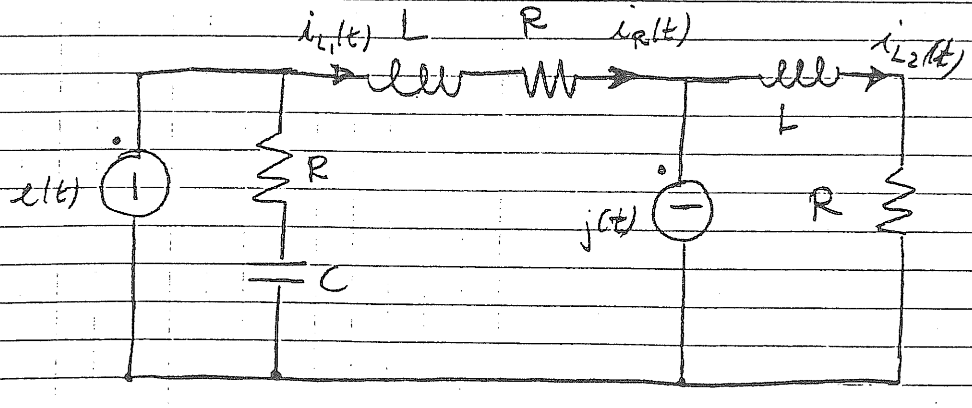
Per via della forma del nucleo magnetico e della disposizione degli avvolgimenti questi ultimi non risultano essere magneticamente accoppiati.

Il coefficiente di autoinduzione di entrambi gli avvolgimenti è quindi

$$L = \frac{N^2}{4\mathcal{R}} = 20.9 \ mH$$

dove $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = 1.19 \cdot 10^5$ è la riluttanza di un lato del nucleo.

Il circuito equivalente è quindi:

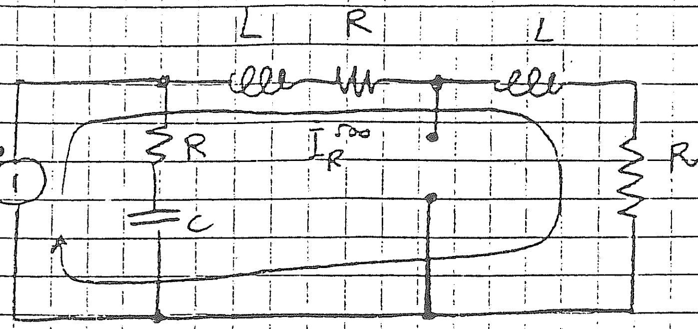


3/02/03

Utilizziamo il principio di sovrapposizione degli effetti.

24

Agiscano le sollecitazioni a 500 rad/sec

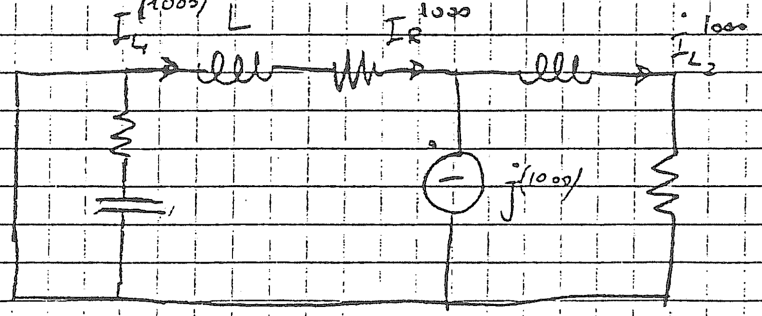


$$\dot E^{(500)} = 100 \cdot e^{j0}$$

$$\dot I_{L_1}^{(500)} = \dot I_{L_2}^{(500)} = \dot I_R^{(500)} = \frac{\dot E}{2R + 2j\omega L} = 2.385 - j2.497 \text{ A}$$

$$= 3.453\, e^{-j0.81} \text{ A}$$

Agiscano le sollecitazioni a 1000 rad/sec



$$\dot J^{(1000)} = 2e^{j0}$$

$$\dot I_{L_1}^{(1000)} = \dot I_R^{(1000)} = -\frac{\dot J^{(1000)}}{2} = -1 \text{ A}$$

$$\dot I_{L_2}^{(1000)} = \frac{\dot J^{(1000)}}{2} = 1 \text{ A}$$

Quando agiscono le componenti a 1500 rad/sec: $\dot J^{1500} = 3e^{j\frac{\pi}{3}}$

$$\dot I_{L_1}^{(1500)} = \dot I_R^{(1500)} = -\frac{\dot J^{1500}}{2} = -1.5\, e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\dot I_{L_2}^{(1500)} = \frac{\dot J^{(1500)}}{2} = 1.5\, e^{j\frac{\pi}{3}}$$

