



UNIVERSITÀ DI PISA

# Elettronica digitale

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Giovanni Enrico Loni

20 giugno 2023

# Indice

<b>0 README</b>	<b>1</b>
<b>1 Richiami di chimica</b>	<b>3</b>
1.1 Il modello atomico di Bohr . . . . .	3
1.2 I tre tipi di legami tra atomo . . . . .	3
1.2.1 Legame ionico . . . . .	3
1.2.2 Legame metallico . . . . .	4
1.2.3 Legame covalente . . . . .	4
1.3 Proprietà di Resistenza dei materiali . . . . .	4
1.3.1 La conduzione elettrica nei metalli . . . . .	4
<b>2 Modello di Drude</b>	<b>7</b>
2.1 Calcolo della corrente . . . . .	8
<b>3 Il Silicio</b>	<b>9</b>
3.1 Il Silicio intrinseco . . . . .	9
3.1.1 Il concetto di lacuna . . . . .	10
3.2 Il Silicio drogato . . . . .	10
3.2.1 Drogaggio con atomi del gruppo <i>V</i> . . . . .	11
3.2.2 Drogaggio con atomi del gruppo <i>III</i> . . . . .	11
3.3 Il drogaggio . . . . .	12
3.4 Calcolo di <i>p</i> ed <i>n</i> . . . . .	12
3.4.1 Calcolo nel caso di drogaggio N . . . . .	12
3.4.2 Calcolo nel caso di drogaggio P . . . . .	13
3.4.3 Considerazioni sul drogaggio . . . . .	13
3.5 Calcolo della conducibilità al variare della temperatura . . . . .	13
3.5.1 Caso con Silicio intrinseco . . . . .	13
3.5.2 Caso con Silicio drogato . . . . .	14
3.5.3 Considerazioni . . . . .	14

<b>4 Corrente di diffusione</b>	<b>15</b>
4.1 Calcolo della corrente di diffusione . . . . .	15
4.1.1 Legame tra $D_N$ e $D_P$ . . . . .	16
4.2 Corrente di diffusione totale . . . . .	16
4.2.1 Densità di corrente totale . . . . .	16
<b>5 La Giunzione PN</b>	<b>17</b>
5.1 Definizione . . . . .	17
5.2 Analisi senza sollecitazioni esterne . . . . .	17
5.2.1 Studio del campo elettrico interno alla Giunzione . . . . .	18
5.2.2 Il potenziale interno . . . . .	20
5.2.3 La barriera di potenziale . . . . .	20
5.2.4 Potenziale ai capi del Diodo . . . . .	21
5.3 Analisi della Giunzione Polarizzata . . . . .	22
5.3.1 Potenziale positivo . . . . .	22
5.3.2 Potenziale negativo . . . . .	23
5.3.3 La giunzione come oggetto rettificante . . . . .	23
5.3.4 La zona di svuotamento . . . . .	23
5.3.5 L'equazione di Shockley per la corrente . . . . .	24
5.4 Zone di funzionamento . . . . .	24
<b>6 Il fenomeno del Breakdown</b>	<b>27</b>
6.1 Effetto Zener . . . . .	28
6.1.1 Influenza della temperatura sull'effetto Zener . . . . .	28
6.2 Effetto a valanga . . . . .	28
6.2.1 Influenza della temperatura sull'effetto a valanga . . . . .	29
6.3 Considerazioni in relazione alla generazione termica . . . . .	29
<b>7 I diodi Zener</b>	<b>31</b>
7.1 Caso di correnti elevate . . . . .	31
7.2 Simboli circuitali dei diodi Zener . . . . .	32
<b>8 Metodi risolutivi per circuiti con diodi</b>	<b>33</b>
8.1 Assunzione della tensione . . . . .	33
8.2 Il modello matematico . . . . .	34
8.2.1 Risoluzione guidata di un circuito . . . . .	34
8.3 Metodo grafico . . . . .	35
8.4 I modelli per grandi segnali . . . . .	36
8.4.1 Modello a caduta di tensione costante . . . . .	36

8.4.2	Modello del diodo ideale . . . . .	37
8.4.3	Modello lineare a tratti . . . . .	37
8.5	Esempio di analisi di un circuito con diodi . . . . .	38
8.5.1	Procedura per la risoluzione di circuiti con il modello per grandi segnali . . . . .	38
8.5.2	Risoluzione con modello a caduta di tensione costante . . . . .	39
8.5.3	Risoluzione con modello del diodo ideale . . . . .	40
8.5.4	Risoluzione con modello lineare a tratti . . . . .	40
8.6	Considerazioni sull'efficacia sui modelli . . . . .	40
<b>9</b>	<b>Circuiti con diodi</b>	<b>43</b>
9.1	Circuito rettificatore . . . . .	43
9.1.1	Circuito rettificatore con il modello del diodo ideale . . . . .	44
9.1.2	Circuito rettificatore con il modello a caduta di tensione costante . . . . .	45
9.2	Il PIV . . . . .	47
9.3	Rivelatore di picco ideale . . . . .	47
9.4	Circuito rettificatore con filtro RC . . . . .	48
<b>10</b>	<b>Circuiti con trasformatori</b>	<b>51</b>
10.1	Introduzione: il trasformatore . . . . .	51
10.2	Raddrizzatore a doppia semi-onda . . . . .	52
10.2.1	Raddrizzatore a doppia semi-onda con trasformatore a presa centrale . . . . .	52
10.2.2	Raddrizzatore a doppia semi-onda con condensatore . . . . .	54
10.3	Raddrizzatore a ponte di Graetz . . . . .	55
10.3.1	Analisi del circuito senza condensatore . . . . .	56
10.3.2	Analisi del circuito con condensatore . . . . .	56
10.3.3	Pregi e difetti del ponte di Graetz . . . . .	57
<b>11</b>	<b>I regolatori di tensione</b>	<b>59</b>
11.1	Regolatori di tensione Zener . . . . .	59
11.2	Circuito regolatore Zener . . . . .	60
11.2.1	Analisi del circuito . . . . .	61
<b>12</b>	<b>La logica a diodi</b>	<b>63</b>
12.1	Circuiti logici . . . . .	63
12.1.1	Il circuito per la porta AND . . . . .	63
12.1.2	Il circuito per la porta OR . . . . .	64
12.2	Le problematiche della logica a diodi . . . . .	64

<b>13 Il modello per i piccoli segnali</b>	<b>65</b>
13.1 Risoluzione del primo circuito . . . . .	65
<b>14 I BJT - Transistor a giunzione bipolare</b>	<b>69</b>
14.1 I generatori di corrente controllati in corrente . . . . .	69
14.1.1 Caratteristiche del circuito . . . . .	70
14.2 Il BTJ . . . . .	70
14.2.1 Introduzione . . . . .	70
14.2.2 Zona di funzionamento in Zona Attiva Diretta . . . . .	71
14.2.3 Modello di Ebers-Moll . . . . .	74
14.2.4 Struttura fisica del BJT PNP . . . . .	76
14.3 BJT NPN . . . . .	77
14.3.1 Modello di Ebers-Moll per il transistor NPN . . . . .	78
14.3.2 Caratteristiche di uscita . . . . .	80
14.3.3 Caratteristiche di ingresso . . . . .	81
14.4 Effetto Early . . . . .	81
14.5 Caratteristiche di un BJT PNP . . . . .	83
<b>15 I MOS - Metal Oxide Semiconductor</b>	<b>85</b>
15.1 Transistori MOSFET . . . . .	85
15.2 Condensatore MOS . . . . .	85
15.2.1 Dispositivo in accumulazione . . . . .	86
15.2.2 Dispositivo in svuotamento . . . . .	87
15.2.3 Dispositivo in inversione . . . . .	88
15.3 MOSFET . . . . .	88
15.3.1 MOSFET in accumulazione . . . . .	89
15.3.2 MOSFET in svuotamento . . . . .	90
15.3.3 MOSFET in inversione . . . . .	90
15.4 Studio del canale di un MOSFET . . . . .	91
15.4.1 Caso per $V_{DS} > 0$ e piccola . . . . .	91
15.4.2 Caso per $V_{DS} > 0$ e non trascurabile . . . . .	92
15.4.3 Lo strozzamento del canale . . . . .	93
15.4.4 Conclusioni . . . . .	94
15.5 Transistore MOSFET a canale P . . . . .	96
15.6 Cenni ai MOSFET a svuotamento . . . . .	96
15.7 Simboli circuitali di un MOSFET . . . . .	97
15.7.1 MOSFET a canale N . . . . .	97
15.7.2 MOSFET a canale P . . . . .	97

<b>16 Polarizzazione di transistori BJT</b>	<b>99</b>
16.1 Esempio di circuito BJT . . . . .	99
16.1.1 Metodo numerico-matematico . . . . .	100
16.1.2 Metodo grafico . . . . .	100
16.1.3 Metodo semi-grafico . . . . .	101
16.2 Modello per grandi segnali di BJT . . . . .	101
16.2.1 NPN in zona attiva diretta . . . . .	102
16.2.2 NPN in zona di saturazione . . . . .	102
16.2.3 PNP in zona attiva diretta . . . . .	103
16.2.4 PNP in zona di saturazione . . . . .	103
16.2.5 I valori di $\beta_F$ . . . . .	103
16.3 Polarizzazione di un BJT . . . . .	104
16.3.1 Corrente $I_B$ costante . . . . .	104
16.3.2 Tensione $V_{BE}$ costante . . . . .	105
16.3.3 Circuito di polarizzazione a 4 Resistenze . . . . .	105
<b>17 Polarizzazione di un MOSFET</b>	<b>109</b>
17.1 Caso per un N-MOSFET . . . . .	109
17.2 Caso per un P-MOSFET . . . . .	109
17.2.1 Verifica delle ipotesi . . . . .	110
17.3 Polarizzazione in circuiti discreti di un MOSFET . . . . .	110
17.3.1 Polarizzazione a $V_{GS}$ fissa . . . . .	110
17.3.2 Circuito a 4 resistenze . . . . .	111
<b>18 I dispositivi come quadripoli</b>	<b>113</b>
18.1 Richiami sui parametri h di un quadripolo . . . . .	113
18.1.1 $h_{11}$ . . . . .	113
18.1.2 $h_{12}$ . . . . .	113
18.1.3 $h_{21}$ . . . . .	114
18.1.4 $h_{22}$ . . . . .	114
18.1.5 Perché 4 parametri? . . . . .	114
18.2 Configurazione ad emettitore comune di un BJT . . . . .	114
18.2.1 $h_{ie}$ . . . . .	116
18.2.2 $h_{re}$ . . . . .	116
18.2.3 $h_{fe}$ . . . . .	116
18.2.4 $h_{oe}$ . . . . .	117
18.2.5 Le ipotesi semplificative . . . . .	117
18.2.6 Il circuito equivalente dopo le ipotesi semplificative . . . . .	118

18.2.7 Confronto tra BJT PNP e NPN . . . . .	118
18.3 Modello linearizzato per il MOSFET per piccoli segnali . . . . .	118
18.3.1 Circuito equivalente . . . . .	118
18.3.2 Considerazioni per i PMOS . . . . .	120
<b>19 Gli amplificatori</b>	<b>121</b>
19.1 Circuito equivalente . . . . .	121
19.2 Analisi del circuito di un amplificatore . . . . .	122
19.3 Amplificatore a Emettitore Comune . . . . .	122
19.3.1 Analisi AC . . . . .	123
19.3.2 Il condensatore di bypass . . . . .	124
19.3.3 La resistenza di uscita . . . . .	125
19.4 Amplificatore a collettore comune . . . . .	126
19.4.1 Resistenze di ingresso e di uscita . . . . .	126
19.4.2 Guadagno . . . . .	127
19.5 Amplificatore a source comune . . . . .	127
19.5.1 Parametri di guadagno . . . . .	128
19.5.2 Parametri di resistenza . . . . .	128
19.5.3 Un caso particolare: $R_S \neq 0$ e $r_d \rightarrow \infty$ . . . . .	128
19.6 Amplificatore a drain comune . . . . .	130
19.6.1 Parametri di output . . . . .	130
19.7 Amplificatori multistadio . . . . .	131
19.7.1 L'interazione tra stadi . . . . .	132
<b>20 Risposta in frequenza</b>	<b>135</b>
20.1 Determinazione della risposta in frequenza . . . . .	135
20.2 Il ruolo dei condensatori . . . . .	136
20.3 Diagramma di Bode . . . . .	137
20.4 Alcuni usi digitali di amplificatori ed elementi attivi . . . . .	137
20.4.1 Inverter . . . . .	137
20.4.2 Inverter con BJT . . . . .	138
20.4.3 Inverter con NMOS . . . . .	140
20.5 Teoria della reazione semplificata . . . . .	142
20.5.1 Introduzione . . . . .	142
20.5.2 Schema generale di un sistema retroazionato . . . . .	142
20.5.3 Reti sommatorici . . . . .	143
20.5.4 Guadagno di reazione . . . . .	144

<b>21 Amplificatori Differenziali</b>	<b>147</b>
21.1 Definizioni . . . . .	147
21.2 Caso ideale e caso reale . . . . .	148
21.2.1 Caso ideale . . . . .	148
21.2.2 Caso reale . . . . .	148
21.3 Utilità per la riduzione del rumore . . . . .	148
21.4 Amplificatori operazionali . . . . .	149
21.4.1 Simbolo circuitale . . . . .	149
21.4.2 Caratteristiche peculiari . . . . .	149
21.4.3 Circuito equivalente . . . . .	150
21.4.4 Caso ideale e reale . . . . .	151
21.4.5 Caratteristica di trasferimento . . . . .	151
21.4.6 Richiamo alla teoria dei sistemi . . . . .	152
21.5 Circuito sommatore . . . . .	156
21.6 Circuito sottrattore . . . . .	157
21.7 Integratore di Miller . . . . .	158
<b>22 I regolatori</b>	<b>161</b>
22.1 Un regolatore di tensione ideale . . . . .	161
22.2 Regolatore di tensione lineare serie . . . . .	162
22.2.1 Circuito con diodo Zener . . . . .	162
22.2.2 Circuito con amplificatore . . . . .	163
22.2.3 Limitazioni in frequenza . . . . .	163
22.3 Regolatori di corrente . . . . .	164
22.3.1 Un componente 78xx . . . . .	164
22.4 Regolatori switching (a commutazione non lineare) . . . . .	165
22.4.1 Regolatore forward . . . . .	166
22.4.2 Regolatore flyback . . . . .	169
22.5 Regolatori di tensione con trasformatore . . . . .	173
22.5.1 Regolatore forward con trasformatore in alta frequenza . . . . .	173
22.5.2 Regolatore flyback con trasformatore in alta frequenza . . . . .	174
22.6 Regolatore switching flyback completo con circuito di regolazione . . . . .	175
22.6.1 Componenti principali . . . . .	175
22.6.2 Funzionamento . . . . .	175
22.6.3 Criticità . . . . .	176
<b>23 Circuiti digitali</b>	<b>177</b>
23.1 Il segnale digitale . . . . .	177

23.2 Le tecnologie usate . . . . .	177
23.2.1 Famiglie Logiche MOS . . . . .	177
23.2.2 Famiglie logiche a transistor bipolare . . . . .	178
23.2.3 Inverter come esempio di circuito digitale . . . . .	178
23.3 Caratteristiche dei circuiti digitali . . . . .	179
23.3.1 Rigenerazione del segnale . . . . .	179
23.3.2 Margini di rumore . . . . .	180
23.3.3 Potenza dissipata . . . . .	180
23.3.4 Ritardo di propagazione . . . . .	180
23.3.5 Dissipazione dinamica di potenza . . . . .	181
23.3.6 Prodotto Delay-Potenza . . . . .	182
23.3.7 Fan in e Fan out . . . . .	183
23.4 Inverter CMOS . . . . .	183
23.4.1 Circuito . . . . .	183
23.4.2 Zone di funzionamento . . . . .	184
23.4.3 Caratteristiche di PMOS, NMOS e di uscita . . . . .	184
23.4.4 La caratteristica di trasferimento . . . . .	187
23.4.5 La zona di transizione . . . . .	188
23.4.6 Potenza dinamica dissipata dal CMOS . . . . .	189
<b>24 Circuiti logici</b> . . . . .	<b>193</b>
24.1 Inverter logico . . . . .	193
24.2 Schema generale di una porta logica . . . . .	193
24.3 Regole di progettazione . . . . .	194
24.4 Porte logiche NAND e NOR . . . . .	195
24.4.1 Porta logica NAND . . . . .	195
24.4.2 Porta logica NOR . . . . .	196
24.5 Porte logiche più complesse . . . . .	196
24.6 Osservazione e regole generali per le reti PUN e PDN . . . . .	197
24.7 La porta logica XOR . . . . .	197
24.8 Dualità con variabili non negate o non dirette . . . . .	198
24.9 Criteri di costo per i circuiti logici . . . . .	198
24.9.1 Costo in termini di area . . . . .	199
24.9.2 Costo in termini di tempo di commutazione . . . . .	199
24.9.3 Stima dei costi per porte NAND e NOR . . . . .	201
24.10 Protezione dalle scariche elettrostatiche . . . . .	203
24.10.1 Circuito di sicurezza . . . . .	204
24.10.2 Inconvenienti del circuito di sicurezza . . . . .	205

