

Specifiche statiche

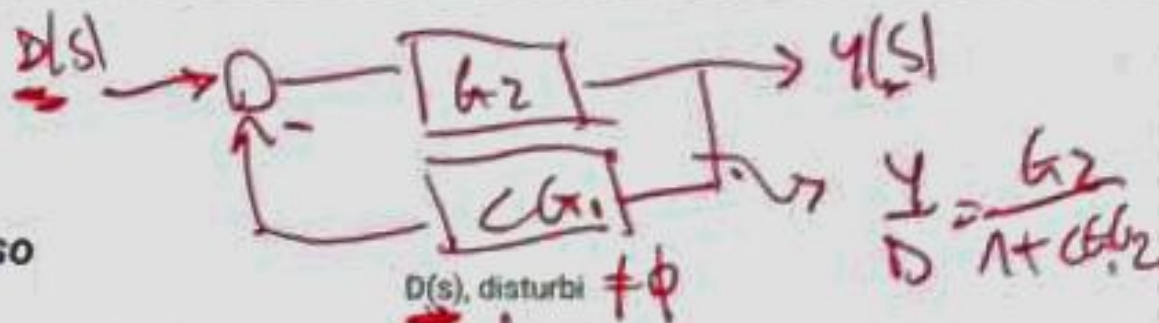
Disturbo interno al processo



$$Y(s) = \underline{W(s)} \cdot R(s) + \underline{W_d(s)} \cdot D(s)$$

$$W(s) = \frac{C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$



Specifiche statiche

Disturbo interno al processo



$$Y(s) = W(s) \cdot R(s) + W_d(s) \cdot D(s)$$

$$W(s) = \frac{C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

Sistemi di tipo 0, con ingresso a gradino

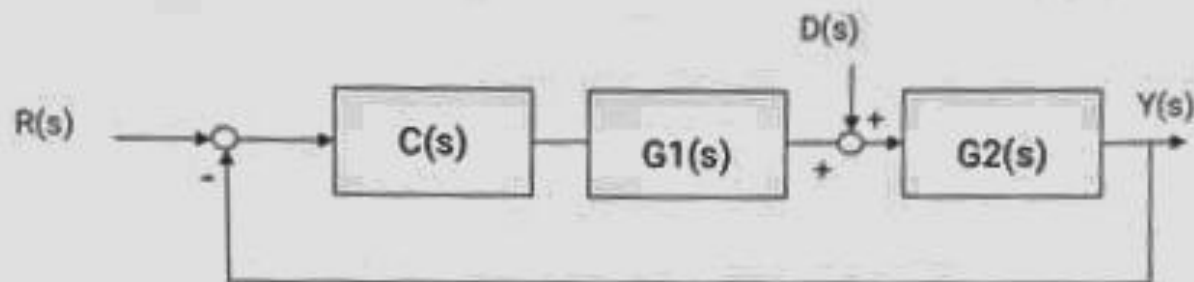
Dal teorema del valore finale, i guadagni statici delle funzioni di trasferimento in anello chiuso sono i valori della risposta a regime

Idealmente vorremmo: $W(0)=1$ e $W_d(0)=0$

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

Specifiche statiche

$$Y(s) = W(s) \cdot R(s) + W_d(s) \cdot D(s)$$

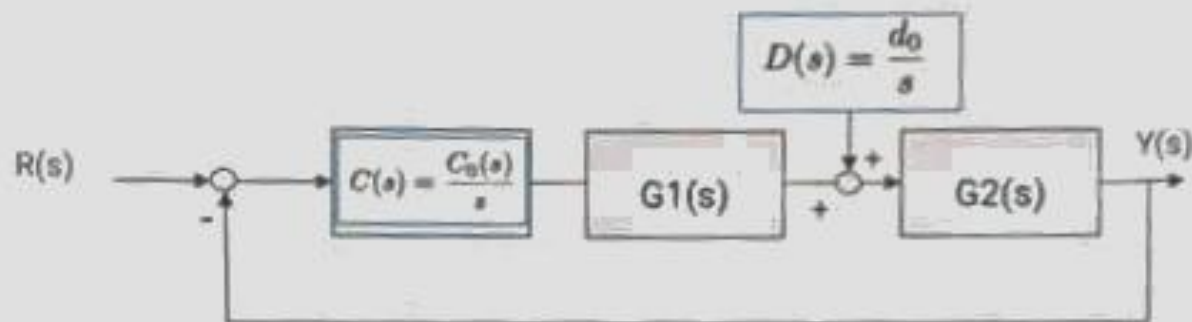


Idealmente vorremmo: $W(0)=1$ e $W_d(0)=0$ ← Verificata per alti guadagni di anello

$$W_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \quad \leftarrow C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \gg 1$$

$$W_d(s) \approx \frac{G_2(s)}{C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} = \frac{1}{C(s) \cdot G_1(s)} \approx 0 \quad \leftarrow \text{Il guadagno di } C(s) \text{ e' grande}$$

Specifiche statiche

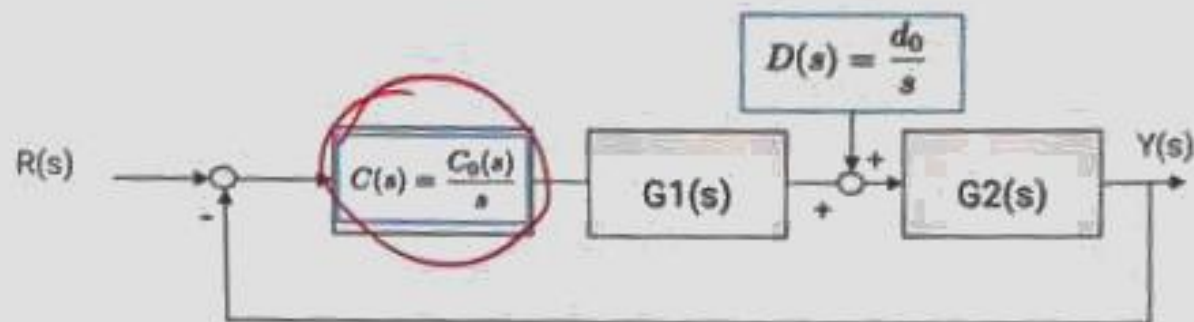


$$Y_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot \frac{d_0}{s}$$

Disturbo a gradino, ingresso nullo e controllore con integratore

Il teorema del valore finale: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_d(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_d(s)$

