PROVA FACOLTATIVA NO.2 DEL 25/05/05 – Comunicazioni Numeriche

Esercizio n. 1

In un sistema numerico PAM binario i simboli vengono inviati mediante un filtro in trasmissione con risposta impulsiva $g_T(t) = rect\left(\frac{t}{(T/2)}\right)$. Nell'ipotesi che

- La risposta impulsiva del canale sia $c(t) = rect\left(\frac{t}{(T/4)}\right)$.
- Il rumore w(t) introdotto dal canale sia un processo di rumore bianco con densità spettrale di potenza $S_W(f) = N_0/2$
- I simboli assumano i livelli ±1 e siano equiprobabili ed indipendenti.

Si calcoli:

1) L'espressione analitica dell'impulso in ricezione $g_{TC}(t) = g(t) \otimes c(t)$
2) La risposta impulsiva $g_R(t)$ del filtro in ricezione per avere il massimo rapporto segnale rumore all'istante ottimo di campionamento in uscita
3) La distorsione di picco in uscita dal filtro di ricezione.
4) La probabilità di errore sul simbolo, nell'ipotesi che il decisore sia un comparatore a soglia λ=0. Si esprima il risultato in termini della funzione Q().

Esercizio n. 2

Il segnale $x(t) = \sum_n x_0(t - nT_0)$, con $x_0(t) = A\cos(4\pi t/T_0)\,rect(2t/T_0)$ e A=7 V, T_0=1 msec, viene inviato ad un sistema PCM con codifica a $M = 8$ simboli e dinamica del quantizzatore è $D = 14\ V$.

Si calcoli:

- la frequenza di campionamento che garantisce un intervallo di guardia di B_g=1 KHz;[1]
- Il numero massimo di cifre di codifica che consentono la trasmissione con un sistema numerico BPSK di banda inferiore a $B_{tx} = 38KHz$;
- Il massimo roll-off utilizzabile;
- Il rapporto segnale-rumore di quantizzazione, in dB.

Esercizio n.3

Si definisca la Interferenza Intersimbolica (ISI) in un sistema PAM in banda base e si descrivano le tecniche per la sua rimozione.

Esercizio n.4

Si descriva il sistema PCM standard.

[1] Si calcoli la banda del segnale x(t) come la frequenza corrispondente al I° zero dello spettro di $x_0(t)$ dall'origine.

PROVA FACOLTATIVA NO.2 DEL 25/05/01 - FOND. DI COM. ELETTRICHE

Esercizio No.1

In un sistema PAM binario il segnale ricevuto assume la forma $s_R(t)=\sum_i a_i g_T(t-iT_b)+w(t)$ dove w(t) è un processo Gaussiano, valor medio nullo e densità spettrale di potenza $S_W(f)=N_0/2$. Gli impulsi $g_T(t)$ hanno la seguente forma:

$$g_T(t)=\begin{cases}\cos\left(\dfrac{\pi t}{T_b}\right) & \boxed{|t|\le T_b/2} \to \text{equivale a } rect\left(\frac{t}{T_b}\right)\\ 0 & \textit{altrove}\end{cases}$$

Nell'ipotesi che :

1) I simboli assumano i livelli (0,2) e siano tra loro indipendenti ed equiprobabili;
2) $N_0=10^{-8}$ V^2/Hz , $T_b=10^{-6}$ sec.

si calcoli:

A) La risposta in frequenza del filtro in trasmissione $G_T(f)$
B) L'energia media in trasmissione $\bar{E}=\frac{E_0+E_2}{2}$
C) La risposta impulsiva del filtro in ricezione che rende massimo il rapporto segnale rumore all'istante di campionamento ottimo e che soddisfa la condizione di Nyquist (assenza di ISI).
D) La Probabilità di errore su bit (BER) nell'ipotesi in cui il decisore sia un comparatore a soglia $\lambda=0.5$. Si esprima il risultato in termini della funzione Q(), esplicitando numericamente i valori degli argomenti.

Esercizio No.2

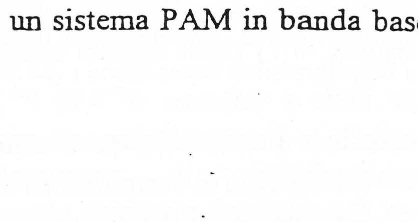
Si illustri il problema della interferenza intersimbolica (ISI) in un sistema PAM in banda base e si indichino le condizioni per eliminarla.

Esercizio No.3

All'ingresso di un sistema PCM quaternario viene applicato il segnale m(t)=s(t) cos($2\pi f_0 t$) con s(t)=sinc²(Bt) con B=3 KHz e f_0=8 KHz.

1) Si calcoli il numero minimo di cifre n da utilizzare per avere un rapporto segnale-rumore di quantizzazione di almeno 40 dB, nell'ipotesi che il segnale sia distribuito uniformemente nella dinamica del quantizzatore.
2) Si calcoli la frequenza di campionamento affinché fra le repliche dello spettro del segnale campionato ci sia un intervallo di guardia di 1KHz.
3) Si calcoli la potenza media del rumore di quantizzazione e del segnale in dB
4) Si calcoli il massimo valore di roll-off utilizzabile per trasmettere il segnale d'uscita dal PCM in un sistema di trasmissione numerica PAM di banda B=60 KHz.

$F_c = 2B + \Delta f = 2\cdot 11+1 = 23$ kHz



Quando si ha un segnale deterministico bisogna calcolare su quello S ?

IV

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* – 24/5/2004

1) Il segnale all'ingresso del sistema di figura 1 è $x(t)=\sum_i a_i\, g_T(t-iT)+w(t)$ con $G_T(f)=\sqrt{T}\cos\left(\frac{\pi fT}{2}\right)rect\left(\frac{fT}{2}\right)$ (radice di coseno rialzato con roll off pari a 1). I simboli $a_i=\pm1$ sono equiprobabili ed indipendenti e $w(t)$ è un processo di rumore gaussiano con $S_w(f)=\frac{N_0}{2}rect\left(\frac{fT}{8}\right)$. Si determini:

- L'espressione della risposta in frequenza del filtro in ricezione $G_R(f)$ in modo che
  1. non vi sia interferenza intersimbolica;
  2. si abbia il massimo SNR in uscita dal filtro in ricezione.
- Si calcoli la P(e) (BER) nel caso in cui il ricevitore sia un comparatore a soglia $\lambda=-1$.

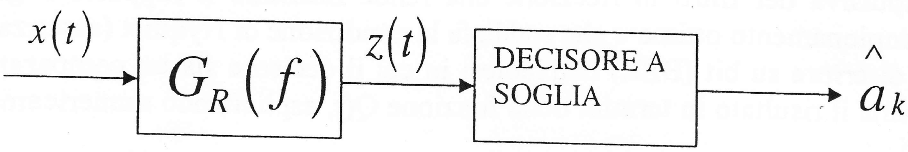


Figura 1

2) Un segnale $m(t)$ passa bassodi banda $B=8KHz$ e con distribuzione di ampiezza gaussiana (valor medio nullo e varianza $\sigma^2=16\ V^2$), viene inviato ad un sistema PCM con codifica a $M=8$ simboli. Se la dinamica del quantizzatore è $D=14\ V$ si calcoli:

- la frequenza di campionamento che garantisce un intervallo di guardia di 5 KHz;
- la probabilità di errore da sovraccarico;
- Il numero massimo di cifre di codifica che consentono la trasmissione su un sistema numerico in banda base di banda di trasmissione $B_{tx}=38KHz$;
- Il massimo roll-off utilizzabile;
- Il rapporto segnale-rumore di quantizzazione.