24.11 Logica Pass-transistor . . . . .	205
24.11.1 L'interruttore ideale . . . . .	207
24.11.2 Il Pass-Gate . . . . .	210
24.11.3 Differenze tra circuiti CMOS e con Pass-Transistor . . . . .	211
24.11.4 Considerazioni sulle differenze tra CMOS e Pass-Transistor . . . . .	213
24.12 Il dispositivo NE555 . . . . .	213
24.12.1 Vista esterna . . . . .	213
24.12.2 Schema interno . . . . .	214
24.12.3 Simbolo circuitale . . . . .	215
24.12.4 Zona di funzionamento . . . . .	215
24.12.5 Circuito astabile con NE555 . . . . .	216
24.13 Oscillatore ad anello . . . . .	219
24.13.1 Analisi grafica dell'oscillatore ad anello . . . . .	220
<b>25 Logica sequenziale</b>	<b>221</b>
25.1 Elementi di memoria statica . . . . .	221
25.1.1 Latch . . . . .	221
25.1.2 Flip flop S-R . . . . .	222
25.1.3 Flip Flop D . . . . .	225
25.1.4 Flip Flop D edge-triggered . . . . .	226
25.2 La memoria RAM . . . . .	227
25.2.1 Architettura delle RAM . . . . .	227
25.2.2 SRAM . . . . .	228
25.2.3 Il <i>sense amplifier</i> . . . . .	230
25.2.4 Circuito di pre carica . . . . .	231
25.2.5 DRAM . . . . .	232
25.2.6 Decoder e multiplexer . . . . .	235
25.3 Memorie ROM . . . . .	237
25.3.1 Memorie ROM con diodi . . . . .	237
25.3.2 Memorie ROM con MOS . . . . .	237
25.4 ROM programmabili . . . . .	239
25.4.1 PROM . . . . .	239
25.4.2 EPROM . . . . .	239
25.4.3 EEPROM . . . . .	241
25.5 Convertitori A/D e D/A . . . . .	244



# 0 README

Ho scritto questi appunti basandomi sul programma 22/23 del corso di Elettronica, ma non essendoci state variazioni sostanziali negli anni, dovrebbero essere validi anche per gli anni precedenti e, spero, anche per quelli successivi.

Per segnalare errori, imprecisioni o per qualsiasi altra cosa, potete contattarmi su Telegram: @genricoloni.

I file markdown originali, componenti il documento, sono disponibili in **QUESTA** repository GitHub: per chi volesse fare direttamente delle correzioni, può farlo tramite pull request a quella repo, e mi occuperò io di aggiornare questo file.

In questi appunti non è presente la parte sui convertitori A/D e D/A, perché ho ritenuto più che valide le **note messe a disposizione dal professore**.

Ringrazio Marco per aver messo a disposizione il suo **tool di compilazione** dei file markdown, Alessandra, Alessandro e Lorenzo per il loro contributo alla stesura di questi appunti, e Luca per aver condiviso con me i suoi appunti, che sono stati una delle basi di partenza per la stesura di questi.



# 1 Richiami di chimica

## 1.1 Il modello atomico di Bohr

Il modello di Bohr prevede un nucleo centrale, di carica positiva, e degli elettroni con carica negativa con un'orbita attorno al nucleo. La quantità di energia di un elettrone dipende dalla sua distanza dal nucleo, e queste quantità sono quantizzate. Il livello energetico viene identificato dal **numero quantico principale  $n$** . Viene poi introdotto il **numero quantico angolare  $l$**  che identifica la forma dell'orbita: questo numero quantico può assumere valori da 0 a  $n - 1$  e identifica la forma dell'orbita. Esistono poi il **numero quantico magnetico** e il **numero di spin**: in particolare quest'ultimo identifica lo spin dell'elettrone, che può assumere due valori,  $+\frac{1}{2}$  e  $-\frac{1}{2}$ . Grazie a questi 4 numeri quantici è possibile identificare univocamente ogni orbita elettronica, poiché non possono esistere elettroni facenti parte dello stesso atomo con tutti e 4 i numeri quantici uguali: tale principio è chiamato **principio di Esclusione di Pauli**. Con l'introduzione dei primi concetti di meccanica quantistica, alcune ipotesi del modello di Bohr non possono essere considerate valide: in particolare si introduce il concetto di **orbitale** in sostituzione di quello di orbita. L'orbitale infatti è una regione di spazio in cui elettroni ad un determinato livello energetico possono trovarsi con una certa probabilità. Continuano tuttavia ad essere validi i 4 numeri quantici, anche se viene data una grande importanza agli **elettroni di valenza**, ovvero gli elettroni presenti nel livello energetico più esterno, dato che sono quelli che andranno effettivamente a formare legami con altri atomi.

## 1.2 I tre tipi di legami tra atomo

### 1.2.1 Legame ionico

Si verifica tra ioni di carica opposta, dovuto alla mutua attrazione elettrostatica che si instaura tra un catione e un anione.

### 1.2.2 Legame metallico

Si forma tra ioni metallici, tutti gli elettroni di valenza sono liberi di muoversi nel reticolo metallico di atomi che forma il legame.

### 1.2.3 Legame covalente

Legame nel quale ogni atomo mette in compartecipazione gli elettroni dell'ultimo livello energetico. E' quello che verrà utilizzato per gli scopi del corso

## 1.3 Proprietà di Resistenza dei materiali

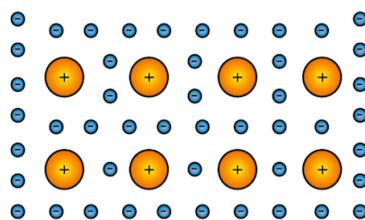
Dato un certo materiale di lunghezza  $l$  e sezione  $s$ , definisco **Resistenza** come  $R = \rho \cdot \frac{l}{s}$ . L'unità di misura di  $\rho$  è  $\Omega \cdot m$ , e quella di  $R$  è  $\Omega$ . Talvolta viene usata anche la **conducibilità**, definita come  $\sigma = \frac{1}{\rho}$ . Prendendo come riferimento questa proprietà, posso dividere in tre categorie i materiali:

- materiali **isolanti**, nel quale la corrente scorre molto difficilmente; hanno valori di  $\rho$  maggiori di  $10^5 \Omega \cdot cm$ ;
- materiali **conduttori**, nel quale la corrente scorre facilmente; hanno valori di  $\rho$  minori di  $10^{-2} \Omega \cdot cm$ ;
- materiali **semiconduttori**, nei quali abbiamo che  $10^{-2} \Omega \cdot cm < \rho < 10^5 \Omega \cdot cm$ .

La differenza di resistenza deriva dal tipo di legami tra gli atomi che compongono il materiale; il vantaggio dei semiconduttori è che è possibile variare facilmente il loro valore di  $\rho$  tramite un'operazione di droggaggio. Un esempio è quello del Silicio, che può diventare  $SiO_2$  ed essere perfettamente isolante, o invece essere un buon conduttore se drogato con altri elementi.

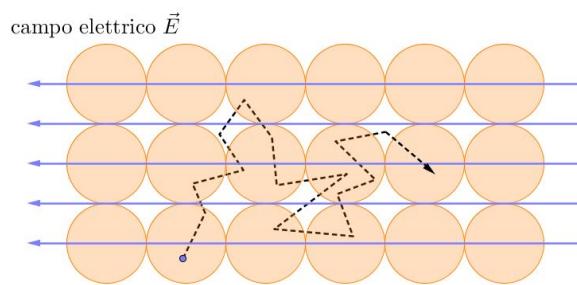
### 1.3.1 La conduzione elettrica nei metalli

Un reticolo metallico si presenta in questa forma (per semplicità rappresentata in due dimensioni):



**Figura 1.1:** Rappresentazione di un reticolo metallico

Se non applichiamo potenziali, non avremo alcuna corrente; gli elettroni sono comunque liberi di muoversi, con una certa velocità detta *velocità termica* pari a  $V_{termica} \approx 10^7 \text{ cm/s}$  a temperatura ambiente. Questo movimento è però casuale, e non corrisponde alla definizione di **corrente**, che invece è lo **spostamento netto di carica elettrica in un'unità di tempo**; in un movimento casuale avremo tante cariche che si spostano in una direzione quante se ne spostano nell'altra. Di conseguenza anche la media della velocità termica sarà **nulla**. Cosa cambia quando si applica un campo elettrico? Schematicamente, osserviamo che gli elettroni si muovono in direzione **opposta** a quella del campo elettrico.



**Figura 1.2:** Reticolo metallico con l'influenza del campo elettrico

Sperimentalmente si osserva che la media tra la velocità termica e la velocità dovuta dall'azione del campo elettrico è **non nulla**.



## 2 Modello di Drude

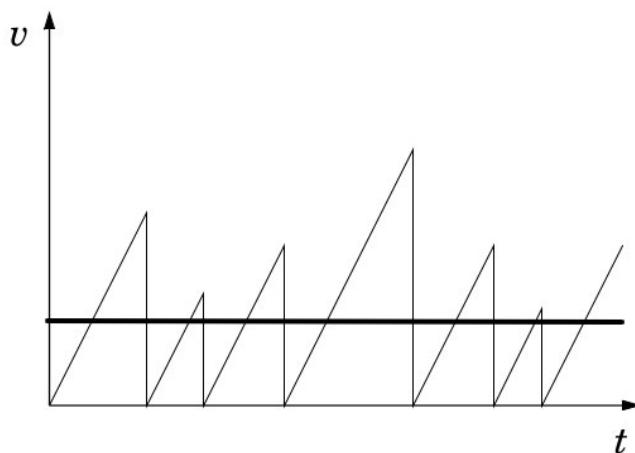
Il modello di Drude è stato introdotto nel 1900 dall'omonimo Paul Drude, e descrive con discreta precisione il comportamento dei materiali conduttori a livello ohmico. Si basa su alcune ipotesi semplificative:

- l'esistenza di un *gas di elettroni* libero di muoversi, equiparabile ad un gas vero e proprio;
- l'unica forza che agisce tra un urto tra un elettrone e un atomo è la forza del campo elettrico;
- gli urti tra elettroni e atomi sono perfettamente anelastici.

Vengono altresì considerati seguenti parametri:

- $\vec{E}$ , il campo elettrico, è costante;
- $a$ , l'accelerazione degli elettroni, è costante;
- $\vec{v}$ , la velocità degli elettroni, è lineare.

Prendendo in considerazione un singolo elettrone, posso tracciare il grafico  $\frac{V_{elettrica}}{\text{Tempo}}$ , dove  $V_{elettrica}$  è la velocità dovuta dal campo elettrico, posso fare alcune osservazioni:



**Figura 2.1:** Grafico Velocità-Tempo di un elettrone

Notiamo innanzitutto l'interruzione brusca del movimento degli elettroni: ciò è dovuto agli urti degli elettroni contro gli atomi presenti nel reticolo; essi sono completamente casuali, come è casuale la

direzione dell'elettrone dopo di esso. La velocità è lineare a causa dell'azione del campo Elettrico  $\vec{E}$  che, come detto, è costante. Ricavando il valor medio della velocità (nel grafico la linea orizzontale) si ottiene la **Velocità di Drift**. Essa avrà direzione **opposta** a quella del campo elettrico e, secondo il modello di Drude, si calcola a partire dal campo elettrico tramite la formula:  $V_d = \mu \cdot E$ , dove  $\mu$  è la **mobilità** degli elettroni. Considerando i vettori, otterrò infine  $\vec{V}_d = -\mu \cdot \vec{E}$

## 2.1 Calcolo della corrente

Prendiamo un considerazione un filo di lunghezza  $L$  e sezione  $A$ . Definiamo  $N$  il numero di **elettroni liberi** e  $T$  il tempo impiegato da un elettrone per attraversare il filo. Decidiamo di osservare la sezione  $A$  di filo per un tempo  $T$ . Per definizione abbiamo che la velocità degli elettroni sarà  $V_d = \frac{L}{T}$ , e la corrente sarà  $I = \frac{Q}{T}$ . La quantità di carica che attraversa la sezione  $Q$  è data da  $Q = N \cdot q$ , dove  $q$  è la carica di un elettrone ed è pari a  $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ . Quindi:  $I = \frac{N \cdot q}{T}$ .

La *densità di corrente* sarà pari a  $J = \frac{I}{A} = \frac{N \cdot q}{T \cdot A}$ , ma essendo  $T = \frac{L}{V_d}$  otterrò infine:  $J = \frac{N \cdot q \cdot V_d}{L \cdot A}$ , dove  $A \cdot L$  è il volume del filo. Definisco dunque  $n = \frac{N}{Volume}$  come *concentrazione degli elettroni nel materiale*. Quindi posso riscrivere la densità di corrente come:

$$J = n \cdot q \cdot \vec{V}_d$$

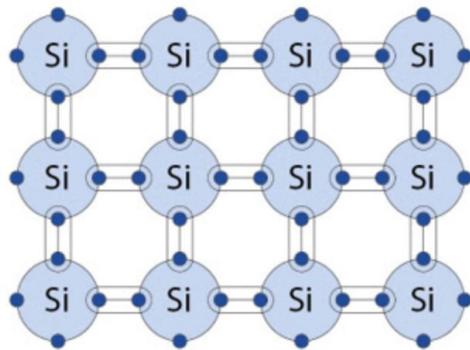
ottenendo quindi un legame di proporzionalità diretta tra *densità di corrente* e *campo elettrico*. Questa è anche definita come **Legge microscopica di Ohm**.

Posso ulteriormente riscrivere la legge di Ohm come  $J = \sigma \cdot \vec{E}$ , dove  $\sigma$  è la **conducibilità** del materiale: questo valore dipende ovviamente da  $n$  e da  $\mu_n$ ; per valori tipici avremo  $n = 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_n = 500 \frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$  e dunque  $\sigma \approx 10^5 [\Omega \cdot \text{cm}]^{-1}$ . Prendendo in considerazione il modello di Drude, tale approssimazione è effettivamente corretta.

# 3 Il Silicio

## 3.1 Il Silicio intrinseco

Iniziamo la trattazione introducendo il concetto di materiale **intrinseco**: un materiale è **intrinseco** se è composto unicamente da atomi dello stesso elemento. Di conseguenza quando ci riferiremo al **silicio intrinseco**, staremo considerando un reticolo cristallino formato unicamente da atomi di silicio, che condividono tutti gli elettroni dell'ultimo livello energetico in legami covalenti, come mostrato in figura:



**Figura 3.1:** Reticolo di Silicio Intrinseco

Per la trattazione, dovremo fare alcune ipotesi:

- se  $T = 0K$ , allora  $n = 0$  e  $\sigma = 0$ , che sono rispettivamente la concentrazione di elettroni e la conducibilità;
- a  $T_{ambiente}$  alcuni elettroni hanno energia sufficiente per allontanarsi dai legami, diventando quindi elettroni liberi.