Specifiche statiche



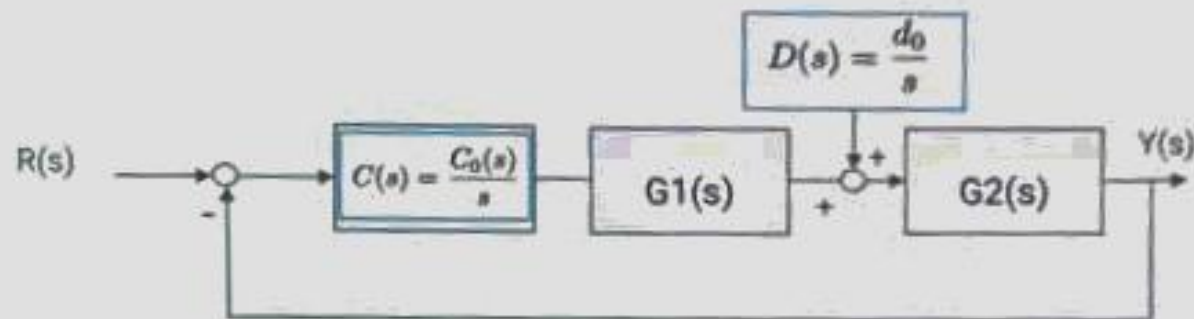
$$\left[Y_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot \frac{d_0}{s} \right]$$

Disturbo a gradino, ingresso nullo e controllore con integratore

Il teorema del valore finale: $\lim_{t \rightarrow \infty} y_d(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{s \cdot G_2(s)}{1 + \underbrace{\frac{C_0(s)}{s}} \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot \frac{d_0}{s} \right)$

↓

Specifiche statiche



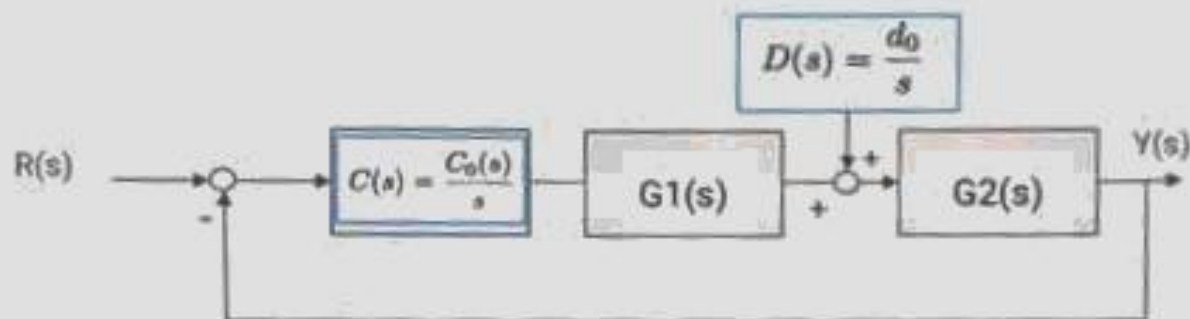
$$Y_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot D(s) = \frac{G_2(s)}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \cdot \frac{d_0}{s}$$

Disturbo a gradino, ingresso nullo e controllore con integratore

Il teorema del valore finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_d(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y_d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\cancel{s} \cdot \cancel{G_2(s)}}{1 + \underbrace{\frac{C_0(s)}{s} \cdot G_1(s) \cdot \cancel{G_2(s)}}_{\text{finite}}} \cdot \cancel{s} \cdot \frac{d_0}{s} \right) \approx \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{d_0}{\frac{C_0(s)}{s} \cdot G_1(s)} \right) = 0$$

Specifiche statiche



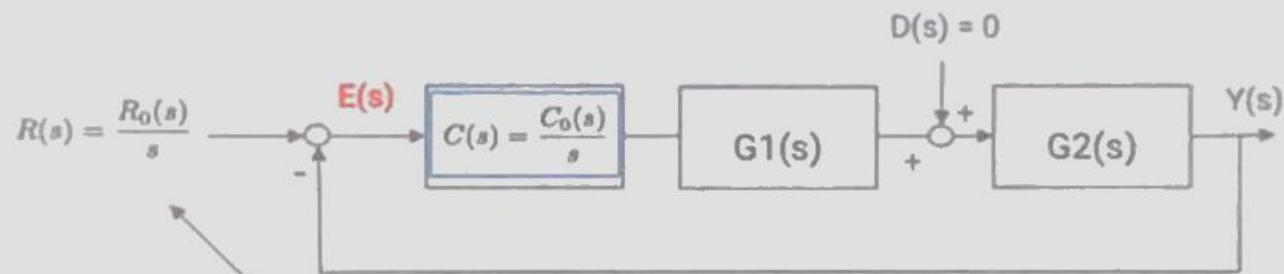
Regola

Per controllore di tipo 1, o maggiore di 1, si ha l'annullamento dell'effetto del disturbo al gradino.

Affinché a regime venga annullato l'effetto di un disturbo a gradino, occorre che sia presente nella catena diretta, a monte del punto di ingresso del disturbo, un termine integrale.

La regola vale per i soli sistemi stabili.

Specifiche statiche



Riferimento a gradino, assenza di disturbo

Richiesta: ERRORE NULLO A REGIME

$$E(s) = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} R(s) = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \frac{R_0}{s}$$

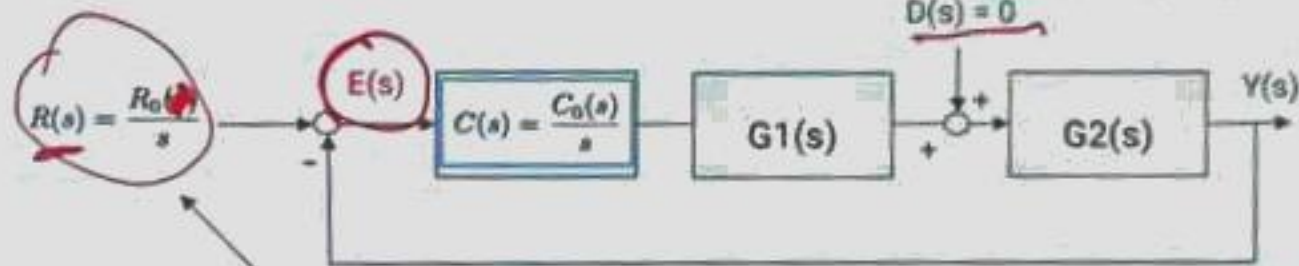
Specifiche statiche



Riferimento a gradino, assenza di disturbo

$$E(s) = \frac{1}{1 + \underbrace{C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}_{P(s)}} R(s) = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \frac{R_0}{s}$$

