Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova Scritta di Elettrotecnica

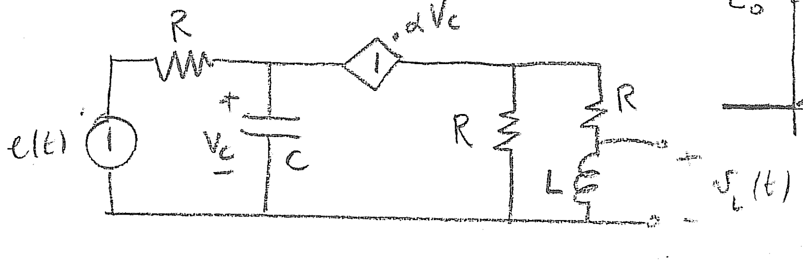
(12 cred.: 1, 3, 4, 5; 9 cred.: 1, 2, 3, 6; 6 cred. 2, 5, 6.)

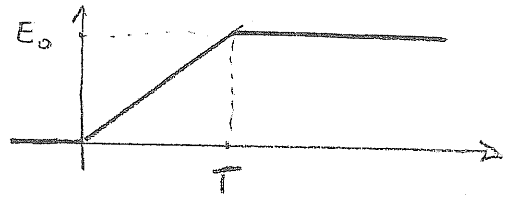
Pisa 2 Febbraio 2002

Allievo: ....

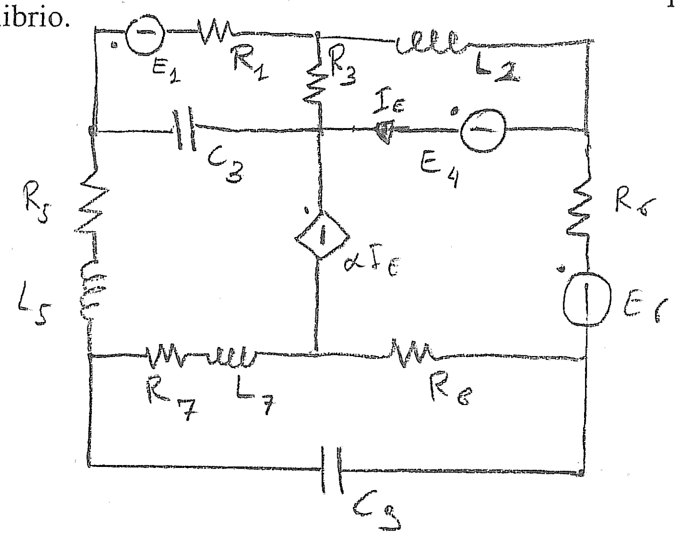
1) Il circuito rappresentato in figura e supposto inizialmente scarico, viene sollecitato dalla tensione $e(t)$. Determinare l'evoluzione temporale della tensione ai morsetti dell'induttore.

$R = 10\,\Omega;\ L = 10\,mH;\ C = 200\,\mu F;\ \alpha = 5;\ E_0 = 10\,A;\ T = 10\,ms$



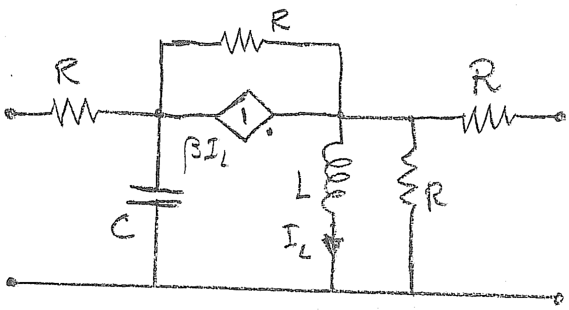


2) Per il circuito di figura, considerato in condizioni di regime sinusoidale, scrivere un sistema di equazioni sufficienti, utilizzando il metodo delle equazioni nodali, per determinarne l'equilibrio.



3) Per il doppio bipolo rappresentato in figura determinare la matrice dei parametri di trasmissione, nell'ipotesi di funzionamento in regime sinusoidale alla pulsazione di 1000 rad/sec.

$R = 5\,\Omega;\ L = 10\,mH;\ C = 50\,\mu F;\ \beta = 10;$

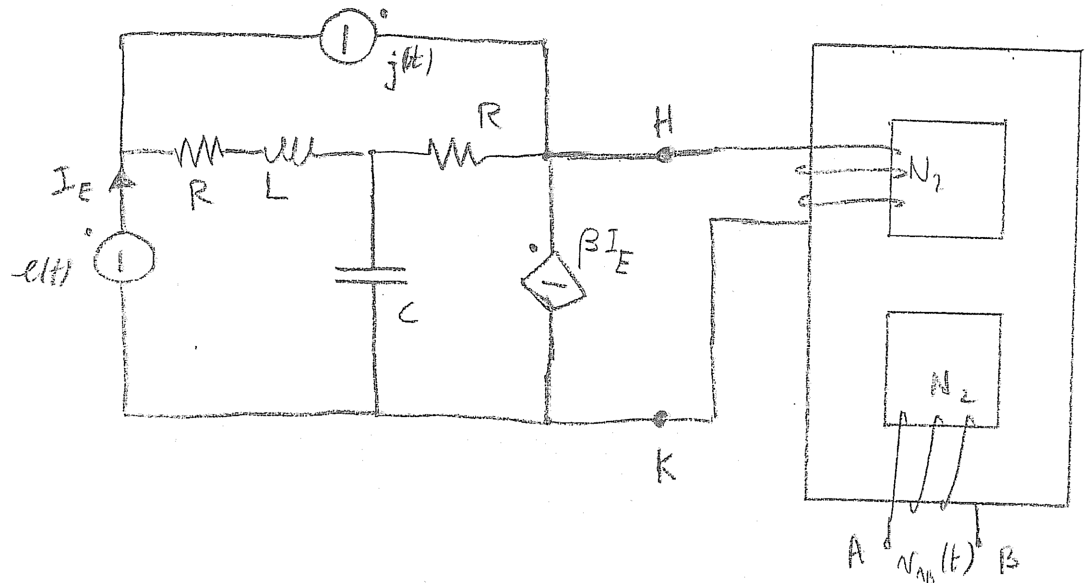


4) Per la rete relativa all'esercizio n°3 determinare la funzione di trasferimento V_u / V_i e studiarne la stabilità al variare di β e tracciare i diagrammi di Bode del modulo e della fase della relativa risposta in frequenza per $\beta = 0$.

5) Per circuito in figura, in condizione di equilibrio periodico sinusoidale per effetto dei generatori applicati, determinare l'equivalente Norton della parte a monte della sezione H-K. Utilizzando l'equivalente così ottenuto determinare la tensione $v_{AB}(t)$ e l'energia magnetica media immagazzinata del nucleo magnetico.

$R = 5\,\Omega$; $L = 5\,mH$; $C = 200\,\mu F$; $j(t) = 10 sin(1000t)$; $e(t) = 150 sin(1000t + \pi/3)$;

$N_1 = 100$; $N_2 = 200$; $l = 6cm$; $S = 4cm^2$; $\mu_r = 2000$; $\beta = 5$



6) Una macchina asincrona ha dato i seguenti risultati delle prove a vuoto e in corto circuito:
Prova a vuoto:
$V_{10} = 380V$; $I_{10} = 5A$; $P_{10} = 515W$;

Prova in corto circuito:
$V_{1cc} = 20V$; $I_{1cc} = 8A$; $P_{1cc} = 270W$;

$k = 0.5$; $(E_1 = kE_2)$; $R_{1s} = 0.7\,\Omega$; $X_{1s} = 0.2\Omega$

Sapendo che nella condizione di funzionamento di regime la macchina eroga all'asse una potenza meccanica di 1000W, nella condizione di scorrimento s=0.2, determinare la corrispondente tensione di alimentazione.

Prova scritta del 02/02/02

1

Esercizio 1

La sollecitazione può essere scritta come:

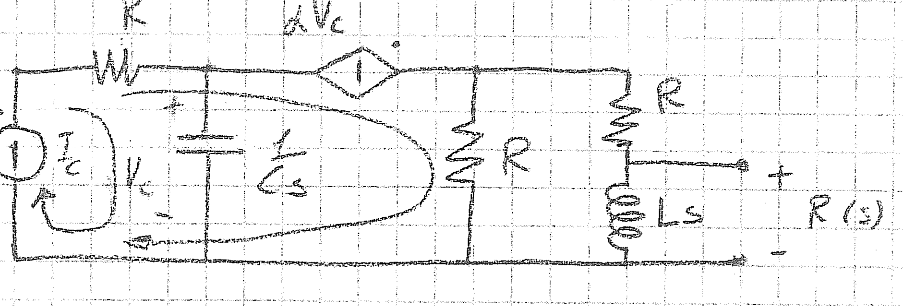
$$e(t) = \frac{E_0}{T}\, t\, u(t) - \frac{E_0}{T}(t-T)\, u(t-T)$$

Il circuito è lineare e tempo invariante, detta quindi $z(t)$ la sua risposta alla sollecitazione $\frac{E_0}{T}\, t\, u(t)$, la risposta alla sollecitazione completa sarà:

$$v_L(t) = z(t) - z(t-T)$$

Determiniamo la $z(t)$

Il circuito L-trasformato è:



$$E(s) = \frac{E_0}{T}\frac{1}{s^2}$$

$$E(s) = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_c(s) + R\,\alpha V_c$$

$$V_c = \frac{1}{Cs} I_c$$

$$E(s) = \left(R + \frac{1}{Cs} + \alpha R \frac{1}{Cs}\right) I_c$$

$$I_c = \frac{E(s)}{R + (1+\alpha R)\frac{1}{Cs}}$$

2/2/02 2

$$R(s) = \alpha V_c \frac{R}{2R+Ls} Ls =$$

$$= \alpha \frac{1}{Cs} \frac{E(s)}{R+(1+R\alpha)\frac{1}{Cs}} \frac{RLs}{2R+Ls} =$$

$$= \alpha \frac{E_0}{T} \frac{1}{s^{\cancel{2}}} \frac{1}{\cancel{Cs}} \frac{1}{\frac{RCs+(1+\alpha R)}{\cancel{Cs}}} \frac{RL\cancel{s}}{2R+Ls} =$$