Chiamerò  $n_i$  la concentrazione di elettroni liberi, e posso calcolare questo valore come:

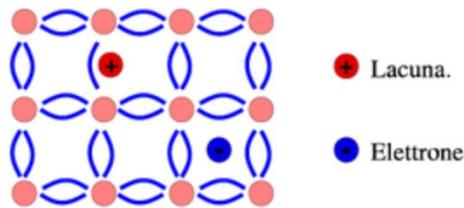
$$n_i^2 = B \cdot T^3 \cdot e^{-\frac{E_G}{K_B T}}$$

dove  $B$  è una costante dipendente dal materiale: nel Silicio vale  $1.08 \cdot 10^{31} K^{-3} cm^{-6}$ .  $E_G$  è detta *energia di Gap* ed è la quantità di energia necessaria per allontanare un elettrone dal suo legame

covalente. Nel Silicio vale  $1.12\text{eV}$ , mentre  $K_B$  è la costante di Boltzmann che vale  $8.617 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$ . A  $T_{ambiente}$ , quindi,  $n_i \approx 10^{10} \text{cm}^{-3}$ . Notiamo come il parametro che fa effettivamente variare questo valore è la Temperatura, che ha andamento esponenziale. In conclusione, sapendo che nel Silicio ci sono  $5 \cdot 10^{22} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$ , e dunque un numero di legami covalenti pari a  $2 \cdot 10^{23}$ , a temperatura ambiente abbiamo appena un legame rotto ogni  $10^{13}$

### 3.1.1 Il concetto di lacuna

Per effetto di un campo elettrico, un elettrone impegnato in un legame può *saltare* da un legame all'altro, eventualmente per coprire un buco lasciato da un elettrone che è riuscito a liberarsi dal legame. Posso considerare il buco dovuto al legame interrotto come una **carica positiva**, e la chiamerò **lacuna**: avrà una carica uguale ed opposta rispetto a quella dell'elettrone, e si muoverà in direzione concorde al campo elettrico.



**Figura 3.2:** Lacune ed elettroni in un reticolo

La loro mobilità sarà diversa: indicando con  $\mu_n$  la mobilità dell'elettrone, e con  $\mu_p$  quelle della lacuna, si osserva che  $\mu_n \approx 2.5\mu_p$ . Nel Silicio questi valori sono rispettivamente  $\mu_n = 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$  e  $\mu_p = 480 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$ . Introduciamo ora la **legge di azione di massa**: essa sarà valida solo all'equilibrio termodinamico, e afferma che  $n \cdot p = n_i^2$ . Utilizziamo tutti questi dati per calcolare la conducibilità del Silicio:

$$\sigma = n \cdot q \cdot \mu_n + p \cdot q \cdot \mu_p = 3 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$$

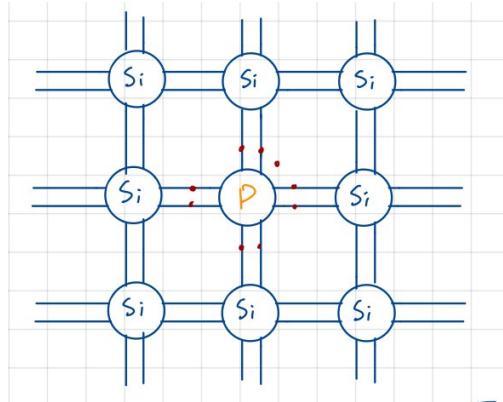
che lo renderebbe un cattivo conduttore. Questo ci porta all'introduzione del **Silicio drogato**.

## 3.2 Il Silicio drogato

Un materiale, in genere, si intende *drogato* quando sostituiamo alcuni suoi atomi dal reticolo intrinseco, inserendo altri atomi appartenenti a gruppi diversi. Con il Silicio è possibile effettuare due tipi di droggaggio: sostituzione con atomi del gruppo *V*, o con atomi del gruppo *III*.

### 3.2.1 Drogaggio con atomi del gruppo V

Gli elementi più comuni con il quale viene effettuato il drogaggio sono l'Arsenico *As*, e il Fosforo *P*. Essi posseggono 5 elettroni di valenza, dunque uno di essi non verrà coinvolto nei legami covalenti.

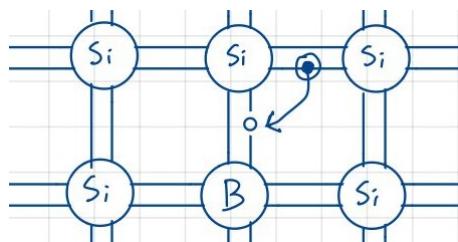


**Figura 3.3:** Reticolo di Silicio drogato con atomi del V gruppo

Questo elettrone non coinvolto avrà bisogno di **pochissima** energia per muoversi, e si aggiunge agli elettroni liberi generati termicamente. Non rompendo alcun legame, questi elettroni non danno vita a nuove lacune, sbilanciando quindi il numero di lacune ed elettroni liberi. Gli atomi del gruppo V sono detti *donatori* perché appunto ‘donano’ un elettrone nel reticolo, e diventano degli ioni positivi; la loro concentrazione viene indicata con  $N_D$ .

### 3.2.2 Drogaggio con atomi del gruppo III

L'elemento più comuni con il quale viene effettuato questo tipo di drogaggio è il Boro *B*, che possiede 3 elettroni di valenza; al contrario del drogaggio con atomi del gruppo V, qui manca un legame per raggiungere l'ottetto, creando artificialmente una lacuna.



**Figura 3.4:** Formazione di una lacuna con Silicio drogato con atomi del gruppo III

Questa lacuna verrà colmata da un altro elettrone che romperà il suo legame covalente. Gli atomi del gruppo III sono detti *accettori* perché appunto ‘accettano’ un elettrone nel reticolo, e diventano

degli ioni negativi; la loro concentrazione viene indicata con  $N_A$ .

### 3.3 Il drogaggio

I valori tipici per  $N_D$  e  $N_A$  sono compresi tra  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  e  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . Dobbiamo però considerare tra questi atomi, quelli che effettivamente donano o ricevono un elettrone, e si indicano con:

- $N_D^+$ : numero di atomi del gruppo  $V$  che effettivamente donano un elettrone;
- $N_A^-$ : numero di atomi del gruppo  $III$  che effettivamente ricevono un elettrone.

Si noti come entrambi i valori siano delle **concentrazioni**, e in entrambi i casi il numero di elettroni liberi non è più uguale al numero di lacune. Chiameremo quindi il drogaggio, rispettivamente:

- **Drogaggio N**, quando  $N_D > N_A$ ;
- **Drogaggio P**, quando  $N_D < N_A$ .

### 3.4 Calcolo di $p$ ed $n$

Questo calcolo è necessario per determinare la conducibilità del Silicio drogato. Partiamo dal presupposto che la somma delle cariche positive deve essere uguale a quella delle cariche negative, per la neutralità dei carica:

$$(+q)(p + N_D^+) = (+q)(n + N_A^-)$$

dove  $q$  è la carica dell'elettrone. Ricordiamo inoltre la legge di azione di massa:  $n \cdot p = n_i^2$

#### 3.4.1 Calcolo nel caso di drogaggio N

Per ipotesi abbiamo  $N_A = 0$ ,  $N_D^+ = N_D$  e  $n \approx N_D$ , dunque il numero di elettroni liberi è circa uguale al numeri di quelli drogati: risulterà dunque che  $p = \frac{n_i^2}{N_D}$ . Sapendo che  $n_i^2 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ , ottengo che  $p = 10^2 \text{ cm}^{-3}$  e  $n = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . Confrontando questo risultato con quello del Silicio intrinseco, notiamo che la generazione termica continua ovviamente ad essere presente, ma viene aiutata in modo significativo dal drogaggio: ci sono molti più elettroni liberi che possono riempire più facilmente le lacune. Gli elettroni che predominano, in questo caso  $n$ , vengono detti *maggioritari*, mentre in questo caso i  $p$  saranno *minoritari*: abbiamo un semiconduttore di tipo  $N$  proprio a causa dello sbilanciamento a favore degli elettroni.

### 3.4.2 Calcolo nel caso di drogaggio P

In questo caso la situazione è la seguente:  $p \approx N_A$ ,  $n \approx \frac{n_i^2}{N_A}$ . Tramite un esempio numerico vediamo che  $n = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ,  $p = 10^5 \text{ cm}^{-3}$  e  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

Inoltre  $\mu_n = 1320 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$  e  $\mu_p = 460 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$ : sono valori leggermente diversi dai precedenti a causa dell'indebolimento del reticolo dovuto dal drogaggio.  $\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p = 0.2 [\Omega \cdot \text{cm}]^{-1}$ , e  $\rho = \frac{1}{\sigma} = 4.7 \Omega \cdot \text{cm}$

### 3.4.3 Considerazioni sul drogaggio

Rispetto al caso intrinseco, la resistività è scesa di 5 ordini di grandezza, ma quali sono le proporzioni tra gli atomi? Ho inserito  $10^{15} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$ , il Silicio ha  $5 \cdot 10^{22} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$ , dunque ho inserito un atomo drogante ogni  $10^7$  atomi di Silicio. Ne ricavo che il drogaggio del Silicio ha un effetto molto potente in termini di modifica della proprietà di resistività di un materiale, e che è possibile variare il livello di drogaggio per ottenere caratteristiche e proprietà diverse, adattabili al contesto di utilizzo.

## 3.5 Calcolo della conducibilità al variare della temperatura

La formula desiderata è la seguente:

$$\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p = f(T)$$

dove  $f(T)$  è una funzione che dipende dalla temperatura. Andiamo a considerare ogni parametro in modo separato:

- $q$ : carica dell'elettrone,  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , e rimane ovviamente identica;
- $\mu_n$  e  $\mu_p$ : mobilità degli elettroni, dipende dalla temperatura e dal tipo di drogaggio. Questo perché a temperature maggiori, le oscillazioni sono più rapide, aumentando la probabilità e la frequenza degli urti tra elettroni e atomi. Nello specifico, la mobilità è inversamente proporzionale alla temperatura con un fattore pari a  $T^{-\frac{3}{2}}$
- $p$  ed  $n$ : dipendono principalmente dal tipo di drogaggio.

### 3.5.1 Caso con Silicio intrinseco

Abbiamo che  $n = p = n_i$ ; sappiamo inoltre che l'aumento della temperatura  $T$ , e dunque l'aumento dell'energia termica, è sufficiente per rompere alcuni legami covalenti. Ciò porta all'incremento esponenziale di  $n$  e  $p$ , che prevale dunque sul decremento di  $\mu_n$  e  $\mu_p$ : possiamo dunque affermare che  $\sigma$  **aumenta con la temperatura**.

### 3.5.2 Caso con Silicio drogato

In questo situazione  $n \neq p$ . Prendendo il Silicio drogato di tipo  $P$ , avremo:

- $p = N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ , che è un valore costante in quanto dipende solo dal tipo di drogaggio;
- $n = \frac{n_i^2}{N_A}$ , che invece aumenta, dato l'incremento di  $n_i$  con la temperatura.

Ricordando che nell'ultimo caso stiamo parlando di **portatori minoritari**, essi avranno una concentrazione, e dunque un impatto, **trascurabile** rispetto ai portatori maggioritari  $p$ . In sostanza, avremo un decremento della mobilità, ovvero  $\sigma$  **diminuisce con la temperatura**.

### 3.5.3 Considerazioni

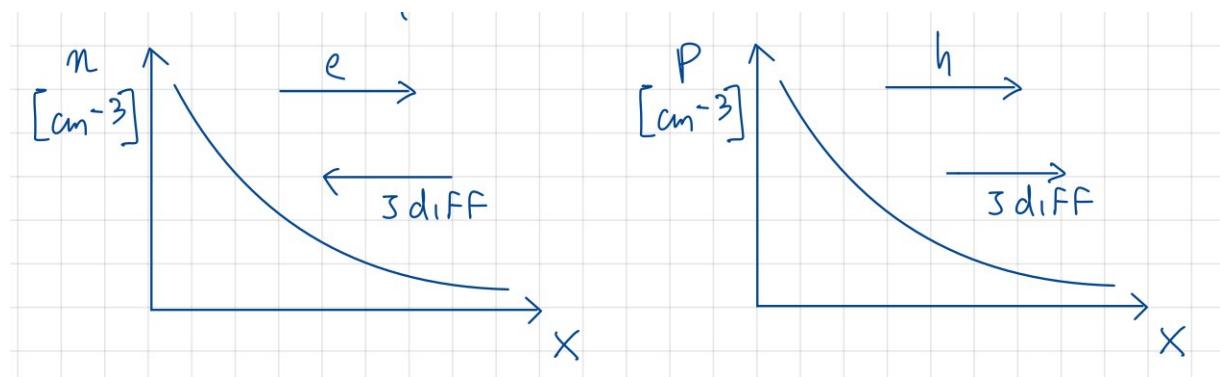
E' necessario monitorare i cambi di temperatura nel Silicio, in quanto essa influisce sul comportamento dello stesso, portando a conseguenza rilevanti sulle sue stesse proprietà. I cambiamenti di conducibilità, e dunque della conducibilità, possono essere utilizzati per ottenere informazioni sulla temperatura del materiale.

## 4 Corrente di diffusione

Osserviamo che le cariche mobili si spostano da zone a maggior concentrazione a quelle con concentrazione minore per agitazione termica. Questo movimento di cariche causa quella che viene chiamata **corrente di diffusione**, che esiste proprio a causa della presenza di questo gradiente di concentrazione di portatori, ed è complementare a quello della corrente di drift.

### 4.1 Calcolo della corrente di diffusione

Tracciamo dei grafici con concentrazione come ordinata:



**Figura 4.1:** Grafico della concentrazione di elettroni e lacune

Ricordiamo che  $n$  indica la concentrazione di elettroni liberi, e  $p$  quella delle lacune, mentre  $e$  sono gli elettroni e  $h$  le lacune. Il grafico rappresenta lo spostamento di elettroni e lacune lungo in gradiente, e la corrente risultante dal fenomeno. Ricordando che  $D_N$  rappresenta la **densità della corrente di diffusione**, calcoliamo la corrente di diffusione per gli elettroni:

$$J_{NDiff} = (-q)D_N \left( -\frac{dn}{dx} \right) = q \cdot D_N \frac{dn}{dx} \rightarrow \text{corrente negativa}$$

che implica una  $J$  negativa. Allo stesso modo, calcoliamo la corrente di diffusione delle lacune:

$$J_{PDiff} = (+q)D_P \left( -\frac{dp}{dx} \right) = -q \cdot D_P \frac{dp}{dx} \rightarrow \text{corrente positiva}$$

#### 4.1.1 Legame tra $D_N$ e $D_P$

Assumiamo  $D_N = 34 \frac{cm^2}{s}$  e  $D_P = 12 \frac{cm^2}{s}$ , allora vale la **Relazione di Einstein**:

$$\frac{D_P}{\mu_P} = \frac{D_N}{\mu_N} = \frac{K_B T}{q} = V_T$$

$V_T$  è **Thermal Voltage**, ovvero la tensione che si genera ad una data temperatura; a 300K,  $V_T = 0.0259V$ .

## 4.2 Corrente di diffusione totale

La corrente di diffusione totale è la somma delle correnti di diffusione degli elettroni e delle lacune:

$$J_{Diff} = J_{NDiff} + J_{PDiff} = q \cdot D_N \frac{dn}{dx} + q \cdot D_P \frac{dp}{dx}$$

#### 4.2.1 Densità di corrente totale

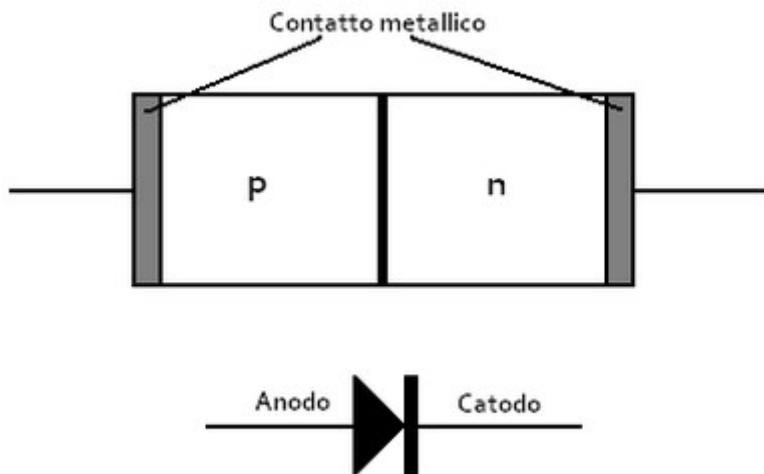
La densità di corrente totale è la somma delle correnti di drift e di diffusione:

$$J_{Tot} = J_{Drift} + J_{Diff} = q \cdot D_N \frac{dn}{dx} - q \cdot D_P \frac{dp}{dx} + q\mu_n n E + q\mu_p p E$$

# 5 La Giunzione PN

## 5.1 Definizione

La Giunzione PN è un dispositivo formato da due parti di Silicio drogato, una di tipo *P* e l'altra di tipo *N*. Mettendo all'estremo del dispositivo dei contatti andremo a formare un **diodo**

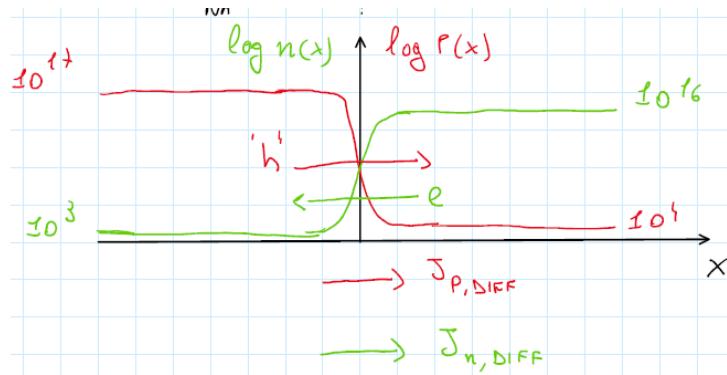


**Figura 5.1:** Rappresentazione fisica e simbolo circuitale di una giunzione PN

E' un dispositivo di importanza rilevante perché è *unidirezionale*, ovvero permette lo scorrere della corrente **solo in una direzione**, da anodo ('lato' *P*) a catodo ('lato' *N*).