3/02/03

25

$$i_R(t) = i_R^{500}(t) + i_R^{(1000)}(t) + i_R^{(1500)}(t) =$$

$$= 3.453 \cdot \text{sen}(500t - 0.81) - 1 \cdot \text{sen}\, 1000t +$$

$$- 1.5 \cdot \text{sen}\left(1500t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L \left[\frac{\left(I_{L_1}^{(500)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_1}^{(1000)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_1}^{(1500)}\right)^2}{2} \right] +$$

$$\frac{1}{2} L \left[\frac{\left(I_{L_2}^{(500)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_2}^{(1000)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_2}^{(1500)}\right)^2}{2} \right] =$$

$$= 0.159 \text{ J}$$

Prove scritte del 03/02/03

26

Esercizio n°6

Determinazione parametri del circuito equivalente (monofase) del trasformatore

$$R_m = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = 288.8\ \Omega \qquad G_m = \frac{1}{R_m} = 0.0035\ \Omega^{-1}$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 0.0205\ \Omega^{-1}$$

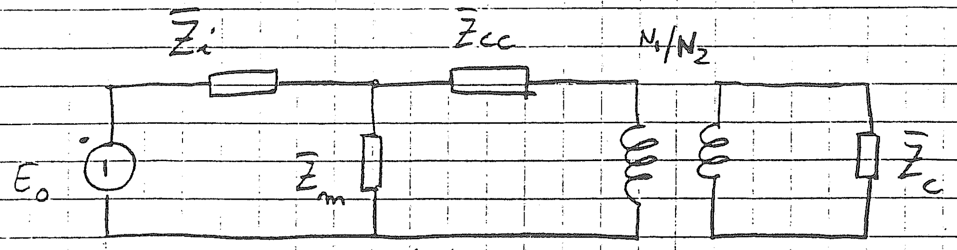
$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 0.0202\ \Omega^{-1}$$

$$\overline{Y}_m = G_m - j B_m = 0.0035 - j0.0202 \ ; \ \overline{Z}_m = \frac{1}{\overline{Y}_m} = 8.23 + j48.05\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc}\, I_{1cc}} = 0.902$$

$$\overline{Z}_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} \left(\cos\varphi_{cc} + j \sin\varphi_{cc} \right) = 1.302 + j\,0.623\ \Omega$$

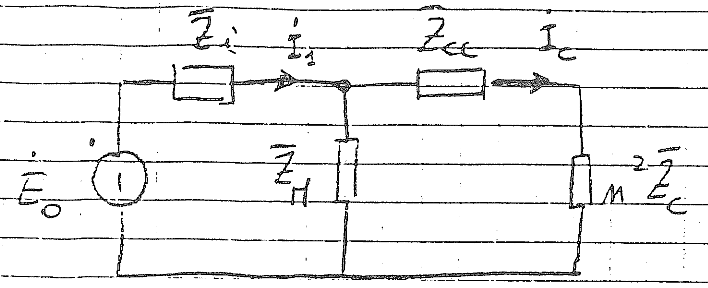
Il circuito monofase equivalente dell'intero sistema è



Riportando tutto al primario (il secondario resta chiuso su un corto circuito, quindi $\dot{E}_2 = 0$, ed anche $\dot{E}_1 = 0$):
L'impedenza $\overline{Z}_i$ è da considerarsi come impedenza interna del generatore.

3/02/03

27



$m = \frac{N_1}{N_2} = 5$

Al fasore che rappresentante la tensione di alimentazione si può assegnare fase nulla

$$\dot{E}_0 = 220\, e^{j0}$$

$$\bar{Z}_p = \frac{\bar{Z}_M(\bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c)}{\bar{Z}_M + \bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c} = 10 + j\,41.5 \quad \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_p} = 1.25 - j\,4.88 \quad A$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_1 \frac{\bar{Z}_M}{\bar{Z}_M + \bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c} = 0.48 - j\,0.53\ A$$

$$\bar{S}_{tot} = P_{tot} + j\,Q_{tot} = 3m^2\bar{Z}_c\,I_c^2 = 306.8 + j\,345.13 \quad VA$$