Specifiche statiche



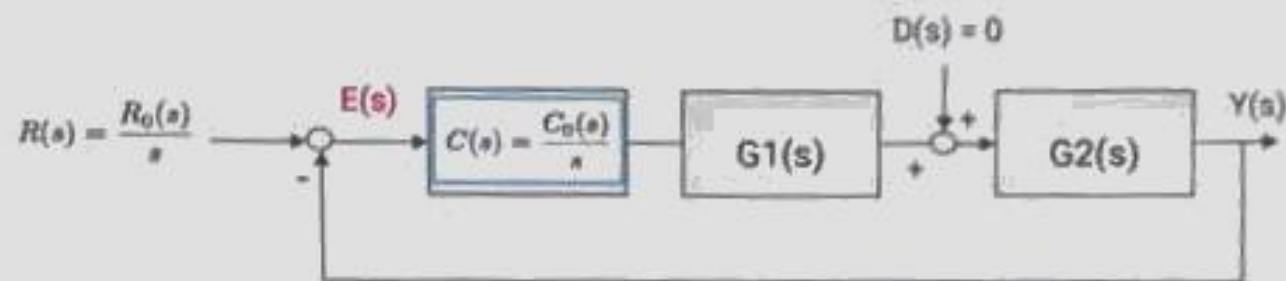
Riferimento a gradino, assenza di disturbo

Richiesta: ERRORE NULLO A REGIME

$$E(s) \rightarrow \phi \Rightarrow R(s) = Y(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \underline{R(s)} = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \frac{R_0}{s}$$

Specifiche statiche



Riferimento a gradino, assenza di disturbo

$$E(s) = \frac{1}{1 + \underbrace{C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}_{P(s)}} R(s) = \frac{1}{1 + C(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)} \frac{R_0}{s}$$

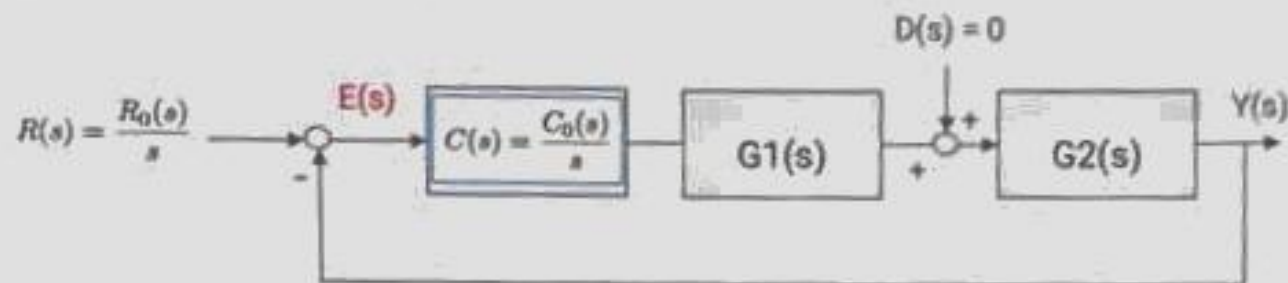
Per sistemi di tipo 0 (stabili)

Errore a regime: $e(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{1 + C(0) \cdot P(0)} = \frac{1}{1 + k_0}$ \rightarrow Guadagno statico in catena diretta $C(0)P(0)$

Per sistemi di tipo 1 o >1 (stabili)

Errore a regime: $e(t \rightarrow \infty) = 0$

Specifiche statiche



Riferimento a gradino, assenza di disturbo

Per sistemi di tipo 0 (stabili)

$$\text{Errore a regime: } e(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{1 + C(0) \cdot P(0)} = \frac{1}{1 + k_0}$$

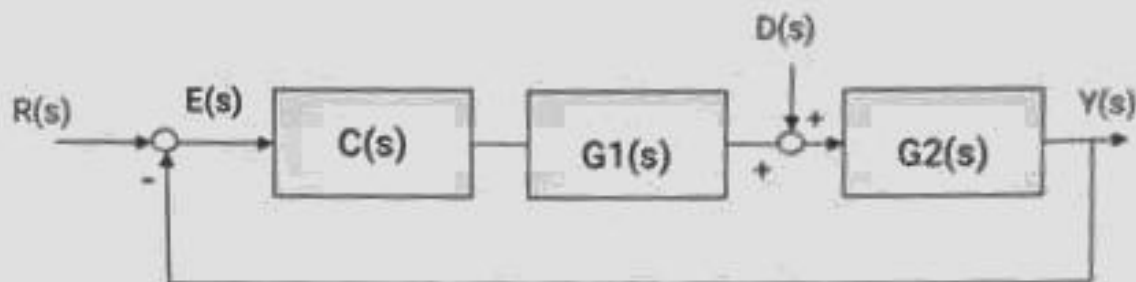
Per sistemi di tipo 1 o >1 (stabili)

$$\text{Errore a regime: } e(t \rightarrow \infty) = 0$$

Regola (per sistemi stabili)

Affinché a regime venga annullato l'errore in risposta ad un ingresso a gradino, occorre che nella catena diretta sia presente un termine integrale.

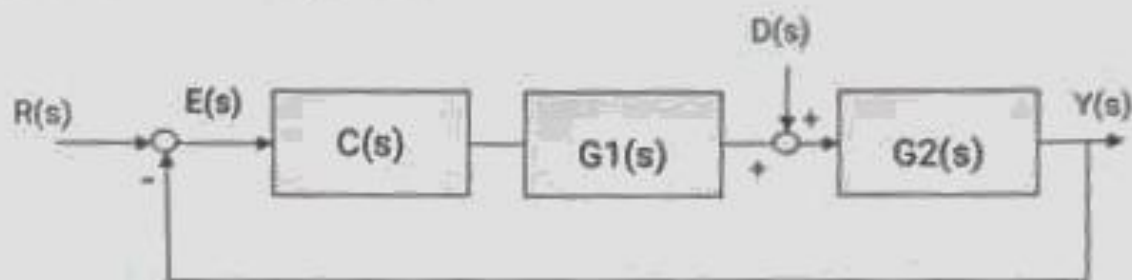
Specifiche statiche



Ingresso $r(t)$	Tipo 0	Tipo 1	Tipo 2
$1(t)$	$\frac{1}{1+k_0}$	0	0
$t \cdot 1(t)$	∞	$\frac{1}{k_1}$	0
$0.5 \cdot t^2 \cdot 1(t)$	∞	∞	$\frac{1}{k_2}$

