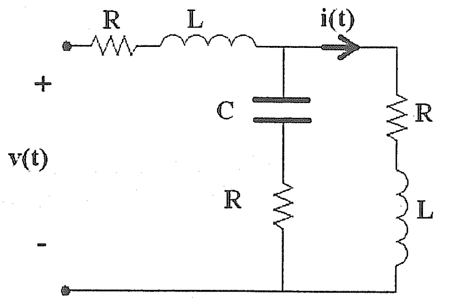
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

FILA B

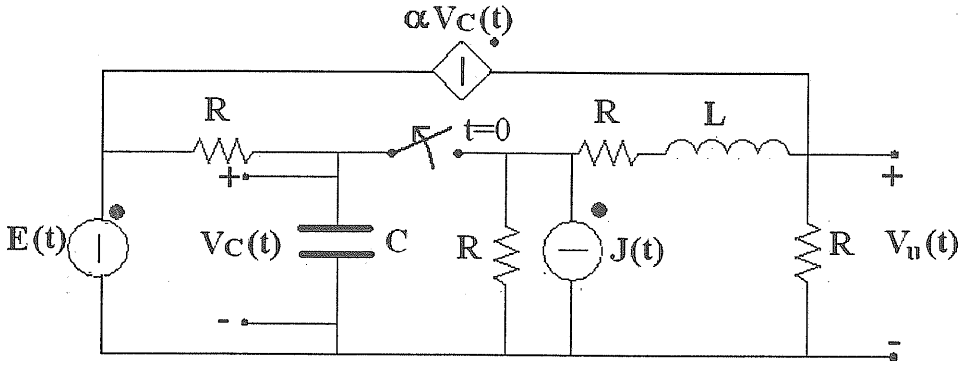
Pisa 24/01/2009 Allievo: ....Matricola: ....

0) Per il circuito di figura, considerato a regime, determinare la tensione $v(t)$ tale che la corrente $i(t)$ abbia l'andamento indicato.



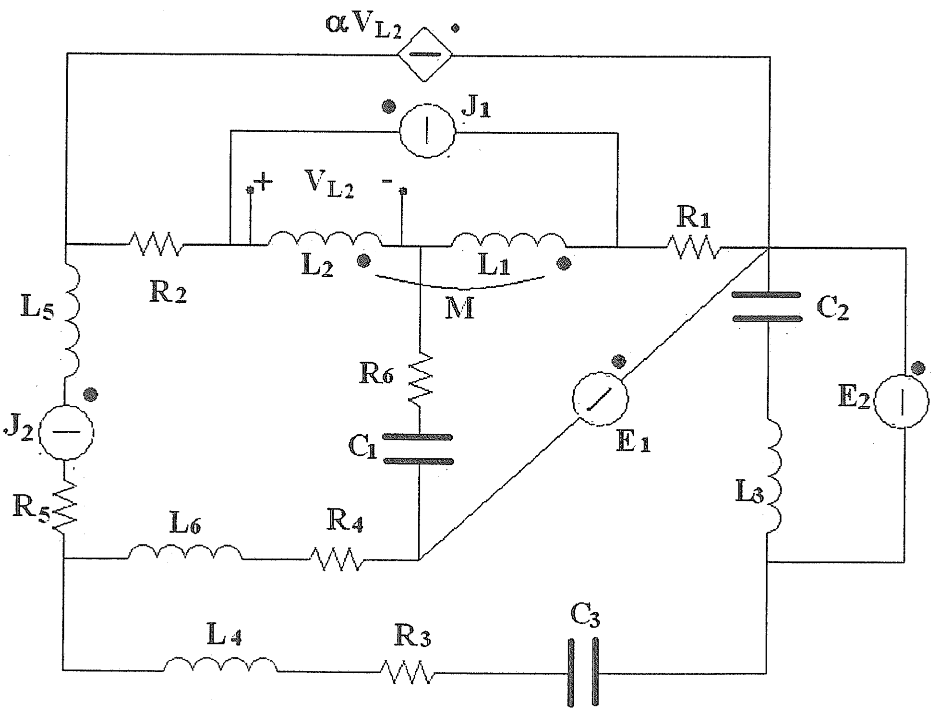
$$i(t) = 3\sin\left(500t + \pi/6\right)\ A$$
$$R = 50\Omega;$$
$$L = 90mH$$
$$C = 100\mu F$$

1) Con riferimento al circuito di figura, determinare l'andamento temporale della tensione $V_u(t)$ per $t \geq 0$, considerando l'apertura del tasto al tempo $t = 0$. Per $t < 0$ si consideri il circuito a regime per effetto dei generatori applicati.



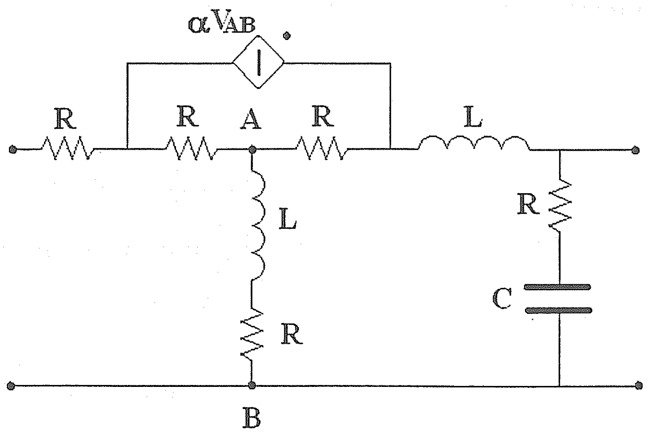
$$E(t) = 100V$$
$$J(t) = 5A$$
$$R = 15\ \Omega;$$
$$L = 20mH$$
$$C = 250\mu F;$$
$$\alpha = 0{,}1$$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle tensioni nodali, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



24/01/09

3) Determinare la matrice dei parametri ABCD del doppio bipolo in figura.



$R = 50\Omega$

$L = 20mH$

$C = 200\,\mu F$

$\omega = 628\,rad/s$

$\alpha = 10$

4) Nel sistema trifase simmetrico ed equilibrato di figura determinare la potenza attiva e reattiva erogata dal generatore trifase E. Determinare inoltre la potenza dissipata nel ferro del trasformatore e nel ferro del motore asincrono.

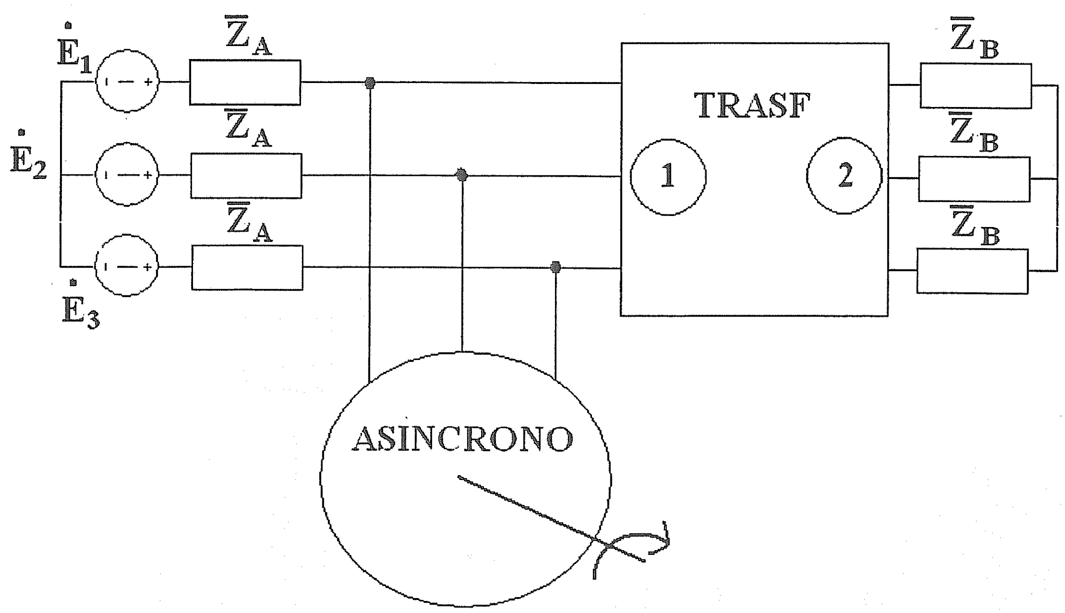
$\dot{E}_1 = 110\ e^{j\pi/3}\ V$

$\overline{Z}_A = 6 + j6\ \Omega$

$\overline{Z}_B = 2 + j0.5\ \Omega$

$f = 60\ \ Hz;$

Trasformatore
Prova a vuoto $V_{10} = 400\ V;\quad I_{10} = 5\ A;\quad P_{10} = 1370\ W;$
Prova in cc $V_{1cc} = 100\ V;\ I_{1cc} = 22\,A;\ P_{1cc} = 1640\ W;$
$n = 2;\ (E_1^T = nE_2^T);$
Asincrono
Prova a vuoto $V_{10} = 800\ V;\quad I_{10} = 2\ A;\quad P_{10} = 1200\ W;$
Prova in cc $V_{1cc} = 200\ V;\ I_{1cc} = 12\,A;\ P_{1cc} = 1500\ W;$
$k = 2;\ (E_1^A = kE_2^A);\ \ s = 0.8;\ R_{1s} = 0.5\ \Omega;\ X_{1s} = 1.25\ \Omega;$



1

Prova scritta del 24/01/09

Esercizio 0 A

VERS. PROVV.

Il fasore rappresentativo della corrente assegnata è

$\dot{I}_{RL} = 2e^{j\frac{\pi}{6}}$, mentre le impedenze valgono:

$\bar{Z}_{RL} = R + j\omega_0 L = 60 + j48\ \Omega$

$\bar{Z}_{RC} = R + \frac{1}{j\omega_0 C} = 60 - j15.15\ \Omega$

La tensione $\dot{V}_{AB}$ è

$\dot{V}_{AB} = \bar{Z}_{RL}\dot{I}_{RL} = -23.14 + j151.9\ V$

La corrente su $\bar{Z}_{RC}$ è

$\dot{I}_{RC} = \frac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_{RC}} = -0.96 + j2.29\ A$

Quindi il fasore rappresentativo della $v(t)$ sarà

$\dot{V} = \bar{Z}_{RL}(\dot{I}_{RL} + \dot{I}_{RC}) + \dot{V}_{AB} = -213.95 + j395.29\ V$

ed infine $v(t) = 449.15\ \text{sen}(600t + 2.07)\ V$

Esercizio 0B

$\dot{I}_{RL} = 3e^{j\frac{\pi}{6}}\ A$

$\bar{Z}_{RL} = 50 + j45\ \Omega$

$\bar{Z}_{RC} = 50 - j20\ \Omega$

$\dot{V}_{AB} = -41.93 + j137.4\ V$

$\dot{I}_{RC} = -2.084 + j3.11\ V$

$\dot{V} = -328.18 + j456.75\ V$

$v(t) = 562.42\ \text{sen}(500t + 2.194)\ V$

2

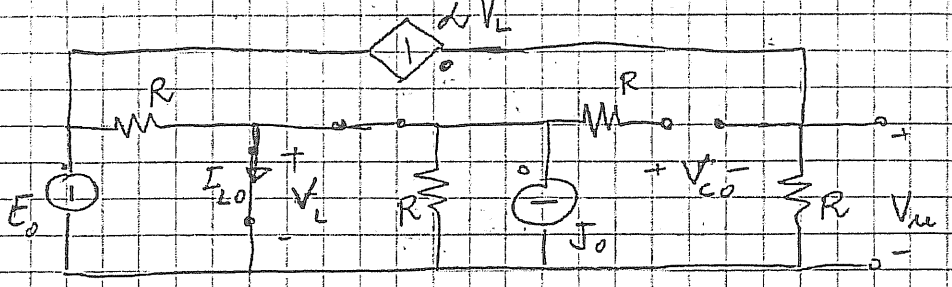
Prova scritta del 24/01/09

VERS. PRO VV

Esercizio 1A

Calcolo delle condizioni iniziali a tasto chiuso.