## 5.2 Analisi senza sollecitazioni esterne

Analizziamo  $V_{AK}$  e  $I_{AK}$ , ovvero la tensione e la corrente che scorrono tra anodo e catodo. Senza sollecitazioni esterne, questo non possono che essere **nulle**. Verifichiamo la correttezza di questa ipotesi: consideriamo di essere a temperatura ambiente, che  $N_A = P_p = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_p = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_N = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  e  $P_n = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ .

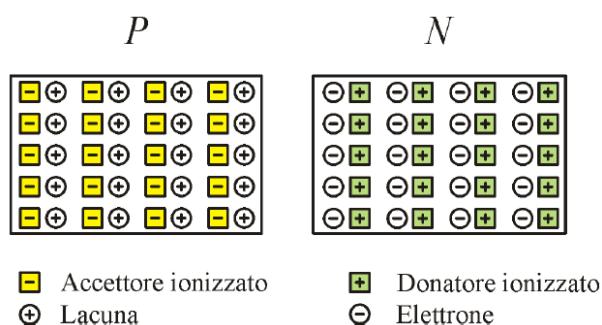


**Figura 5.2:** Grafico della concentrazione di elettroni e lacune in funzione alla loro posizione nella giunzione

Per diffusione, le lacune  $h$  tenderanno a spostarsi dalla zona  $P$  alla zona  $N$ , mentre gli elettroni avranno comportamento opposto, risultando comunque in **due correnti con stessa direzione e stesso verso**. Queste correnti sono però entrambe positive, e farebbero risultare una corrente interna al dispositivo senza alcuna sollecitazione esterna, il che è ovviamente **impossibile**. Deve dunque esistere un'altra corrente che si oppone alla corrente di drift: un'ipotesi è che possa esistere all'interno della giunzione un **campo elettrico** che possa causare un'ulteriore corrente che annulli quella di drift. Il campo dovrebbe essere **necessariamente interno**, in virtù dell'ipotesi di equilibrio termodinamico che abbiamo fatto.

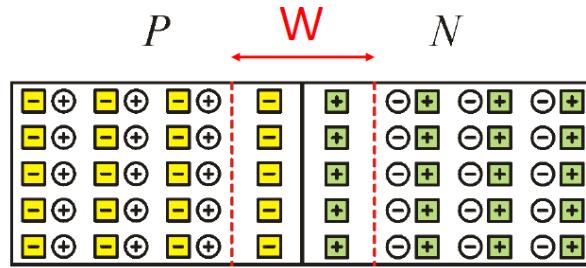
### 5.2.1 Studio del campo elettrico interno alla Giunzione

Ingrandiamo la zona di congiunzione tra la parte P e la parte N:



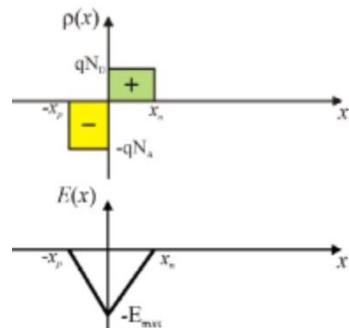
**Figura 5.3:** Elettroni e lacune nelle zone P ed N

Al momento dell'unione tra le parti P ed N, le lacune come detto si dirigono verso la parte N, e gli elettroni verso la zona P, per diffusione, combinandosi gli uni con le altre. Dopo l'unione, il dispositivo si presenterà in questa forma:



**Figura 5.4:** La formazione della zona di svuotamento

La zona  $W$  sarà detta **zona di svuotamento**, e ha la peculiarità di essere composta unicamente da cariche **fisse**, senza alcuna carica mobile: saranno dunque due zone con **carica netta** positiva e negativa, in una situazione analoga a quella di un condensatore; di conseguenza, esisterà un campo elettrico. La zona di svuotamento **NON** può essere di lunghezza infinita, perché la stessa forma una barriera energetica che si oppone alla diffusione di cariche libere tra i due semiconduttori: esse inizieranno a diffondersi, ma arrivati ad un equilibrio tra la diffusione e tale barriera, il processo di crescita della zona di svuotamento verrà limitato dato dal fatto che le cariche non riusciranno ad attraversare tale barriera.



**Figura 5.5:** Alcuni grafici relativi alla zona di svuotamento

Passando ai calcoli, troveremo:

$$Q^+ = (qN_D x_k) = Q^- = (qN_A x_p)$$

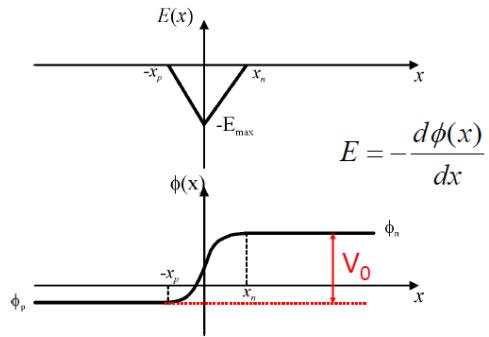
e dunque

$$N_D x_k = N_A x_p$$

con  $W = x_k + x_p$ . In caso di drogaggi differenti, anche le zone appariranno differenti, ma la loro area sarà uguale.

### 5.2.2 Il potenziale interno

Dalle equazioni dell'elettrostatica, ricordiamo che  $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}$ , quindi l'esistenza del campo elettrico è garantita. Inoltre,  $E = -\frac{d\phi(x)}{dx}$ . Guardando il grafico:



**Figura 5.6:** Grafico di flusso e della barriera di potenziale nella zona di svuotamento

Si ricava che esiste una **differenza di potenziale**  $V_0$  ai capi della zona di svuotamento, chiamato **potenziale interno**, o **di built-in**. Questo potenziale è quello che impedisce al processo di diffusione di continuare in modo indefinito: le lacune si spostano da  $P$  verso  $N$ , e gli elettroni da  $N$  verso  $P$ , ma entrambi vengono contrastati nel loro movimento dal campo elettrico. Di fatto, **le correnti di diffusione vengono contrastate dalle rispettive correnti di drift**: tramite questa affermazione, dimostriamo il perché la corrente risulti nulla. Il potenziale interno è calcolabile tramite la seguente formula:

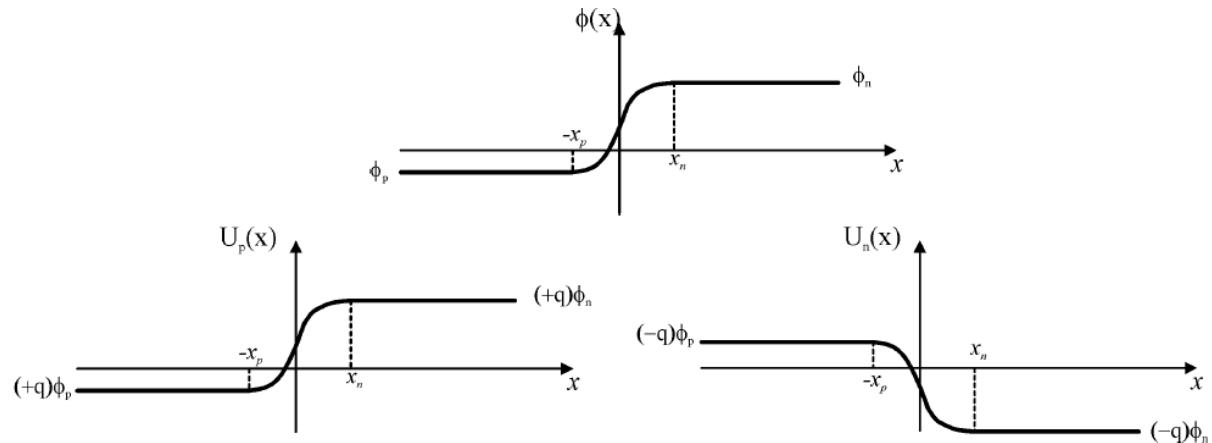
$$V_0 = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

ed ha un valore generalmente compreso tra  $0.6 \div 0.8V$ .

### 5.2.3 La barriera di potenziale

Quando una lacuna vuole passare, per diffusione, dalla zona  $P$  alla zona  $N$ , deve superare una barriera di potenziale, che è la differenza di potenziale tra la zona  $P$  e la zona  $N$ .

Tuttavia non tutte le lacune hanno abbastanza energia potenziale per superarla; sono invece favorite in questo processo le **cariche minoritarie della zona  $N$** , ovverosia le lacune generate termicamente vicino alla zona di svuotamento nella parte  $N$ , poiché il campo elettrico è loro favorevole e non le respinge, **generando una piccola corrente di drift**. Tale corrente di drift deve contrastare una corrente di diffusione anch'essa piccola, perché la barriera respinge la maggior parte delle lacune che invece vorrebbe passare. In conclusione, avremo una corrente di drift che tende a compensare la corrente di diffusione, e quindi una corrente totale nulla.

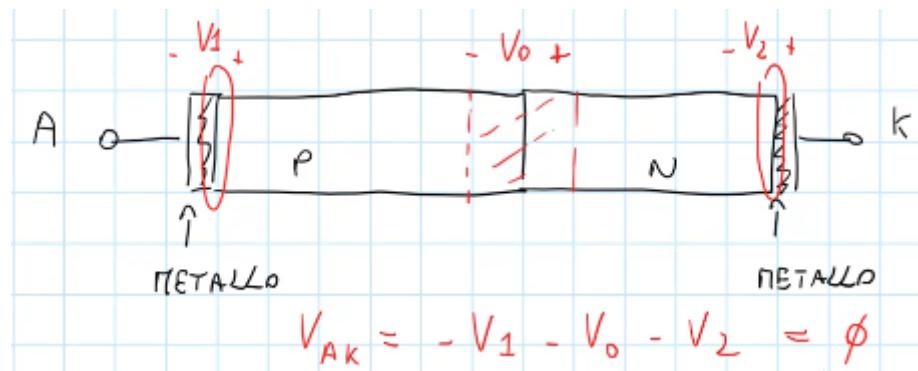


**Figura 5.7:** Comportamento della barriera di potenziale

Vale invece il discorso opposto per gli elettroni che da  $N$  vogliono passare a  $P$ : alcuni elettroni che hanno sufficiente energia per passare la barriera, e alcuni minoritari generati termicamente. La conclusione è però la medesima: la corrente di drift e quella di diffusione si equivalgono in verso opposto, risultando in una corrente nulla. Di conseguenza, annullate tra di loro correnti di drift e di diffusione per la parte  $P$  e la parte  $N$ , la corrente totale sarà nulla come da ipotesi.

#### 5.2.4 Potenziale ai capi del Diodo

Rimane ancora una domanda al quale rispondere: perché la tensione ai capi del diodo è nulla nonostante abbiamo dimostrato l'esistenza di un potenziale interno al materiale? Essa risulterà compensata dai potenziali che si formano al contatto dei semiconduttori e i diodi metallici esterni, e saranno tali che la somma di questi potenziali sia nulla.



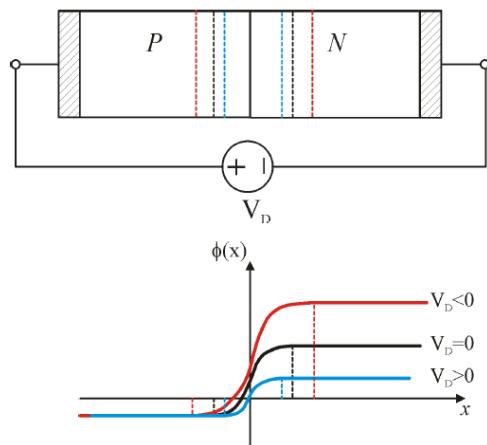
**Figura 5.8:** Tensioni di riferimento nella Giunzione PN

I principi della termodinamica mi dicono che ai capi del diodo non ho una differenza di potenziale,

perché se così fosse saremmo stati in grado di ottenere una tensione da un oggetto in equilibrio termodinamico, potendo quindi ottenere energia senza applicare un lavoro; ciò è ovviamente impossibile perché violerebbe il secondo principio della termodinamica. Quindi quello che accade è che il potenziale  $V_0$  è solo un potenziale interno al materiale che esso stesso si è costruito, da cui il nome *built-in*, che è presente internamente: esso influenza sul comportamento del materiale stesso, e non è rilevabile dall'esterno. Questo perché anche provando a misurarlo, avremmo bisogno di contatti, che genererebbero a loro volta zone di svuotamento quando unite al nostro semiconduttore, che avrebbero a loro volta cadute di potenziale di segno tale da andare a compensare esattamente  $V_0$ .

### 5.3 Analisi della Giunzione Polarizzata

Applichiamo una tensione, tramite ad esempio un generatore, ai capi dei contatti metallici del diodo: essa non andrà a modificare le zone neutre, ma si limiterà a modificare la barriera di potenziale analizzata in precedenza.



**Figura 5.9:** Giunzione Polarizzata da una tensione esterna

A seconda del valore della tensione applicata, in particolare al segno della stessa, avremo un comportamento diverso del valore della tensione di *built-in*, come visibile qualitativamente anche dal grafico.

#### 5.3.1 Potenziale positivo

In questo caso il potenziale tra  $P$  ed  $N$  **diminuirà**, e con esso anche la barriera di potenziale. Questo farà sì che la corrente di diffusione **aumenterà in modo esponenziale**. Possiamo affermare ciò

in virtù del fatto che le lacune che possono andare da  $P$  verso  $N$  aumenteranno in numero, e così faranno anche gli elettroni che vanno da  $N$  verso  $P$ ; la corrente di drift rimarrà **invariata** perché, anche se l'intensità del campo elettrico aumentasse, i portatori coinvolti resterebbero nello stesso, esiguo, numero, a patto di considerare costante il numero di portatori minoritari generati termicamente, e la temperatura stessa. Quindi la corrente di diffusione aumenterà, mentre quella di drift rimarrà uguale. Dunque, avremo che la corrente totale **non sarà più nulla**: essa **scorrerà da  $P$  verso  $N$**  e varierà esponenzialmente in base a  $V_0$ .

### 5.3.2 Potenziale negativo

La situazione è logicamente inversa rispetto al caso precedente: il potenziale  $V_0$  andrà ad aumentare, e così farà anche la barriera di potenziale. Troveremo una diminuzione esponenziale della corrente di diffusione, che tenderà a 0, mentre la corrente di drift rimane invariata. La corrente totale risultante avrà un valore compreso tra  $10^{-18}$  e  $10^{-9}$ , con direzione da  $N$  verso  $P$ .

### 5.3.3 La giunzione come oggetto rettificante

Dopo aver considerato il comportamento della giunzione nei casi di tensione positiva e negativa, possiamo affermare che essa è un **oggetto rettificante**, in quanto solo quando viene applicata una tensione positiva avrà una corrente da  $P$  ad  $N$ , dovuta ai portatori maggioritari; nel caso di tensione negativa risulta infatti una corrente piccola che scorre da  $N$  verso  $P$ , dovuta ai portatori minoritari. Un circuito è detto **rettificatore**, o *raddrizzatore* quando trasforma un segnale alternato in uno unidirezionale, sempre positivo o negativo.