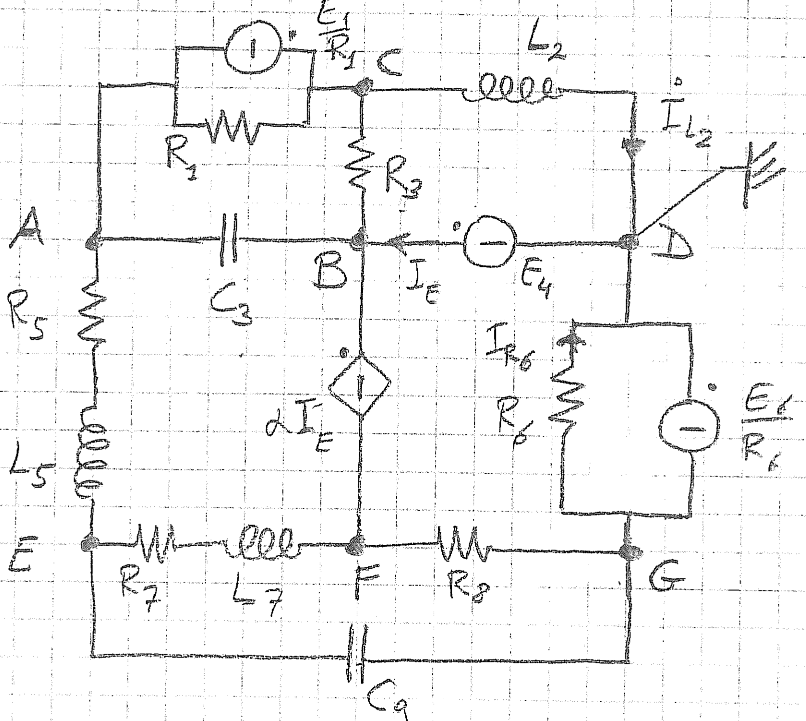
$$= \alpha \frac{E_0}{T} \frac{1}{\cancel{R}C} \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+\frac{1+\alpha R}{RC}} \frac{\cancel{R}\cancel{L}}{\cancel{L}} \cdot \frac{1}{s+\frac{2R}{L}} =$$

$$= \frac{\alpha E_0}{TC} \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+\frac{1+\alpha R}{RC}} \cdot \frac{1}{s+\frac{2R}{L}} =$$

2/2/02 (3)

Esercizio 2

I generatori di tensione E_1 ed E_6 possono essere considerati reali, e quindi sostituiti da un equivalente Norton



Assumiamo D come nodo di riferimento

$$V_B = E_4 \quad ; \quad V_F = E_4 - \alpha I_E$$

(A) $$-\frac{E_1}{R_1} = \dot V_A\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_3 + \frac{1}{R_5+j\omega L_5}\right) - \dot V_B\, j\omega C_3 - \frac{1}{R_1}\dot V_C - \frac{1}{R_5+j\omega L_5}\dot V_E$$

(C) $$\frac{E_1}{R_1} = -V_A\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3}\dot V_B + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L_2}\right)\dot V_C$$

(E) $$0 = -\dot V_A\frac{1}{R_5+j\omega L_5} + \left(\frac{1}{R_5+j\omega L_5} + \frac{1}{R_7+j\omega L_7}\right)\dot V_E - \frac{1}{R_7+j\omega L_7}\dot V_F + - j\omega C_9\dot V_G$$

(G) $$-\frac{E_6}{R_6} = -j\omega C_9 V_E - \frac{1}{R_8}\dot V_F + \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} + j\omega C_9\right)\dot V_G$$

La corrente $\dot{I}_E$ che controlla il generatore di tensione posto fra i nodi B ed F, NON può essere valutata come $\frac{\Delta V}{Z}$, in quanto il ramo in cui scorre è un generatore ideale di tensione.

La $\dot{I}_E$ viene allora valutata scrivendo il 1° principio di Kirchoff al nodo D.

$$\dot{I}_E = \dot{I}_{L_2} + \dot{I}_{R_6} + \frac{\dot{E}_6}{R_6} =$$

$$= \frac{\dot{V}_G}{j\omega L_2} + \frac{\dot{V}_G}{R_6} + \frac{\dot{E}_6}{R_6}$$

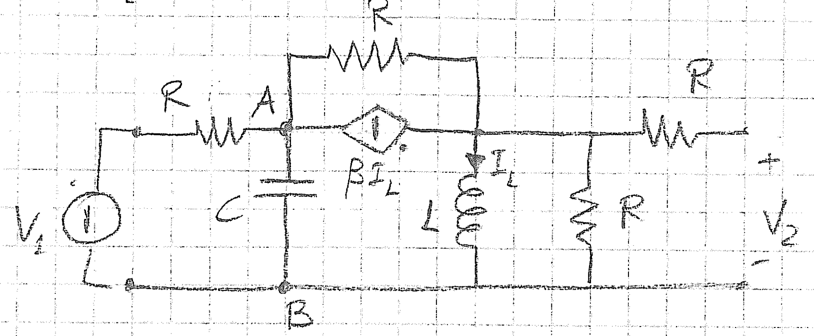
2/2/02 (5)

Esercizio 3

$$V_1 = A V_2 + B(-I_2)$$

$$I_1 = C V_2 + D(-I_2)$$

$$\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}$$

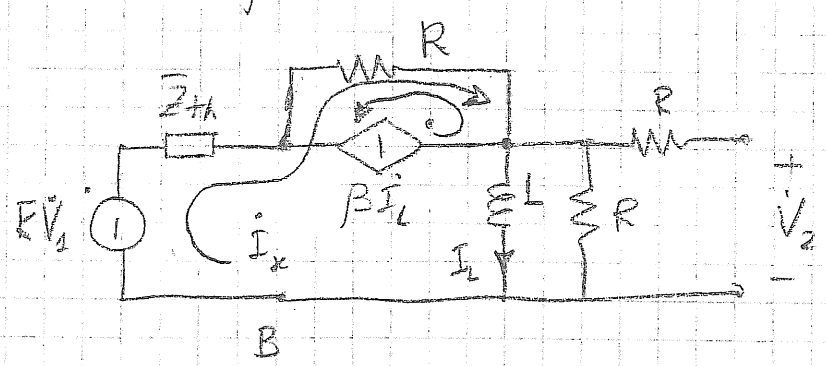


Utilizziamo il teorema di Thevenin fra i punti A e B

$$V_{th} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot{V}_1 = \frac{1}{1 + j\omega RC} \dot{V}_1 = \bar{k} \dot{V}_1$$

con $\bar{k} =$

$$\bar{Z}_{th} = \frac{R \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC} =$$



$$\bar{Z}_{RL} = \frac{j\omega RL}{R + j\omega L} =$$

$$\bar{k}\dot{V}_1 = (\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL})\dot{I}_x - R\beta \dot{I}_L$$

$$\dot{I}_L = \frac{R}{R + j\omega L} \dot{I}_x$$

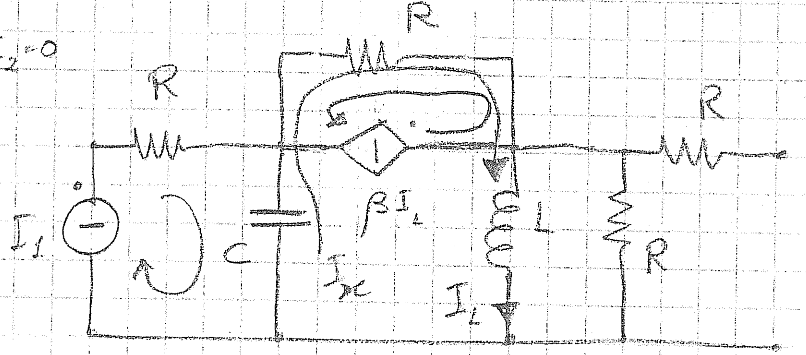
$$\bar{k}\dot{V}_1 = \left(\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} - R\beta \frac{R}{R + j\omega L}\right)\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{1}{\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} - \frac{\beta R^2}{R+j\omega L}} \bar{k}\,\dot{V}_1 = \bar{h}\,\dot{V}_1$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_{RL}\,\bar{h}\,\dot{V}_1$$

$$\frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1} = \bar{Z}_{RL}\,\bar{h} =$$

$$\frac{1}{C} = \frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$



$$0 = \left(\frac{1}{j\omega C} + R + \bar{Z}_{RL}\right) I_x - \frac{1}{j\omega C} I_1 - R\beta I_L$$

$$I_L = \frac{R}{R+j\omega L} I_x$$

$$\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_1 = \left(\frac{1}{j\omega C} + R + \bar{Z}_{RL} - \beta\frac{R^2}{R+j\omega L}\right)\dot{I}_x$$

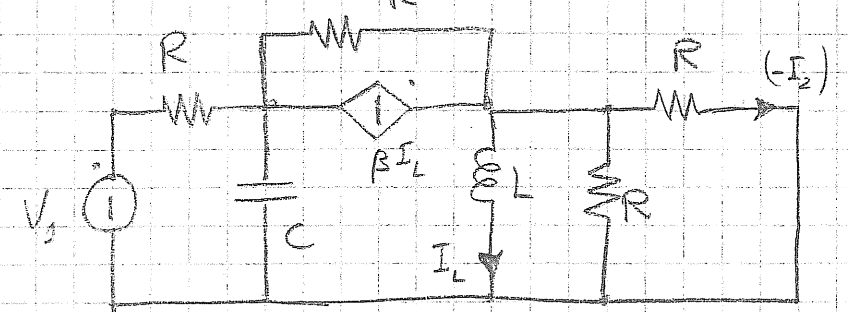
$$I_x = \frac{1}{j\omega C}\,\frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + R + \bar{Z}_{RL} + \frac{\beta R^2}{R+j\omega L}}\,\dot{I}_1 = \bar{\lambda}\,\dot{I}_1$$