3) L'uso della codifica di Gray invece della codifica naturale in un sistema numerico di comunicazione consente la riduzione della BER (Bit Error Rate) a parità di rapporto segnale-rumore E_b/N_0 in ricezione? Si giustifichi la risposta.

4) Si spieghi il funzionamento del filtro adattato ed il modo in cui questo sistema minimizza la P(e) in ricezione per un sistema di comunicazione binario in banda base.

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* 27/05/2003

ESERCIZIO 1

Il segnale all'ingresso del sistema di figura 1 è $x(t)=\sum_i a_i\, g_T(t-iT)+w(t)$ con $g_T(t)=sinc^2(t/T)$; i simboli $a_i=\pm 1$ sono antipodali, equiprobabili e indipendenti, $w(t)$ è un processo di rumore gaussiano con $S_w(f)=N_0\cdot|f|T\,rect(fT)$.

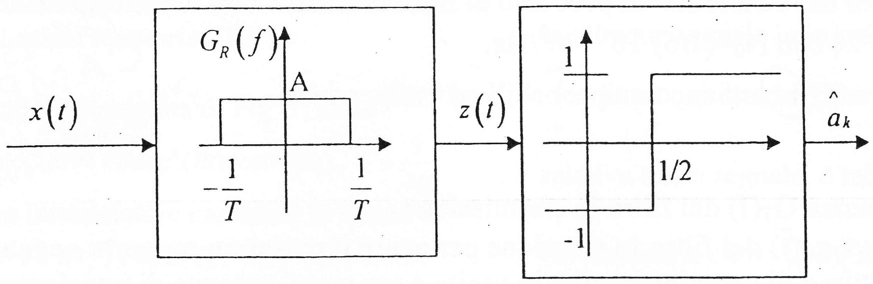


Figura 1

Si determini:

1. l'ampiezza A del filtro in ricezione affinché l'impulso $g(t)=g_T(t)\otimes g_R(t)$ sia di Nyquist;
2. la $P(e)$ su bit (B.E.R.) nel caso in cui il decisore sia un comparatore a soglia $\lambda=1/2$.

ESERCIZIO 2

Ad un sistema PCM quaternario (M=4) viene applicato il segnale periodico $m(t)$ di figura 2 con $T_0=10^{-2}\ ms$. Si determini:

1. il massimo numero di cifre del codificatore affinché la banda minima richiesta per la trasmissione dati in un sistema M-PAM sia inferiore a 4.3 KHz. (**Nota**: per il calcolo della banda del segnale m(t) si utilizzi il criterio $B=r/T_0$ con r il minimo numero intero che soddisfa la condizione $|M_1|/|M_r|\geq 10$, con M_k i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier di m(t)).
2. Nell'ipotesi di utilizzare un quantizzatore uniforme con dinamica identica a quella del segnale, si determini il rapporto segnale-rumore di quantizzazione. (**Nota**: si consideri il rumore di quantizzazione uniformemente distribuito fra $-\Delta/2$ e $\Delta/2$, con Δ il passo di quantizzazione)

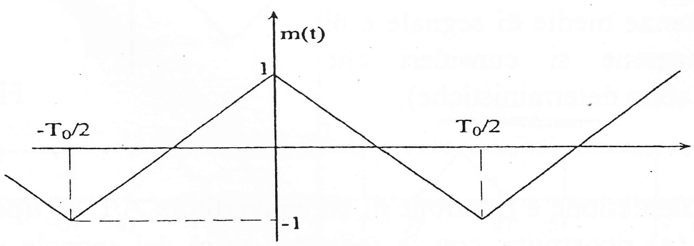


Figura 2

ESERCIZIO 3

Si descriva il quantizzatore "mid-riser" di un sistema PCM.

ESERCIZIO 4

Si descriva il problema dell'interferenza intersimbolica (ISI) in un sistema PAM in banda base.

PROVA FACOLTATIVA N.2 DEL 24/05/02 – Comunicazioni Numeriche

Esercizio n.1

In un sistema numerico PAM binario i simboli vengono inviati mediante un filtro in trasmissione con risposta impulsiva $g_T(t) = rect\left(\dfrac{t}{(T/2)}\right)$ con T=1 msec. Nell'ipotesi che

- La risposta impulsiva del canale sia $c(t) = rect\left(\dfrac{t}{(T/2)}\right)$.
- Il rumore w(t) introdotto dal canale sia un processo di rumore bianco con densità spettrale di potenza $S_W(f) = N_0/2$, con N_0=(1/6) 10^{-10} V^2/Hz.
- I simboli assumano i livelli ±1 e siano equiprobabili ed indipendenti.

Si calcoli:

1) La risposta in frequenza $G_T(f)$ del filtro in trasmissione.
2) La risposta impulsiva $g_R(t)$ del filtro in ricezione per avere il massimo rapporto segnale rumore all'istante ottimo di campionamento in uscita e per avere assenza di interferenza intersimbolica (ISI)
3) La probabilità di errore sul simbolo, nell'ipotesi che il decisore sia un comparatore a soglia λ=0. Si esprima il risultato in termini della funzione Q(), esplicitando il valore numerico dell'argomento.

Esercizio n. 2 $n = 2$

Il segnale periodico di Fig.1 viene applicato ad un sistema PCM binario. Nell'ipotesi che la frequenza di campionamento sia F_c=1 KHz,

1) Si determini il numero massimo di bit di codifica n necessari per trasmettere il segnale d'uscita mediante un sistema numerico BPSK con banda B=3.5 KHz.
2) Stabilito $n \to 3$ quant'è il massimo roll-off utilizzabile?
3) Si calcolino i valori numerici dei campioni del segnale all'uscita del quantizzatore, ipotizzato di tipo 'Mid-Riser', in un intervallo temporale pari ad un periodo del segnale m(t) (8 msec).
4) Si calcoli il rapporto segnale rumore di quantizzazione in dB e si commenti il risultato. (Nel calcolo delle potenze medie di segnale e di rumore di quantizzazione si consideri che entrambe le sequenze sono deterministiche).

3mV

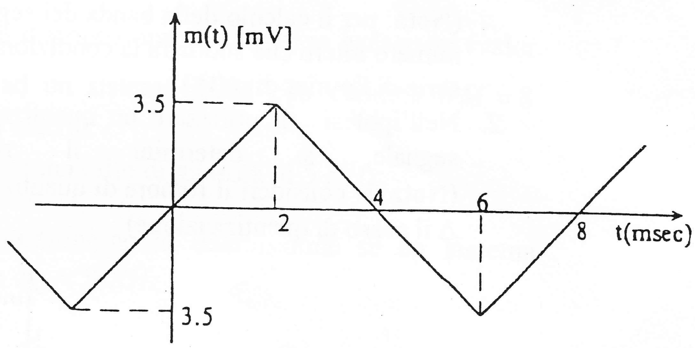


Fig.1

Esercizio n.3

Si disegni il sistema di trasmissione e ricezione di un convertitore A/D di tipo DPCM e si metta in relazione la sequenza $m_q(n)$ ricostruita, con la sequenza m(n) del segnale utile e con l'errore di quantizzazione $\varepsilon(n)$. Quali sono i vantaggi del sistema DPCM rispetto al PCM, a parità di rapporto segnale-rumore di quantizzazione?