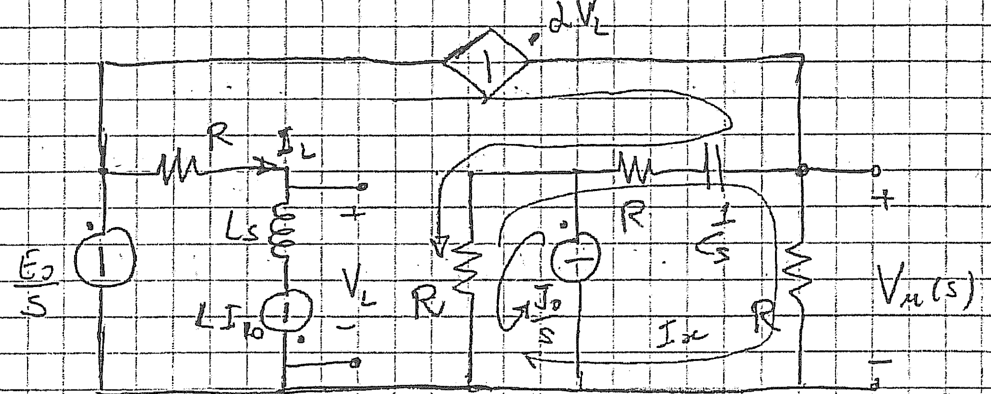
Il circuito è da ritenersi in condizioni di regime.



$V_L = 0$ quindi il generatore controllato da corrente è spento

$V_{C0} = 0$; $I_{L0} = \frac{E_0}{R} + J_0 = 11.67$ A

Il circuito L-trasf. è:



$$I_L = \frac{\frac{E_0}{s} + LI_{L0}}{R + Ls} = \frac{E_0 + Ls I_{L0}}{s(R + Ls)}$$

$$V_L = Ls\, I_L - LI_{L0} = Ls\,\frac{E_0 + LsI_{L0}}{s(R + Ls)} - LI_{L0} =$$

$$= \frac{LE_0 + L^2\cancel{s I_{L0}} - RLI_{L0} - L^2\cancel{s I_{L0}}}{R + Ls} =$$

$$= L\,\frac{E_0 - RI_{L0}}{R + Ls}$$

24/01/03

L'espressione per la determinazione di I_x è (3)

$$0 = \left(3R + \frac{1}{Cs}\right) I_x - R\frac{J_0}{s} - \alpha V_L \left(2R + \frac{1}{Cs}\right)$$

$$I_x = \frac{R\frac{J_0}{s}}{3R + \frac{1}{Cs}} + \alpha \frac{L\frac{E_0 - RI_{L0}}{R+Ls}\left(2R + \frac{1}{Cs}\right)}{3R + \frac{1}{Cs}} =$$

$$= \frac{R\frac{J_0}{\cancel{s}}}{\frac{3RCs+1}{C\cancel{s}}} + \frac{\alpha L \frac{E_0 - RI_{L0}}{R+Ls} \cdot \frac{2RCs+1}{\cancel{Cs}}}{\frac{3RCs+1}{\cancel{Cs}}} =$$

$$= \frac{RCJ_0}{3RCs+1} + \frac{\alpha L (E_0 - RI_{L0})(2RCs+1)}{(R+Ls)(3RCs+1)} =$$

$$= \frac{\cancel{RC}}{3\cancel{RC}} \frac{J_0}{s + \frac{1}{3RC}} + \frac{\alpha \cancel{L}(E_0 - RI_{L0}) 2\cancel{RC}}{\cancel{L} \cdot 3\cancel{RC}} \frac{s + \frac{1}{2RC}}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{1}{3RC}\right)} =$$

$$V_u(s) = RI_x = \frac{RJ_0}{s + \frac{1}{3RC}} + R\frac{2\alpha(E_0 - RI_{L0})}{3} \frac{s + \frac{1}{2RC}}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{1}{3RC}\right)}$$

Solo il II termine va scomposto in fratti semplici:

$$\frac{s + \frac{1}{2RC}}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{1}{3RC}\right)} = \frac{A}{s + s_1} + \frac{B}{s + s_2}$$

$s_1 = 750$

$s_2 = 88.89$

$A = 0.933$

$B = 0.067$

$$v_u(t) = 75 e^{-88.89t} u(t) - 69.96 e^{-750t} u(t) - 5.04 e^{-88.89t} u(t)$$

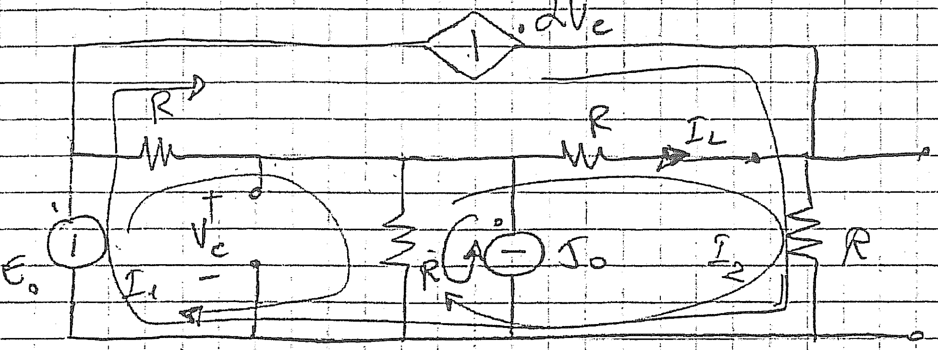
VERS. PROVV.

24/01/09

Esercizio 1B

VERS. PRO V.V.

Condizioni iniziali a tasto chiuso



Le equazioni di equilibrio sono:

$$\begin{cases} E_0 = 2RI_1 - RI_2 + RJ_0 \\ 0 = -RI_1 + 3RI_2 - RJ_0 + \alpha V_c R \end{cases}$$

Eq. controllo:

$$V_c = E_0 - RI_1$$

Sostituendo l'eq. di controllo nelle eq. delle maglie si ha:

$$\begin{cases} E_0 - RJ_0 = 2RI_1 - RI_2 \\ RJ_0 - \alpha E_0 R = -(R + \alpha R^2) I_1 + 3RI_2 \end{cases}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$\begin{pmatrix} 25 \\ -75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & -15 \\ -37.5 & 45 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Risolvendo (es metodo di Cramer)

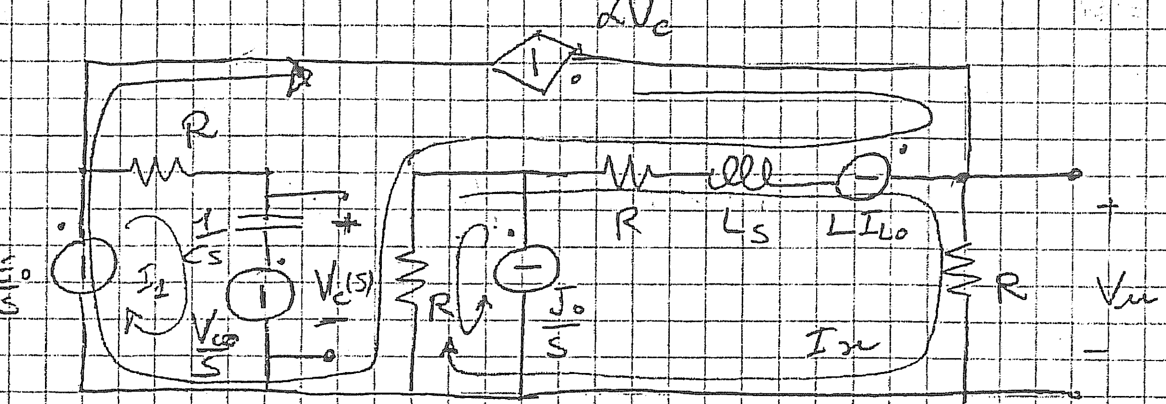
$$I_1 = 0 ; \quad I_2 = -1.667\ A ;$$

Quindi $V_{c0} = E_0 = 100\ V$

$$I_{L0} = I_2 = -1.667\ A$$

Prove scritte del 24/01/03 (5)

Esercizio 1B VERS. PROVV.



$$\frac{E_0}{s} - \frac{V_{c0}}{s} = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_1$$

$$L I_{L0} = (3R + Ls) I_x - \frac{J_0}{s} R - \alpha V_c (2R + Ls)$$

$$V_c(s) = \frac{1}{Cs} I_1 + \frac{V_{c0}}{s}$$

Dalla I^a equazione, essendo $V_{c0} = E_0$ si ha che $I_1 = 0$, quindi è

$$V_{c(s)} = \frac{V_{c0}}{s}$$

$$I_x = \frac{L I_{L0}}{3R + Ls} + \frac{R\frac{J_0}{s} + \alpha \frac{V_{c0}}{s}(2R + Ls)}{3R + Ls} =$$

$$= \frac{L I_{L0}}{3R + Ls} + \frac{R J_0 + \alpha V_{c0}(2R + Ls)}{s(3R + Ls)}$$

$$V_u = R I_x = R I_{L0} \cdot \frac{1}{s + \frac{3R}{L}} + R\alpha V_{c0} \cdot \frac{s + \frac{R J_0 + \alpha V_{c0} 2R}{\alpha V_{c0} L}}{s\left(s + \frac{3R}{L}\right)}$$

Solo il II termine va scomposto in poli semplici

$$\frac{s + \frac{R J_0 + \alpha V_{c0} 2R}{\alpha V_{c0} L}}{s\left(s + \frac{3R}{L}\right)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + s_1};$$