### 5.3.4 La zona di svuotamento

Anche la zona di svuotamento subisce l'influenza della tensione applicata ai capi del diodo: la sua larghezza **aumenta in polarizzazione inversa**, e **diminuisce in polarizzazione diretta**. Infatti, la barriera di potenziale aumenta perché il campo elettrico è più intenso, e ciò è dovuto al maggior numero di cariche fisse nella zona di svuotamento, che non sono più compensate dalle cariche mobili che si spostano per l'aumento della zona stessa. In generale l'espressione della larghezza della zona di svuotamento dipende dal droggaggio e dal potenziale di *built-in*, ed è la seguente:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \cdot (V_0 - V_D)}$$

Riassumendo:

- $V > 0$ : la barriera di potenziale **diminuisce**, e  $W$  con essa;
- $V < 0$ : la barriera di potenziale **aumenta**, e  $W$  con essa.

### 5.3.5 L'equazione di Shockley per la corrente

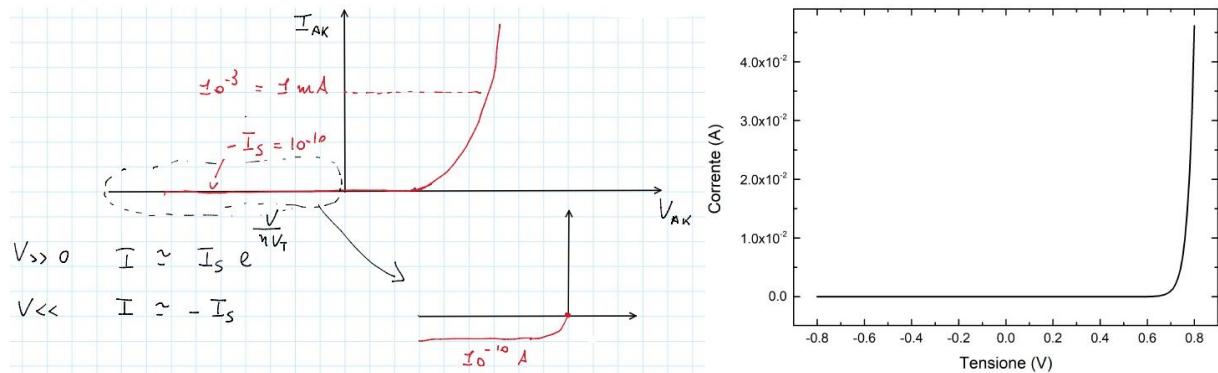
La corrente che scorre nel diodo è detta  $I_{AK}$ , viene scelta in verso positivo da P verso N, ed è data dall'equazione del **Modello di Shockley**:

$$I_{AK} = I_S \left( e^{\frac{V_D}{\eta V_T}} \right)$$

dove:

- $V_T = \frac{kT}{q} \approx 26mV@300K$ , è la tensione termica ai terminali del diodo;
- $I_S \in [10^{-18} \div 10^{-9}]$ , è la corrente inversa di saturazione;
- $\eta \in [1 \div 2]$ , è il fattore di idealità dipendente dai materiali.

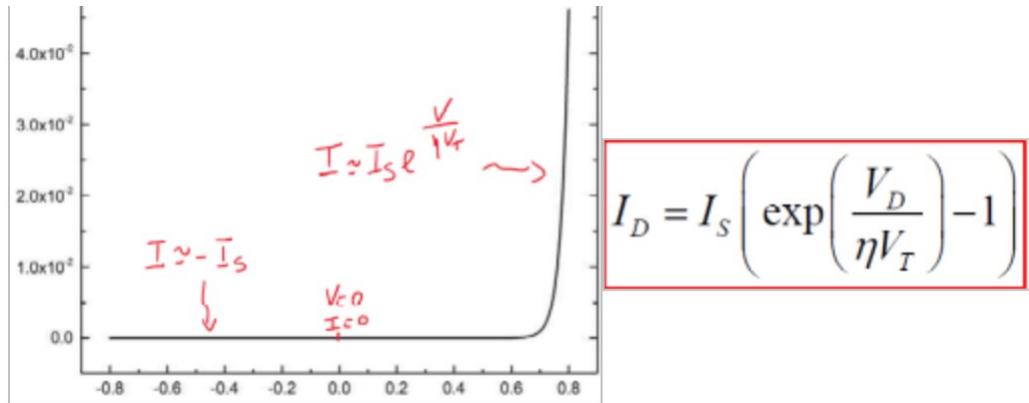
In conclusione, possiamo affermare che la corrente scorre nel dispositivo in quantità non trascurabile solo se viene applicato ad esso un **potenziale positivo** tra Anodo e Catodo, tale da far abbassare la barriera energetica; quando gli viene applicato un potenziale negativo, invece, la corrente è si diversa da zero, ma sarà costante e negativa, in valore trascurabile. Alcuni valori tipici sono riassunti nei seguenti schemi:



**Figura 5.10:** Relazioni tra Corrente e Tensione tra Anodo e Catodo

### 5.4 Zone di funzionamento

Le **zone di funzionamento** individuano valori di tensione e corrente tipici che risultano in comportamenti differenti del dispositivo.

**Figura 5.11:** Zona di funzionamento

Nella giunzione PN, le principali zone di funzionamento sono:

- **polarizzazione inversa:**  $V_D < 0$ , il fattore  $-1$  nell'equazione è predominante rispetto all'esponenziale, che risulta in  $I_D \approx -I_S$ . La corrente che scorre è dovuta solamente alle componenti di drift e dunque ai minoritari, il che ci fa capire che essa sia molto piccola;
- **polarizzazione nulla:**  $V_D = 0$ , la corrente è nulla. Grazie a ciò ricordiamo che l'equazione del modello di Shockley passa per lo 0;
- **polarizzazione diretta:**  $V_D > 0$ , la corrente è data dall'esponenziale, che è predominante rispetto al fattore  $-1$ .

Riassumendo, abbiamo questi comportamenti:

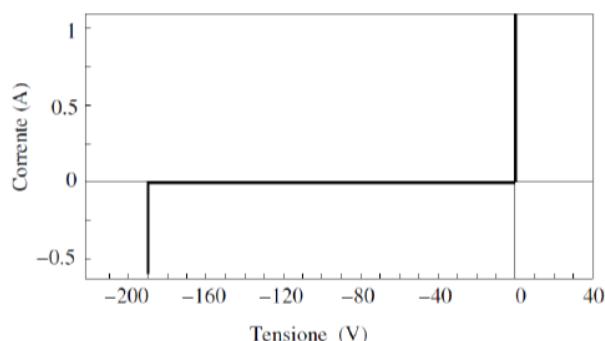
$$\begin{aligned} &\text{Polarizzazione diretta } (V_D > 0) \\ &V_D \geq +4V_T \quad (e^4 = 54.6) \quad \rightarrow \quad I_D \approx I_S \exp\left(\frac{V_D}{V_T}\right) \\ &\text{Polarizzazione inversa } (V_D < 0) \\ &V_D \leq -4V_T \quad (e^{-4} = 0.018) \quad \rightarrow \quad I_D \approx -I_S \\ &\text{Polarizzazione nulla } (V_D = 0) \quad \rightarrow \quad I_D = 0 \end{aligned}$$

**Figura 5.12:** Riassunto sulle zone di funzionamento



## 6 Il fenomeno del Breakdown

Tra le zone di comportamento elencate precedentemente ne abbiamo escluso una, che è quella della **forte inversione**: si verifica quando  $V_D \ll 0$ , e la corrente inversa aumenta in modo repentino; solitamente si verifica per  $V_D < 70V$ . Quando il diodo è polarizzato in inversa, abbiamo già visto come la zona  $W$  aumenti, coi come aumenta il campo elettrico ai capi della stessa e la barriera di potenziale: i portatori non possono più passare così facilmente la barriera, mentre le correnti di drift restano piccole. Questo perché solo i portatori minoritari possono passare la giunzione metallurgica, sfruttando il campo elettrico favorevole, ma abbiamo il solito limite che i portatori minoritari sono pochi, e quindi la corrente è piccola. Quindi, per tensioni elevate, deve esistere un fenomeno che **aumenti il passaggio di portatori attraverso la giunzione**. Questo fenomeno è chiamato **breakdown**, e si compone di due fenomeni separati.



- Breakdown Zener: il breakdown Zener può essere descritto come la conseguenza della rottura dei legami covalenti nella zona di svuotamento causata dall'elevato campo elettrico.
- Breakdown a valanga: si verifica quando il campo elettrico nella zona di svuotamento può accelerare i portatori minoritari che attraversano la zona stessa fino a una velocità tale da rompere i legami covalenti degli atomi con cui collidono.

**Figura 6.1:** Effetti Zener e a valanga

## 6.1 Effetto Zener

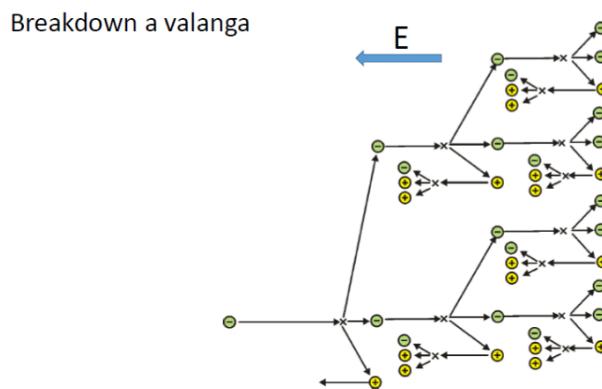
In questo caso l'aumento di portatori è legato all'aumento dell'intensità del campo elettrico. Esso infatti diventa tale da **rompere alcuni legami covalenti** all'interno della zona di svuotamento. Si generano dunque nuovi elettroni liberi e lacune che, trovando un campo elettrico favorevole al passaggio, determineranno un aumento della corrente.

### 6.1.1 Influenza della temperatura sull'effetto Zener

Una temperatura maggiore implica maggiore energia degli elettroni, per cui è più semplice rompere i legami covalenti. In sostanza, alte temperature amplificano l'effetto Zener. A parità di corrente, dunque, la  $V_{Br}$ , ovvero la **tensione di Breakdown**, diminuisce.

## 6.2 Effetto a valanga

Questo effetto implica che alcuni portatori minoritari acquisiscano, tramite l'elevato campo elettrico, un'energia tale da rompere un legame covalente quando essi si scontrano contro un atomo, portando alla formazione di nuove coppie elettrone-lacuna. Tale processo si chiama **processo di ionizzazione dell'atomo**. Il nome deriva dal fatto che, dopo un urto e la formazione di una coppia elettrone-lacuna, entrambi questi elementi vengono accelerati: essi urteranno altri atomi, formando a loro volta nuove coppie elettrone-lacuna, e così via; questo fenomeno viene anche alimentato dalla forte intensità del campo elettrico.



**Figura 6.2:** Schematizzazione del breakdown a valanga

### 6.2.1 Influenza della temperatura sull'effetto a valanga

All'aumentare della temperatura, i portatori hanno un'energia minore dopo un urto, per cui diventa più difficile per loro rompere altri legami. Tuttavia, aumentando la temperatura, aumenteranno anche le vibrazioni degli atomi, per cui la frequenza di urti tra elettroni e atomi aumenterà. Quindi a parità di corrente, la  $V_{Br}$  deve aumentare.

## 6.3 Considerazioni in relazione alla generazione termica

I due effetti sopra presentati si vanno a sommare alla generazione termica già presente, la quale diventa trascurabile rispetto ad essi; in generale il breakdown aumenta all'aumentare della tensione, fino al punto in cui le correnti inverse **non sono più trascurabili**. Infine, non è generalmente possibile sapere quale dei due effetti è preponderante in confronto all'altro.



# 7 I diodi Zener

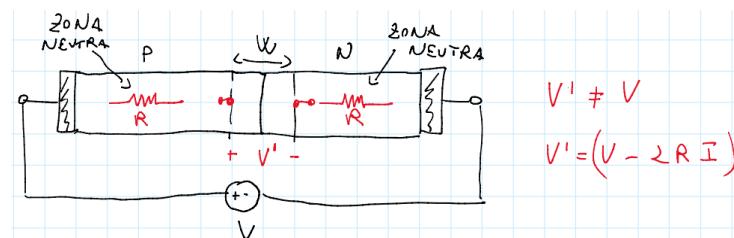
Nei diodi visti fino ad ora, il fenomeno del breakdown si presentava solamente per tensioni inverse particolarmente elevate; esiste tuttavia una categoria specifica di diodi che permette che questo fenomeno si verifichi anche a tensioni con modulo molto basso, nell'ordine di una decina di Volt. Questi dispositivi sono chiamati **diodi Zener**, e in essi si verificano entrambi i fenomeni del breakdown visti in precedenza, ma a **tensioni diverse**:

- nei diodi con  $|V_{Br}| > 7V$ , predomina la **moltiplicazione a valanga**;
- nei diodi con  $|V_{Br}| < 5V$ , predomina l'**effetto Zener**;
- nei diodi in cui  $5V < |V_{Br}| < 7V$ , **si verificano entrambi i fenomeni**.

## 7.1 Caso di correnti elevate

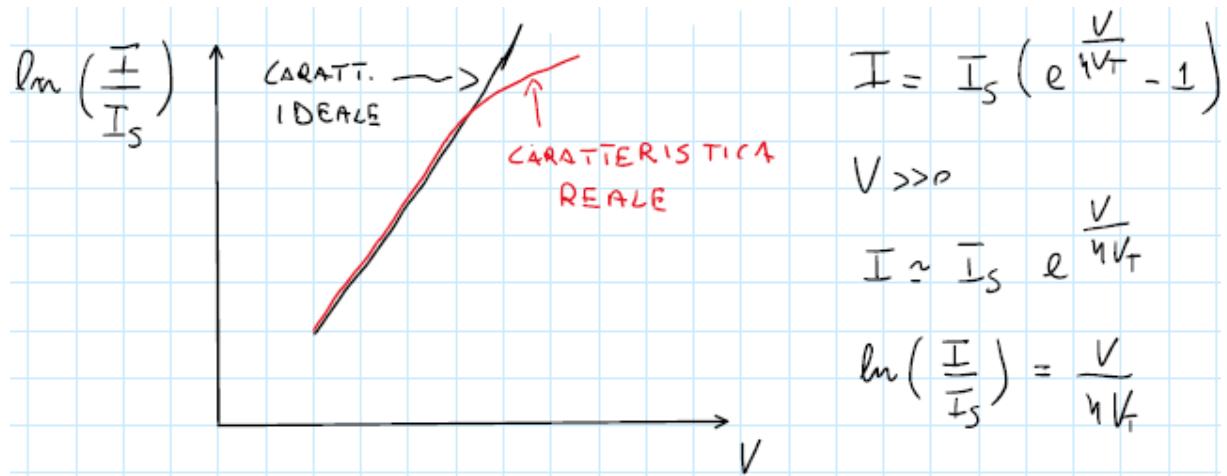
C'è un'ulteriore zona di funzionamento che dovremo considerare: quella in cui  $V_D \gg 0$ ; in questo caso avremo delle correnti **molto elevate**, tali da non poter più trascurare gli effetti delle resistenze in serie.

Durante la trattazione delle giunzioni PN, abbiamo giustamente ipotizzato che tutta la tensione applicata dall'esterno **cadesse ai capi della zona di svuotamento**, e abbiamo trascurato le cadute di potenziale nelle zone neutre; in realtà esse hanno una certa resistenza, minore di  $1\Omega$ , che diventa non trascurabile quando in esse scorre una corrente abbastanza elevata. Di conseguenza, la tensione efficace che vediamo applicata alla barriera di potenziale è **più piccola** di quella che abbiamo applicato all'esterno; essa sarà  $V_D$  **meno** la caduta di potenziale sulle resistenze delle zone neutre.