Esercizio n.4

Si descriva la tecnica ad accesso multiplo a divisione di tempo (TDMA).

COMUNICAZIONI NUMERICHE - PROVA IN ITINERE – 05/04/2008

1) Si consideri il sistema che ha per trasformazione $y(t) = x(t) + \frac{1}{T}\int_{t-T}^{t} x(\alpha)d\alpha \quad ,T > 0$.
Si dica, giustificandolo, se tale sistema è: 1) causale, 2) stazionario, 3) stabile, 4) lineare, 5) senza memoria. **(Pt. 6)**

2) Si consideri lo schema di Fig. 1, dove $x(t) = 2B\mathrm{sinc}(2Bt) + 2B\mathrm{sinc}^2(Bt)\cos(4\pi Bt)$, $T = \frac{1}{2B}$ e $p(t)$ è un interpolatore cardinale di banda B. Calcolare: 1) $X(f)$, 2) $\bar{X}(f)$ e 3) $y(t)$. Dire inoltre se $y(t)$ è una replica fedele di $x(t)$. **(Pt. 8)**

3) Calcolare la Trasformata Serie di Fourier (TSF) del segnale $x(t)$ rappresentato in Fig. 2. **(Pt. 6)**

4) Enunciare e dimostrare il teorema della derivazione per la Trasformata Continua di Fourier. **(Pt. 5)**

5) Considerato un Sistema Lineare Stazionario con risposta impulsiva $h(t)$ ed un qualunque segnale in ingresso $x(t)$ tale che $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt = 0$, si dimostri che l'uscita $y(t)$, relativa a tale segnale, è tale che $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)dt = 0$.

(Si escluda il caso $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|^2 dt = \infty$). **(Pt. 5)**

6) Si dica e si dimostri in quale caso si ha che $y[n] = -j\pi nTx[n]$, dove T è l'intervallo di campionamento usato per ottenere le due sequenze. (FACOLTATIVO) **(Pt. 3)**

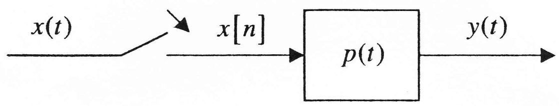


Fig. 1

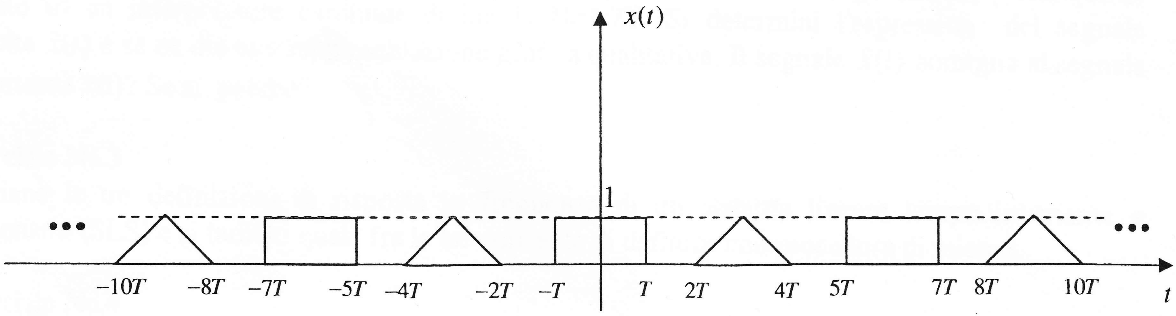


Fig. 2

PROVA FACOLTATIVA NO.1 DEL 27/04/01 - FOND. DI COM. ELETTRICHE

Esercizio No.1

Si calcoli l'antitrasformata di Fourier dello spettro X(f) il cui modulo è rappresentato in Fig.1 con f_0>>B e la cui fase può assumere tre possibili andamenti: a) $\angle X(f)=0$; b) $\angle X(f)=\phi(f)$ di Fig.2; c) $\angle X(f)=\theta(f)$ di Fig.3.

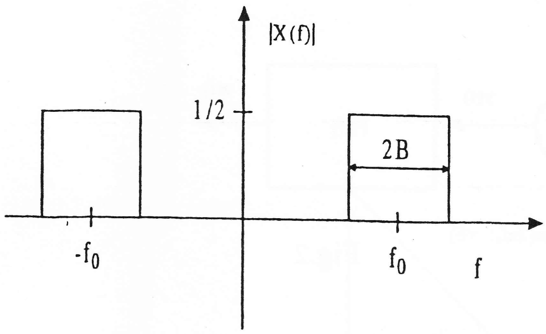


Fig.1

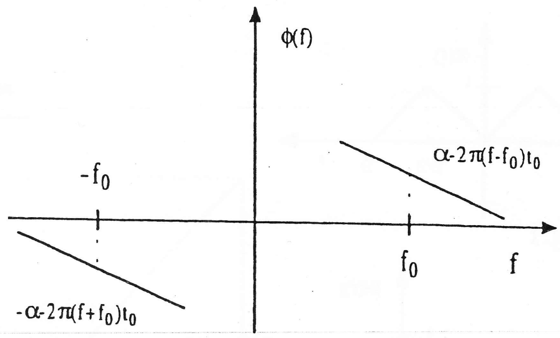


Fig.2

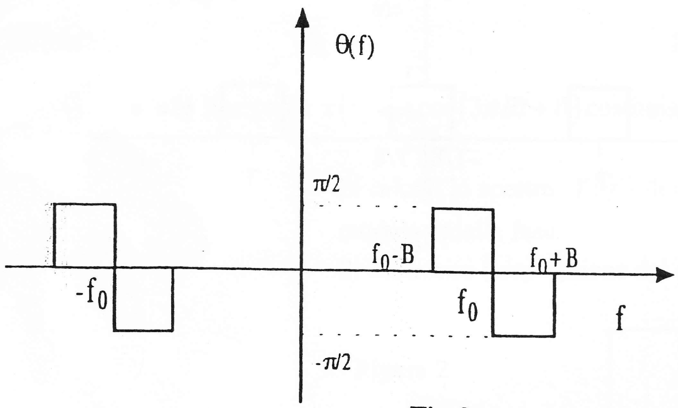


Fig.3

Esercizio No.2

Si calcoli la trasformata discreta di Fourier $\overline{X}(f)$ della sequenza x[n] estratta dal segnale $x(t)=|t|/\tau \operatorname{rect}(t/2\tau)$ mediante un campionamento con periodo $T=\tau/2$. Il segnale x[n] viene quindi inviato ad un interpolatore cardinale di banda B=1/2T. Si determini l'espressione del segnale d'uscita $\hat{x}(t)$ e se ne dia una rappresentazione grafica qualitativa. Il segnale $\hat{x}(t)$ somiglia al segnale di partenza x(t)? Se si, perché?

Esercizio No.3

Si diano le tre definizioni di risposta in frequenza di un sistema lineare tempo invariante o stazionario (SLS) e si indichi quale fra le tre consente di definire una procedura di misura.

Esercizio No.4

Si vuol calcolare la Trasformata Continua di Fourier (TCF) del segnale x(t), a banda rigorosamente limitata B, mediante la Trasformata Discreta di Fourier (TDF) della sequenza x[n]=x(nT), ottenuta per campionamento da x(t) con T=1/2B. Ipotizzando di utilizzare solo N campioni di x[n], quali sono gli effetti del troncamento? Quali sono i rimedi utilizzabili?