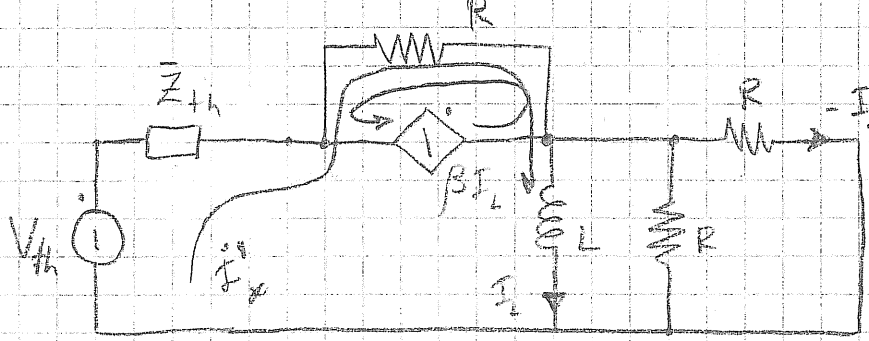
$$\bar{\lambda} =$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_{RL}\,\dot{I}_x = \bar{Z}_{RL}\,\bar{\lambda}\,\dot{I}_1$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\dot{V}_2}{I_1} = \bar{Z}_{RL}\,\bar{\lambda} =$$

$$\frac{1}{B} = \left. \frac{-I_2}{V_1} \right|_{V_2=0}$$





$$\bar{Z}'_{RL} = \frac{\frac{R}{2} j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L}$$

$\dot{V}_{th}$ e $\bar{Z}_{th}$ sono gli stessi del calcolo di $\frac{1}{A}$

La struttura è la stessa del calcolo di $\frac{1}{A}$, cambia solo $\bar{Z}'_{RL}$ (al posto di $\bar{Z}_{RL}$), ed il partitore di corrente sulla I_x per calcolare la I_L

$$\dot{I}_L = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + j\omega L} \dot{I}_x$$

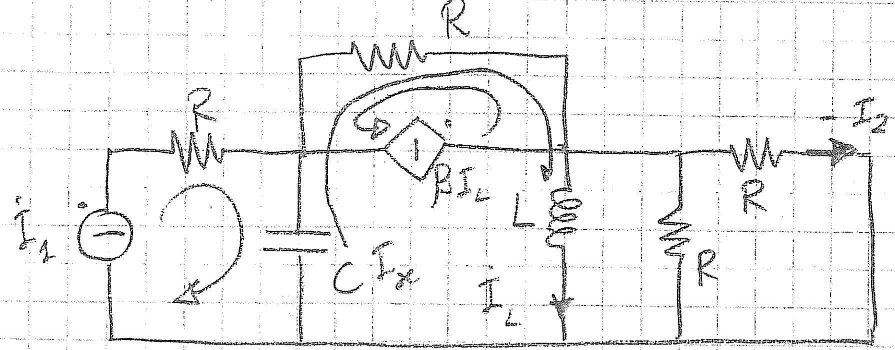
$$I'_x = \frac{1}{\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}'_{RL} - \frac{\beta R^2/2}{\frac{R}{2} + j\omega L}} \bar{K} \dot{V}_1 = \bar{\delta} \dot{V}_1$$

$\bar{\delta} =$

$$-I_2 = \frac{1}{2} \frac{j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L} I_x = \frac{1}{2} \frac{j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L} \bar{\delta} \dot{V}_1$$

$$\frac{1}{B} = \frac{-I_2}{V_1} = \frac{1}{2}\,\frac{j\omega L}{R + j\omega L}\,\bar{\delta} =$$

$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$



Il circuito è strutturalmente analogo a quello per il calcolo di $\frac{1}{C}$ con le differenze introdotte nel calcolo di $\frac{1}{B}$ per via della $\bar{Z}'_{RL}$ al posto di $\bar{Z}_{RL}$ e per il partitore di corrente per il calcolo di $\dot{I}_L$

$$\dot{I}_x = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R + \bar{Z}'_{RL} + \frac{\beta R^2/2}{\frac{R}{2} + j\omega L}}\,\dot{I}_1 = \bar{\vartheta}\,\dot{I}_1$$

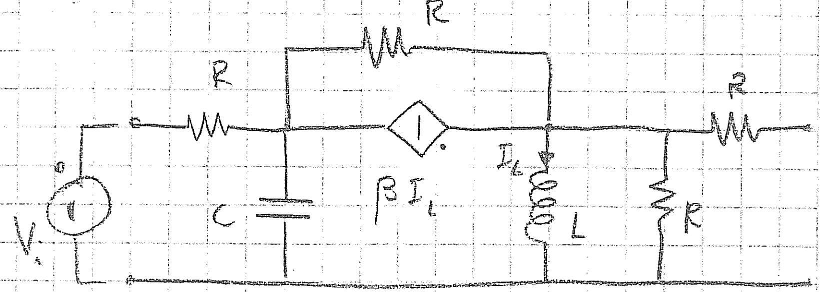
$$\bar{\vartheta} =$$

$$-\dot{I}_2 = \frac{1}{2}\,\frac{j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L}\,\dot{I}_x = \frac{1}{2}\,\frac{j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L}\,\bar{\vartheta}\,\dot{I}_1$$

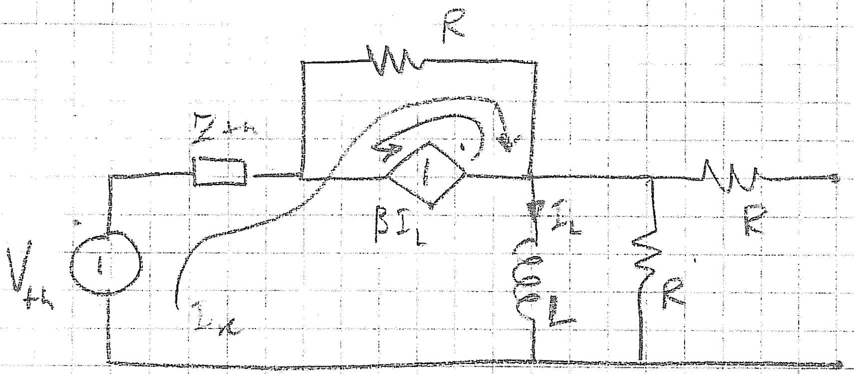
$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-I_2}{I_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1}{2}\,\frac{j\omega L}{\frac{R}{2} + j\omega L}\,\bar{\vartheta} =$$

2/2/02 (9)

Esercizio 4



Usando il teorema di Thevenin si ha:



$$Z_{th} = \frac{\frac{1}{Cs} R}{\frac{1}{Cs} + R} = \frac{R}{RCs + 1}$$

$$V_{th} = \frac{1}{Cs} \frac{V_i}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{V_i}{RCs + 1}$$

$$V_{th} = \left(Z_{th} + R + \frac{RLs}{R + Ls} \right) I_x - \beta I_L R$$

$$I_L = I_x \frac{R}{R + Ls}$$

$$V_{th} = \left(Z_{th} + R + \frac{RLs}{R + Ls} - \beta R \frac{R}{R + Ls} \right) I_x$$

$$I_x = \frac{V_{th}}{Z_{th} + R + \frac{R}{R + Ls}\left(Ls - \beta R \right)}$$

$$V_u = \frac{RLs}{R+Ls}\, I_u =$$

$$= \frac{RLs}{R+Ls} \; \frac{1}{\dfrac{R}{RCs+1} + R + \dfrac{R}{R+Ls}(Ls-\beta R)} \; \frac{1}{RCs+1} \, V_i =$$

$$= \frac{RLs}{\cancel{R+Ls}} \; \frac{1}{\dfrac{R(R+Ls) + R(R+Ls)(RCs+1) + R(Ls-\beta R)(RCs+1)}{\cancel{(RCs+1)}\cancel{(R+Ls)}}} \; \frac{V_i}{\cancel{RCs+1}}$$

$$= \frac{Ls}{R + Ls + R^2Cs + R + RLCs^2 + Ls + RLCs^2 + Ls - \beta R^2Cs - \beta R}\, V_i$$

$$W(s) = \frac{V_u}{V_i} = \frac{Ls}{2RLCs^2 + 3Ls + (1-\beta)R^2Cs + (2-\beta)R}$$

$$W(s) = \frac{Ls}{2RLCs^2 + [3L + (1-\beta)R^2C]s + (2-\beta)R}$$

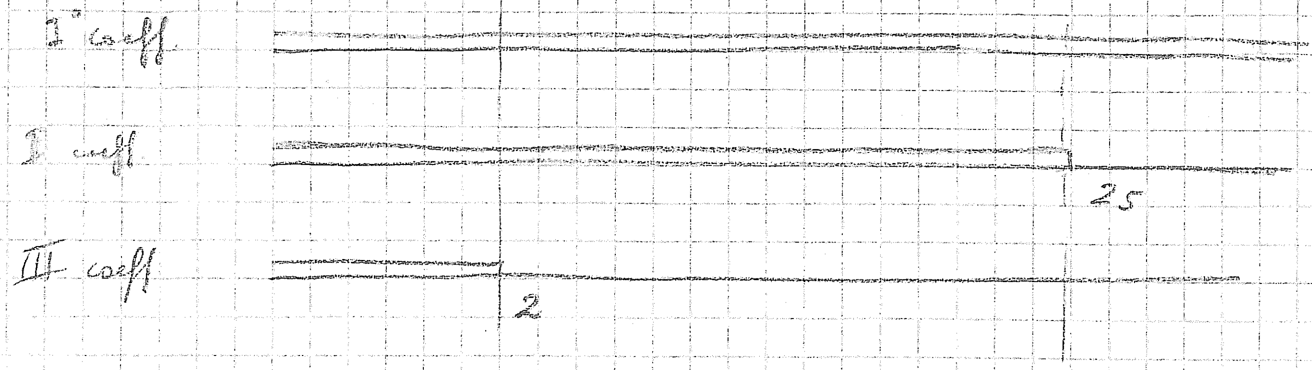
Usiamo il metodo di Cartesio

Studio del segno dei coefficienti del trinomio a denominatore al variare di β

$$3L + (1-\beta)R^2C > 0$$

$$3L + R^2C > \beta R^2C \qquad \beta < \frac{3L + R^2C}{R^2C} = 25$$

$$2 - \beta > 0 \qquad \beta < 2$$

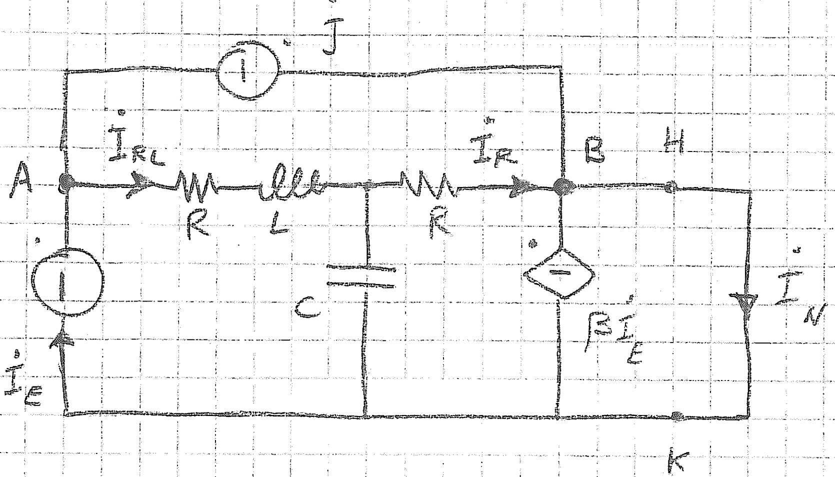


Si hanno soluzioni a parte reale negativa per $\beta < 2$

Per $\beta = 2$ si ha un polo nell'origine, che viene cancellato dallo zero nell'origine, quindi il circuito è asintoticamente stabile anche per $\beta = 2$.