$s_1 = 2250$

$A = 0.833$

$B = 0.167$

24/01/04

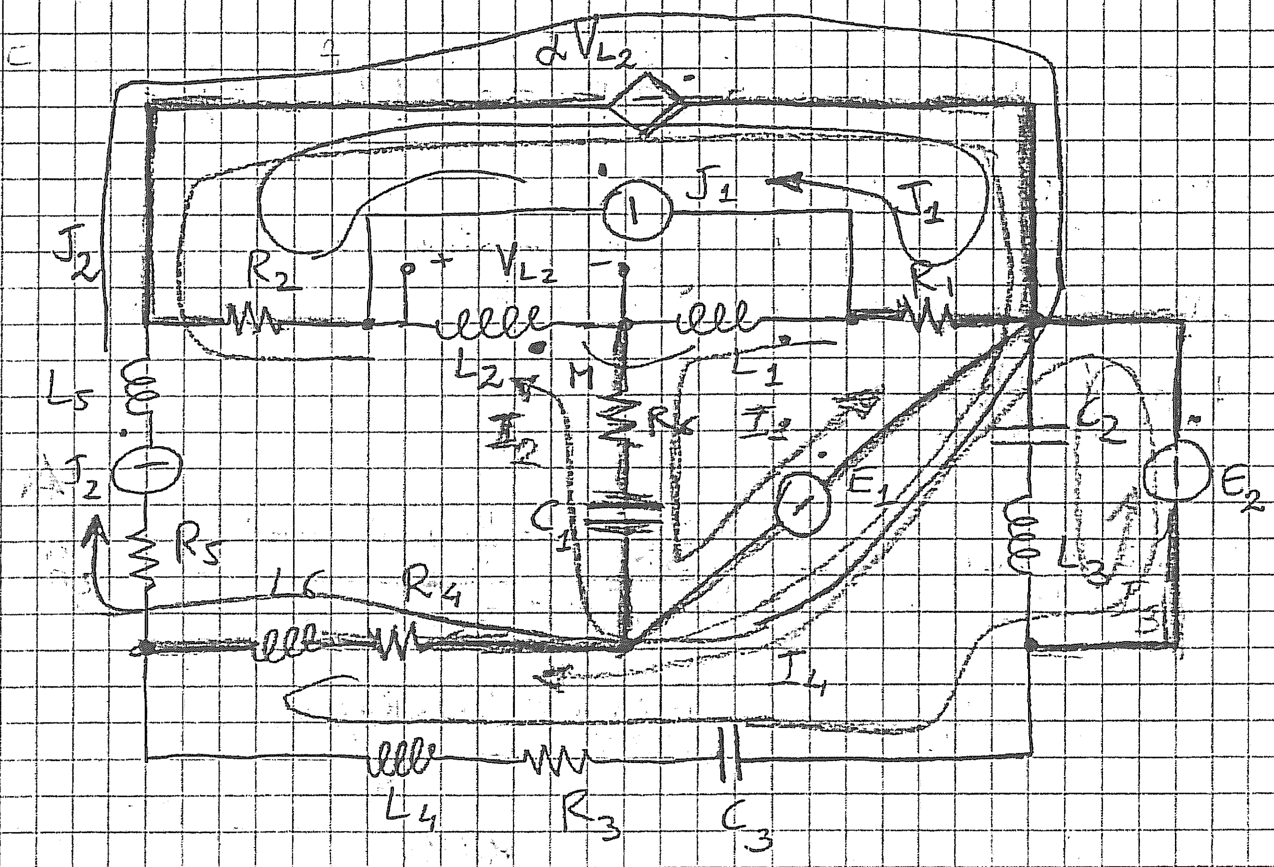
$v_u(t) = -25.0\, e^{-2250t}\, u(t) + 125\, u(t) + 25\, e^{-2250t}\, u(t) =$

$= 125\, u(t)$

6

VERS PROVU.

Esercizio 2A



Facendo riferimento all'albero indicato in figura si scrivono le equazioni:

$$\dot{E}_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + R_6 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \dot{I}_1 - \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_2$$

$$+ R_1 \dot{J}_1$$

24/01/09

$$\alpha \dot{V}_{L2} - \dot{E}_1 = -\left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_1 + \left(R_2 + R_6 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_2 + R_2 \dot{J}_1$$

$$\dot{E}_2 = \left(j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)\dot{I}_3$$

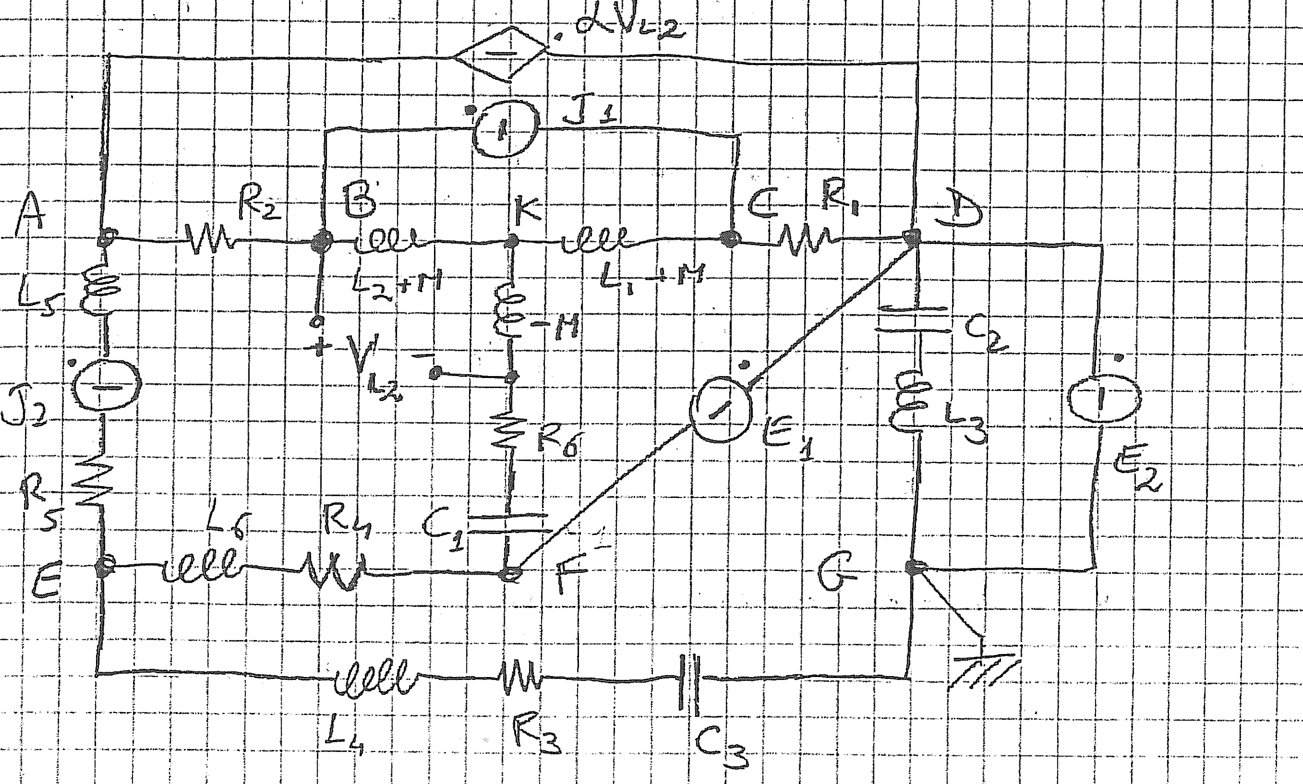
$$\dot{E}_2 - \dot{E}_1 = \left(R_4 + j\omega L_6 + j\omega L_4 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}\right)\dot{I}_4 + \dot{J}_2\left(R_4 + j\omega L_6\right)$$

$$\dot{V}_{L2} = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$$

VERS. PROVV.

Esercizio 2B

Per potere utilizzare l'analisi nodale occorre sostituire i due induttori mutuamente accoppiati con un circuito equivalente.



24/01/09 ⑧

Assumendo il nodo G come riferimento si ha:

$$\dot{V}_A = -\alpha \dot{V}_{L2} + \dot{E}_2 \; ; \quad \dot{V}_D = \dot{E}_2 \; ; \quad \dot{V}_F = \dot{E}_2 - \dot{E}_1 \; ;$$

Restano da scrivere le equazioni ai nodi B, K, C ed E

$$B) \quad \dot{J}_1 = -\frac{1}{R_2}\dot{V}_A + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega(L_2+M)}\right)\dot{V}_B - \frac{1}{j\omega(L_2+M)}\dot{V}_K$$

$$K) \quad 0 = -\frac{1}{j\omega(L_2+M)}\dot{V}_B + \left(\frac{1}{j\omega(L_1+M)} + \frac{1}{j\omega(L_2+M)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{-j\omega M + R_6 + \frac{1}{j\omega C_1}}\right)\dot{V}_K - \frac{1}{j\omega(L_1+M)}\dot{V}_C +$$

$$- \frac{1}{-j\omega M + R_6 + \frac{1}{j\omega C_1}}\dot{V}_F$$

$$C) \quad -\dot{J}_1 = -\frac{1}{j\omega(L_1+M)}\dot{V}_K + \left(\frac{1}{j\omega(L_1+M)} + \frac{1}{R_1}\right)\dot{V}_C - \frac{1}{R_1}\dot{V}_D$$

$$E) \quad -\dot{J}_2 = \left(\frac{1}{R_4 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_1}} + \frac{1}{j\omega L_4 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}}\right)\dot{V}_E +$$

$$- \left(\frac{1}{R_4 + j\omega L_6}\right)\dot{V}_F$$

Espressioni di controllo:

$$\dot{V}_{L_2} = \dot{V}_B - \dot{V}_K + (\dot{V}_K - \dot{V}_F)\frac{-j\omega M}{-j\omega M + R_6 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

VERS. PROW.

Prova scritta del 24/01/08

9

Esercizio 3A

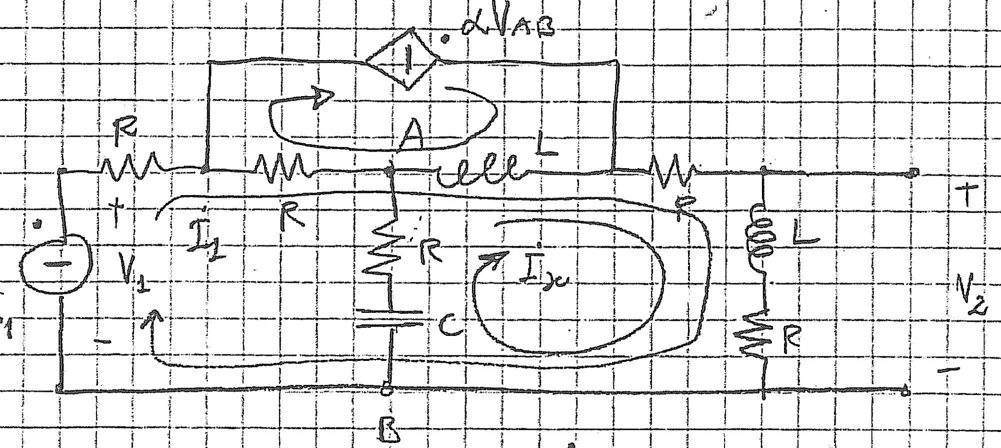
VERS. PROVV.

$$V_1 = A V_2 + B(-I_2)$$
$$I_1 = C V_2 + D(-I_2)$$

$$\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} \qquad \frac{1}{C} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

Entrambi possono essere calcolati a partire dal circuito assegnato alimentato da un generatore di corrente di prova fra i morsetti della porta 1 e con la porta ② aperta.

La determinazione di C è immediata, per determinare A occorre esprimere V_1 in funzione di I_1, quindi valutare il rapporto $\frac{V_2}{V_1}$.



$$0 = \left(3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x - j\omega L \alpha \dot{V}_{AB} + \left(2R + 2j\omega L\right)\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_{AB} = -\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = -\frac{2R + 2j\omega L}{3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L\alpha\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}\dot{I}_1 = \bar{K}\dot{I}_1$$

$$\bar{K} = -0.0087 + j\,0.015$$

$$\dot{V}_2 = (R + j\omega L)(1 + \bar{K})\dot{I}_1$$

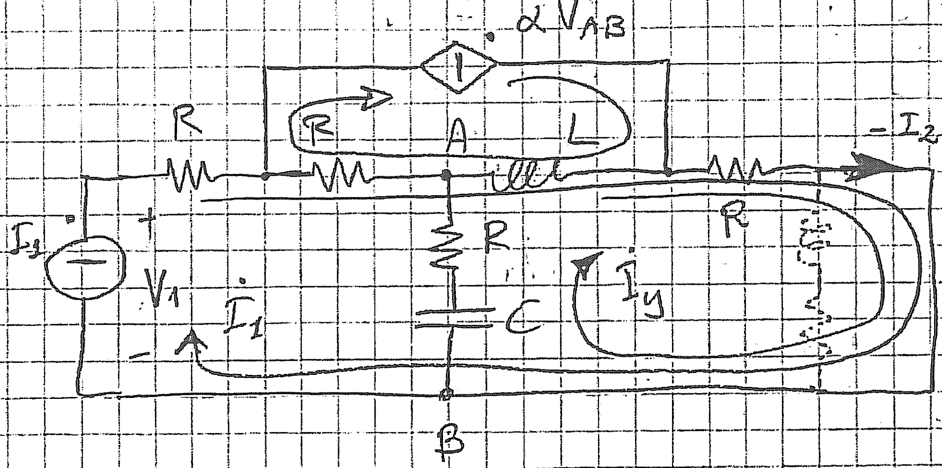
$$\dot{V}_1 = 2R\dot{I}_1 - R\alpha\dot{V}_{AB} + \dot{V}_{AB} = \left[2R + (\alpha R - 1)\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\bar{K}\right]\dot{I}_1$$

24/01/09

$$\frac{1}{C} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = (R+j\omega L)(1+\bar{K}) = 49.48 + j\,13.21 \quad \Omega$$

10

$$\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{(R+j\omega L)(1+\bar{K})}{2R + (\alpha R - 1)\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\bar{K}} = 0.002 + j\,0.0005$$



VERS.