**Figura 7.1:** Tensioni su Giunzione PN

Ciò vuol dire che all'aumentare della tensione, la corrente aumenta ancora meno di quanto ci aspettassimo. Se per valori di tensione trascurabili il modello di Shockley rappresenta correttamente l'andamento della tensione, ciò non è vero per tensioni non più trascurabili:

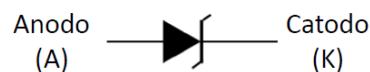


**Figura 7.2:** Andamento logaritmico della corrente nel caso ideale e nel caso reale

## 7.2 Simboli circuituali dei diodi Zener

I diodi Zener sono rappresentati con un simbolo specifico, che è una variante del simbolo dei diodi normali:

DIODO ZENER



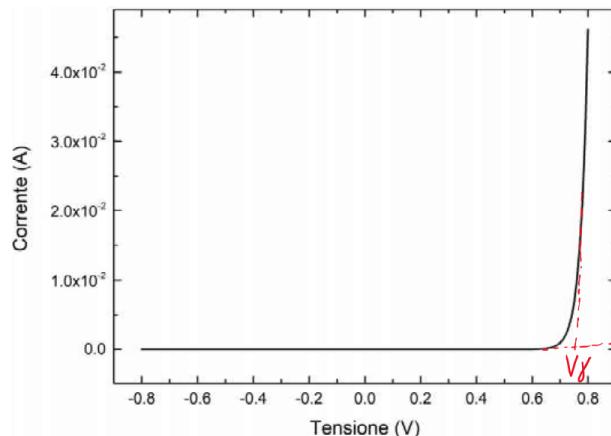
**Figura 7.3:** Simbolo diodi Zener

# 8 Metodi risolutivi per circuiti con diodi

Per la risoluzione dei circuiti con diodi dovremo scegliere dei modelli che presentano delle assunzioni e delle semplificazioni: in questo paragrafo verranno illustrati ed eventualmente dimostrati.

## 8.1 Assunzione della tensione

La caratteristica che andremo ad utilizzare nelle nostre applicazioni è rappresentata nel seguente grafico:



**Figura 8.1:** Grafico Tensione-Corrente della caratteristica

Non andremo mai a prendere in considerazione l'effetto delle alte correnti, mentre terremo a mente le tensioni di breakdown: questo perché non saranno rari i circuiti in cui sono presenti anche **Diodi Zener**.

La caratteristica è **moltò verticale**, dunque ne prenderemo una di riferimento pari a  $V_\gamma = 0.7V$ : se la tensione del diodo sarà inferiore a tale valore, assumeremo che non vi passerà alcuna corrente; di contro se dovesse essere superiore allora la corrente vi scorrerà. Ovviamente si tratta di una **ipotesi semplificativa**, in quanto anche per tensioni minori del nostro valore di riferimento ci sarà della corrente che scorre, ma ciò non influisce sulle nostre considerazioni.

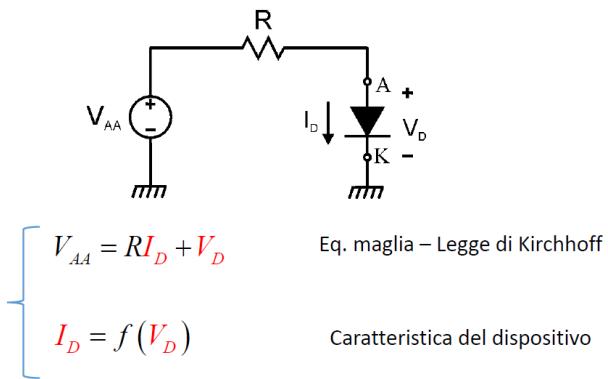
Anche considerare la caratteristica come *verticale* è un'approssimazione: durante le considerazioni che faremo sui circuiti questa ipotesi può essere assunta senza ledere la generalità della trattazione, ma è opportuno ricordare come questa sia una convenzione che potrebbe non aderire sempre alla realtà.

## 8.2 Il modello matematico

E' opportuno notare come il diodo abbia generalmente il legame tra correnti e tensione **non lineare**. Cosa implica ciò? Proviamo a vederlo risolvendo un circuito molto semplice.

### 8.2.1 Risoluzione guidata di un circuito

Il circuito preso in considerazione è il seguente:



**Figura 8.2:** Circuito di esempio con le equazioni risolutive

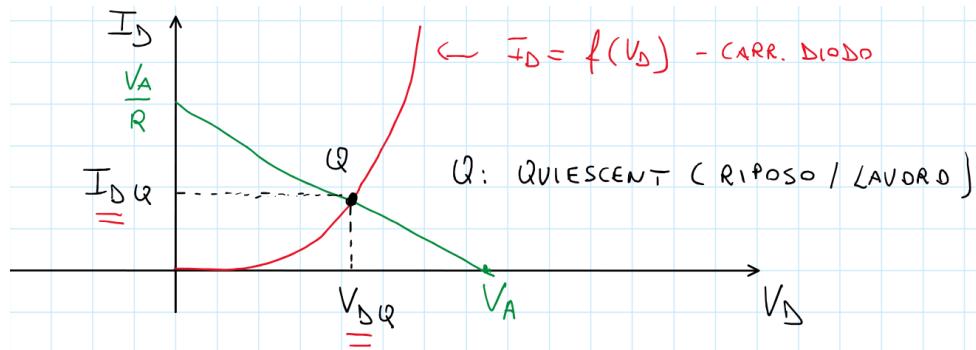
Come suggerisce la figura, **le leggi di Kirchhoff continuano a valere anche in presenza di elementi non lineari**. Scrivo dunque le equazioni alla maglia costruisco il mio sistema le cui incognite sono  $I_D$  e  $V_D$ . Tuttavia è possibile solo una **risoluzione numerica** dello stesso, perché mi trovo di fronte ad equazioni trascendenti. Infatti, sostituendo la  $f(V_D)$  con l'equazione di Shockley, ottengo:

$$V_{AA} = RI_S \cdot (e^{\frac{V_D}{V_T}} - 1) + V_D$$

L'equazione non è di per sé sbagliata, ma è **trascendente** e quindi non è possibile risolverla analiticamente. Per risolvere il circuito, dovremmo quindi ricorrere a un metodo iterativo.

### 8.3 Metodo grafico

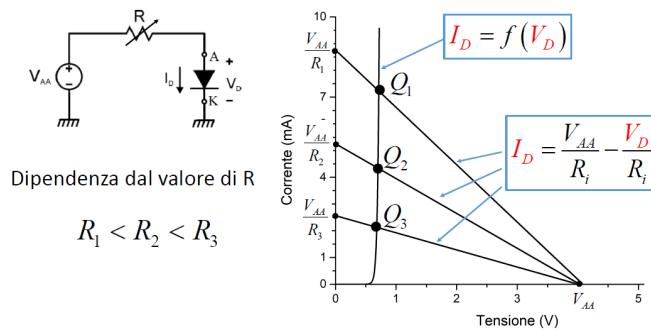
Posso pensare di risolvere il medesimo circuito utilizzando un metodo grafico. visto che conosco la caratteristica del diodo. Inoltre conosco  $V_A$  ed  $R$ , dunque posso disegnare l'equazione alla maglia sullo stesso grafico. Scrivo  $I_D$  in funzione di  $V_D$ , ottenendo dunque una retta a pendenza negativa che interseca rispettivamente l'asse delle ascisse in  $V_A$ , e l'asse delle ordinate in  $\frac{V_A}{R}$ . Questa retta prende il nome di **retta di carico**, perché dipende dal carico sul diodo, composto da elementi circuitali esterni allo stesso, come ad esempio generatori di tensione o resistenze del circuito. In effetti questa equazione dipende **unicamente** dalla prima equazione di Kirchhoff.



**Figura 8.3:** Esempio di metodo grafico

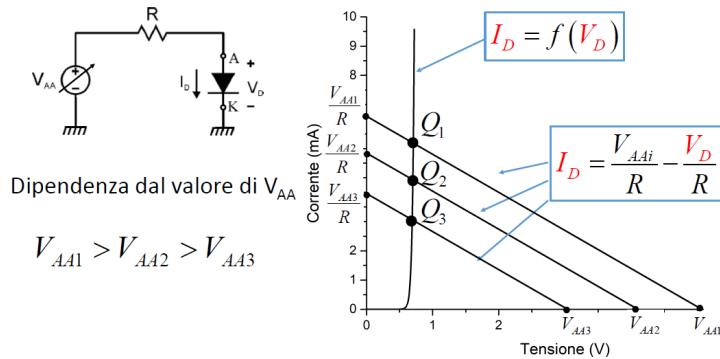
In rosso abbiamo l'equazione trascendente oggetto di studio: l'intersezione tra tale curva e la nostra retta di carico è formata dalle soluzioni del nostro problema, è il **punto Q**, detto anche punto **di lavoro** o **di riposo**, le cui coordinate sono  $I_{DQ}$  e  $V_{DQ}$ . Esse costituiscono rispettivamente la corrente che scorre attraverso il diodo, e la tensione ai suoi capi in quelle specifiche condizioni di lavoro.

Questo metodo **non è approssimato**, ed è molto utile in quanto ci permette di visualizzare come si comporta il diodo al variare di alcuni parametri. Ad esempio, se la resistenza del circuito precedente avesse assunto valori differenti:



**Figura 8.4:** Grafico al variare della resistenza

Allo stesso modo, se a variare fosse stata la tensione:



**Figura 8.5:** Grafico al variare della tensione

Questo metodo porta però con sè anche degli svantaggi: come mi comporto in presenza di più diodi? Il metodo diventerebbe inattuabile. Inoltre il metodo funziona solo per quel particolare diodo con quelle specifiche caratteristiche: prendendo due dispositivi nominalmente identici ottengo comunque caratteristiche diverse. Giungiamo quindi alla conclusione che il metodo grafico è inutilizzabile dal punto di vista pratico: è sicuramente utile per visualizzare semplici situazioni e dal punto di vista didattico, ma è impraticabile per ottenere funzioni più o meno precise di tensioni e correnti ai capi del diodo.

## 8.4 I modelli per grandi segnali

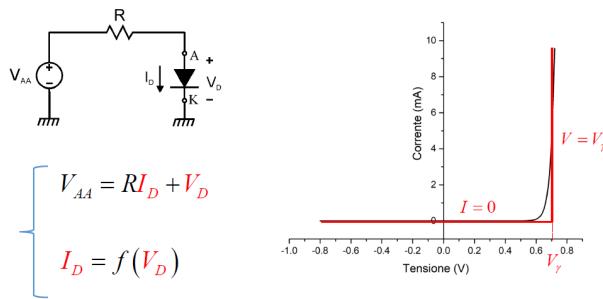
Sono metodi di analisi che sfruttano un **modello approssimato** del diodo; rinunciando ad avere un risultato **esatto**, avremo un'analisi veloce e con errori molto piccoli.

### 8.4.1 Modello a caduta di tensione costante

Consiste nell'approssimare la caratteristica del diodo con una retta perfettamente verticale, che intercetta l'asse delle ascisse in un punto chiamato  $V_\gamma$ : considererò la corrente come **nulla** per polarizzazioni, anche positive, minori di questo valore  $V_\gamma$ . Posso dunque sostituire il mio diodo, durante lo studio del circuito, con:

- un **generatore di tensione** di valore  $V_\gamma$ , se  $V \geq V_\gamma$ ;
- un **circuito aperto**, se  $V < V_\gamma$ .

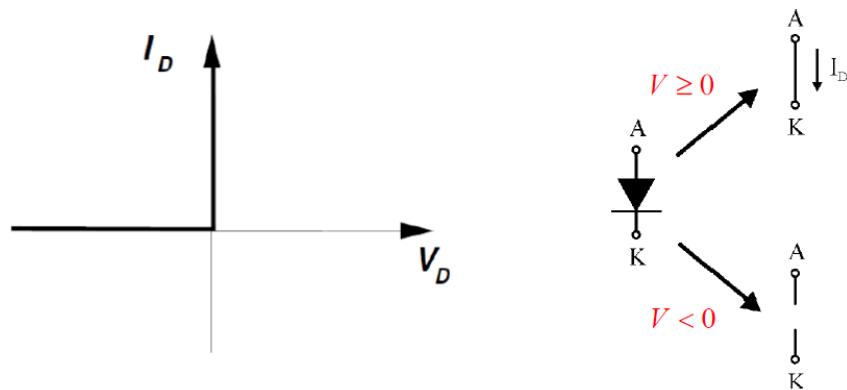
Il valore di  $V_\gamma$  è, per convenzione,  $0.7V$ .



**Figura 8.6:** Modello a caduta di tensione costante

#### 8.4.2 Modello del diodo ideale

Questo modello riprende parte di quello precedente, ma inserisce un'ulteriore semplificazione: il diodo verrà considerato come un **interruttore**, aperto o chiuso.



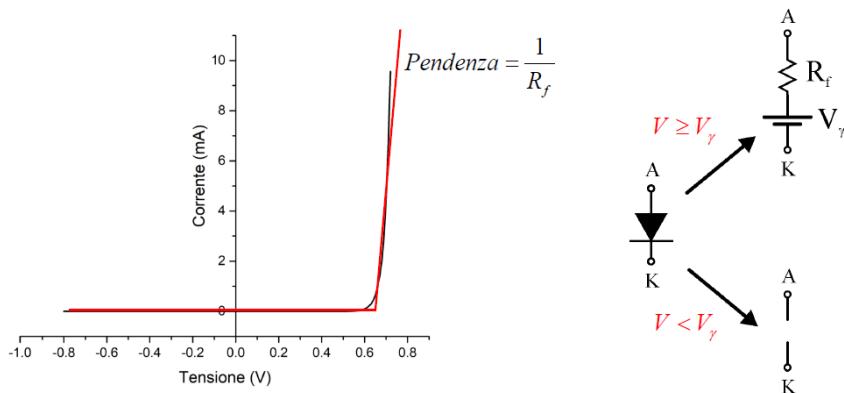
**Figura 8.7:** Modello del diodo ideale

Questo perché il modello considera come **trascrivibile** la tensione del diodo, che per le nostre assunzioni vale  $V_\gamma = 0.7V$ , rispetto a tutte le altre tensioni impiegate nel circuito. L'interruttore, come il diodo, consente lo scorrere della corrente **in un solo verso**, da Anodo verso Catodo.

#### 8.4.3 Modello lineare a tratti

Questo modello è in realtà il meno approssimato tra quelli per i grandi segnali: innanzitutto la caratteristica non viene più considerata verticale, ma sarà una retta con una certa pendenza. Dal punto di vista circuitale, posso sostituire il diodo con un **circuito aperto**, o come una **resistenza in serie ad un generatore di tensione**.

Questo modello complica il circuito, anche perché non è noto il valore di  $R_f$  e  $V_f$ , che vengono approssimati rispettivamente a  $20\Omega$  e  $0.65V$ . In virtù delle difficoltà che inserisce nell'analisi del



**Figura 8.8:** Modello lineare a tratti

circuito, questo modello non viene usato poiché altri modelli ottengono risultati molto simili a questo, ma con uno sforzo computazionale sicuramente minore.

## 8.5 Esempio di analisi di un circuito con diodi

Utilizzeremo uno alla volta tutti i modelli per grandi segnali, in modo da poter apprezzare le differenze tra di essi, seguendo una procedura comune.