PROVA FACOLTATIVA N.1 DEL 15/04/02 – Comunicazioni Numeriche

Esercizio n.1

Il segnale x(t) passa basso con spettro X(f) di fig. 1 viene applicato all'ingresso del sistema di Fig.2, con H(f) rappresentato in Fig.3. $(f_0 \gg 1)$

1) Si determini l'espressione temporale di x(t).
2) Si determini lo spettro del segnale y(t) e se ne rappresenti graficamente modulo e fase.
3) Si determini l'espressione temporale del segnale di uscita z(t).

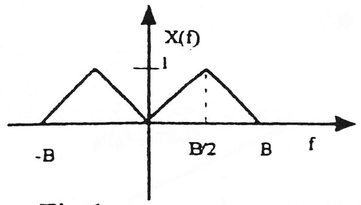


Fig.1

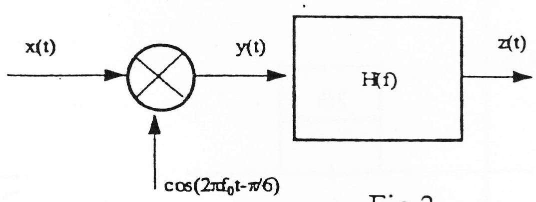


Fig.2

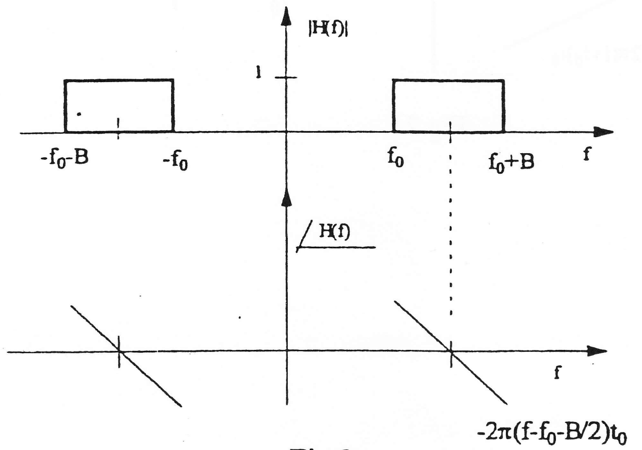


Fig.3

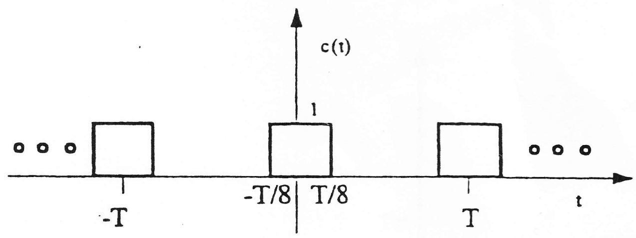


Fig.4

Esercizio n. 2

Il segnale passa basso x(t) con spettro X(f) = rect [f/2B] viene campionato naturalmente con la sequenza c(t) di Fig. 4, con T=1/B.

Il segnale $x_c(t) = x(t) \bullet c(t)$ viene quindi filtrato con un filtro passa basso ideale H(f) di banda 3/2 B.

1) si determini l'espressione temporale x(t)
2) si determini la Trasformata Continua di Fourier (TCF) di c(t) e se ne rappresenti modulo e fase
3) si determini l'espressione temporale del segnale y(t) all'uscita del filtro passa basso ideale.

Esercizio n.3

Si enunci e si dimostri graficamente il teorema del campionamento per segnali passa basso a banda rigorosamente limitata B.

Esercizio n.4

Si diano le tre definizioni di risposta in frequenza di un sistema lineare stazionario e si indichi tra queste quella più idonea per definire una procedura di misura in laboratorio.

Esercizio n.5

Si mostri l'utilizzo della Trasformata Finita di Fourier (FFT) nel campo del filtraggio numerico per il calcolo della convoluzione della risposta impulsiva h(nT) del filtro e del segnale tempo discreto x(nT) applicato all'ingresso.

Hp { h(nT) risposta di lunghezza limitata fra 0 e N
x(nT) " "

I

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* – 29/4/2003 – Testo A

1) Si calcoli l'antitrasformata continua di Fourier (TCF^{-1}) dello spettro di figura 1.

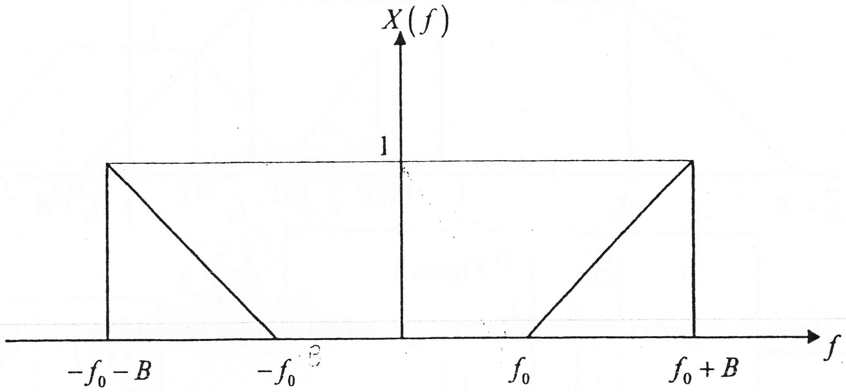
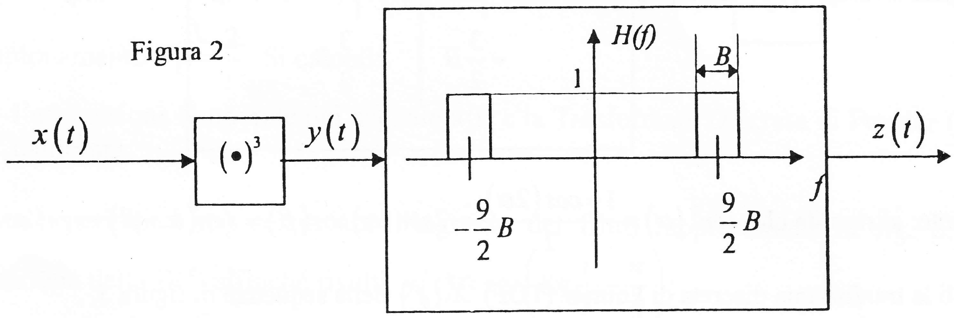


Figura 1

2) Il segnale $x(t) = A\cos(3\pi Bt + \vartheta)$ costituisce l'ingresso del sistema rappresentato in figura 2.

- Si calcoli lo spettro $Y(f)$ del segnale $y(t)$ e se ne rappresentino i grafici del modulo e della fase.
- Si determini l'espressione del segnale $z(t)$.

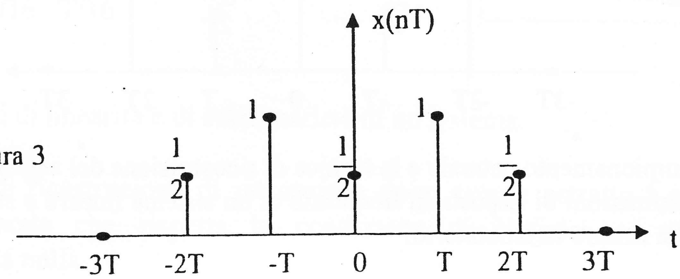
Figura 2



Suggerimento: si ricorda che $cos^2(\alpha) = \dfrac{1+cos(2\alpha)}{2}$ e $2\cos(\alpha)\cos(\beta) = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$.