PROVV

$$0 = \left(2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_y - j\omega L\,\alpha\,\dot{V}_{AB} + (R+j\omega L)\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_{AB} = -\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_y$$

$$\dot{I}_y = -\frac{R+j\omega L}{2R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}+j\omega L\alpha\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)}\,\dot{I}_1 = \bar{H}\,\dot{I}_1$$

$$\bar{H} = -0.041 + j0.066$$

$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_y = (1+\bar{H})\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_1 = 2R\dot{I}_1 + R\alpha\dot{V}_{AB} - \dot{V}_{AB} =$$

$$= \left[2R + (R\alpha - 1)\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\bar{H}\right]\dot{I}_1$$

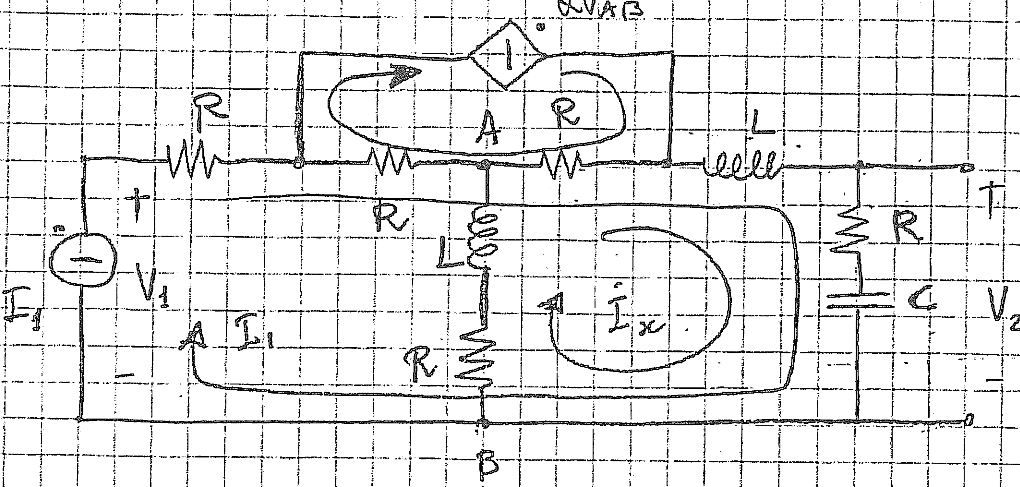
$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{V_2=0} = (1+\bar{H}) = 0.959 + j\,0.0661$$

$$\frac{1}{B} = \left.\frac{-\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1+\bar{H}}{2R+(R\alpha-1)\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\bar{H}} = -1.37\cdot10^{-4} + -j\,4.8\cdot10^{-4} \quad \mho$$

24/01/09

Esercizio 3B

(11)



$$0 = \left(3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x - R\alpha \dot{V}_{AB} + \left(2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_{AB} = -\left(R + j\omega L\right)\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = -\frac{2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \alpha R\left(R + j\omega L\right)}\dot{I}_1 = \bar{M}\dot{I}_1$$

$$\bar{M} = -3.8\cdot 10^{-3} + j0.8\cdot 10^{-3}$$

$$\dot{V}_2 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\left(1 + \bar{M}\right)\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_1 = 2R\dot{I}_1 - R\alpha \dot{V}_{AB} + \dot{V}_{AB} = \left[2R + (\alpha R - 1)(R + j\omega L)\bar{M}\right]\dot{I}_1$$

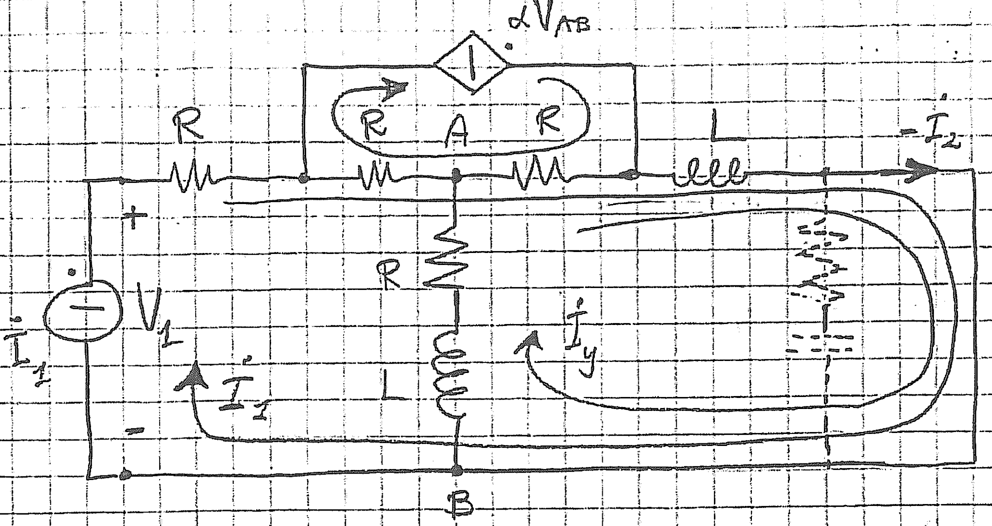
$$\frac{1}{C} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\left(1 + \bar{M}\right) = 49.82 - j\,7.89\ \Omega$$

$$\frac{1}{A} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\left(1 + \bar{M}\right)}{2R + (\alpha R - 1)(R + j\omega L)\bar{M}} = 3.41 + j\,10.17$$

VERS PROVV

24/01/04

12



$$0 = (2R + 2j\omega L)\dot I_y - R\alpha \dot V_{AB} + (R + j\omega L)\dot I_1$$

$$\dot V_{AB} = -(R + j\omega L)\dot I_y$$

$$\dot I_y = -\frac{R + j\omega L}{2R + 2j\omega L + \alpha R (R + j\omega L)}\dot I_1 =$$

$$= -\frac{\cancel{(R + j\omega L)}}{(2 + \alpha R)\cancel{(R + j\omega L)}}\dot I_1 = \bar N \dot I_1$$

$$\bar N = -2 \cdot 10^{-3}$$

$$-\dot I_2 = \dot I_y + \dot I_1 = (1 + \bar N)\dot I_1$$

$$\dot V_1 = 2R\dot I_1 - R\alpha \dot V_{AB} + \dot V_{AB} = \left[2R + (R\alpha - 1)(R + j\omega L)\bar N\right]\dot I_1$$

$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-\dot I_2}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = 1 + \bar N = 0.998$$

$$\frac{1}{B} = \left.\frac{-\dot I_2}{\dot V_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = \frac{1 + \bar N}{2R + (R\alpha - 1)(R + j\omega L)\bar N} = 18.7 \cdot 10^{-3} + j4.6 \cdot 10^{-3} \ \mho$$

VERS PROVV,

Prova scritta del 24/01/09 VERS. PROVV (13)

Esercizio 4

Parametri x il circuito equivalente

Trasformatore

$G_m^T = \dfrac{P_{10}}{V_{10}^2} = 0.0086\ ℧$

$Y_m^T = \sqrt{3}\dfrac{I_{10}}{V_{10}} = 0.0217\ ℧$

$B_m^T = \sqrt{{Y_m^T}^2 - {G_m^T}^2} = 0.02\ ℧$

$\bar{Z}_m^T = \dfrac{1}{G_m^T - jB_m^T} = 18.27 + j42.42\ \Omega$

$Z_{1cc}^T = \dfrac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} = 2.62\ \Omega$

$\cos\varphi_{cc}^T = \dfrac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc} I_{1cc}} = 0.43$

$\bar{Z}_{1cc}^T = Z_{1cc}(\cos\varphi_{cc}^T + j\,\mathrm{sen}\,\varphi_{cc}^T) =$

$= 1.13 + j2.37\ \Omega$

Macchina Asincrona

$G_m^A = \dfrac{P_{10}}{V_{10}^2} = 0.002\ ℧$

$Y_m^A = \sqrt{3}\dfrac{I_{10}}{V_{10}} = 0.0053\ ℧$

$B_m^A = \sqrt{{Y_m^A}^2 - {G_m^A}^2} = 0.004$

$\bar{Z}_m^A = \dfrac{1}{G_m^A - jB_m^A} = 100 + j208.17\ \Omega$

$Z_{1cc}^A = \dfrac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} = 9.62\ \Omega$

$\cos\varphi_{cc}^A = \dfrac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc} I_{1cc}} = 0.361$

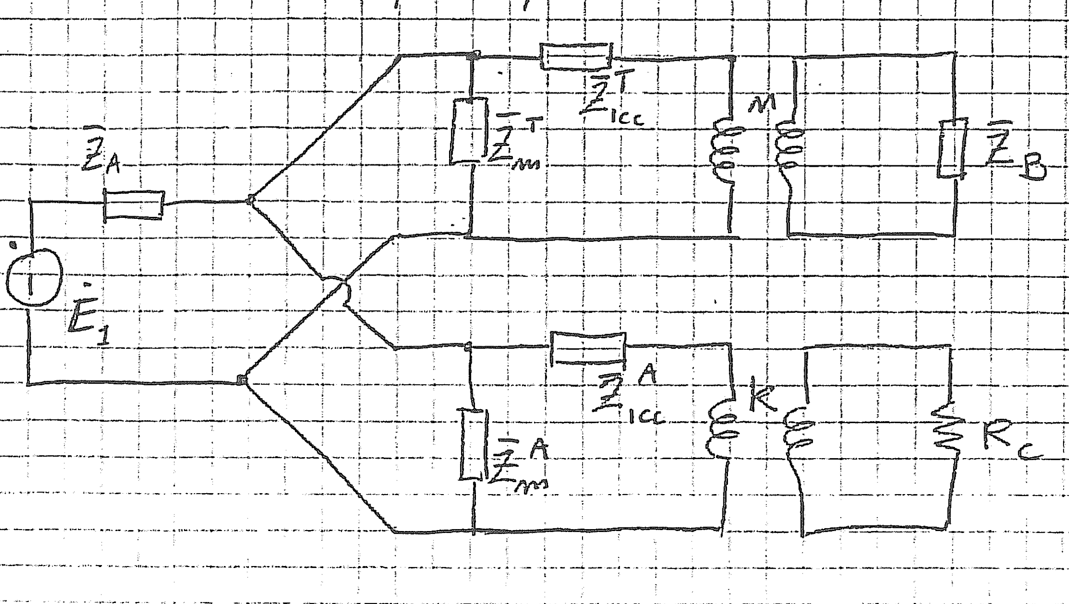
$\bar{Z}_{1cc}^A = Z_{1cc}^A(\cos\varphi_{cc}^A + j\,\mathrm{sen}\,\varphi_{cc}^A) =$