Esercizio 5

Equivalente Norton del circuito a monte della sezione H-K



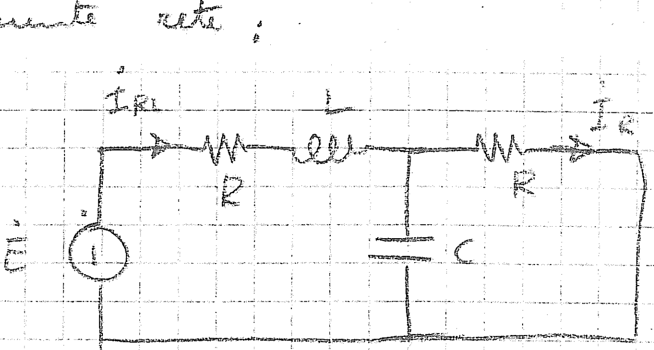
$$\dot{J} = \frac{10}{\sqrt{2}} \qquad \dot{E} = \frac{150}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{3}}$$

Con riferimento al circuito si ha

$$\dot{I}_E = \dot{J} + \dot{I}_{RL} \quad (\text{Eq. al nodo } A)$$

$$\dot{I}_N = \beta \dot{I}_E + \dot{J} + \dot{I}_R \quad (\text{Eq. al nodo } B)$$

A causa dell'idealità del generatore di tensione e della presenza del corto circuito fra i nodi $H (\equiv B)$ e K, le correnti $\dot{I}_{RL}$ e $\dot{I}_R$ possono essere valutate considerando la seguente rete:



Per rendersi conto di come ciò sia possibile basta scrivere le eq di equilibrio della rete originale (metodo delle correnti di maglia riferite all'albero formato dal generatore di tensione, dal corto circuito fra H e K e dal condensatore) e le equazioni della rete "semplificata" (riferite allo stesso albero).

Per quest'ultimo circuito le due correnti $\dot{I}_{RL}$ e $\dot{I}_R$ possono essere valutate senza scrivere le equazioni

$$\bar{Z}_{RC} = \frac{\frac{1}{j\omega C} R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC} =$$

$$\bar{Z}_V = R + j\omega L + \bar{Z}_{RC} =$$

$$\dot{I}_{RL} = \frac{\dot{E}}{\bar{Z}_V} =$$

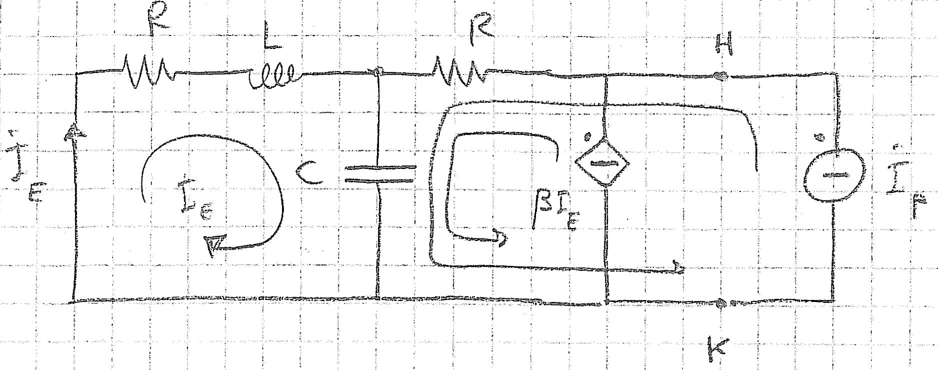
$$\dot{I}_R = \dot{I}_{RL} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \dot{I}_{RL} \frac{1}{1 + j\omega RC} =$$

E' quindi possibile valutare $\dot{I}_N$.

Calcolo dell' impedenza vista

2/2/02

14



$$\bar{Z}_N = \frac{\dot{V}_p}{\dot{I}_p}$$

$$\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_E + \frac{1}{j\omega C}\beta \dot{I}_E + \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_p = 0$$

$$\dot{I}_E = - \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}(\beta+1)}\dot{I}_p = \bar{h}\,\dot{I}_p \qquad \bar{h} =$$

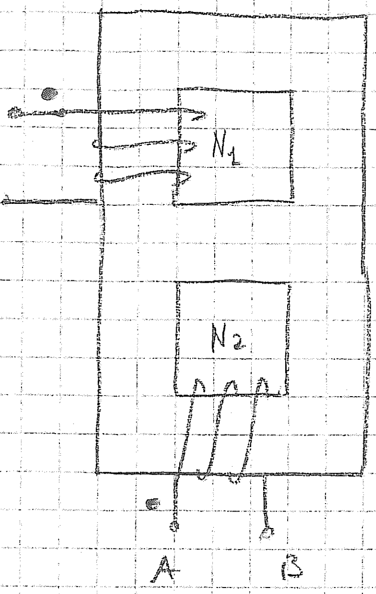
$$\dot{V}_p = R\left(\dot{I}_p + \beta \dot{I}_E\right) + \frac{1}{j\omega C}\left[(\beta+1)\dot{I}_E + \dot{I}_p\right] =$$

$$= \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_p + \left[\beta R + \frac{1}{j\omega C}(\beta+1)\right]\dot{I}_E =$$

$$\bar{Z}_N = \frac{V_p}{I_T} = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) + \bar{h}\left[\beta R + \frac{1}{j\omega C}(\beta+1)\right] =$$

2/21/02

15



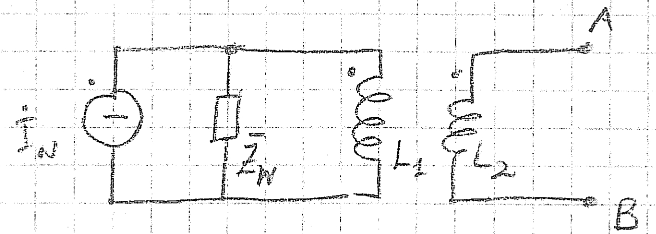
$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$\mathcal{R}_{V_1} = \mathcal{R}_{V_2} = \frac{15}{4}\mathcal{R}$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{V_1}} = \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_V^2}$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_{V_1}}\frac{1}{4} =$$

Il circuito diventa quindi



$$\dot{I}_{L_1} = \dot{I}_N \frac{\bar{Z}_N}{\bar{Z}_N + j\omega L_1}$$

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_{L_1}^2 =$$

$$\dot{V}_{AB} = j\omega M \dot{I}_{L_1} =$$

$$v_{AB}(t) =$$

Esercizio 6

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = \qquad R_m = \frac{1}{G_m} =$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} =$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = \qquad X_m = \frac{1}{B_m}$$

$$\bar{Z}_m = \frac{j X_m R_m}{R_m + j X_m}$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc} I_{1cc}} =$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}}$$

$$\bar{Z}_{cc} = Z_{cc}\left(\cos\varphi_{cc} + j \operatorname{sen}\varphi_{cc}\right) =$$

$$\bar{Z}_{cc} = R_{1s} + j X_{1s} + k^2 R_{2d} + j k^2 X_{2d}$$

$$R_{2d} = \frac{R_{cc} - R_{1s}}{k^2} =$$

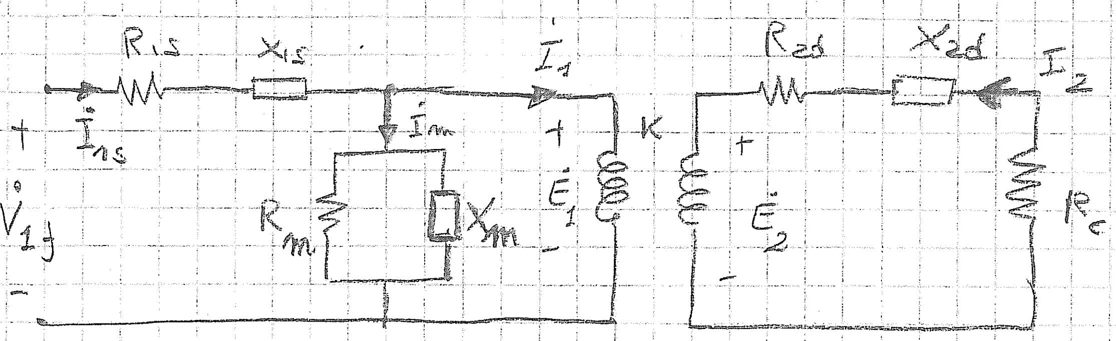
$$X_{2d} = \frac{X_{cc} - X_{1s}}{k^2} =$$

Nella condizione assegnata di funzionamento è infine

$$R_c = R_{2d}\,\frac{1-s}{s} =$$

Il circuito equivalente monofase (collegamento a stella) della macchina è:

2/2/02 17



Essendo $P_u = 1000$ W la potenza all'asse sarà quindi

$$R_c I_2^2 = \frac{1}{3} P_u$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_u}{3 R_c}}$$

Assumiamo fase nulla per il fasore $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_2 = \sqrt{\frac{P_u}{3 R_c}}\, e^{j0}$$

$$\dot{E}_2 = -\left(R_{2d} + R_{2d}\frac{1-s}{s} + jX_{2d}\right)\dot{I}_2 =$$

$$= -\left(\frac{R_{2d}}{s} + jX_{2d}\right)\dot{I}_2$$

$$\dot{E}_1 = K\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\frac{1}{K}\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_m} =$$

$$\dot{I}_{1s} = \dot{I}_1 + \dot{I}_m =$$

$$\dot{V}_{1f} = (R_{1s} + jX_{1s})\dot{I}_{1s} + \dot{E}_1 =$$

Il valore della tensione concatenata di alimentazione è $V_1 = \sqrt{3}\, V_{1f} =$

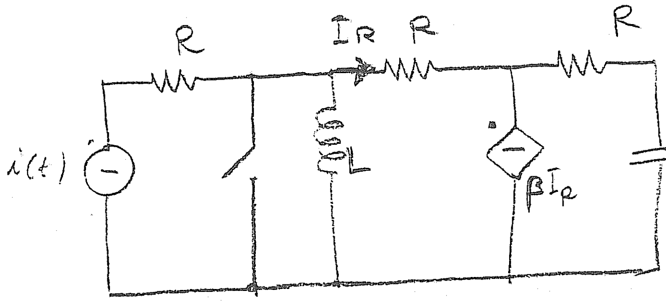
ORIGINALE CORRETTO

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova Scritta di Elettrotecnica
(12 cred.: 1, 3, 4, 5; 9 cred.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cred.: 2, 5, 6)

Pisa, 13 settembre 2002 Allievo ....