3) Si calcoli la trasformata discreta di Fourier (TDF) $\overline{X}(f)$ della sequenza di figura 3.

Figura 3



4) Si enunci e si dimostri il teorema del campionamento.

5) Si diano le definizioni di risposta impulsiva e di risposta al gradino di un sistema lineare e stazionario. Si mostri il legame tra i due segnali e si indichi una procedura di misura di laboratorio della risposta impulsiva.

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* – 29/4/2003 – Testo B

1) Si calcoli l'antitrasformata continua di Fourier (TCF^{-1}) dello spettro di figura 1.

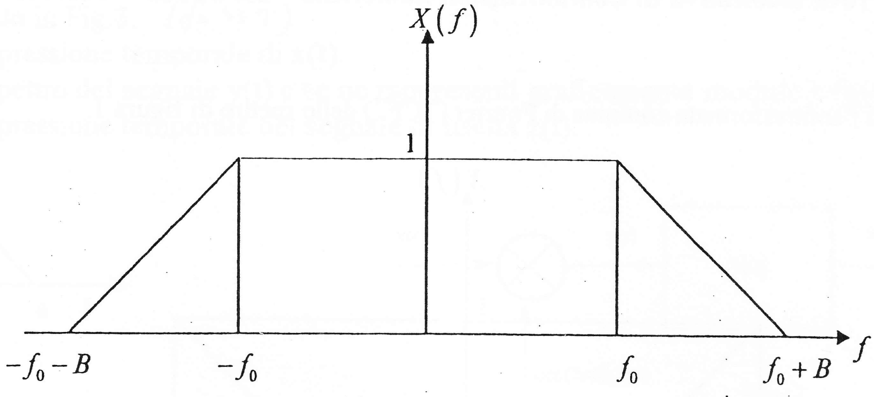
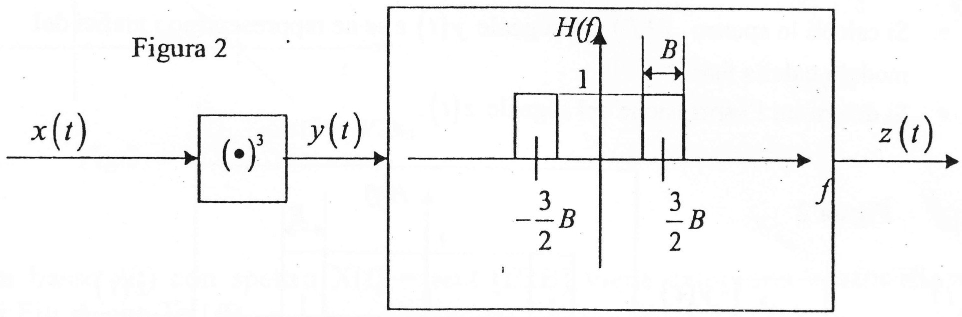


Figura 1

2) Il segnale $x(t)=Asen(\pi Bt+\vartheta)$ costituisce l'ingresso del sistema rappresentato in figura 2.

- Si calcoli lo spettro $Y(f)$ del segnale $y(t)$ e se ne rappresentino i grafici del modulo e della fase.
- Si determini l'espressione del segnale $z(t)$.

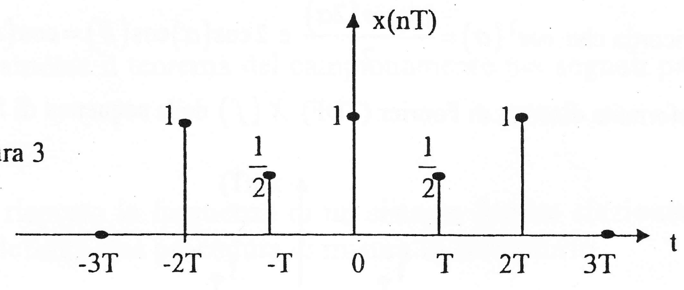
Figura 2



Suggerimento: si ricorda che $sen^2(\alpha)=\dfrac{1-cos(2\alpha)}{2}$ e $2sen(\alpha)\cos(\beta)=sen(\alpha+\beta)+sen(\alpha-\beta)$.

3) Si calcoli la trasformata discreta di Fourier (TDF) $\overline{X}(f)$ della sequenza di figura 3.

Figura 3



4) Si descriva il campionamento naturale e la tecnica di ricostruzione del segnale.
5) Si diano le tre definizioni di risposta in frequenza di un sistema lineare e stazionario e si indichi quella più adatta alla misura in laboratorio.

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* – 20/4/2004 – Testo B

1) Dopo aver scomposto il segnale s(t) di fig. 1 come combinazione lineare di funzioni rettangolari e triangolari, si calcoli:
   - □ la Trasformata Continua di Fourier di s(t);
   - □ l'espressione temporale del segnale z(t).

$B \ll \frac{1}{T}$

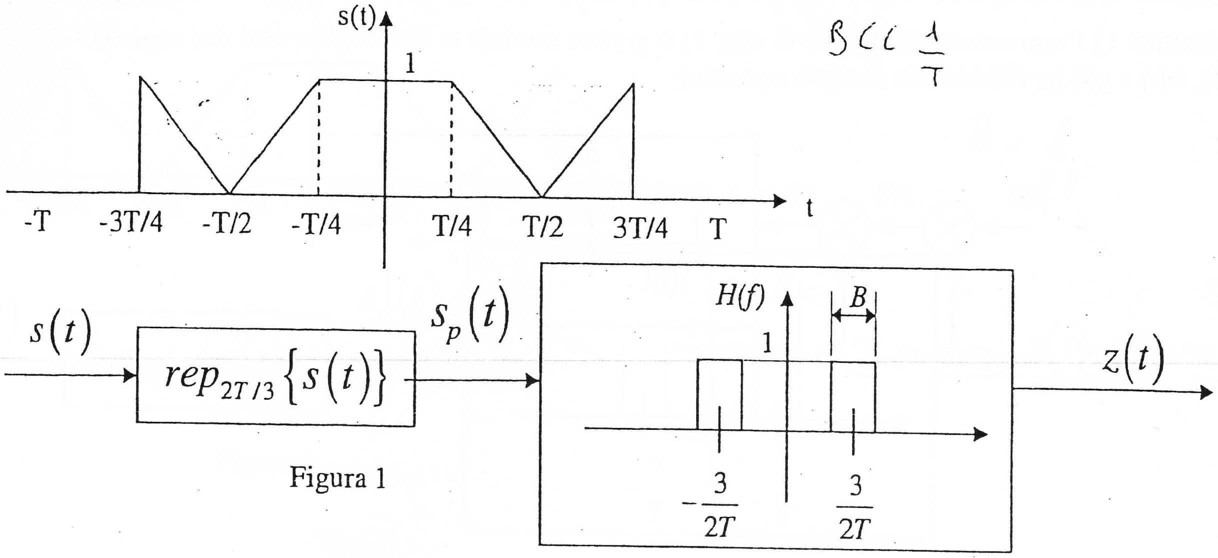
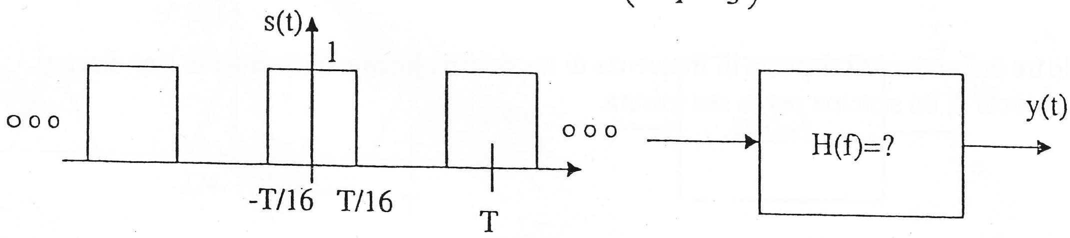


Figura 1

Osservazione: $rep_{2T/3}\{s(t)\}$ indica la ripetizione periodica di s(t) con periodo $\frac{2T}{3}$.