$= 3.47 + j8.37\ \Omega$

$\bar{Z}_{2d}^A = \dfrac{1}{K^2}\left(\bar{Z}_{1cc}^A - \bar{Z}_{1s}\right) = 0.74 + j1.9\ \Omega$

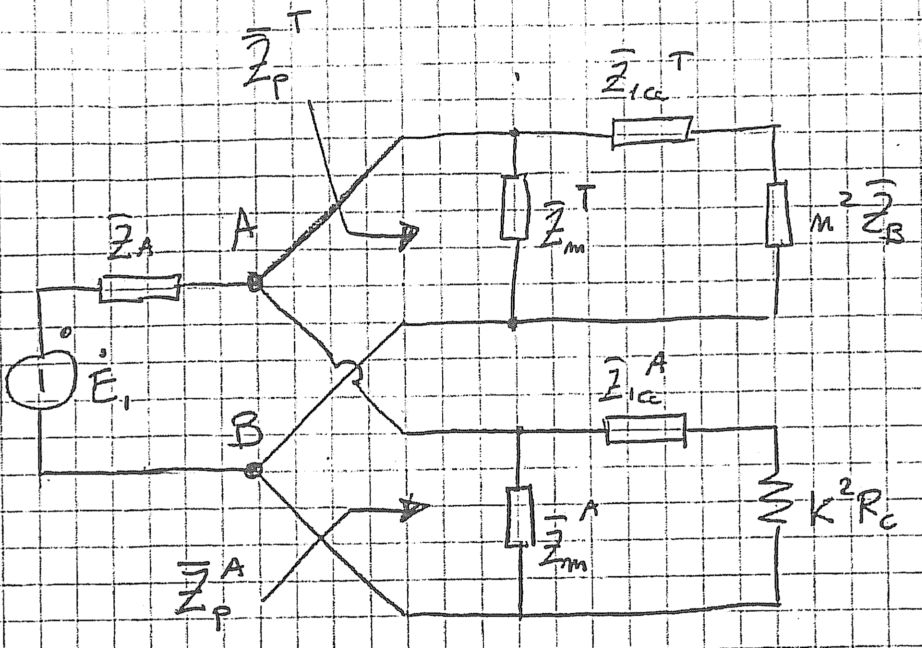
$R_c^A = \dfrac{1-s}{s} R_{2d}^A = 0.19\ \Omega$

Il circuito monofase equivalente del sistema è:



24/01/09

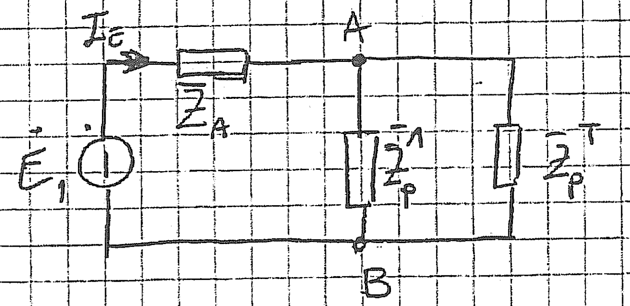
14



VERS.
PROVV.

$$\bar{Z}_p^T = \frac{\bar{Z}_m^T\left(\bar{Z}_{1cc}^T + m^2\bar{Z}_B\right)}{\bar{Z}_m^T + \bar{Z}_{1cc}^T + m^2\bar{Z}_B} = 7.26 + j4.65\ \Omega$$

$$\bar{Z}_p^A = \frac{\bar{Z}_m^A\left(\bar{Z}_{1cc}^A + k^2 R_c\right)}{\bar{Z}_m^A + \bar{Z}_{1cc}^A + k^2 R_c} = 4.05 + j\,3.49\ \Omega$$



$$\bar{Z}_{eq} = \frac{\bar{Z}_p^A\,\bar{Z}_p^T}{\bar{Z}_p^A + \bar{Z}_p^T} = 3.15 + j3.49\ \Omega$$

$$\dot{I}_E = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_{eq}} = 8.1 + j2.01\ A; \quad \dot{V}_{AB} = \bar{Z}_{eq}\,\dot{I}_E = 18.5 + j34.6\ V$$

$$\bar{S}_E = 3\,\dot{E}_1 \cdot \dot{I}_E^* = 1910.9 + j1981.5\ VA \qquad P_E = 1910.9\ W$$

$$Q_E = 1981.5\ VAR$$

$$P_{fe}^T = 3\,G_m^T\,V_{AB}^2 = 39.57\ W$$

$$P_{fe}^A = 3\,G_m^A\,V_{AB}^2 = 8.67\ W$$

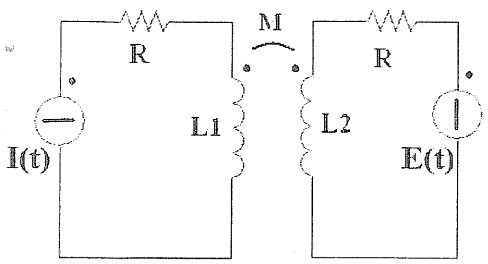
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

FILA B

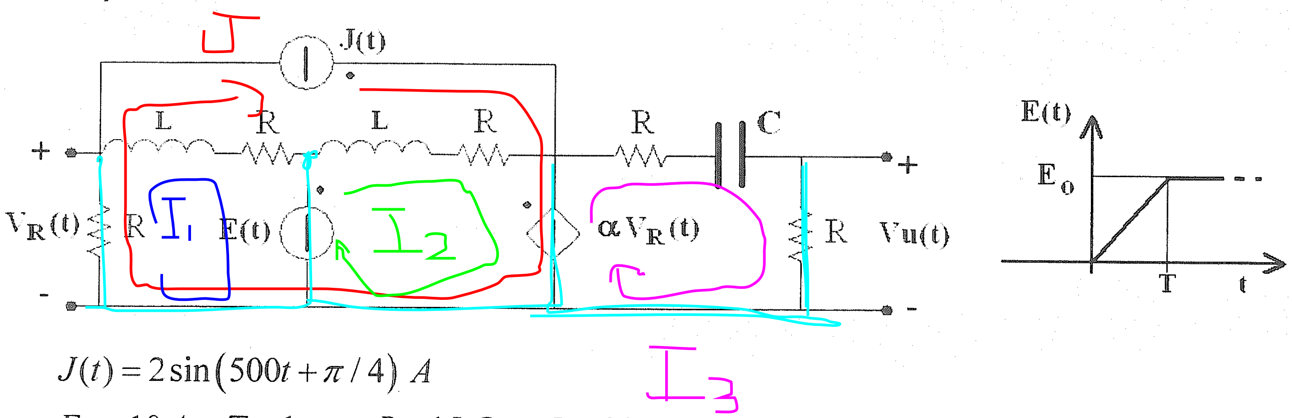
Pisa 09/01/2009 Allievo: ....Matricola: ....

0) Per il circuito di figura determinare l'energia magnetica media nel sistema di induttori mutuamente accoppiati



$$I(t) = 10\sin\left(500t + \pi/4\right)\ A$$
$$E(t) = 200\sin\left(500t + \pi/6\right)\ V$$
$$R = 50\Omega;$$
$$L_1 = 50mH; \quad L_2 = 90mH$$
$$M = 30mH$$

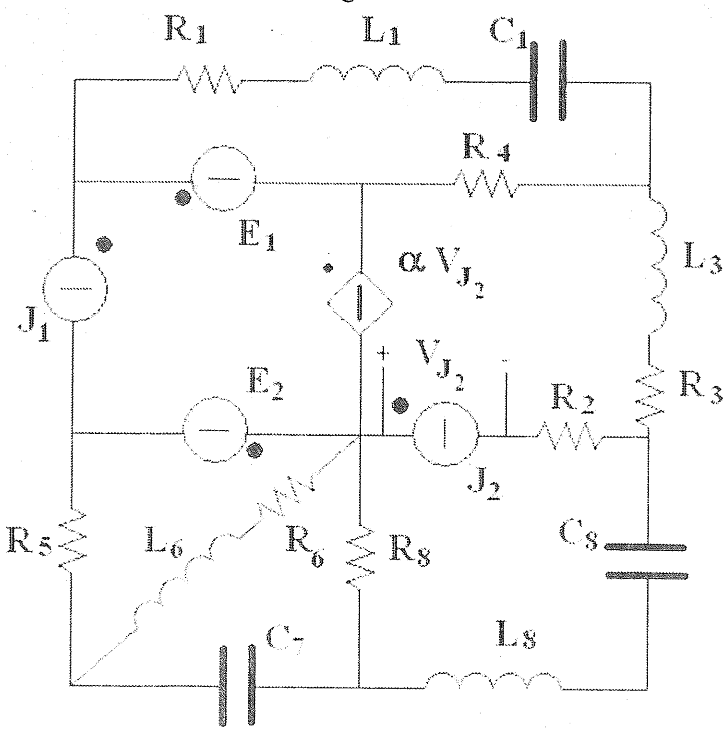
1) Con riferimento al circuito di figura, determinare l'andamento temporale della tensione $V_u(t)$ per tutto l'asse dei tempi.



$J(t) = 2\sin\left(500t + \pi/4\right)\ A$

$Eo = 10A; \quad T = 1ms; \quad R = 15\ \Omega; \quad L = 20mH; \quad C = 250\mu F; \quad \alpha = 0{,}1$

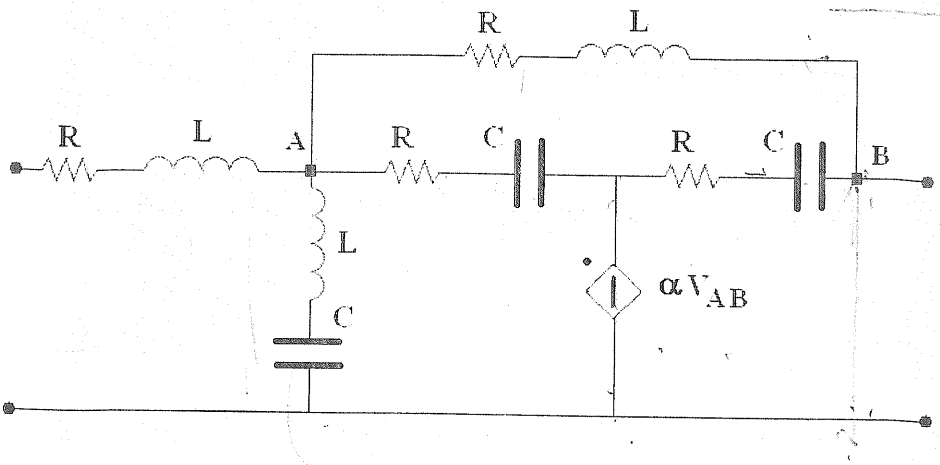
2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle tensioni nodali, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



(B)

9/01/09

3) Determinare la matrice dei parametri H del doppio bipolo in figura. Si consiglia l'uso dell'analisi nodale.



$R=10\ \Omega$

$L=10mH$

$C=200\,\mu F$

$\omega=1000\ rad/s$

$\alpha=3$

4) Nel sistema trifase simmetrico ed equilibrato di figura determinare la potenza attiva e reattiva impegnata nell'impedenza di carico $\overline{Z}_C$. I risultati delle prove a vuoto ed in corto circuito del trasformatore trifase sono riassunti in tabella.