1. Il circuito di figura è in condizione di regime per effetto del generatore sinusoidale applicato. Determinare l'evoluzione temporale della corrente nel ramo contenente il tasto per effetto della chiusura di quest'ultimo che avviene all'istante t=0.



$i(t) = 10 \operatorname{sen}(100t + \frac{\pi}{4})$

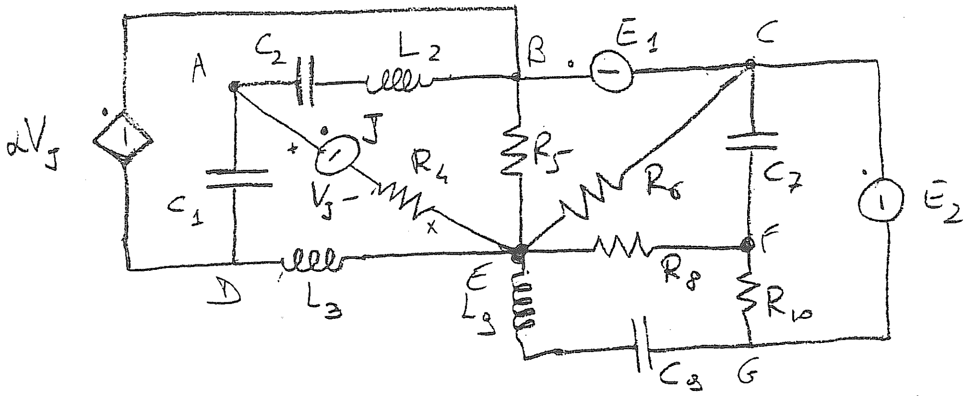
$R = 10\ \Omega$

$C = 100\ \mu F$

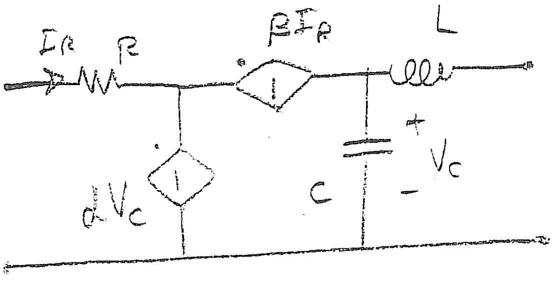
$L = 10\ mH$

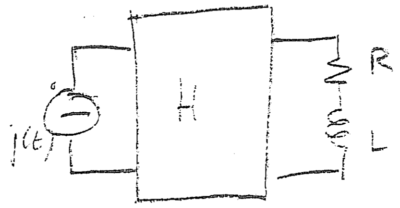
$\beta = 4$

2. Per il circuito di figura scrivere un sistema di equazioni, sufficiente per determinare l'equilibrio della rete ipotizzata in condizioni di regime sinusoidale.



3. Per il doppio bipolo rappresentato in figura, determinare la matrice dei parametri H alla pulsazione ω=1000 rad/sec. Determinare inoltre la potenze erogata dal generatore e quella assorbita dal carico.



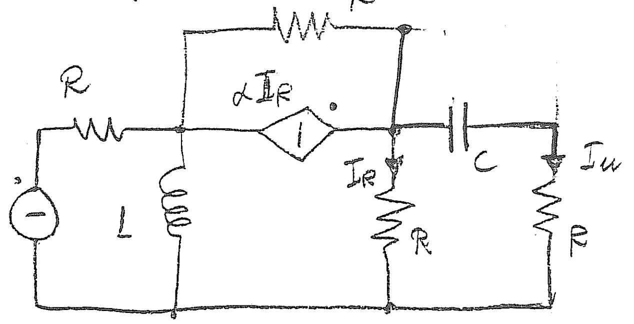


$C = 100\ \mu H$ $L = 100\ \mu H$ $j(t) = 10 \cos(1000t + \frac{\pi}{6})$

$\alpha = 5$ $\beta = 10$ $R = 10$

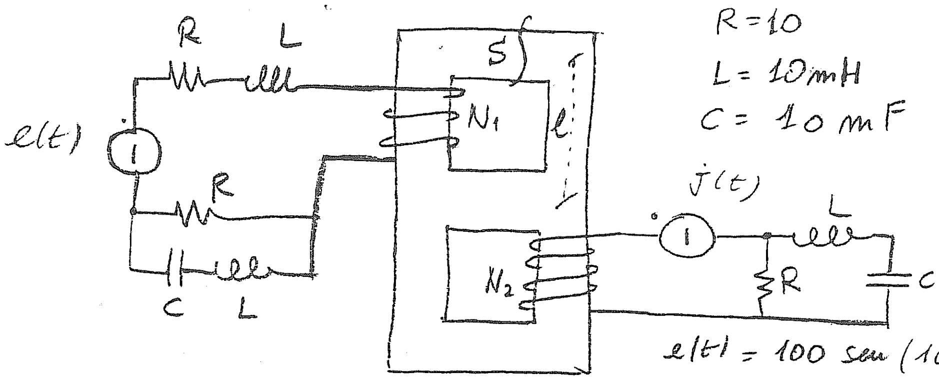
13/5/02

4. Per la rete di figura determinare la funzione di trasferimento Iu/Ti, studiare la stabilità al variare del parametro α e tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della relativa risposta in frequenza. per $\alpha = -2$. R.



$L = 10mH$
$R = 10\,\Omega$
$C = 100\,\mu F$

5. Considerando in condizioni di regime periodico la rete di figura determinare l'energia elettromagnetica media immagazzinata negli induttori mutuamente.



$R = 10$ $\quad l = 6\,cm$
$L = 10\,mH$ $\quad S = 10\,cm^2$
$C = 10\,mF$ $\quad \mu_r = 1000$
$N_1 = 100$
$N_2 = 150$

$e(t) = 100 \sin(100t + \frac{\pi}{4})$

$j(t) = 10 \sin(100t + \frac{\pi}{6}) + 20 \cos(200t + \frac{\pi}{3})$

6. Un trasformatore trifase con rapporto di trasformazione 3800/380 alimenta un sistema di carichi equilibrato connesso a stella di impedenza per fase Z=2+j4. Determinare in corrispondenza di queste condizioni di carico il rendimento del sistema.

TRASFORMATORE

Prova a vuoto:

$V_{10} = 3800V; \quad I_{10} = 2A \quad P_{10} = 2.1kW$

Prova in corto circuito:

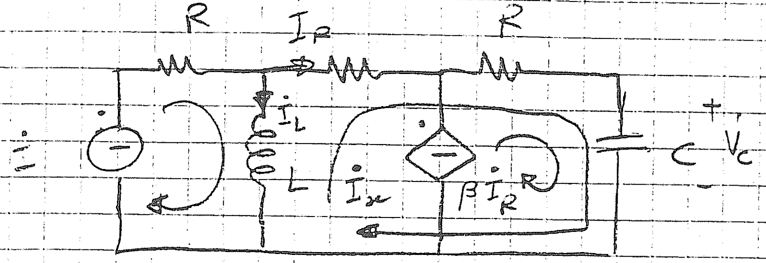
$V_{1cc} = 300V; \quad I_{1cc} = 10A \quad P_{1cc} = 3kW$

13/09/02

Esercizio n° 1

Calcolo delle condizioni iniziali (1)

$\dot{I} = 10\, e^{j\frac{\pi}{4}}$



$\dot{I}_R = \dot{I}_x$

$$0 = \left(2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x - j\omega L \dot{I} + \beta \dot{I}_R\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$0 = \dot{I}_x\left[(2+\beta)R + (1+\beta)\frac{1}{j\omega C} + j\omega L\right] - j\omega L \dot{I}$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega L}{(2+\beta)R + (1+\beta)\frac{1}{j\omega C} + j\omega L}\dot{I} = 0.02\, e^{j2.47}\ A$$

$$\dot{I}_L = \dot{I} - \dot{I}_x = 10.02\, e^{j0.785}\ A$$

$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C}(\beta + 1)\dot{I}_x = 9.95\, e^{j2.24}\ V$$

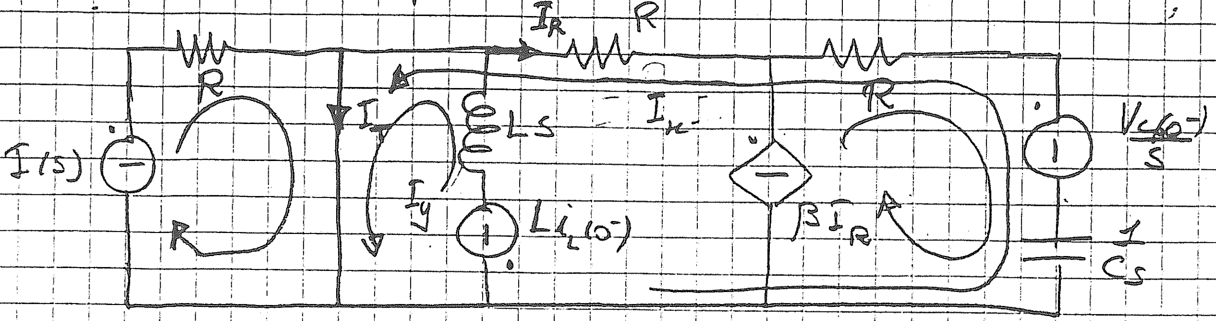
$i_L(t) = 10.02 \operatorname{sen}(100t + 0.785)\ A$

