



Comunicazioni Numeriche 075II

Scrivere nome, cognome, corso di studio e numero di matricola in cima a ogni foglio

05/06/2025

Rispondere ai quesiti 1-3 sul foglio protocollo 1.

1. Sia data un'urna che contiene i 90 numeri della tombola. Definiamo i seguenti eventi: **(3 punti)**

$A = \{\text{Estrazione di un numero} > 60\}$

$B = \{\text{Estrazione di un numero dispari}\}$

$C = \{\text{Estrazione di un numero} \leq 80\}$

- (a) Verificare se gli eventi A e B sono indipendenti.
- (b) Verificare se gli eventi B e C sono disgiunti.
- (c) Calcolare $\mathbb{P}(C|A)$.

2. Si consideri la variabile aleatoria X con una densità di probabilità del tipo: **(3 punti)**

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2 + 1}, & x \in [0, +\infty[\\ 0, & \text{altrove} \end{cases}$$

- (a) Determinare la costante k in modo tale che $f_X(x)$ sia una densità di probabilità e disegnare $f_X(x)$.
- (b) Calcolare e disegnare la funzione distribuzione di probabilità $F_X(x)$.
- (c) Determinare il punto \hat{x} tale che $\mathbb{P}\{X > \hat{x}\} = \frac{1}{2}$.

3. Un processo stazionario Gaussiano bianco $X(t)$ con densità spettrale di potenza $S_X(f) = \frac{N_0}{2}$ passa attraverso un sistema LTI con risposta impulsiva $h(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$. Sia $Y(t)$ il processo in uscita. **(4 punti)**

- (a) Calcolare e disegnare la densità spettrale di potenza di $Y(t)$.
- (b) Calcolare e disegnare l'autocorrelazione di $Y(t)$.
- (c) Determinare la potenza media di $Y(t)$.
- (d) $Y(t)$ viene campionato agli istanti $t = nT_c$, $n \in \mathbb{Z}$. Determinare il valore minimo di T_c affinché i campioni $Y(nT_c)$ siano tra loro indipendenti.

N.B.: $\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(x) dx = 1$

Rispondere ai quesiti 4-7 sul foglio protocollo 2.

4. Dato il filtro $h(t) = \delta(t) - \cos(2\pi f_0 t) \exp(-t/T) u(t)$ con $T = 10 \mu s$ e $f_0 = 3 \text{ GHz}$ (5 punti):
- Calcolare la trasformata di Fourier del segnale.
 - Calcolare la banda a -10 dB in Hz del filtro.
5. Un sistema wireless opera a 3 GHz e 5 GHz, con potenza trasmessa di -20 dB. La potenza ricevuta minima necessaria è pari a -100 dB, in condizioni di spazio libero. (5 punti)
- Calcolare la massima distanza (in metri) tra il trasmettitore e il ricevitore per ciascuna frequenza;
 - Con antenne da 10 dBi di guadagno in trasmissione e ricezione, calcolare la nuova distanza massima.
6. Si consideri il codice a blocco sistematico con matrice di controllo di parità \mathbf{H} (4 punti):
- $$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
- Determinare la matrice generatrice \mathbf{G} e calcolare la distanza minima del codice;
 - Data la parola ricevuta $\mathbf{y} = [1, 0, 1, 0, 0, 1, 0]$, utilizzare la decodifica a sindrome per trovare la sequenza di *bit informativi trasmessa*.
7. Un sistema di comunicazione 4-QAM impiega il codice a blocco dell'esercizio 6, codifica di Gray, un impulso a radice di coseno rialzato con $\alpha = 0.25$ ed una banda di $B = 10 \text{ MHz}$. (6 punti)
- Determinare l'efficienza spettrale del sistema e il tempo per trasmettere un file di 10 Mbit.
 - Calcolare la probabilità di errore in *uscita al decodificatore del codice a blocco*, nell'ipotesi in cui $E_b/N_0 = 6 \text{ dB}$ (dove E_b rappresenta l'energia ricevuta per bit *non codificato*).