$\dot{E}_1 = 220\ e^{j\pi/6}\ V$

$\dot{V}_1 = 450\ e^{j\pi/4}\ V$

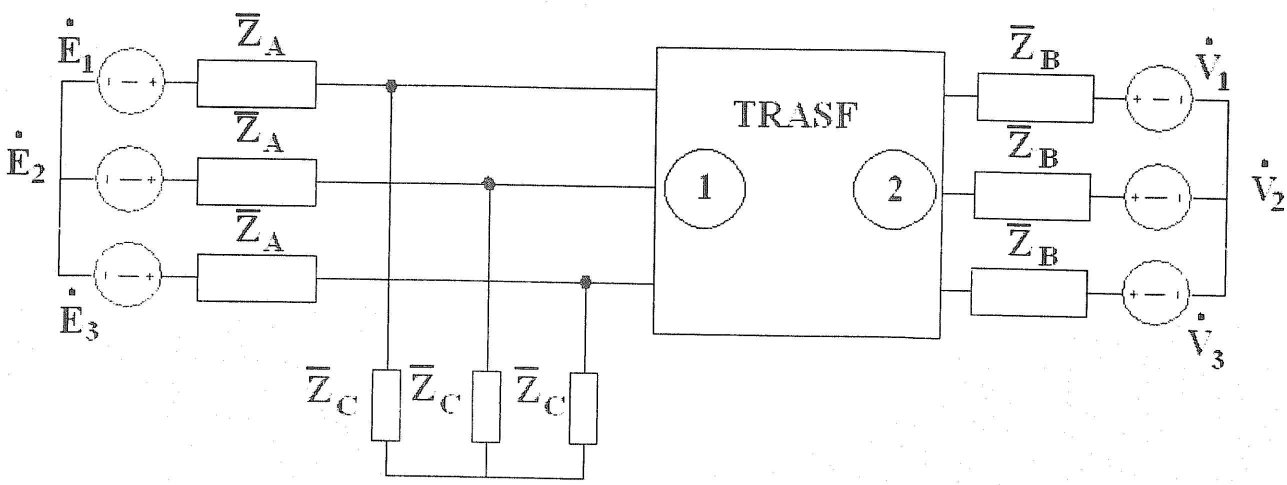
$\overline{Z}_A = 3 + j2\ \Omega$

$\overline{Z}_B = 1 + j1\ \Omega$

$\overline{Z}_C = 10 + j15\ \Omega$

$f = 50\ \ Hz;$

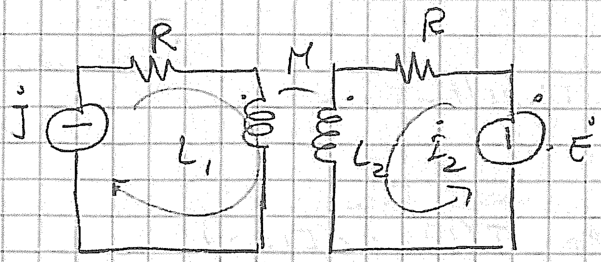
Trasformatore
Prova a vuoto
$V_{10} = 345\ V;\quad I_{10} = 3{,}2\ A;\quad P_{10} = 1370\ W;$
Prova in cc
$V_{1cc} = 90\ V;\ I_{1cc} = 18\ A;\ P_{1cc} = 1640\ W;$
$n=2;\ (E_1^T = nE_2^T);$



Prova scritta del 09/01/09

Esercizio ①

1



$$\dot{E} = (R + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M \dot{J}$$

$$\dot{E} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\dot{J} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E} - j\omega M \dot{J}}{R + j\omega L_2} = 2.14 - j\,2.01 = $$

$$= 2.94\, e^{-j0.755}\ A$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 J^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M J_1 I_2 \cos(\widehat{\dot{J}\dot{I}_2}) = 1.66\ J$$

dove: $\cos(\widehat{\dot{J}\dot{I}_2}) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - (-0.755)\right)$

VERS. PROVVISORIA

Prova scritta del 09/01/09

Esercizio 1B

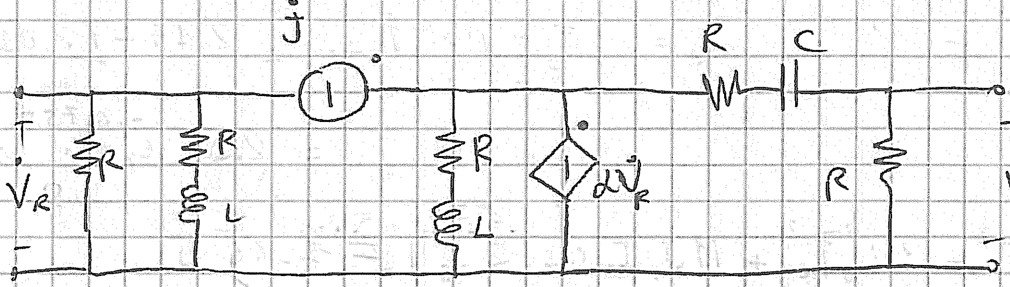
VERS. PROVV.

Il generatore $e(t)$ può essere scritto come:

$$e(t) = \frac{E_0}{T}\, t\, u(t) - \frac{E_0}{T}(t-T)\, u(t-T).$$

Sovrapposizione effetti: agisce solo $J(t)$ $(e(t)=0)$:

Si può utilizzare il metodo fasoriale $\dot{J} = 2e^{j\frac{\pi}{4}}$



$$\dot{V}_R = -\dot{J}\,\frac{R(R+j\omega L)}{2R+j\omega L} = -36.19 - j\,9.87\ V$$

$$\dot{V}_u^s = \alpha \dot{V}_R \frac{R}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = -1.57 - j\,0.911 = 1.82\, e^{-j2.61}\ V$$

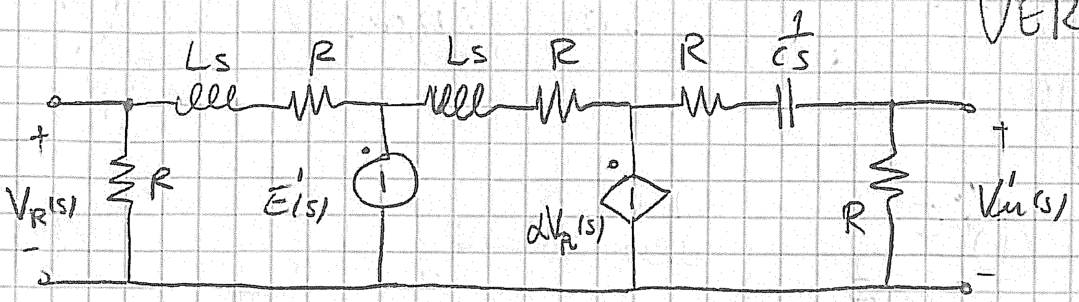
$$v_u^s(t) = 1.82\ \mathrm{sen}(500t - 2.61)\ V$$

Valutiamo la risposta al primo dei termini che costituiscono la $e(t)$ ($J(t)$ è aperto).

La risposta al secondo termine è ottenuta scalando e ritardando quella ottenuta precedentemente.

VERS. PROVV.

3



$V_R(s)$ è ottenuta come partizione di $E'(s) = \frac{E_0}{T}\frac{1}{s^2}$

$$V_R(s) = \frac{R}{2R+Ls}E'(s)$$

$V'_u(s)$ è una partizione di $\alpha V_R(s)$

$$V'_u(s) = \alpha V_R(s)\frac{R}{2R+\frac{1}{Cs}} = \alpha E'(s)\frac{R}{2R+Ls}\cdot\frac{RCs}{2RCs+1} =$$

$$= \alpha\frac{E_0}{T}\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\frac{R}{L}\frac{1}{s+\frac{2R}{L}}\cdot\frac{R\cancel{C}}{2R\cancel{C}}\cdot\frac{\cancel{s}}{s+\frac{1}{2RC}} =$$

$$= \frac{\alpha E_0}{T}\cdot\frac{R}{L}\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{s\left(s+\frac{2R}{L}\right)\left(s+\frac{1}{2RC}\right)} =$$

$$= 3.75\cdot10^5\frac{1}{s(s+1500)(s+133.33)} =$$

$$= 3.75\cdot10^5\left[\frac{A}{s}+\frac{B}{s+1500}+\frac{C}{s+133.33}\right]$$

$$A = 5\cdot10^{-6}; \quad B = 4.878\cdot10^{-7}, \quad C = -5.4878\cdot10^{-6}$$

$$v'_u(t) = \left[1.875 + 0.1829\,e^{-1500t} - 2.0579\,e^{-133.33t}\right]u(t)$$

La risposta complessiva è allora:

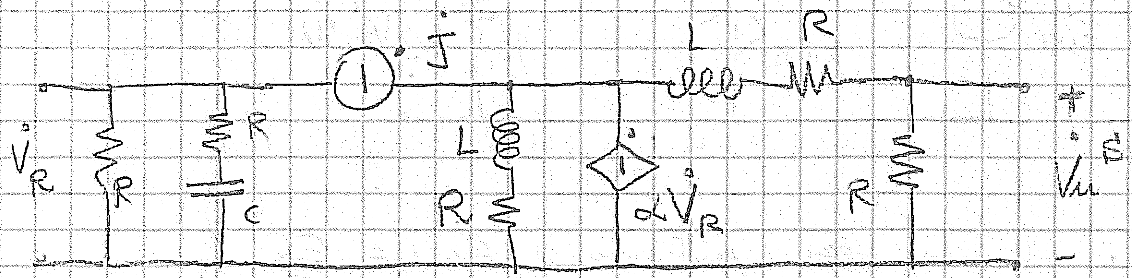
$$v_u(t) = v^s(t) + v'_u(t) - v'_u(t-T) =$$

Esercizio 1A

VERS. PROVV.

4

Agisca solo $j(t)$

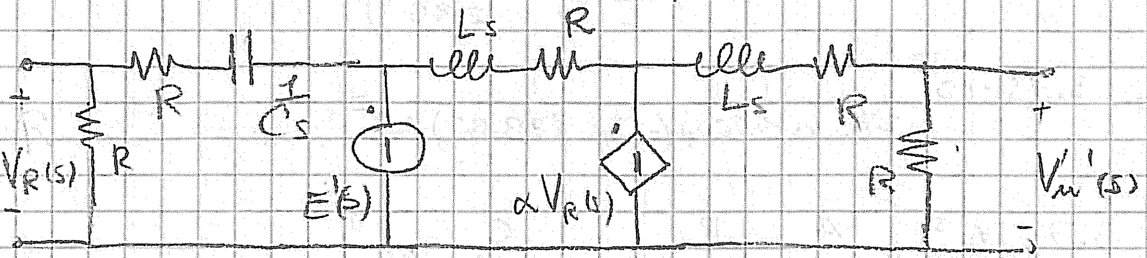


$$\dot{V}_R = \frac{R\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}{2R + \frac{1}{j\omega C}}\dot{J}$$

$$\dot{V}_u^{\,s} = \alpha \dot{V}_R \frac{R}{2R + j\omega L} =$$

$$v_u^{\,s}(t) =$$

Agisca solo $\frac{E_0}{T} t\, u(t) \longrightarrow \frac{E_0}{T}\frac{1}{s^2} = E'(s)$



$$V_R(s) = \frac{R}{2R + \frac{1}{Cs}} E'(s)$$

$$V_u'(s) = \alpha V_R(s) \frac{R}{2R + Ls} = \alpha \frac{RCs}{2RCs + 1} E'(s) \frac{R}{2R + Ls} =$$

$$= \alpha \frac{E_0}{T}\frac{1}{s^{\cancel{2}}} \frac{\cancel{RC}}{\cancel{2RC}} \frac{\cancel{s}}{s + \frac{1}{2RC}} \frac{R}{L} \frac{1}{s + \frac{2R}{L}} =$$