Tipo del sistema ed errore a regime per ingressi canonici

Specifiche statiche

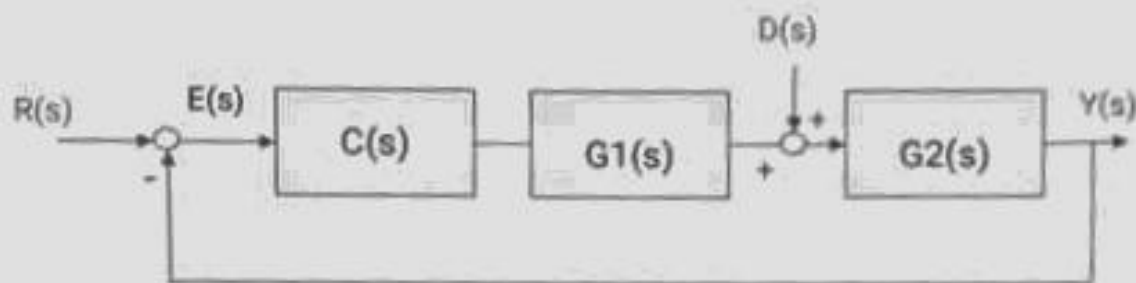


GRADINO
RAMP
PARABOLA

Ingresso $r(t)$	Tipo 0	Tipo 1	Tipo 2
$1(t)$	$\frac{1}{1+k_0}$	0	0
$t \cdot 1(t)$	∞	$\frac{1}{k_1}$	0
$0.5 \cdot t^2 \cdot 1(t)$	∞	∞	$\frac{1}{k_2}$

Tipo del sistema ed errore a regime per ingressi canonici

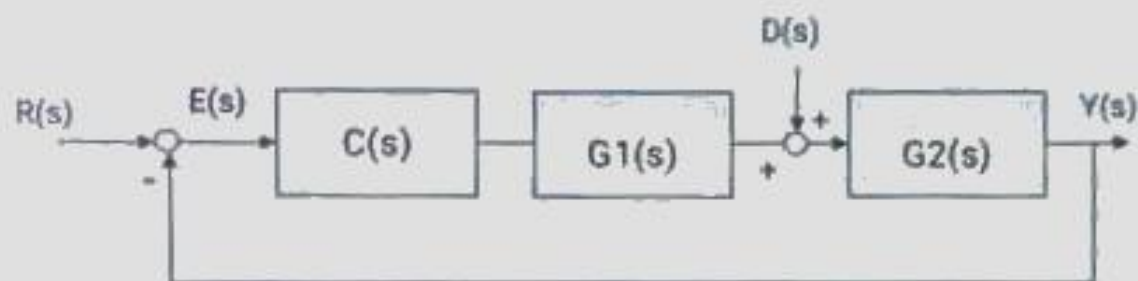
Specifiche statiche



Più è alto il tipo di sistema, più è facile avere errore nullo a regime

Purtroppo però, più è alto il tipo di sistema, più è difficile che il sistema sia stabile.

Specifiche statiche: principio del modello interno

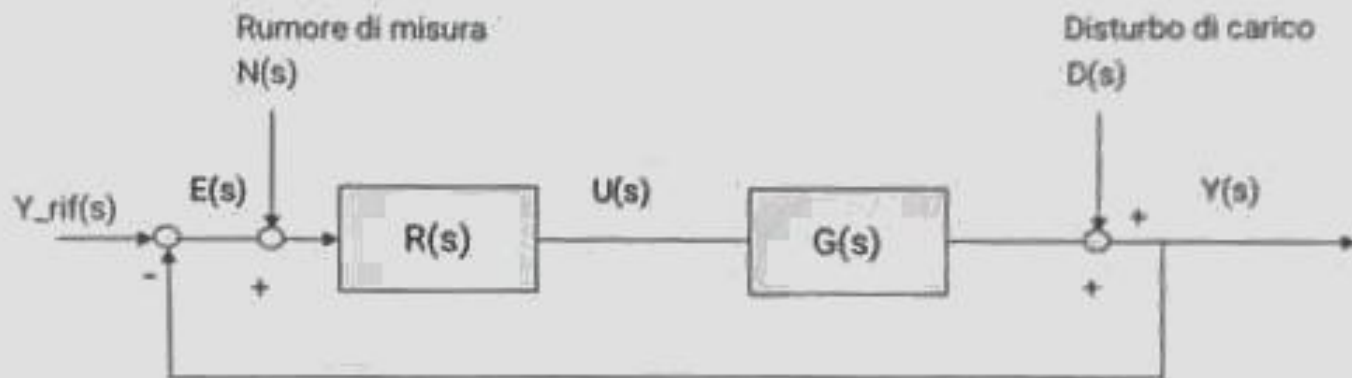


Ingresso $r(t)$	Tipo 0	Tipo 1	Tipo 2
$1(t)$	$\frac{1}{1+k_a}$	0	0
$t \cdot 1(t)$	∞	$\frac{1}{k_v}$	0
$0.5 \cdot t^2 \cdot 1(t)$	∞	∞	$\frac{1}{k_a}$

*Affinchè il sistema in catena chiusa abbia **errore nullo a regime** in risposta ad un ingresso, occorre che la funzione di trasferimento della **catena diretta** (cioè la funzione prodotto tra il controllore e il processo) sia in grado di **generare un modo uguale al modo del segnale in ingresso**.