$v_c(t) = 9.95 \operatorname{sen}(100t + 2.24)\ V$

$i_L(0^-) = 7.082\ A \qquad v_c(0^-) = 7.8\ V$

13/9/02

Circuito L-trasformato (a tasto chiuso) ②



$$I_T(s) = I(s) + I_y(s) + I_x(s)$$

$$-L\,i_L(0^-) = Ls\,I_y(s)$$

$$\frac{V_c(0^-)}{s} = \left(2R + \frac{1}{Cs}\right) I_x(s) - \left(R + \frac{1}{Cs}\right)\beta I_R$$

$$I_R = -I_x$$

$$I_y(s) = -\frac{i_L(0^-)}{s}$$

$$\frac{V_c(0^-)}{s} = \left[(2+\beta)R + (\beta+1)\frac{1}{Cs}\right] I_x(s)$$

$$I_x(s) = \frac{\frac{V_c(0^-)}{s}}{\frac{(2+\beta)RCs + \beta + 1}{Cs}} = \frac{C\,V_c(0^-)}{(2+\beta)RCs + \beta + 1} =$$

$$= \frac{\cancel{C}}{(2+\beta)R\cancel{C}} \frac{V_c(0^-)}{s + \frac{\beta+1}{\beta+2}\frac{1}{RC}}$$

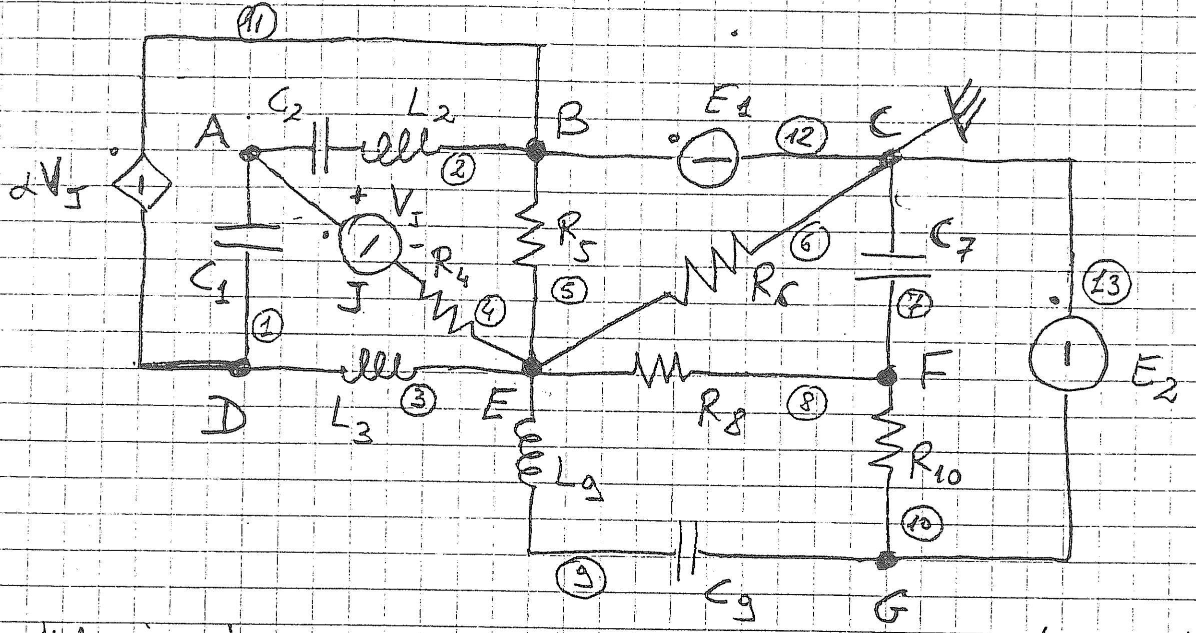
$$i_y(t) = -i_L(0^-)\,u(t)$$

$$i_x(t) = \frac{V_c(0^-)}{(2+\beta)R} e^{-\frac{\beta+1}{\beta+2}\frac{1}{RC}t} u(t)$$

$$i_T(t) = \left[10\,\text{sen}(100t + \frac{\pi}{4}) - i_L(0^-) + \frac{V_c(0^-)}{(2+\beta)R} e^{-\frac{\beta+1}{\beta+2}\frac{1}{RC}t}\right] u(t)$$

Esercizio n°2

13/9/02



Nel circuito si possono individuare 7 nodi (A - G) e 13 rami (1 - 13).

Si ha 1 generatore di corrente e 3 generatori ideali di tensione che formano un percorso che interessa i nodi D B C G.

Il n° di equazioni delle maglie è:

$$N_{eq.\ maglie} = N_{rami} - N_{nodi} + 1 - N_{gen.\ corr.} = 6$$

Il n° delle equazioni ai nodi è:

$$N_{eq.\ nodi} = N_{nodi} - 1 - N_{gen.\ tensione} = 3$$

A questi si deve aggiungere l'equazione relativa al generatore controllato.

13/9/02

Scegliendo il nodo C come nodo di riferimento si ha, utilizzando il metodo delle tensioni nodali: (4)

(A) $$\dot{J} = \dot{V}_A\left(j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}\right) - \dot{V}_B \frac{1}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} - \dot{V}_D\, j\omega C_1$$

(E) $$-J = -\dot{V}_B \frac{1}{R_5} - \dot{V}_D \frac{1}{j\omega L_3} + \dot{V}_E\left(\frac{1}{j\omega L_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{j\omega L_9 + \frac{1}{j\omega C_9}}\right) - \dot{V}_F \frac{1}{R_8} - \dot{V}_G \frac{1}{j\omega L_9 + \frac{1}{j\omega C_9}}$$

(F) $$0 = -\dot{V}_E \frac{1}{R_8} + \dot{V}_F\left(j\omega C_7 + \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{10}}\right) - \dot{V}_G \frac{1}{R_{10}}$$

$$\dot{V}_J = \dot{V}_A - \dot{V}_E + R_4 \dot{J}$$

Inoltre

$$\dot{V}_G = -\dot{E}_2 \quad ; \quad \dot{V}_B = \dot{E}_1 \quad ; \quad \dot{V}_D = \dot{E}_1 - \alpha \dot{V}_J$$

13/3/02 (5)

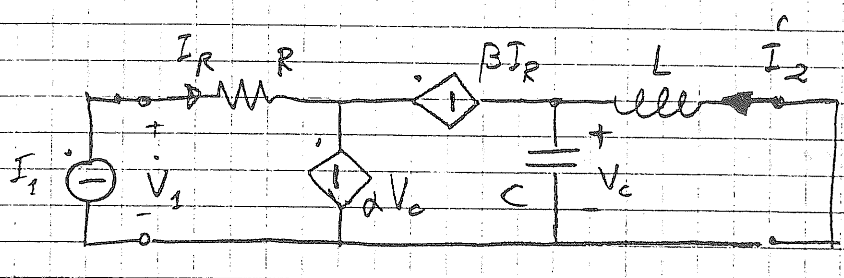
Esercizio n° 3

Determinazione dei parametri h

$$\dot V_1 = h_{11}\dot I_1 + h_{12}\dot V_2$$

$$\dot I_2 = h_{21}\dot I_1 + h_{22}\dot V_2$$

$$h_{11} = \frac{\dot V_1}{\dot I_1}\Big|_{\dot V_2=0} \qquad h_{21} = \frac{\dot I_2}{\dot I_1}\Big|_{\dot V_2=0}$$



$$\dot I_R = \dot I_1$$

$$\dot V_1 = R\dot I_1 + \alpha \dot V_c \ ; \qquad \dot I_2 = \beta I_R \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\dot V_c = -\beta I_R \frac{j\omega L \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = -\beta \dot I_1 \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

$$\dot V_1 = R\dot I_1 - \alpha\beta \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}\dot I_1$$

$$\dot I_2 = \beta \frac{1}{1-\omega^2 LC}\dot I_1$$

$$h_{11} = R - j\alpha\beta \frac{\omega L}{1-\omega^2 LC} = 10 - j\,5.05 \ \Omega$$

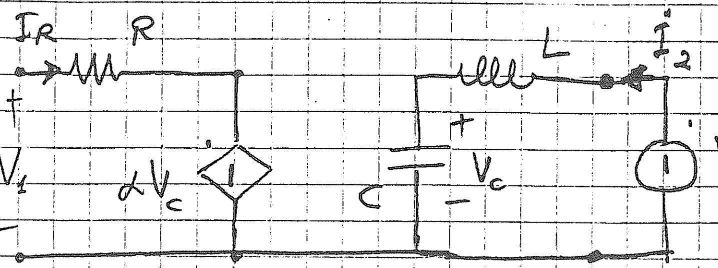
$$h_{21} = \beta \frac{1}{1-\omega^2 LC} = 10.1$$

13/9/02

(6)

$$h_{12} = \left.\frac{\dot V_1}{\dot V_2}\right|_{\dot I_1 = 0} \qquad h_{22} = \left.\frac{\dot I_2}{\dot V_2}\right|_{\dot I_1 = 0}$$

Il generatore βI_R è sempre spento, poiché $\dot I_R = 0$.



$$\dot V_1 = \alpha \dot V_c \qquad \dot V_2 = \left(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L\right)\dot I_2$$

$$\dot I_2 = \frac{\dot V_2}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 - \omega^2 LC}\dot V_2$$