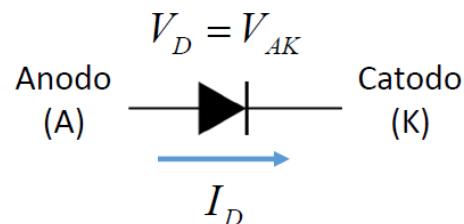
### 8.5.1 Procedura per la risoluzione di circuiti con il modello per grandi segnali

- Ipotizzo lo stato di ciascun diodo, che può essere in **conduzione** o in **interdizione**;
- Sostituisco ciascun diodo con il modello corrispondente;
- Risolvo il circuito semplificato;
- Verifico la correttezza delle ipotesi iniziali per **ciascun diodo**:
  - se tutte sono verificate, allora ho ottenuto una soluzione corretta;
  - se anche solo una delle ipotesi è errata, allora bisogna cambiare l'ipotesi, risolvere nuovamente il circuito ne ri-verificare la correttezza della nuova ipotesi, fino ad ottenere un risultato accettabile

Sto inserendo nel circuito un'importante semplificazione, dunque devo **dimostrare** la sua correttezza ad ogni utilizzo, dopo la risoluzione dello stesso. Una volta dimostrata la correttezza delle ipotesi, allora sarò certo anche della correttezza del risultato ottenuto: il diodo ha un'espressione **non lineare** e **monotona**, e l'Analisi Matematica ci dice che in presenza di un sistema con un'equazione come quella del diodo, allora esiste una soluzione dello stesso, ed è unica. Con *correttezza delle ipotesi* si intende che, se il diodo fosse il conduzione, allora avrei una corrente che scorre su di esso. Di contro,

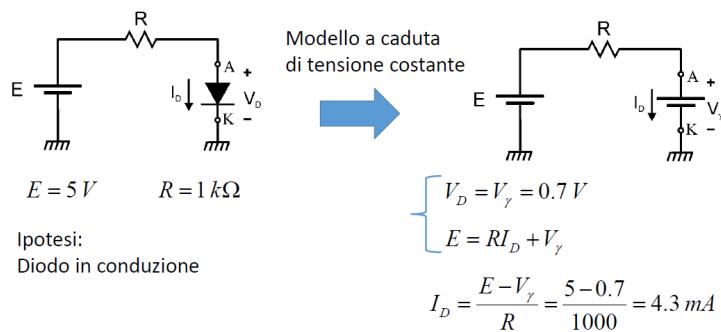
se il diodo fosse interdetto, dovrei verificare che il diodo sia polarizzato in inversa. Può essere utile, per la verificare delle ipotesi, ricordare questo schema:

STATO DEL DIODO	PARAMETRO FISSATO	VERIFICA
CONDUZIONE	$V_D = V_\gamma$	$I_D > 0$
INTERDIZIONE	$I_D = 0$	$V_D < V_\gamma$



**Figura 8.9:** Schema per la correttezza delle ipotesi

### 8.5.2 Risoluzione con modello a caduta di tensione costante

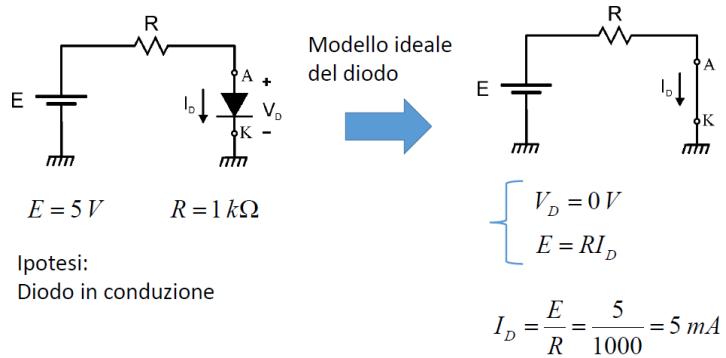


**Figura 8.10:** Risoluzione con modello a caduta costante

E' importante effettuare la **verifica** dell'ipotesi del modello: in questo caso devo verificare che la corrente che scorre sul diodo sia **positiva**. Abbiamo ottenuto un valore di  $I_D = 4.3 \text{ mA}$ , che verifica l'ipotesi.

### 8.5.3 Risoluzione con modello del diodo ideale

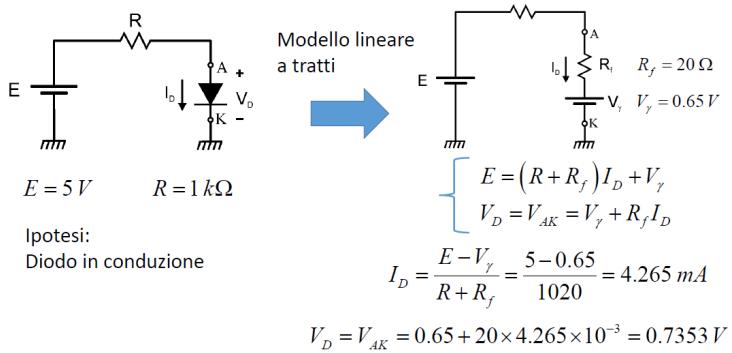
Anche in questo caso l'ipotesi è verificata, anche se il valore ottenuto è differente rispetto a quello ottenuto con il modello precedente:  $I_D = 5mA$



**Figura 8.11:** Risoluzione con modello del diodo ideale

### 8.5.4 Risoluzione con modello lineare a tratti

E' opportuno ricordare che la tensione  $V_D$  ai capi del diodo sia  $V_{AK}$ , e non  $V_\gamma$  vista la presenza della resistenza.



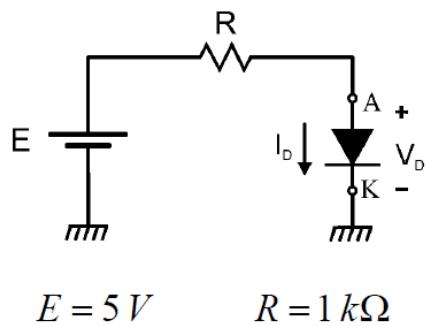
**Figura 8.12:** Risoluzione con modello lineare a tratti

Anche in questo caso, l'ipotesi è verificata in quanto ottengo un valore di  $I_D = 4.265mA$ .

## 8.6 Considerazioni sull'efficacia sui modelli

Nella tabella seguente abbiamo un riassunto con tutti i risultati ottenuti dai vari metodi:

Ovviamente consideriamo il metodo esponenziale come **risultato corretto** e di riferimento:



MODELLO	$I_D$ (mA)	$V_D$ (V)
Esponenziale	4.237	0.762
Grafico	4.2	0.7
Caduta costante	4.3	0.7
Diodo ideale	5	0
Lineare a tratti	4.265	0.7353

Il modello del diodo a caduta di tensione costante è il miglior compromesso tra semplicità del modello e accuratezza della soluzione ottenuta.

Nei circuiti in cui la caduta di tensione sul diodo può essere considerata trascurabile, si può utilizzare il modello ideale del diodo.

**Figura 8.13:** Tabella riassuntiva

- il **metodo grafico** produce dei buoni risultati, ma deve necessariamente disporre delle caratteristiche del dispositivo;
- il **modello a caduta costante** presenta una buona approssimazione generale;
- il **modello del diodo ideale** ha un risultato più approssimato, ma comunque accettabile se  $V_\gamma$  è effettivamente trascurabile;
- il **modello lineare a tratti** è il più preciso, ma presenta un'analisi più complicata che non compensa il grado di precisione, anche in confronto ad altri metodi.

In conclusione, determiniamo che il **modello a caduta costante** sia il miglior compromesso tra semplicità dello stesso e accuratezza del risultato prodotto.

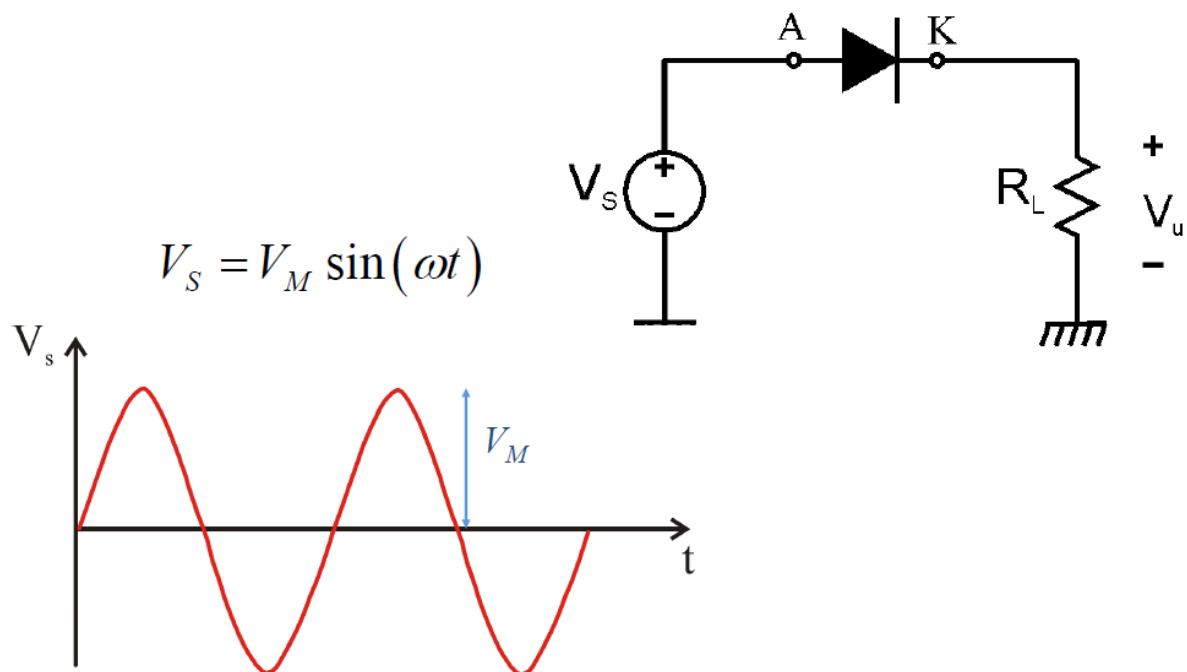


# 9 Circuiti con diodi

Esistono una serie di circuiti che sfruttano i diodi per operazioni particolari, come ad esempio ottenere una tensione continua partendo da quella alternata. Procederemo con l'analisi di q+alcuni di essi tramite i modelli per grandi segnali visti nel capitolo precedente.

## 9.1 Circuito rettificatore

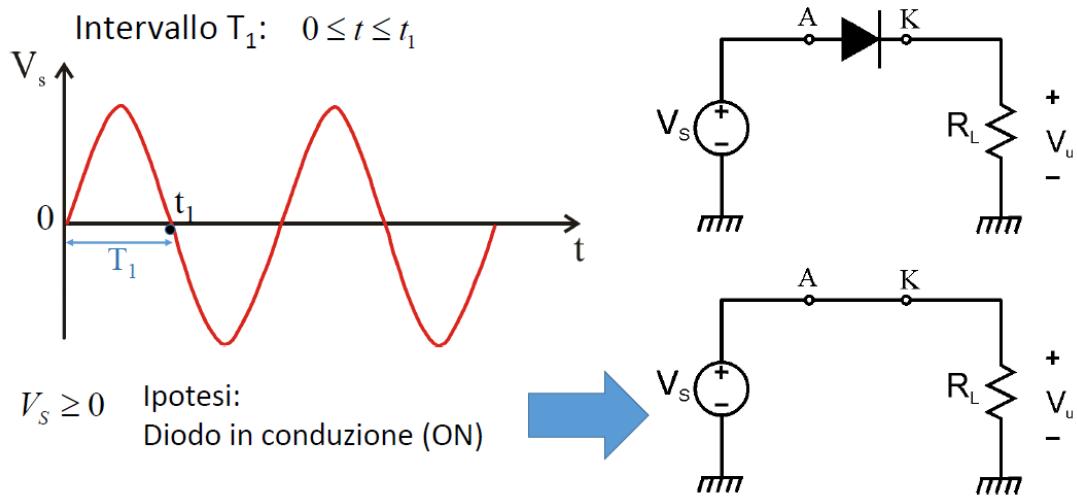
Viene chiamato anche **circuiti a raddrizzatore di singola onda**: è un circuito che **blocca** la tensione negativa.



**Figura 9.1:** Circuito rettificatore

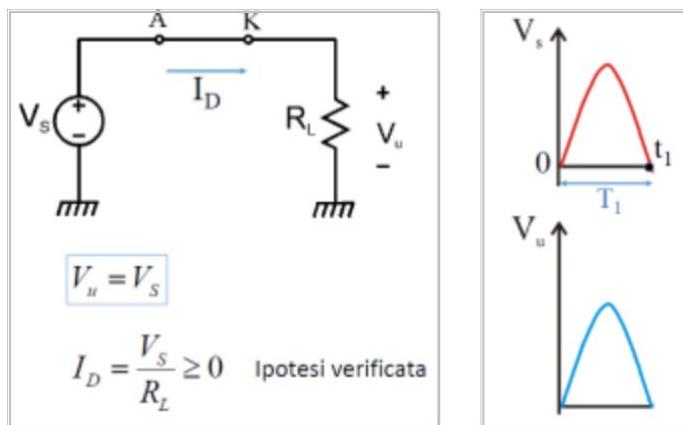
La tensione di rete ha un valore efficace di circa  $230V$ , con un valore massimo pari a  $V_M = 230 \cdot \sqrt{2} \approx 300V$ , rispetto al quale una tensione di  $0.7V$  è del tutto trascurabile: possiamo dunque utilizzare anche il modello del diodo ideale.

### 9.1.1 Circuito rettificatore con il modello del diodo ideale



**Figura 9.2:** Circuito rettificatore con il modello del diodo ideale

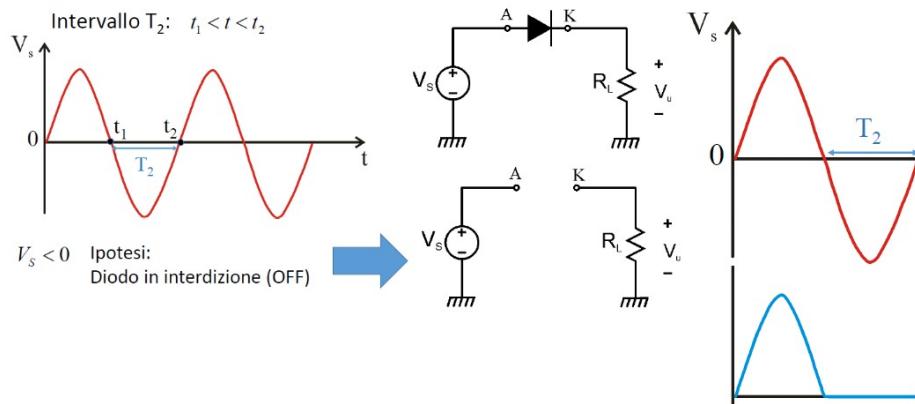
Utilizzando tale modello, verifichiamo il comportamento di  $V_{AK}$ , ovvero la tensione ai capi del diodo, all'interno di ogni semi-periodo. Nel primo la tensione  $V_S$  è positiva, dunque l'anodo è collegato ad una tensione positiva, quindi posso ipotizzare che il diodo sia in conduzione, sostituendolo dunque con un cortocircuito.



**Figura 9.3:** Circuito rettificatore con il modello del diodo ideale - Primo semi-periodo

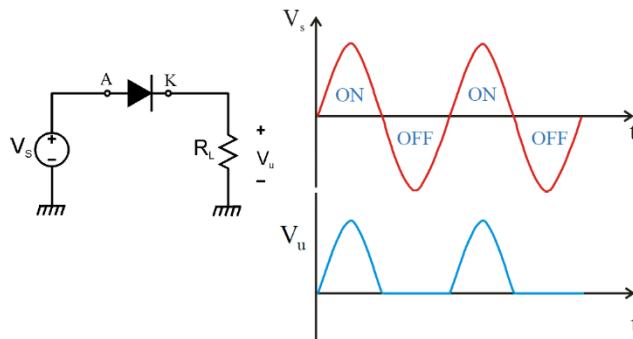
In queste condizioni otteniamo che la caduta ai capi della resistenza è  $V_S$ , e la corrente  $I_D$  che scorre tra Anodo e Catodo è positiva. Siamo in grado di dire ciò perché sia  $V_S$  che  $R_L$  sono positive, e dunque il loro rapporto non può essere positivo, dunque la nostra ipotesi iniziale è verificata. Notiamo inoltre che la tensione in ingresso è uguale alla tensione in uscita.