Per reiettare il disturbo a regime, occorre che il modo caratteristico del disturbo sia riprodotto nei blocchi posti a monte del punto di immissione del disturbo stesso.*

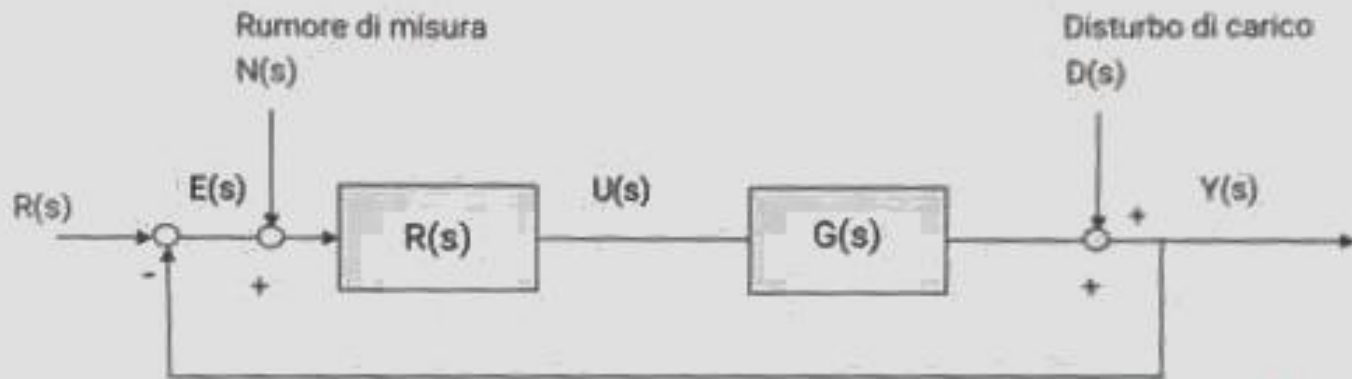
Funzioni di trasferimento ingresso-uscita



$$E = \frac{1}{1+RG} Y_{rif} \quad Y = \frac{1}{1+RG} D \quad U = \frac{R}{1+RG} Y_{rif}$$

$$Y = \frac{RG}{1+RG} Y_{rif} \quad Y = \frac{RG}{1+RG} N$$

La Funzione Di Anello



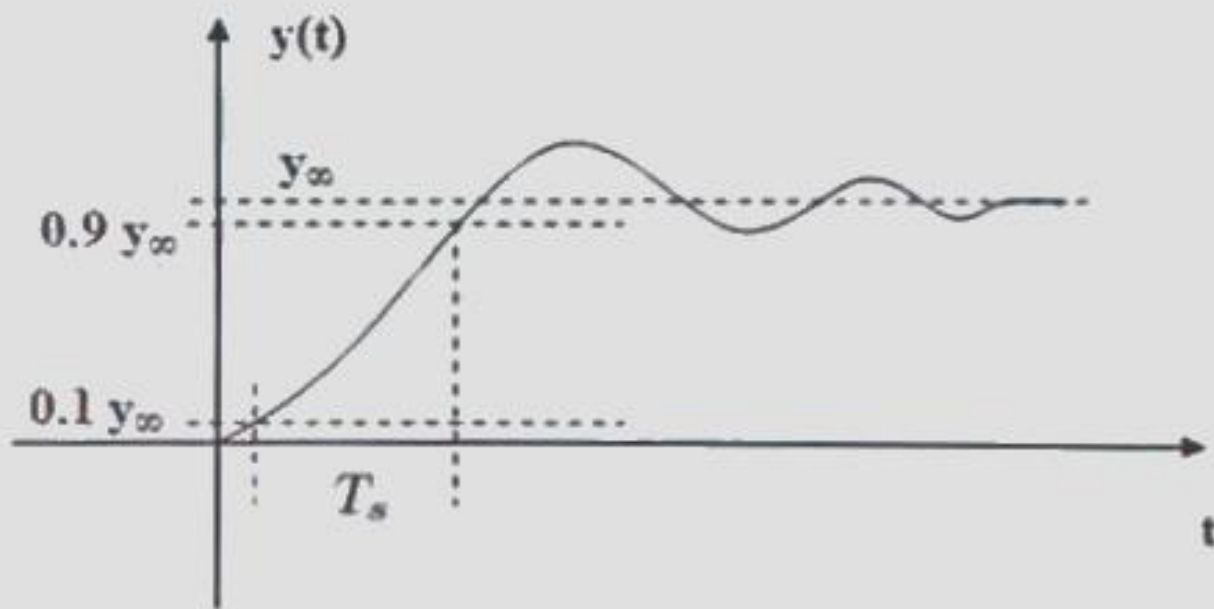
$$L(s) = R(s)G(s) \quad \text{FUNZ. DI ANELLO.}$$

Tutte le f.d.t. dell'anello hanno per denominatore la funzione $1+RG$
La stabilità di una qualsiasi delle f.d.t implica la stabilità delle altre tre

Specifiche nel dominio del tempo

Definiamo le seguenti caratteristiche temporali della risposta al gradino:

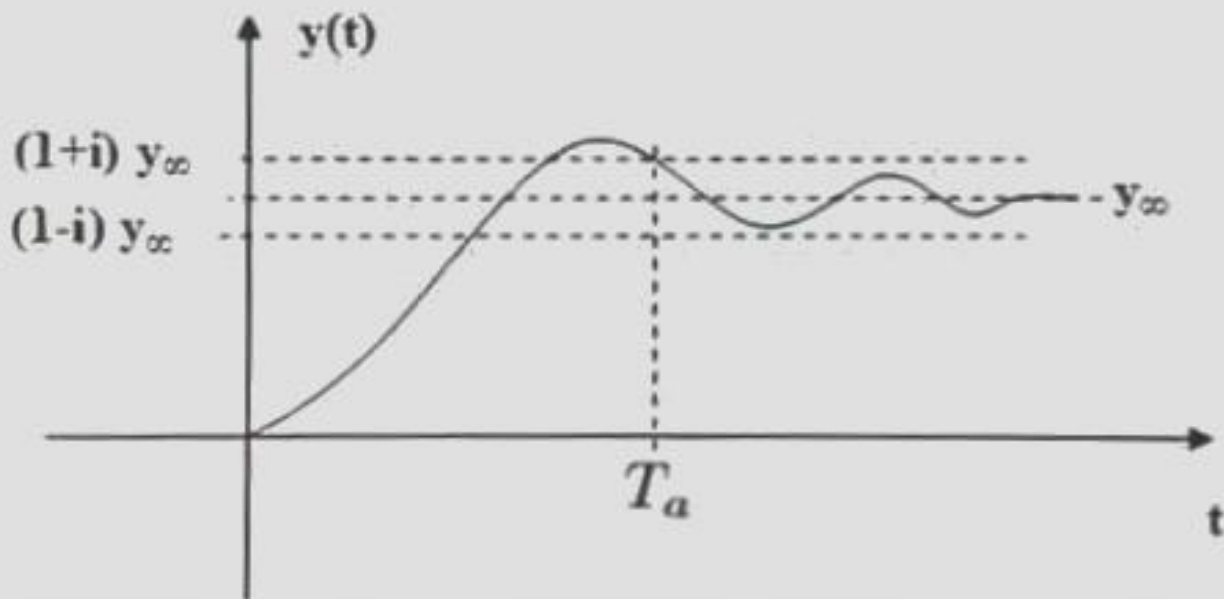
1. **Tempo di salita T_s** : tempo impiegato dall'uscita per passare dal 10% al 90% (o dal 5% al 95%) del valore finale;