Prova scritta del 09/01/2009

$$= \alpha \frac{E_0}{T} \frac{R}{L} \frac{1}{2} \frac{1}{s\left(s+\frac{1}{2RC}\right)\left(s+\frac{2R}{L}\right)} =$$

5

$$= 3.75 \cdot 10^5 \left[\frac{A}{s} + \frac{B}{s+1500} + \frac{C}{s+133.33} \right]$$

$$A = 5 \cdot 10^{-6} \; ; \quad B = 4.878 \cdot 10^{-7} \; ; \quad C = -5.4878 \cdot 10^{-6}$$

$$v_u'(t) = \left[1.875 + 0.1829 \, e^{-1500t} - 2.0579 \, e^{-133.33t} \right] u(t)$$

La risposta complessiva è

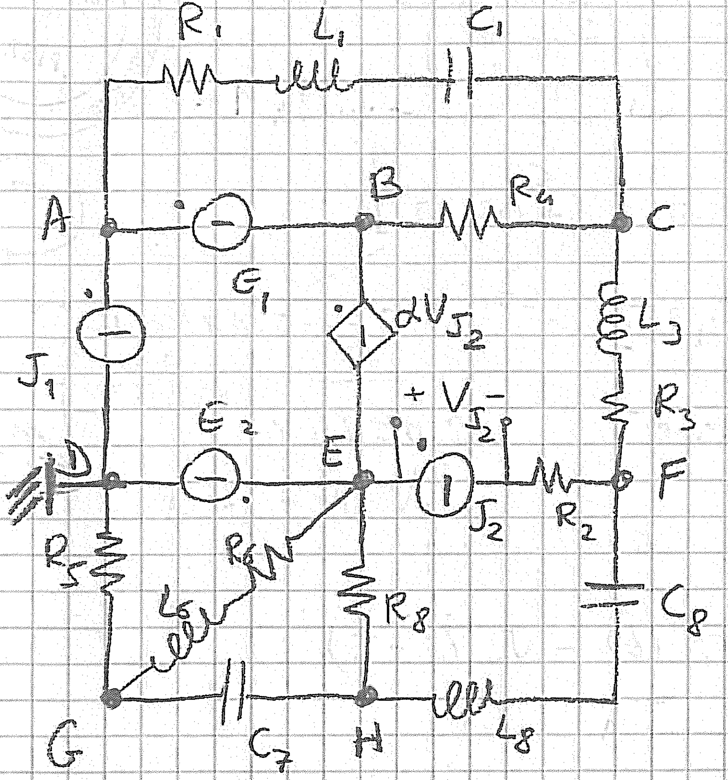
$$v_u(t) = v^s(t) + v_u'(t) - v_u'(t-T)$$

VERS. PROVV.

Esercizio 2B

VERS PROVV.

6



Si sceglie D come nodo di riferimento per le tensioni.

$$\dot V_E = \dot E_2 \; ; \qquad \dot V_B = \dot E_2 + \alpha \dot V_{J_2} \; ; \qquad \dot V_A = \dot E_2 + \alpha \dot V_{J_2} + \dot E_1$$

C) $$0 = -\frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \dot V_A - \frac{1}{R_4} \dot V_B + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{R_3 + j\omega L_3} \right) \dot V_C - \frac{1}{R_3 + j\omega L_3} \dot V_F$$

F) $$-\dot J_2 = -\frac{1}{R_3 + j\omega L_3} \dot V_C + \left(\frac{1}{R_3 + j\omega L_3} + \frac{1}{j\omega L_8 + \frac{1}{j\omega C_8}} \right) \dot V_F +$$

$$-\frac{1}{j\omega L_8 + \frac{1}{j\omega C_8}} \dot V_H$$

G) $$0 = -\frac{1}{R_6 + j\omega L_6} \dot V_E + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6} + j\omega C_7 \right) \dot V_G +$$

$$- j\omega C_7 V_H$$

$$H)\quad 0 = -\frac{1}{R_8}\dot{V}_E - \frac{1}{j\omega L_8 + \frac{1}{j\omega C_8}}\dot{V}_F - j\omega C_7 \dot{V}_G +$$

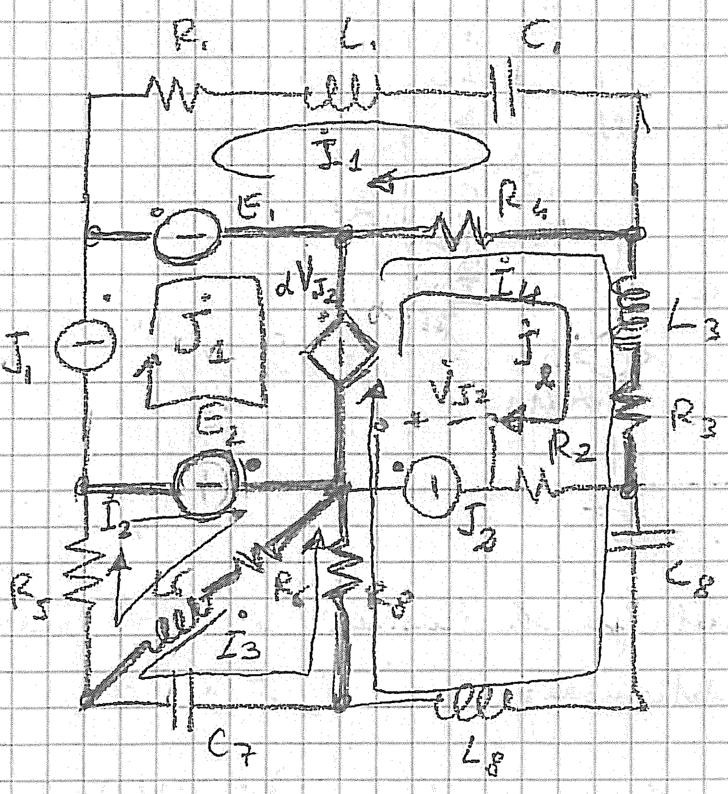
$$+\left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{j\omega L_8 + \frac{1}{j\omega C_8}} + j\omega C_7\right)\dot{V}_H$$

$$\dot{V}_{J_2} = \dot{V}_E - \dot{V}_F + R_2 \dot{J}_2$$

VERS. PROVV.

7

Esercizio 2A



Con riferimento all'albero evidenziato in figura:

$$\dot{E}_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_1 - R_4 \dot{I}_4 - R_4 \dot{J}_2$$

$$\dot{E}_2 = \left(R_5 + R_6 + j\omega L_6\right)\dot{I}_2 + \left(R_6 + j\omega L_6\right)\dot{I}_3$$

$$0 = \left(R_6 + j\omega L_6\right)\dot{I}_2 + \left(R_6 + j\omega L_6 + R_8 + \frac{1}{j\omega C_7}\right)\dot{I}_3 + R_8 \dot{I}_4$$

$$\alpha \dot{V}_{J_2} = -R_4 \dot{I}_1 + R_6 \dot{I}_3 + \left(R_8 + R_4 + R_3 + j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_8} + j\omega L_8\right)\dot{I}_4 +$$

VERS. PROVV.

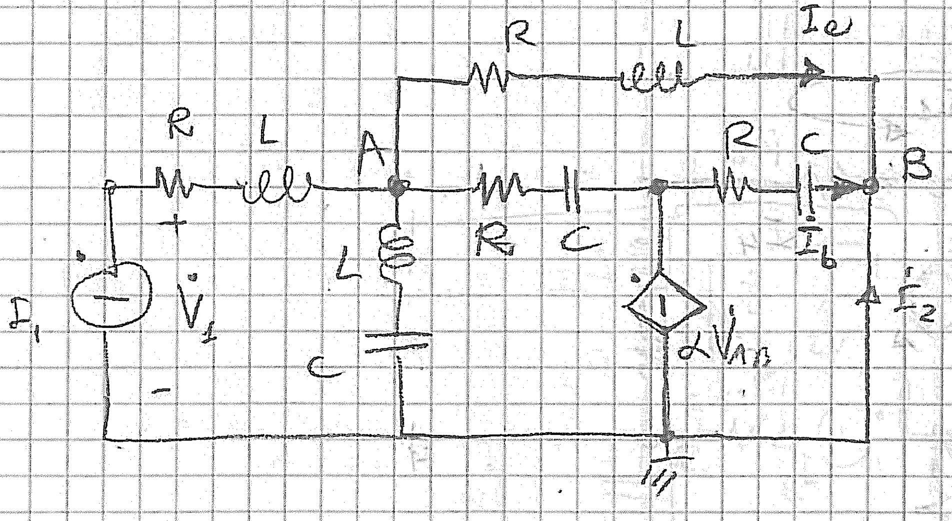
$$+\left(R_4+R_3+j\omega L_3\right)\alpha\dot{V}_{J_2}$$

$$\dot{V}_{J_2}=-R_8\left(\dot{I}_3+\dot{I}_4\right)-\left(j\omega L_8+\frac{1}{j\omega C_8}\right)\dot{I}_4+R_2\dot{J}_2$$

Esercizio 3B

$$\dot{V}_1=h_{11}\dot{I}_1+h_{12}\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_2=h_{21}\dot{I}_1+h_{22}\dot{V}_2$$



Con il riferimento indicato per le tensioni è $\dot{V}_B=0$, quindi $\dot{V}_{AB}=\dot{V}_A$ e l'equazione per la determinazione di $\dot{V}_A$ è:

$$\dot{I}_1=\dot{V}_A\left(\frac{1}{R+j\omega L}+\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}+\frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}\right)-\alpha\dot{V}_A\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}$$

$$\dot{V}_A=\frac{1}{\frac{1}{R+j\omega L}+\frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}+(1-\alpha)\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}}\dot{I}_1=$$

$$=\bar{K}\dot{I}_1=\left(-0.909+j\,2.727\right)\dot{I}_1$$

Prova scritta del 09/01/2009

9

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_a - \dot{I}_b = -\frac{\dot{V}_A}{R+j\omega L} - \alpha\frac{\dot{V}_A}{R+\frac{1}{j\omega C}} =$$

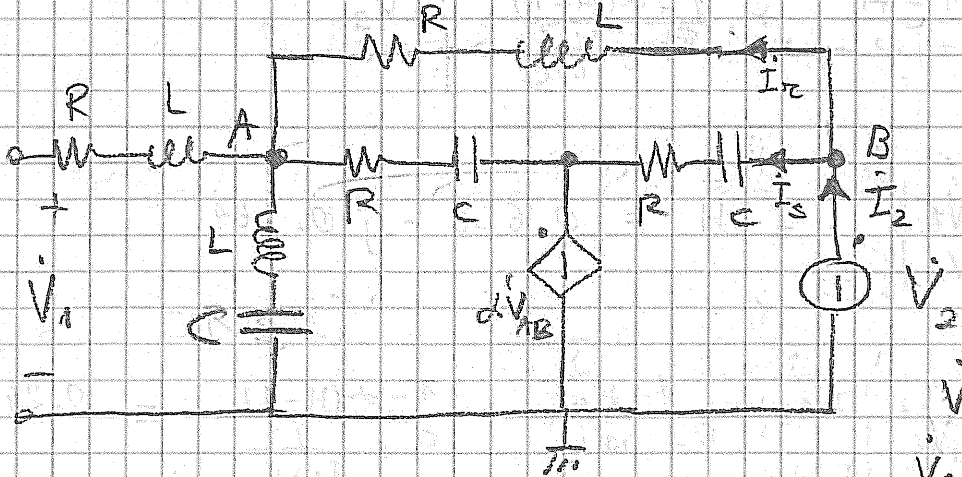
$$= -\left[\frac{\bar{K}}{R+j\omega L} + \frac{\alpha\bar{K}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right]\dot{I}_1$$