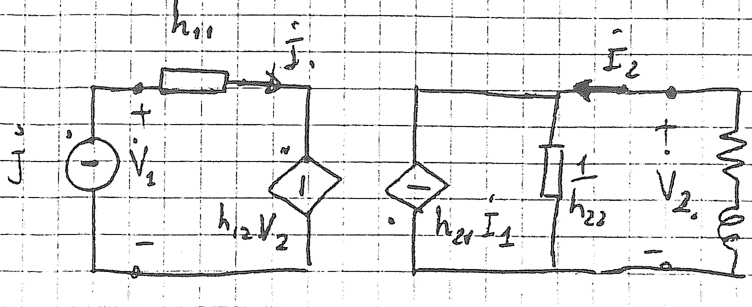
$$\dot V_c = \frac{1}{j\omega C}\dot I_2 = \frac{1}{1 - \omega^2 LC}\dot V_2$$

$$\dot V_1 = \frac{\alpha}{1 - \omega^2 LC}\dot V_2$$

$$h_{12} = \frac{\alpha}{1 - \omega^2 LC} = 5.05$$

$$h_{22} = \frac{j\omega C}{1 - \omega^2 LC} = j\,0.101\ \mho$$

13/3/02 7



$$P_{gen} = \Re\left\{ \dot{V}_1 \dot{J}^* \right\}$$

$$P_{carico} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} V_2^2$$

$$\dot{V}_1 = h_{11} \dot{J} + h_{12} V_2$$

$$\dot{V}_2 = - h_{21} \dot{J} \frac{\frac{1}{h_{22}} (R + j\omega L)}{\frac{1}{h_{22}} + R + j\omega L} = 714.18\, e^{j\, 2.88}$$

$$\dot{V}_1 = 3.54 \cdot 10^3 e^{j\, 2.86}$$

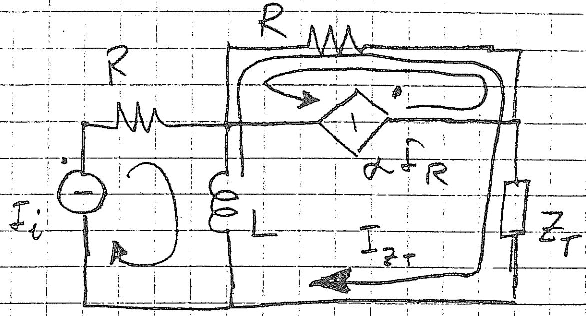
$$P_{gen} = -24.5 \text{ kW}$$

$$P_{carico} = 51 \text{ KW}$$

Esercizio n° 4

$$\bar{Z}_T = \frac{R\left(R+\frac{1}{Cs}\right)}{R+R+\frac{1}{Cs}} = \frac{R\,\frac{RCs+1}{\cancel{Cs}}}{\frac{2RCs+1}{\cancel{Cs}}} =$$

$$= R\,\frac{RCs+1}{2RCs+1}$$



$$I_R = I_{Z_T}\,\frac{R+\frac{1}{Cs}}{R+R+\frac{1}{Cs}} =$$

$$= I_{Z_T}\,\frac{RCs+1}{2RCs+1};$$

$$I_u = I_{Z_T}\,\frac{R}{R+R+\frac{1}{Cs}} = I_{Z_T}\,\frac{RCs}{2RCs+1}$$

Equazioni alle maglie:

$$0 = \left(Ls+R+Z_T\right)I_{Z_T} - Ls\,I_i - R\alpha I_R$$

$$0 = \left(Ls+R+Z_T\right)I_{Z_T} - Ls\,I_i - \alpha R\,\frac{RCs+1}{2RCs+1}\,I_{Z_T}$$

$$I_{Z_T} = \frac{Ls}{Ls+R+R\,\frac{RCs+1}{2RCs+1} - \alpha R\,\frac{RCs+1}{2RCs+1}}\,I_i$$

$$I_{Z_T} = \frac{Ls\,(2RCs+1)}{(Ls+R)(2RCs+1)+R^2Cs+R-\alpha R^2Cs-\alpha R}\,I_i$$

$$I_u = \frac{Ls\,\cancel{(2RCs+1)}}{2LRCs^2+Ls+2R^2Cs+R+R^2Cs+R-\alpha R^2Cs-\alpha R}\,\frac{RCs}{\cancel{2RCs+1}}\,I_i$$

$$I_u = \frac{RLCs^2}{2RLCs^2+\left[L+(3-\alpha)R^2C\right]s+(1-\alpha)R}\,I_i$$

13/9/02 (9)

$$W(s) = \frac{I_u}{I_i} = \frac{RLCs^2}{2RLCs^2 + [L + (3-\alpha)R^2C]s + (1-\alpha)R}$$

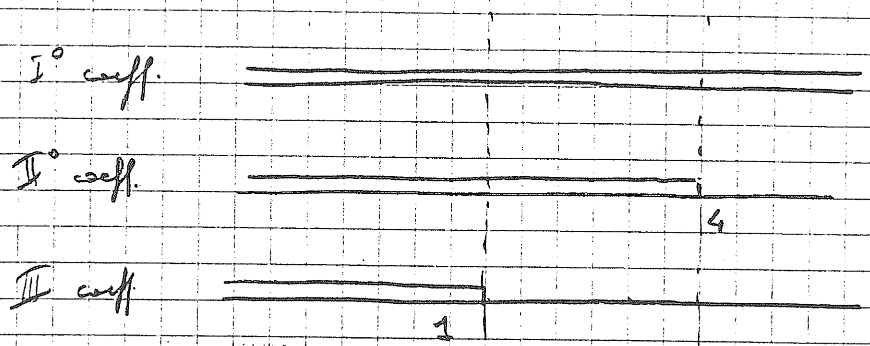
Analisi della stabilità:

$$L + (3-\alpha)R^2C > 0$$

$$L + 3R^2C > \alpha R^2C \qquad \alpha < \frac{L}{R^2C} + 3$$

$$(1-\alpha)R > 0 \qquad \alpha < 1$$

Regola di Cartesio



Per $\alpha < 1$ il circuito è asintoticamente stabile

per $\alpha = 1$ il circuito è ancora asintoticamente stabile

Per $1 < \alpha < 4$ il circuito è instabile

Per $\alpha = 4$ il circuito è instabile

Per $\alpha > 4$ il circuito è instabile

13/9/02

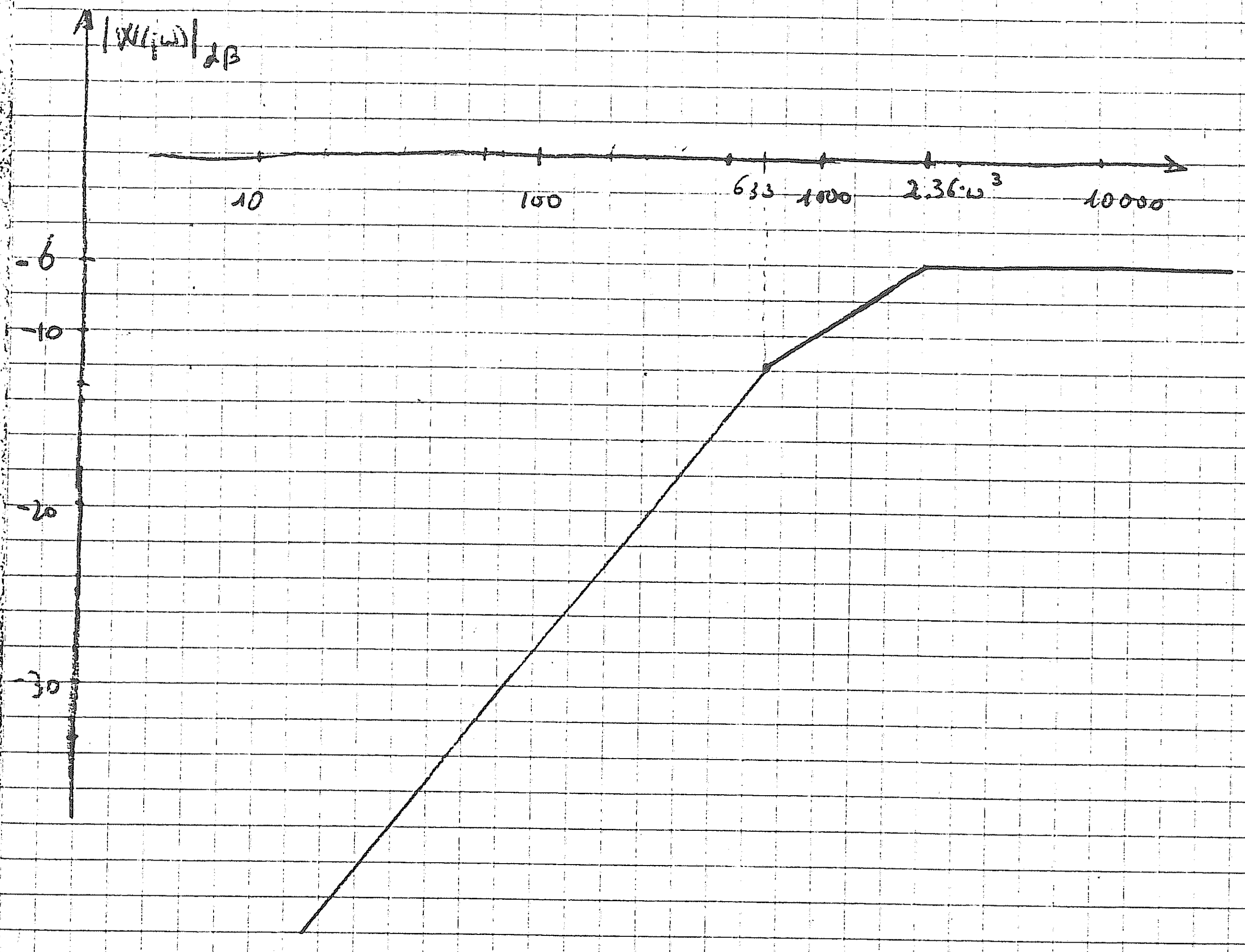
Diagramma di Bode per $\alpha = -2$.

$$W(s) = \frac{1}{2} \frac{s^2}{s^2 + \frac{L+(3-\alpha)R^2C}{2RLC}s + \frac{1-\alpha}{2LC}}$$