Specifiche nel dominio del tempo

Definiamo le seguenti caratteristiche temporali della risposta al gradino:

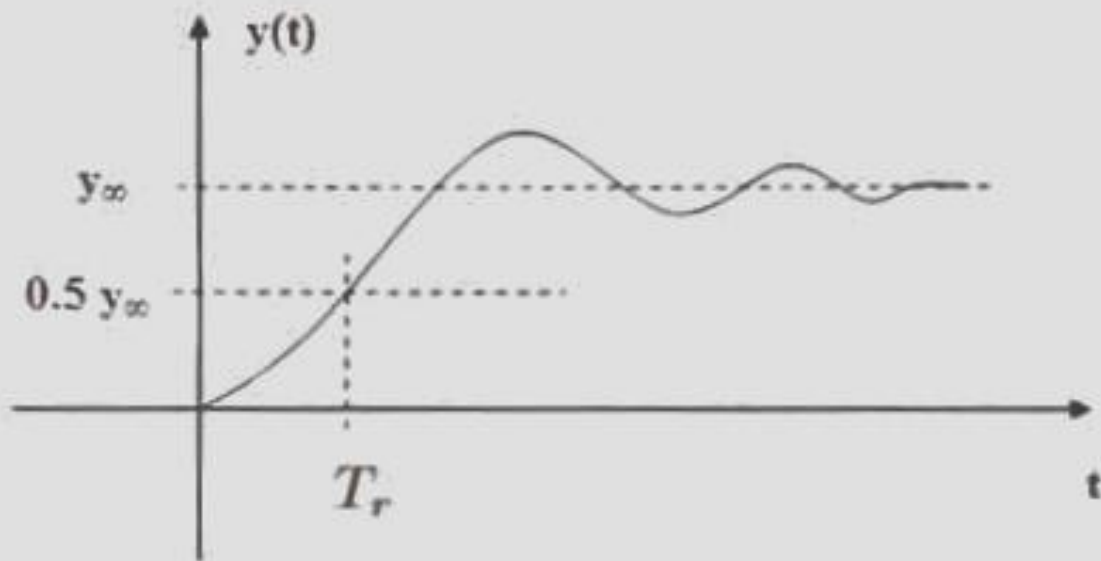
2. **Tempo di assestamento T_a** : tempo oltre il quale l'uscita si discosta meno del 5% rispetto al valore finale (con specifiche più restrittive si considera anche il 2%)



Specifiche nel dominio del tempo

Definiamo le seguenti caratteristiche temporali della risposta al gradino:

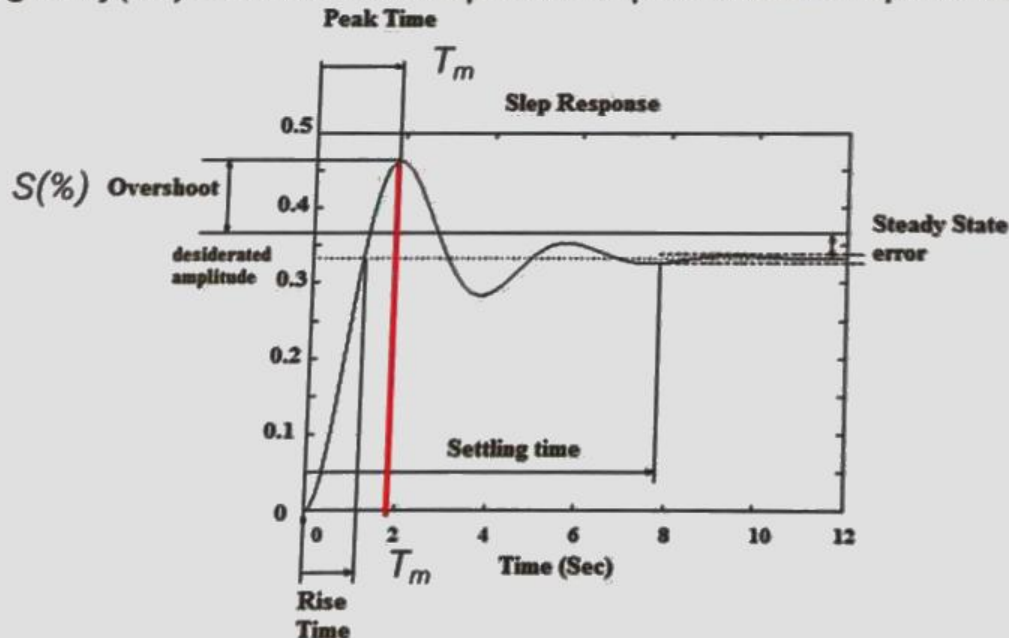
3. **Tempo di ritardo T_r** tempo richiesto perché l'uscita raggiunga il 50% del valore finale



Specifiche nel dominio del tempo

Definiamo le seguenti caratteristiche temporali della risposta al gradino:

4. **Istante di massima sovraelongazione T_m** : istante in cui si ha la massima sovraelongazione;
5. **Massima sovraelongazione $S(\%)$** : valore del massimo scostamento dell'uscita rispetto al valore di regime $y(\infty)$. Solitamente espresso in percentuale rispetto al valore di regime.



