Esercizio 3

Enunciato del Problema

Una ruota di raggio $r = 50$ cm gira con moto uniforme in senso orario attorno a un'asse passante per il suo centro O ed ortogonale al piano della ruota con velocità angolare

$$\omega = 4 \text{ rad/s}.$$

Nell'istante in cui il raggio OA forma un angolo $\theta = 30°$ con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che si muove di moto parabolico e, dopo un certo tempo, colpisce una parete P distante

$$D = 1 \text{ m}$$

dall'origine O lungo l'asse x. Il moto iniziale del punto è circolare con centro in O.
Si richiede di determinare:

1. Il tempo di volo t_v del punto da A al punto B in cui avviene l'impatto con la parete.
2. La sua velocità subito prima dell'impatto.
3. Le coordinate del punto di impatto B.

Soluzione

Velocità Iniziale del Punto Materiale

La velocità tangenziale del punto A al momento del distacco è data da:

$$V_0 = \omega r = (4 \text{ rad/s}) \cdot (0.50 \text{ m}) = 2 \text{ m/s}.$$

Essendo il moto circolare uniforme orario, la velocità del punto A ha componenti:

$$V_{0x} = V_0 \sin\theta = 2 \sin 30^\circ = 2 \cdot (1/2) = 1 \text{ m/s},$$
$$V_{0y} = -V_0 \cos\theta = -2 \cos 30^\circ = -2 \cdot (\sqrt{3}/2) = -\sqrt{3} \text{ m/s} \approx -1.73 \text{ m/s}.$$

Determinazione del Tempo di Volo

Il punto materiale segue un moto parabolico con accelerazione gravitazionale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. L'equazione del moto lungo x è:

$$x(t) = x_0 + V_{0x}t.$$

Poiché il punto A si trova inizialmente a $x_A = r\cos\theta = 0.50 \cos 30^\circ = 0.50 \cdot (\sqrt{3}/2) \approx 0.43$ m, abbiamo:

$$D = x(t_v) = x_A + V_{0x}t_v.$$

Determiniamo il tempo di volo:

$$t_v = \frac{D - x_A}{V_{0x}} \quad \Rightarrow \quad t_v \approx 0.57 \text{ s}.$$

Determinazione della Velocità Subito Prima dell'Impatto

La componente orizzontale della velocità resta invariata:

$$V_x(t) = V_{0x} = 1 \text{ m/s}.$$

La componente verticale della velocità segue l'equazione:

$$V_y(t) = V_{0y} - gt.$$

Subito prima dell'impatto:

$$V_y(t_v) = V_{0y} - gt_v.$$

Sostituendo i valori:

$$V_y(t_v) \approx -7.29 \text{ m/s}.$$

Il modulo della velocità, subito prima dell'impatto, è:

$$V(t_v) = \sqrt{V_x^2(t_v) + V_y^2(t_v)} \approx 7.36 \text{ m/s}.$$

Determinazione delle Coordinate del Punto di Impatto B

Le coordinate del punto di impatto B sono date da:

$$x_B = D = 1.00 \text{ m},$$
$$y_B = y_A + V_{0y}t_v - \frac{1}{2}g{t_v}^2.$$

Sostituendo i valori numerici, calcoliamo y_B:

$$y_B \approx -2.31 \text{ m}.$$

Quindi, il punto di impatto ha coordinate:

$$B = (1.00 \text{ m}, -2.31 \text{ m}).$$