VERS. PROW.

$$\dot{V}_1 = (R+j\omega L)\dot{I}_1 + \dot{V}_A = \left(R+j\omega L+\bar{K}\right)\dot{I}_1$$

$$h_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = R+j\omega L+\bar{K} = 9.091 + j\,12.727\ \Omega$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = -\left[\frac{\bar{K}}{R+j\omega L} + \frac{\alpha\bar{K}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right] = 0.455 - j\,0.727$$



$$\dot{V}_B = \dot{V}_2$$

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_A - \dot{V}_2$$

$$0 = \dot{V}_A\left(\frac{1}{R+j\omega L} + \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}\right) - \alpha\left(\dot{V}_A - \dot{V}_2\right)\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} +$$

$$-\frac{1}{R+j\omega L}\dot{V}_2$$

VERS PROVV.

$$\dot{V}_A = \frac{\frac{1}{R+j\omega L} - \alpha \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}}{\frac{1}{R+j\omega L} + \frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}} + (1-\alpha)\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}} \dot{V}_2 =$$

10

$$= \bar{H}\,\dot{V}_2 = 0.636 - j0.364\ \dot{V}_2$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_A = \bar{H}\cdot\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_L + \dot{I}_s = \frac{\dot{V}_2 - \dot{V}_A}{R+j\omega L} + \frac{V_2 - \alpha V_{AB}}{R+\frac{1}{j\omega C}} =$$

$$= \frac{1-\bar{H}}{R+j\omega L}\dot{V}_2 + \frac{1-\alpha(\bar{H}-1)}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{V}_2$$

$$= \left[\frac{1-H}{R+j\omega L} + \frac{1-\alpha(H-1)}{R+\frac{1}{j\omega C}}\right]\dot{V}_2$$

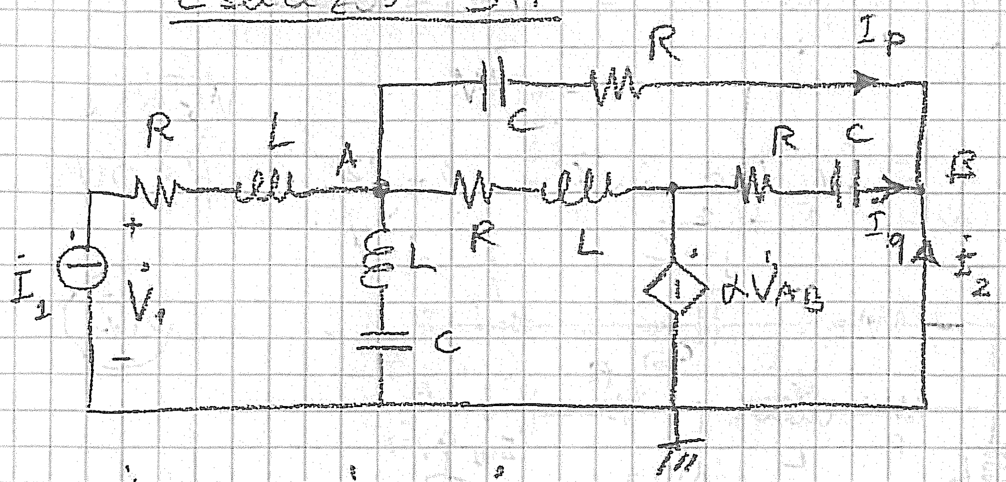
$$h_{12} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = \bar{H} = 0.636 - j\,0.364$$

$$h_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{I_1=0} = \frac{1-H}{R+j\omega L} + \frac{1-\alpha(H-1)}{R+\frac{1}{j\omega C}} = 0.243 + j\,0.11\ \mho$$

Esercizio 3A

VERS. PROW.

11



$$\dot{V}_B = 0 \qquad \dot{V}_{AB} = \dot{V}_A$$

$$\dot{I}_1 = \dot{V}_A\left(\frac{1}{R+j\omega L} + \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}\right) - \alpha V_A \frac{1}{R+j\omega L}$$

$$\dot{V}_A = \frac{1}{\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}} + (1-\alpha)\frac{1}{R+j\omega L}}\dot{I}_1 =$$

$$= \bar{M}\,\dot{I}_1 = (-5+j15)\,\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_1 = (R+j\omega L)\dot{I}_1 + \dot{V}_A = \left(R+j\omega L+\bar{M}\right)\dot{I}_1$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_p - \dot{I}_q = -\frac{V_A}{R+\frac{1}{j\omega C}} - \frac{\alpha V_A}{R+\frac{1}{j\omega C}} =$$

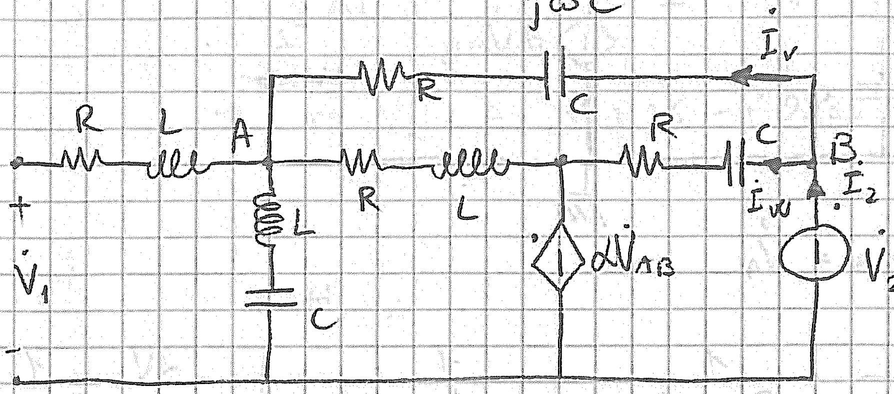
$$= -\frac{1+\alpha}{R+\frac{1}{j\omega C}}\,\bar{M}\,\dot{I}_1$$

$$h_{11} = \frac{\dot V_1}{\dot I_1}\bigg|_{\dot V_2 = 0} = R + j\omega L + \bar M = 5 + j25 \ \Omega$$

VERSO PROVV.

12

$$h_{21} = \frac{\dot I_2}{\dot I_1}\bigg|_{\dot V_2 = 0} = -\frac{1+\alpha}{R + \frac{1}{j\omega C}} \bar M = 4 - j4$$



$$\dot V_B = \dot V_2$$

$$\dot V_{AB} = \dot V_A - \dot V_2$$

$$0 = \dot V_A \left(\frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R + j\omega L} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right) - \frac{1}{R + j\omega L} \alpha (\dot V_A - \dot V_2) + $$

$$- \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot V_2$$

$$\dot V_A = \frac{\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} - \alpha \frac{1}{R + j\omega L}}{\frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + (1-\alpha)\frac{1}{R + j\omega L}} \dot V_2 =$$

$$= \bar N \dot V_2 = (-2.5 - j2)\dot V_2$$

$$\dot I_2 = \dot I_V + \dot I_W = \frac{\dot V_2 - \dot V_A}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{\dot V_2 - \alpha(\dot V_A - \dot V_2)}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 - \bar N}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot V_2 +$$

$$+ \frac{1 - \alpha(\bar N - 1)}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot V_2 = (0.88 + j1.24)\dot V_2$$

$$h_{12} = \frac{\dot V_1}{\dot V_2}\bigg|_{\dot I_1 = 0} = \frac{\dot V_A}{\dot V_2}\bigg|_{\dot I_1 = 0} = \bar N = -2.5 - j2$$

$$h_{22} = \frac{\dot I_2}{\dot V_2}\bigg|_{\dot I_1 = 0} = 0.88 + j1.24 \ \mho$$

Prova scritta del 09/01/09

VERS. PROVV.

13

Esercizio 4

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 0.0115\ \mho$$

$$Y_m = \sqrt{3}\,\frac{I_{10}}{V_{10}} = 0.0161\ \mho$$

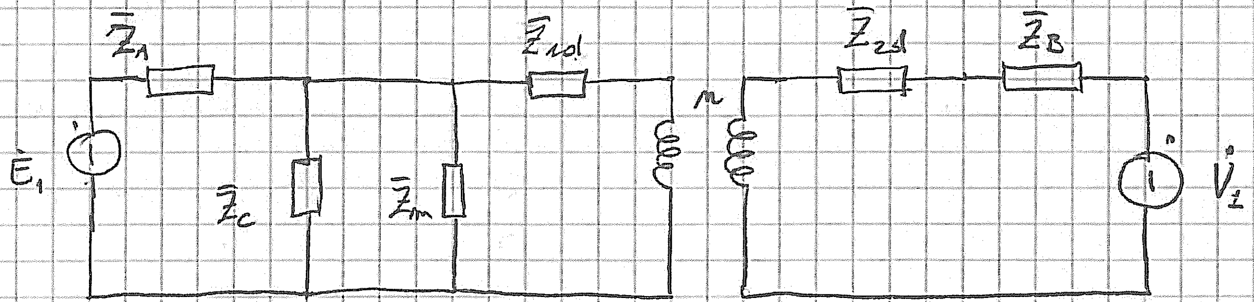
$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 0.0112\ \mho$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = \frac{1}{G_m - jB_m} = 44.6 + j\,43.42\ \Omega$$

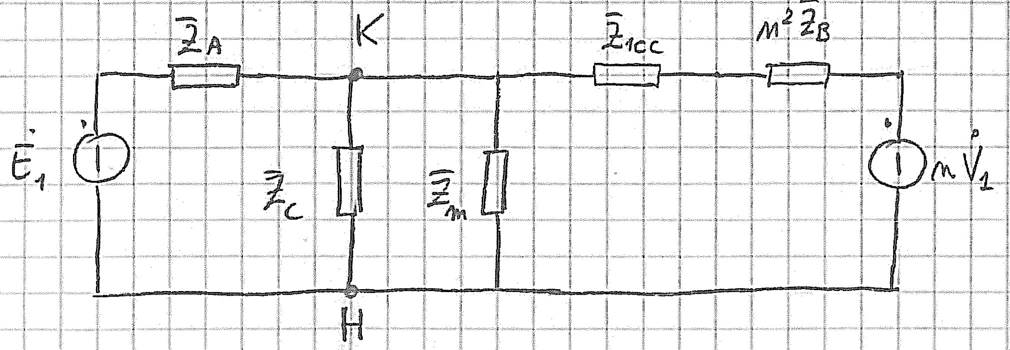
$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\,V_{1cc}\,I_{1cc}} = 0.585$$

$$\bar{Z}_{1cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\,I_{1cc}}\left(\cos\varphi_{cc} + j\sqrt{1-\cos\varphi_{cc}}\right) = 1.69 + j\,2.34\ \Omega$$

Il circuito monofase equivalente del sistema è:



Riportando tutto al primario si ha:



Utilizzando il teorema di Millmann si può scrivere:

$$\dot{V}_{KH} = \frac{\frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_A} + \frac{m\dot{V}_1}{\bar{Z}_{1cc} + m^2\bar{Z}_B}}{\frac{1}{\bar{Z}_A} + \frac{1}{\bar{Z}_C} + \frac{1}{\bar{Z}_m} + \frac{1}{\bar{Z}_{1cc} + m^2\bar{Z}_B}} = 288.5 + j\,217.6 \text{ V}$$

14

$$\bar{S}_{\bar{Z}_C} = V_{KH}^2 \left(\frac{1}{\bar{Z}_C}\right)^* = 4.02 + j\,6.03 \text{ kVA}$$

$$P_{Z_C} = 4.02 \text{ kW}$$

$$Q_{Z_C} = 6.03 \text{ kVAR}$$

VERS. PROVV