Peak Time

T_m

Step Response

$S(\%)$

Overshoot

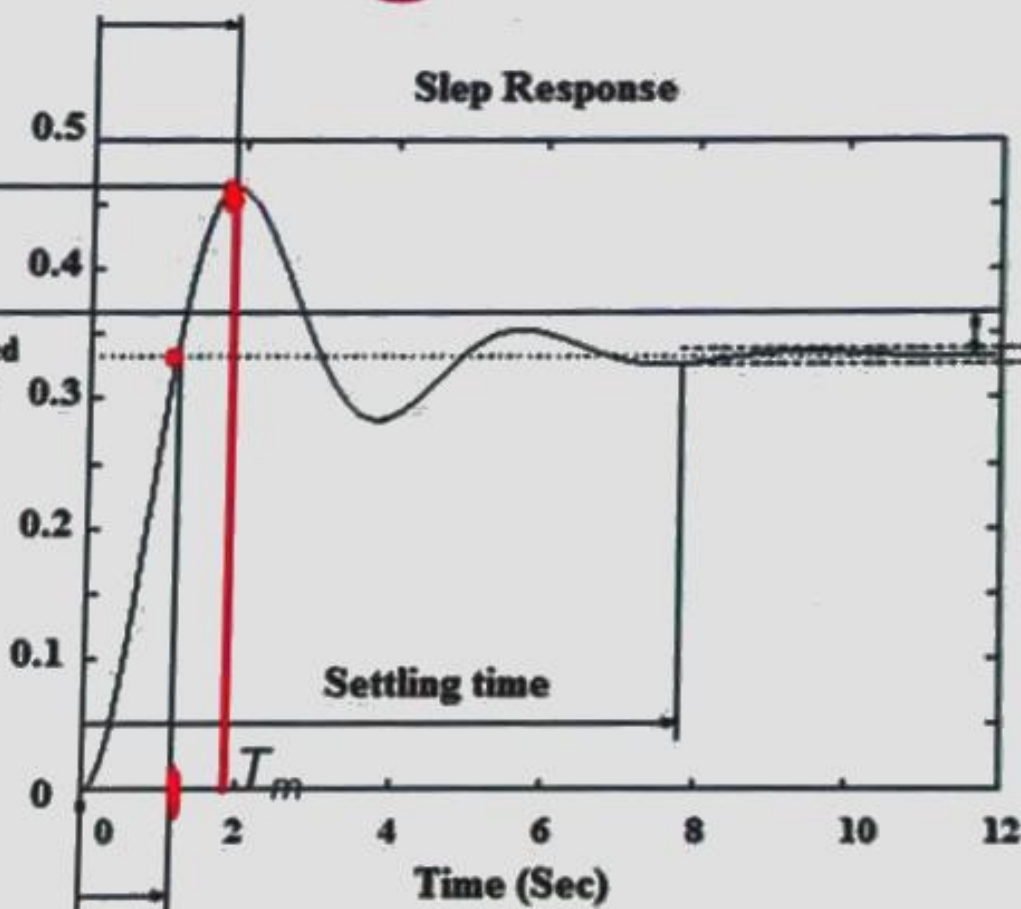
desired
amplitude

Steady State
error

Settling time

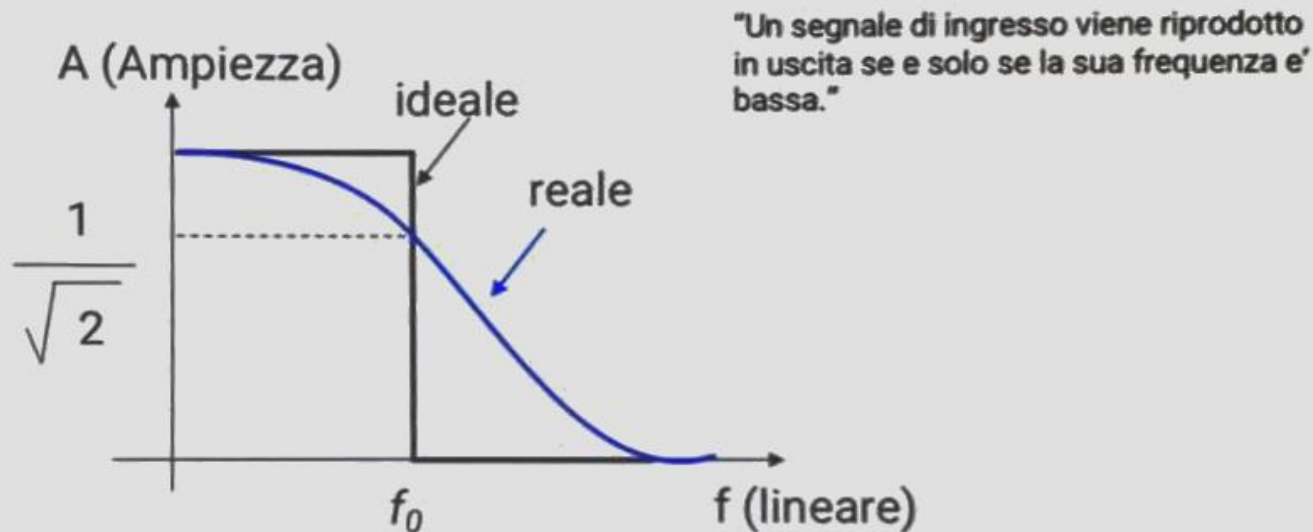
Rise
Time

T_r



Specifiche nel dominio della frequenza

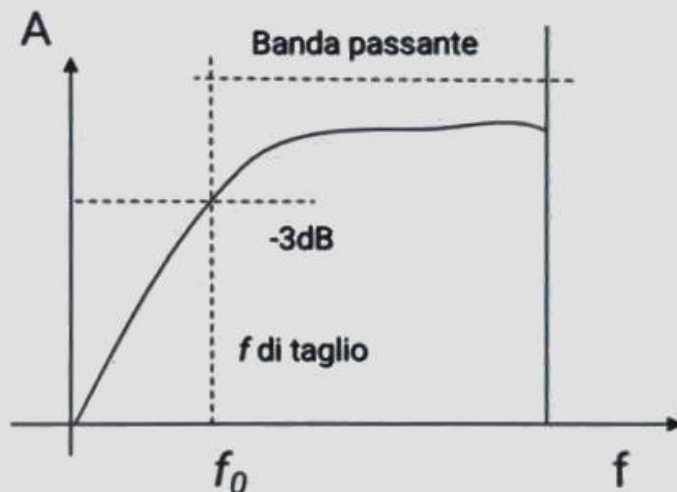
Il Filtro Passa Basso



Banda Passante a 3dB: la frequenza per cui il diagramma di modulo si attenua di un fattore *radice di 2* (ovvero 3dB) rispetto al valore $|W(0)|$