2) Il segnale x(t), con spettro $X(f) = [3\cos(2\pi fT) - 2]\,rect\left(\frac{fT}{2}\right)$, viene campionato con frequenza di campionamento $F_C = \frac{2}{T}$. Si calcoli:
   - □ l'espressione temporale del segnale x(t) e la Trasformata Discreta di Fourier (TDF) dei suoi campioni;

3) Il segnale periodico s(t) costituisce l'ingresso del filtro rappresentato in fig. 2. Si determini l'espressione della H(f) affinché risulti $y(t) = \cos\left(8\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{5}\right)$:



4) Si diano le definizioni di linearità e di stazionarietà di un sistema.

5) Spiegare la tecnica di ricostruzione di un segnale dopo averne estratto i campioni mediante un campionamento naturale che rispetta la condizione di Nyquist ed utilizza una funzione campionatrice a media nulla.

I[a] PROVA FACOLTATIVA DI COMUNICAZIONI NUMERICHE – 25 Febbraio 2005

1) Il segnale x(t), con spettro $X(f) = (|f|/B) \cdot rect(f/2B)$, viene applicato al sistema di Fig.1. Si determini: 1) l'espressione temporale di x(t); 2) il grafico modulo e fase degli spettri dei segnali z(t), w(t) e g(t) (si richiede un disegno accurato);

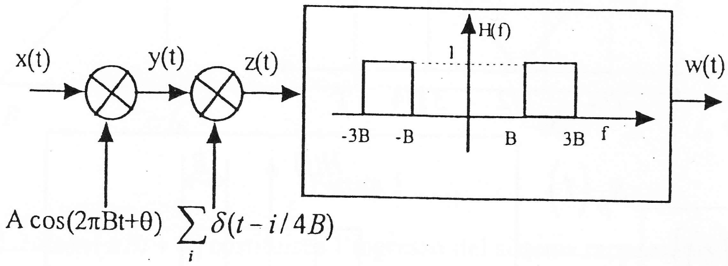


Fig.1

2) Si consideri la sequenza y[n] ottenuta campionando il segnale $x(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{2T}\right) rect\left(\frac{t}{20T}\right)$ con intervallo di campionamento T. Si disegni la sequenza y[n] e se ne calcoli la trasformata discreta di Fourier.

3) Si enunci e si dimostri il teorema del campionamento nel caso ideale

4) Si diano le tre definizioni di risposta in frequenza di un sistema lineare e stazionario e si disegni lo schema a blocchi di un sistema per la sua misura.

Prova facoltativa di *Comunicazioni numeriche* – 20/4/2004 - Fila 1

1) Dopo aver scomposto il segnale s(t) di fig. 1 come combinazione lineare di funzioni triangolari, si calcoli:
   - la Trasformata Continua di Fourier (TCF) di s(t);
   - l'espressione temporale del segnale z(t).

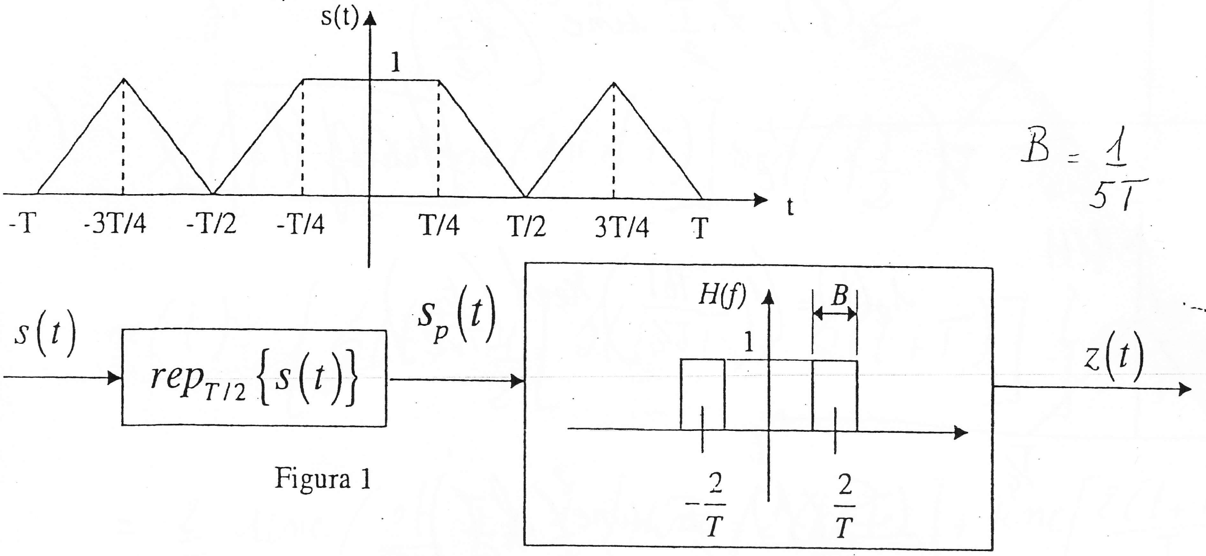


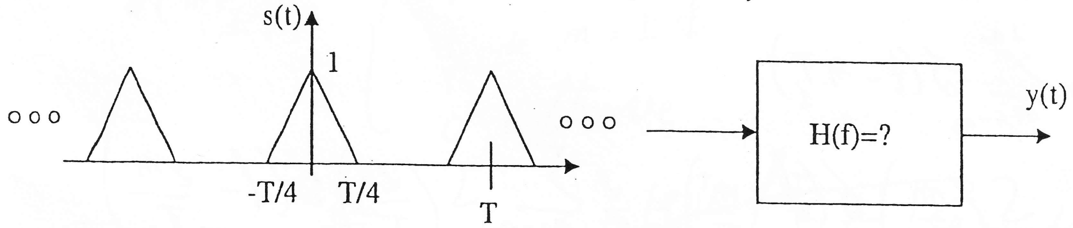
Figura 1

$B = \frac{1}{5T}$

Osservazione: $rep_{T/2}\{s(t)\}$ indica la ripetizione periodica di s(t) con periodo $\frac{T}{2}$.