10

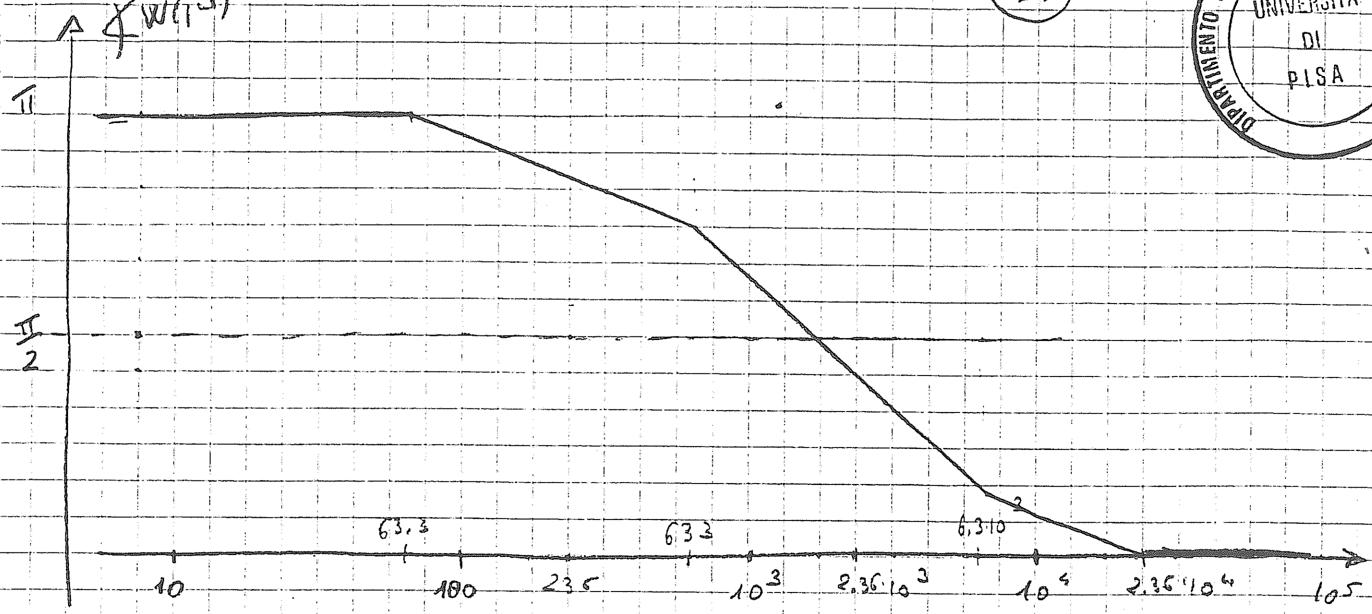
$$= \frac{1}{2} \frac{s^2}{s^2 + 3\cdot 10^3 s + 1.5\cdot 10^6} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{s^2}{(s+2.366\cdot 10^3)(s+633.97)}$$



13/3/02

11

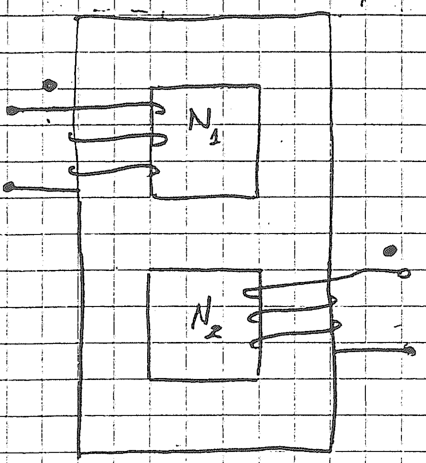


13/9/02

Esercizio n° 5

12

Calcolo del circuito magnetico



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = 4.77 \cdot 10^{3}$$

$$\mathcal{R}_{V_1} = \mathcal{R}_{V_2} = 3\mathcal{R} + \frac{3}{4}\mathcal{R} = \frac{15}{4}\mathcal{R} = 1.79 \cdot 10^{4}$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{V_1}} = 0.56 \text{ H}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{V_2}} = 1.25 \text{ H}$$

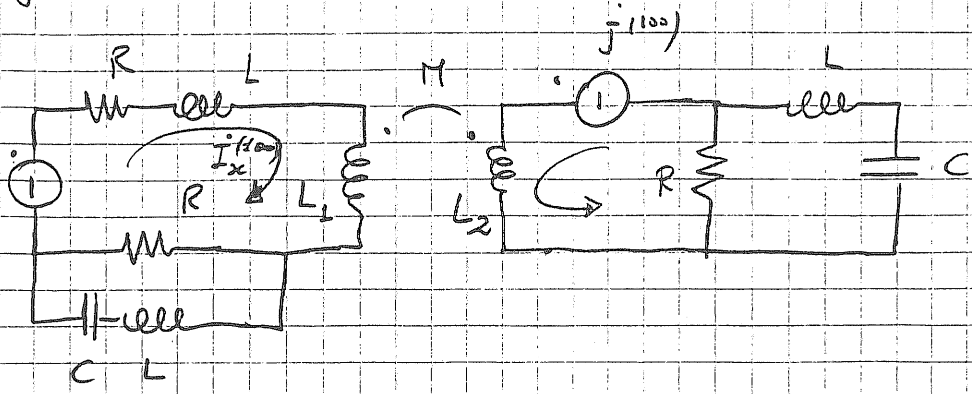
$$M = \frac{N_1 N_2}{\frac{15}{4}\mathcal{R}} \cdot \frac{1}{4} = 0.209 \text{ H}$$

Sovrapposizione degli effetti

Agiscono i generatori $\omega_1 = 100 \ \frac{rad}{sec}$

$$\dot{E}^{(100)} = 100\, e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\dot{J}^{(100)} = 10\, e^{j\frac{\pi}{6}}$$



13/3/02

I gruppi L-C serie sono in risonanza alla pulsazione di 100 rad/sec.

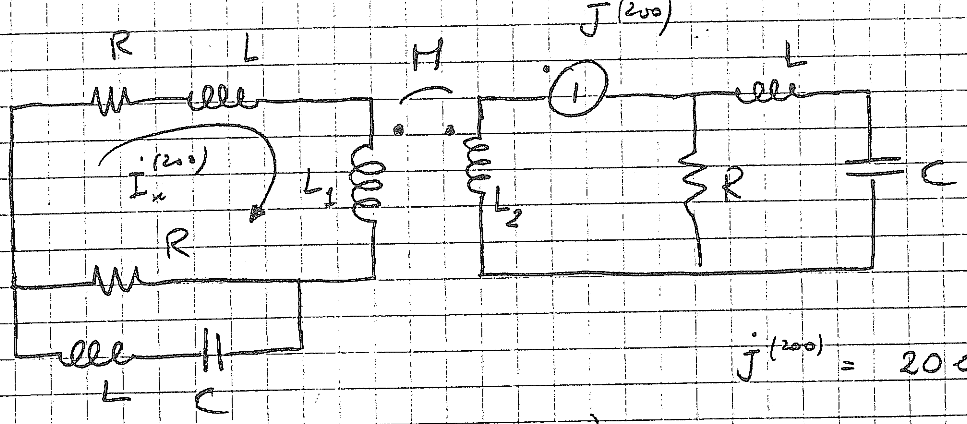
L'equazione di equilibrio del circuito è quindi (13)

$$\dot{E}^{(100)} = \left(R + j\omega_1 L + j\omega_1 L_1\right)\dot{I}_x^{(100)} + j\omega_1 M \dot{J}^{(100)}$$

$$\dot{I}_x^{(100)} = \frac{\dot{E}^{(100)} - j\omega_1 M \dot{J}_1^{(100)}}{R + j\omega_1 L + j\omega_1 L_1} = 3.58\, e^{-j1.96}\ A$$

$$\dot{I}_{L_1}^{(100)} = \dot{I}_x^{(100)} = 3.58\, e^{-j1.96}\ A \qquad \dot{I}_{L_2}^{(100)} = \dot{J}^{(100)} = 10\, e^{j\frac{\pi}{6}}\ A$$

Agiscono i generatori a $\omega_2 = 200$ rad/sec



$$\dot{J}^{(200)} = 20\, e^{j\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)}$$

posto $\bar{Z}_T = \dfrac{R\left(j\omega_2 L + \frac{1}{j\omega_2 C}\right)}{R + j\omega_2 L + \frac{1}{j\omega_2 C}} = 0.22 + j1.47\ \Omega$

l'equazione per la determinazione della $\dot{I}_x^{(200)}$ è:

$$0 = \left(\bar{Z}_T + R + j\omega_2 L + j\omega_2 L_1\right)\dot{I}_x^{(200)} + j\omega_2 M \dot{J}^{(200)}$$

$$\dot{I}_x^{(200)} = \frac{-j\omega_2 M \dot{J}^{(200)}}{\bar{Z}_T + R + j\omega_2 L + j\omega_2 L_1} = 7.21\, e^{-j0.43}$$

$$\dot{I}_{L_1}^{(200)} = \dot{I}_x^{(200)} = 7.21\, e^{-j0.43} \qquad \dot{I}_{L_2}^{(200)} = \dot{J}^{(200)} = 20\, e^{j\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)}$$

13/3/02

$$W_m = \frac{1}{2} L_1 \frac{I_{L_1}^{(100)\,2}}{2} + \frac{1}{2} L_2 \frac{I_{L_2}^{(200)\,2}}{2} + \frac{M}{2} I_{L_1}^{(100)} I_{L_2}^{(100)} \cos\varphi_{1,2}^{(100)} +$$

$$+ \frac{1}{2} L_1 \frac{I_{L_1}^{(200)\,2}}{2} + \frac{1}{2} L_2 \frac{I_{L_2}^{(200)\,2}}{2} + \frac{M}{2} I_{L_1}^{(200)} I_{L_2}^{(200)} \cos\varphi_{1,2}^{(200)} =$$

$$= 30.086 + 117.26 = 147.35 \text{ J}$$

14

Esercizio n. 6 13/3/02

Circuito equivalente del trasformatore

$n = 10$

(15)

$$3 G_m V_f^2 = P_{10} \qquad V_f = \frac{V_{10}}{\sqrt{3}}$$

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 1.45 \cdot 10^{-4} \ \mho$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 9.11 \cdot 10^{-4} \ \mho$$

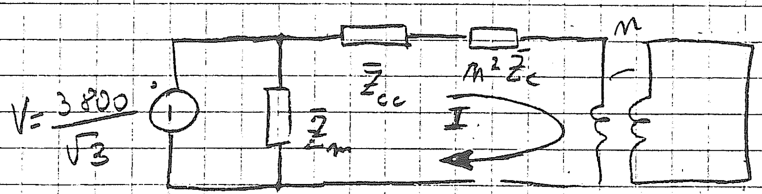
$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 8.99 \cdot 10^{-4} \ \mho$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = \frac{1}{G_m - j B_m} = 1.75 \cdot 10^2 + j\, 1.08 \cdot 10^3 \ \Omega$$

$$P_{1cc} = \sqrt{3}\, V_{1cc} I_{1cc} \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc} I_{1cc}} = 0,57$$

$$\bar{Z}_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} \left(\cos\varphi + j \operatorname{sen}\varphi \right) = 10 + j\, 14.14 \ \Omega$$



$$\eta = \frac{n^2 R_c I^2}{G_m V^2 + (R_{cc} + n^2 R_c) I^2}$$

$$I = \frac{\frac{3800}{\sqrt{3}}}{\bar{Z}_{cc} + n^2 \bar{Z}_c} = 2.14 - j\, 4.21 \ A$$

$$\eta = 0.82 = 82\%$$