Specifiche nel dominio della frequenza

Il Filtro Passa Alto

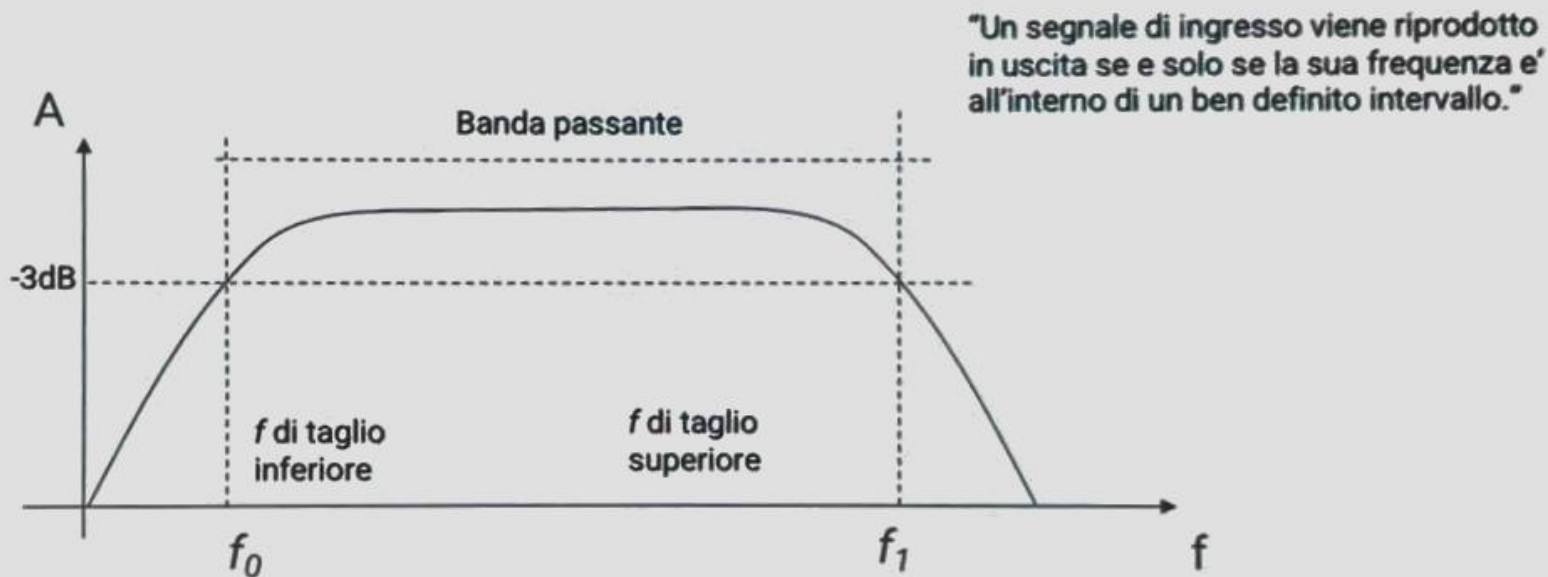


"Un segnale di ingresso viene riprodotto in uscita se e solo se la sua frequenza è alta."

frequenza di taglio (a 3dB), frequenza per cui il diagramma del modulo si attenua di una fattore radice di 2 rispetto a $|W(\infty)|$

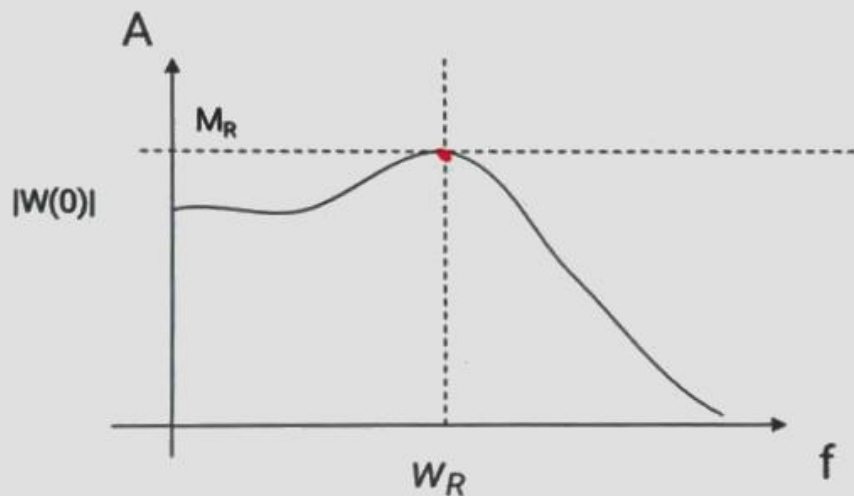
Specifiche nel dominio della frequenza

Il Filtro Passa Banda



Specifiche nel dominio della frequenza

Risonanza "Un segnale di ingresso viene riprodotto in uscita con frequenza che genera il valore massimo del modulo della risposta armonica."

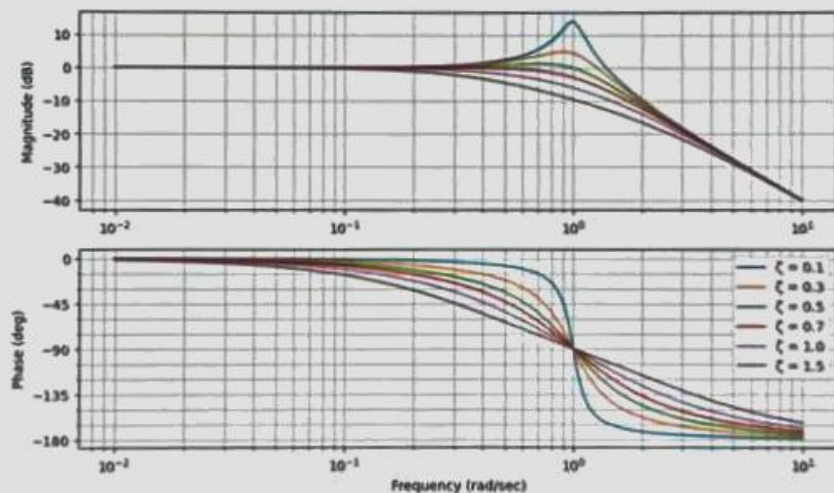


Specifiche nel dominio della frequenza

Diagrammi di Bode e la risonanza

Il picco di risonanza M_R e' il valore massimo raggiunto dal diagramma delle ampiezze

La pulsazione di risonanza ω_R e' la pulsazione alla quale esso si verifica.



STANDARD
E

Tempo-frequenza-Laplace: i legami globali

La regola più interessante

$$B_{3dB} \cdot T_S \approx 0.35$$

Più allarghiamo la banda passante, più diventa rapida la risposta del sistema nel dominio del tempo

In pratica interessa conoscere la banda passante in catena chiusa, ma in genere e' disponibile solo la risposta in frequenza del processo da controllare in catena aperta.