2) Il segnale x(t), con spettro $X(f) = [1+\cos(2\pi fT)]\,rect\left(\frac{fT}{2}\right)$, viene campionato con frequenza di campionamento $F_C = \frac{2}{T}$. Si calcoli:
   - l'espressione temporale del segnale x(t) e la Trasformata Discreta di Fourier (TDF) dei suoi campioni;

3) Il segnale periodico s(t) costituisce l'ingresso del filtro rappresentato in fig. 2. Si determini l'espressione della H(f) affinché risulti $y(t) = sen\left(6\pi\frac{t}{T} + \frac{\pi}{3}\right)$:

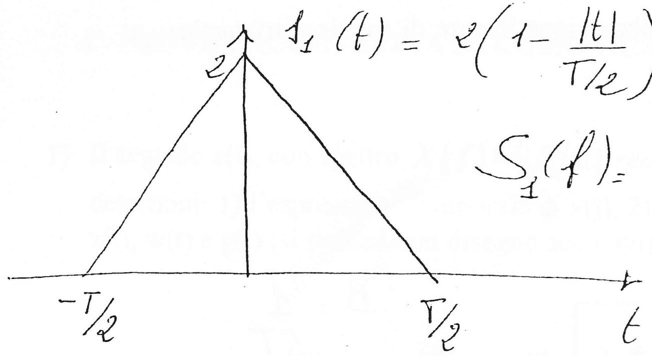


4) Si diano le definizioni di Energia e Potenza. Un segnale a durata infinita ed ampiezza finita, può avere potenza media finita diversa da zero? Nel caso di riposta affermativa si faccia un esempio.

5) Spiegare la tecnica di campionamento "sample and hold".

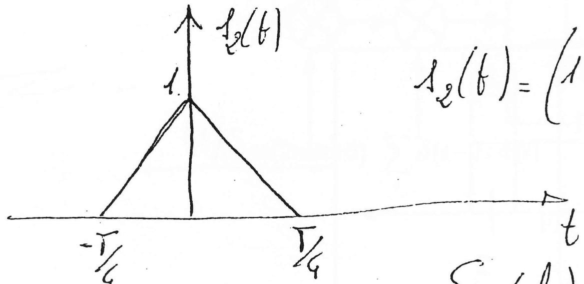
FILA 1

1) $s_1(t) = 2\left(1 - \frac{|t|}{T/2}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$



$$S_1(f) = \cancel{2}\cdot\frac{T}{\cancel{2}}\, \mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)$$

$\boxed{\text{Pag 1}}$



$$s_2(t) = \left(1 - \frac{|t|}{T/4}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T/2}\right)$$

$$S_2(f) = \frac{T}{4}\, \mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{4}\right)$$

$$s(t) = s_1(t) - s_2(t) + s_2\left(t - \frac{3T}{4}\right) + s_2\left(t + \frac{3T}{4}\right)$$

$$-e^{-j2\pi f\cdot\frac{3T}{4}} - e^{+j2\pi f 3T/4}$$

$$S(f) = S_1(f) - S_2(f)\left\{1 - 2\cos\left(2\pi f\cdot\frac{3T}{4}\right)\right\} =$$

$$= T\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right) - \frac{T}{4}\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{4}\right)\left\{1 - 2\cos\left(3\pi f\frac{T}{2}\right)\right\}$$

Sia $T_1 = \frac{T}{2}$

$$s_p(t) = s(t) \otimes \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_1)$$

$$S_p(f) = \frac{1}{T_1}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} S\left(\frac{n}{T_1}\right)\delta\left(f - \frac{n}{T_1}\right) = \frac{2}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} S\left(\frac{2n}{T}\right)\delta\left(f - \frac{2n}{T}\right)$$

Le uniche δ che passano inalterate dal filtro sono quelle per $n = \pm 1$. Poiché $s(t)$ è reale e pari anche $S(f)$ è reale e pari:

$$S\left(\frac{2}{T}\right) = S\left(-\frac{2}{T}\right) = \cancel{T\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{2}{T}\cdot\frac{T}{2}\right)} - \frac{T}{4}\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{2}{T}\cdot\frac{T}{4}\right)\left\{1 - 2\cos\left(3\pi\frac{2}{T}\cdot\frac{T}{2}\right)\right\} =$$

$$= -\frac{T}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{\pi^2}\{1+2\} = -\frac{3T}{\pi^2}; \quad \frac{2}{T}\cdot S\left(\frac{2}{T}\right) = \frac{2}{T}\cdot S\left(-\frac{2}{T}\right) = -\frac{6}{\pi^2}$$

$$Z(f) = -\frac{6}{\pi^2}\left\{\delta\left(f-\frac{2}{T}\right)+\delta\left(f+\frac{2}{T}\right)\right\}$$

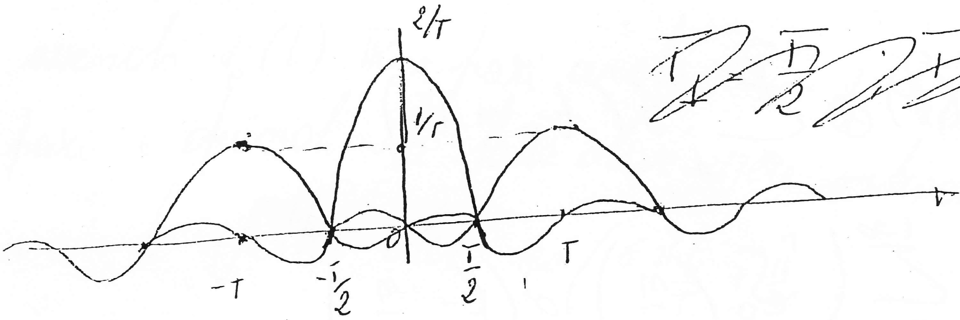
Fraç 2

$$z(t) = -\frac{12}{\pi^2}\cos\left(2\pi\cdot\frac{2}{T}t\right) = -\frac{12}{\pi^2}\cos\left(4\pi\frac{t}{T}\right)$$

2) $$X(f) = \left[1+\cos(2\pi f T)\right]\mathrm{rect}\left(f\frac{T}{2}\right) \quad , \quad F_c = \frac{2}{T}$$

$$x(t) = \left\{\delta(t) + \frac{1}{2}\left[\delta(t-T)+\delta(t+T)\right]\right\}\otimes\frac{2}{T}\mathrm{sinc}\left(\frac{2t}{T}\right) =$$

$$= \frac{2}{T}\mathrm{sinc}\left(\frac{2t}{T}\right) + \frac{1}{T}\left\{\mathrm{sinc}\left[\frac{2(t-T)}{T}\right] + \mathrm{sinc}\left[\frac{2(t+T)}{T}\right]\right\} =$$



$$\cancel{T_1 = \frac{T}{2} \; ; \; T_1 = 2T}$$

$$x(nT_1) = \begin{cases} \frac{2}{T} & \text{se } n = 0 \\ \frac{1}{T} & \text{se } n = \pm 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

$$\cancel{\overline{X}(f) = T_1\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_1)e^{-j2\pi n f T_1} = T_1\left[\frac{2}{2T_1}+\frac{1}{2T_1}\left[e^{-j2\pi 2 f T_1}+e^{j2\pi 2 f T_1}\right]\right]}$$

$$\cancel{= 2 + 2\cos}$$

$$\overline{X}(f) = \frac{T}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x\left(n\frac{T}{2}\right)e^{-j2\pi n f \frac{T}{2}} =$$

$$= \frac{T}{2}\left\{\frac{2}{T}+\frac{1}{T}\left[e^{-j2\pi f\cdot 2\frac{T}{2}}+e^{+j2\pi f\cdot 2\frac{T}{2}}\right]\right\} =$$

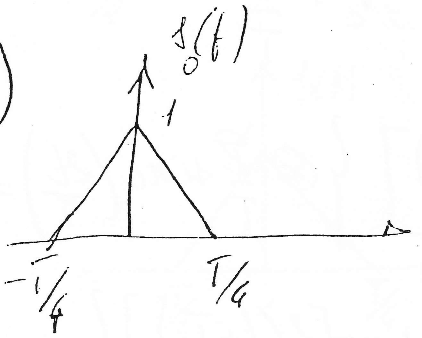
$$= 1 + \cos(2\pi f T)$$ c.v.d., infatti la condizi

Nyquist è rispettata e quindi deve risu

$$X(f) = \bar{X}(f) \cdot rect\left(f \frac{T}{2}\right) \quad \text{(come è infatti)}$$

pag 3

3)



$$s_0(t) = \left(1 - \frac{|t|}{T/4}\right) rect\left(\frac{t}{T/2}\right)$$

$$S_0(f) = \frac{T}{4} \operatorname{sinc}^2\left(f \frac{T}{4}\right)$$

$$s_p(t) = s_0(t) \otimes \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

$$S_p(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_0\left(\frac{n}{T}\right) \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

$$\operatorname{sen}\left(6\pi \frac{t}{T}\right) = \operatorname{sen}(2\pi f_0 t)$$

$$f_0 = \frac{3}{T}$$

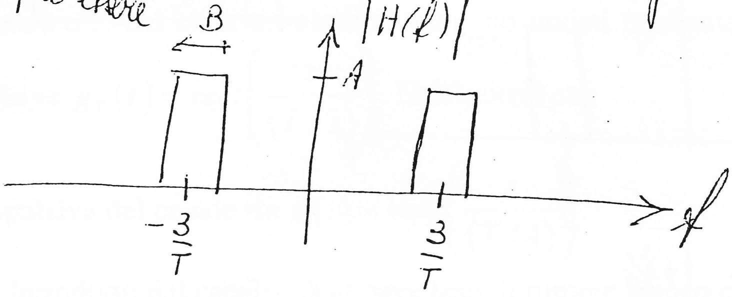
Valuto le $\delta\left(f \pm \frac{3}{T}\right)$ $(n = \mp 3)$

$$S_0\left(\frac{-3}{T}\right) = \frac{1}{T} S_0\left(\frac{3}{T}\right) = \frac{1}{\cancel{T}} \frac{\cancel{T}}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{3}{\cancel{T}} \cdot \frac{\cancel{T}}{4}\right) = \frac{1}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\operatorname{sinc}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\operatorname{sen}(3\pi/4)}{3\pi/4} = \frac{\sqrt{2}/2}{3\pi/4} = \frac{\cancel{4}}{3\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$$

$$\frac{1}{4}\,\mathrm{sinc}^2\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}\cdot 2}{9\pi^2} = \frac{2}{9\pi^2}$$

Il filtro ~~è~~ può essere un passabanda con le seguenti caratteristiche.



$$\to A = \frac{T}{2\cdot S_0\left(\frac{3}{T}\right)} = \frac{\cancel{T}}{\cancel{T}}\,\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{2}{9\pi^2}} = \frac{9\pi^2}{4}$$

$\boxed{\text{pag 4}}$

$\to \quad 0 < B < \frac{1}{T}$ (il periodo è $\frac{1}{T}$ per le S)

$\to$ essendo $s_0(t)$ $\mathbb{R}$ e pari anche $S_n = \frac{1}{T} S_0\left(\frac{n}{T}\right)$ è reale e pari e quindi la fase deve essere introdotta dal filtro

Vediamo lo spettro del $\mathrm{sen}\left(6\pi\frac{t}{T} + \frac{\pi}{3}\right)$

$$6\pi\frac{t}{T} = 2\pi f_0 t \;;\quad f_0 = \frac{3}{T}$$

$$y(t) = \mathrm{sen}\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \cancel{\frac{1}{2j}\left\{\delta(f-f_0)e^{\frac{\pi}{3}}\right.}$$

$$= \frac{1}{2j}\left\{e^{+j\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{3}\right)} - e^{-j\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{3}\right)}\right\} = y(t)$$

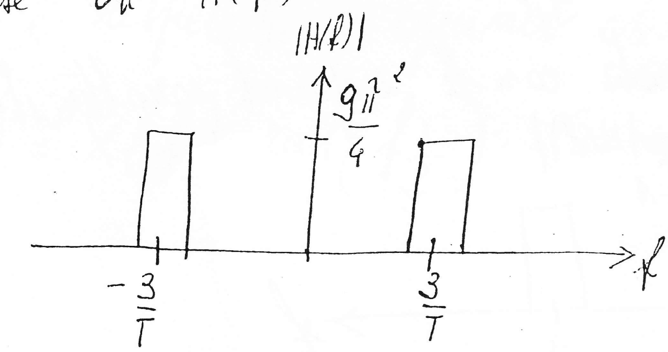
$$Y(f) = \frac{1}{2j}\left\{\delta(f-f_0)e^{+j\frac{\pi}{3}} - \delta(f+f_0)e^{-j\pi/3}\right\} =$$

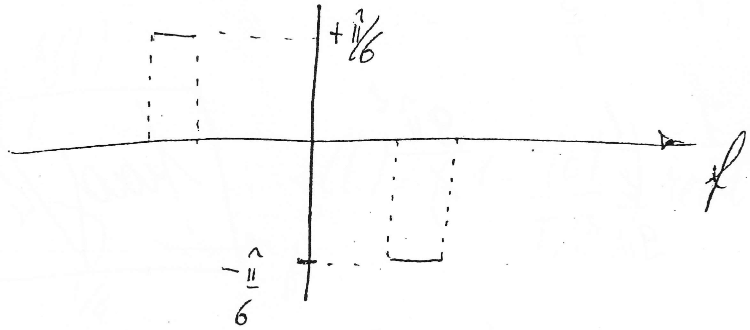
$$= \frac{1}{2}\left\{\delta(f-f_0)e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{+j\pi/3} + \delta(f+f_0)e^{+j\frac{\pi}{2}}e^{-j\pi/3}\right\} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\delta(f-f_0)e^{-j\pi/6} + \delta(f+f_0)e^{+j\pi/6}\right\} \Leftrightarrow \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Fase di $H(f)$

$\boxed{\text{pag 5}}$





In realtà è sufficiente che la risposta in ampiezza del filtro sia: ~~H(f)~~

$$\begin{cases} \left|H\left(\frac{3}{T}\right)\right| = \left|H\left(-\frac{3}{T}\right)\right| = \frac{9\pi^2}{4} \\ \left|H\left(\frac{k}{T}\right)\right| = 0 \quad \forall k \neq \pm 3 \end{cases}$$

$|H(f)|$ qualunque per $f \neq \frac{k}{T}$

e che la risposta in fase sia:

$$\begin{cases} \angle H\left(\frac{3}{T}\right) = -\frac{\pi}{6} \\ \angle H\left(-\frac{3}{T}\right) = +\frac{\pi}{6} \\ \angle H\left(\frac{k}{T}\right) = \text{indeterminata per } k \neq \pm 3 \\ \angle H(f) = \text{qualunque per } f \neq \frac{k}{T} \end{cases}$$