Nel secondo periodo la situazione è molto diversa:



**Figura 9.4:** Circuito rettificatore con il modello del diodo ideale - Seconda semi-periodo

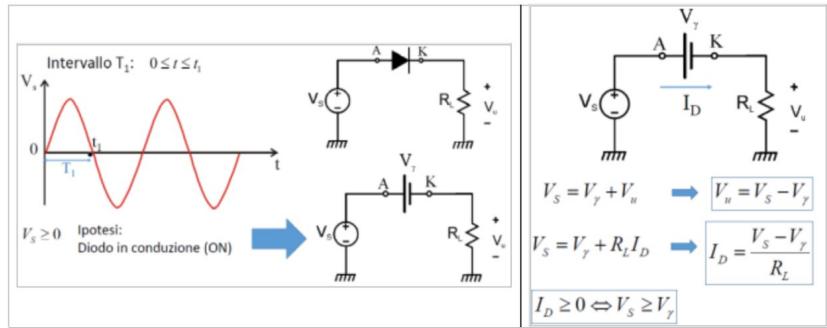
Il periodo considerato va da  $t_1$  a  $t_2$ , nel quale la  $V_S$  è negativa: è legittimo pensare che il nostro diodo sia in interdizione, e che possiamo dunque sostituirlo con un circuito aperto. Verifichiamo la nostra ipotesi verificando che  $V_{AK} = V_S - V_U < 0$ . La tensione in uscita è quindi nulla: riassumiamo il comportamento per  $T_1$  e  $T_2$  in questo grafico:



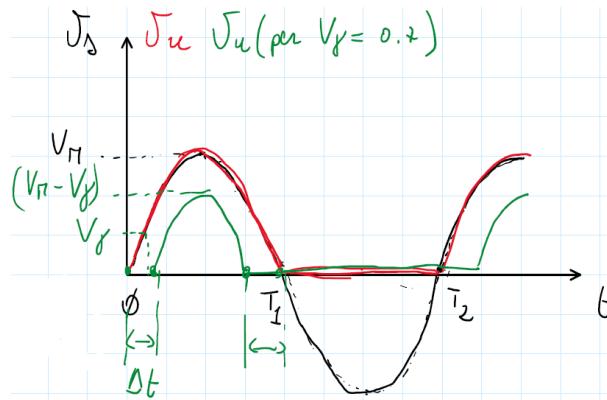
**Figura 9.5:** Riassunto dell'analisi del circuito con il modello del diodo ideale

### 9.1.2 Circuito rettificatore con il modello a caduta di tensione costante

C'è una differenza sostanziale tra i due modelli nel primo semi-periodo: vediamo quale. Ipotizziamo nuovamente che il diodo sia in conduzione, e sostituiamolo con un generatore di tensione: notiamo subito che la tensione in uscita differisce da quella in entrata per una quantità uguale a quella del generatore inserito al posto del diodo. Questa differenza può essere più o meno impattante a seconda della tensione nella rete: nell'ordine del centinaio di Volt è sicuramente trascurabile, al contrario se ne valesse pochi, l'errore sarebbe enorme. Esiste anche un'altra differenza: l'ipotesi di conduzione è valida se e solo se  $V_S \geq V_\gamma$ . Questo porta ad una differenza anche nella forma d'onda, in quanto ci sarà

**Figura 9.6:** Circuito Rettificatore con modello a caduta costante

un **ritardo** tra il momento in cui la tensione in ingresso risulta maggiore di zero e quello in cui il diodo inizierà a condurre: in questo tempo la tensione in ingresso non supera  $V_\gamma$ , non entrando dunque in conduzione. Questo fenomeno si presenta anche alla fine del periodo, cioè se il diodo smette di condurre prima.

**Figura 9.7:** Riassunto dell'analisi con modello a caduta costante

L'analisi nel secondo semi-periodo è identica a quella del modello precedente, pertanto non verrà discussa. In conclusione, affermiamo che con questo modello c'è comunque una rettificazione, ma viene tagliata anche una parte dell'onda positiva. Posso anche calcolare il ritardo con il quale il diodo entra in conduzione con questa formula:

$$t^* = \frac{1}{\omega} \cdot \arcsin\left(\frac{V_\gamma}{V_M}\right)$$

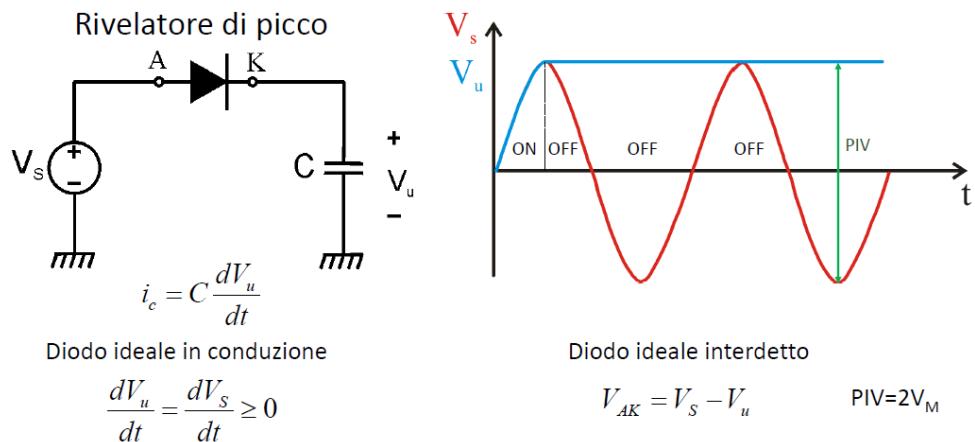
Dopo aver calcolato  $t^*$ , in base al valore che ottengo potrò poi dire se è un tempo accettabile: se lo è allora la trattazione con il diodo ideale può andar bene, altrimenti vuol dire che è meglio usare il modello caduta costante; dipende quindi dal tipo di applicazione.

## 9.2 Il PIV

Questo circuito, come i successivi che analizzeremo, funziona correttamente solo se il diodo rimane effettivamente **interdetto** per tutto l'intervallo di non conduzione. Seppur vero che se abbiamo una tensione negativa, allora il diodo è interdetto, è altrettanto vero che se la tensione inversa supera un certo valore, allora il diodo **può andare in breakdown**, e condurre una corrente non più trascurabile. Devo dunque scegliere diodi che abbiano una tensione di breakdown maggiore della massima tensione inversa al quale il diodo può essere sottoposto. Il parametro che tiene conto di questo fenomeno è il **PIV** (Peak Inverse Voltage), ed è appunto la tensione inversa massima che verrà applicata al diodo. Nel caso di un circuito rettificatore come quello precedente,  $PIV = V_M$ .

## 9.3 Rivelatore di picco ideale

Si basa sul circuito del paragrafo precedente, ma sostituisce la resistenza con un **condensatore**:



**Figura 9.8:** Circuito di rivelatore di picco

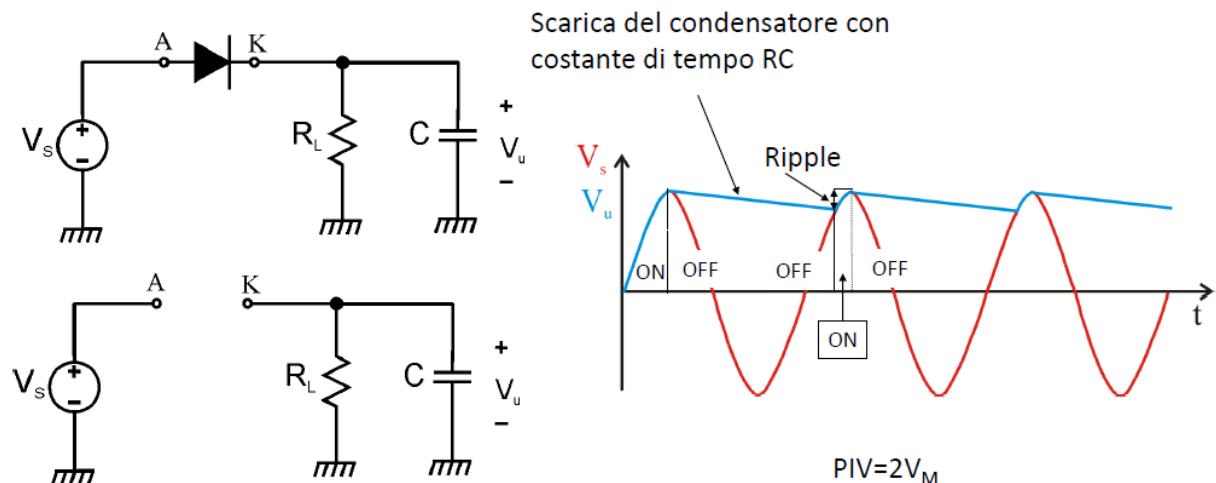
Ipotizziamo che all'istante  $t_0$  il condensatore sia scarico e che il diodo sia in conduzione: useremo il modello del **diodo ideale**, quindi il diodo diventerà un cortocircuito, con  $V_U = V_S$ . Notiamo però che, una volta arrivato al valore di picco, il diodo **smette di essere in conduzione**. occorre spiegare questo fenomeno. La corrente che scorre nel diodo deve necessariamente essere positiva, ma essa è la stessa che scorre nel condensatore. Dato che  $i_C = C \frac{dV_U}{dt}$  devo verificare che la derivata di  $V_U$  per verificare l'ipotesi. Essa però è uguale a  $V_S$  poiché al posto del diodo c'è un cortocircuito: essa sale, raggiunge il picco ed inizia a diminuire. Dal momento in cui inizia la discesa, la derivata inizia ad essere negativa, e dunque l'ipotesi non sarebbe più verificata. Esiste una spiegazione circuitale a questo avvenimento: il condensatore è un dispositivo che immagazzina carica elettrica, per cui esso inizierà a caricarlo fino a raggiungere il valore di picco. Una volta avvenuto ciò, esso dovrebbe iniziare a scaricarsi 'rilasciando'

la carica in **direzione opposta**. Questo non accade a causa del diodo, che **vieta lo scorrere della corrente** in direzione opposta, quindi la carica rimane nel condensatore, facendolo rimanere fino al valore massimo. Quando raggiungiamo il massimo della carica, il diodo **entra in interdizione**, diventando di fatto un circuito **aperto**; il condensatore non è in grado di scaricarsi perché non è presente un carico sul quale può farlo, mantenendo quindi la carica fino al valore di picco con una differenza di potenziale pari a  $V_S$ . Il diodo tornerà in conduzione quando la tensione all'Anodo sarà maggiore di quella al Catodo: in questo caso ciò non può avvenire perché la tensione al catodo rimarrà costante a pari proprio a  $V_S$ . Analizziamo brevemente il **PIV**: il caso peggiore è quando  $V_S = -V_M$ , dove avremo  $V_A = -V_M$ , mentre  $V_K$  rimarrà fissa grazie al condensatore.

Il dispositivo di fatto è in grado di generare una tensione continua, tuttavia è inutilizzabile nella pratica perché, nel caso reale, vorrei sfruttare questa tensione su un carico. Un circuito con un carico verrà analizzato nel prossimo paragrafo.

## 9.4 Circuito rettificatore con filtro RC

Limitiamoci ad aggiungere una resistenza in parallelo al condensatore, per simulare un carico:



**Figura 9.9:** Circuito rettificatore con filtro RC

Quando è in conduzione, il diodo è in cortocircuito, quindi  $V_U$  è pari a  $V_S$ . Una volta che il picco viene raggiunto, il diodo entrerà in interdizione, ma a differenza del caso precedente, il condensatore è in grado di scaricarsi sulla resistenza: la tensione  $V_U$  non rimarrà pari a  $V_M$ , ma diminuirà **esponenzialmente** in funzione di  $e^{-\frac{t}{RC}}$ .

Il diodo tornerà in conduzione quando la tensione sull'Anodo tornerà maggiore della tensione sul catodo, che ricordiamo sta diminuendo esponenzialmente: il generatore di tensione riprenderà

a caricare il condensatore fino a che, nuovamente, non tornerà al picco quando il diodo entrerà nuovamente in interdizione, e così via. Tolto l'istante iniziale, una volta andato a regime, il diodo condurrà solo in brevissimi intervalli di tempo, in cui il generatore rifornisce il condensatore della carica che ha perso.

Alcune osservazioni: il condensatore è ora in grado di scaricarsi proprio perché il diodo è spento, se il diodo non si interdicesse la curva blu andrebbe a seguire la curva rossa, quindi in questo circuito è **necessaria** la presenza del diodo; inoltre è vero che la curva non è costante, ma ci si avvicina molto. La sua oscillazione si chiama **ripple**, ed è appunto data dalla differenza tra la tensione di picco e quella minima al condensatore. In questo caso, il **PIV** non è esattamente  $2V_M$ , ma viene comunque approssimato a quel valore.

Il circuito ideale è senza dubbio migliore, ma è inutilizzabile nella pratica proprio a causa dell'assenza di carico. Se il condensatore è molto grande rispetto a  $R$ , la scarica risulterà molto lenta e dunque trascurabile. Questo circuito, essendo molto economico, è spesso utilizzato in applicazioni a basso costo dove non è necessario un'alta qualità.



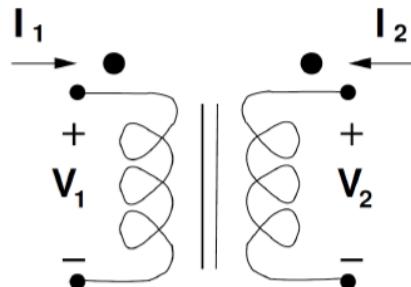
# 10 Circuiti con trasformatori

## 10.1 Introduzione: il trasformatore

Il trasformatore è il dispositivo che andremo ad utilizzare per collegarci alla rete elettrica; questo collegamento avviene tramite isolamento galvanico per questioni di sicurezza, in modo da non avere il resto del circuito secondario direttamente collegato alla rete elettrica.

Il trasformatore è un dispositivo che permette di trasformare una tensione in un'altra, mantenendo la stessa corrente. Questo è possibile grazie alla legge di Faraday, che ci dice che la variazione di un campo magnetico genera una variazione di tensione elettrica. Per convenzione si considerano le correnti  $I_1$  e  $I_2$ , entranti nel contrassegno, come positive.

Trasformatori



Prenderemo in considerazione soltanto i trasformatori ideali, per i quali il flusso magnetico totale può essere considerato trascurabile, per cui:

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = -\frac{N_1}{N_2}$$
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

**Figura 10.1:** Trasformatore

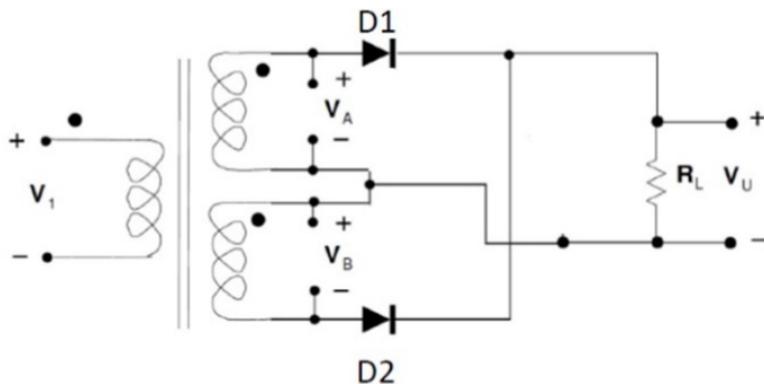
Il segno negativo implica che se  $I_1$  è entrante, allora la  $I_2$  deve essere uscente; si ha inoltre  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$ .

## 10.2 Raddrizzatore a doppia semi-onda

Il raddrizzatore a doppia semi-onda è un circuito che permette *invertire* il lobo negativo della tensione sinusoidale, ottenendone uno **positivo**. Il suo circuito varia leggermente a seconda degli elementi circuitali utilizzati, e così farà anche l'andamento della tensione invertita.

### 10.2.1 Raddrizzatore a doppia semi-onda con trasformatore a presa centrale

In questa tipologia il **condensatore è assente**, e si basa sul trasformatore **a presa centrale**: si tratta di un trasformatore con un circuito primario e **due secondari**. Dal punto di vista pratico, sono presenti due avvolgimenti con lo stesso numero di spire, tale che la tensione agli stessi sia uguale tra di loro; sono inoltre presenti due diodi e una resistenza.



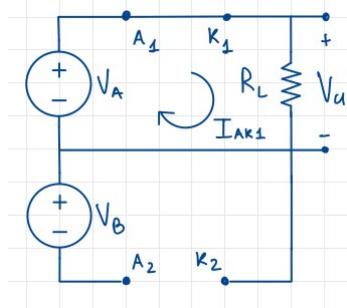
**Figura 10.2:** Trasformatore a presa centrale

Sappiamo che  $V_1$  è una **tensione sinusoidale**, e ciò implica che anche  $V_A$  e  $V_B$  lo sono.

#### 10.2.1.1 Primo semi-periodo

Nel **primo semi-periodo** le due tensioni  $V_A$  e  $V_B$  sono **positive**:  $D_1$  ha l'Anodo collegato al polo positivo di  $V_A$ , dunque è ragionevole ipotizzare che  $D_1$  sia in **conduzione**. Di contro,  $D_2$  ha l'Anodo collegato al polo negativo di  $V_B$ , dunque sarà **interdetto**. Sostituendo  $D_1$  e  $D_2$  rispettivamente con un cortocircuito e un circuito aperto; la tensione in uscita sarà dunque  $V_U = V_A > 0$ .

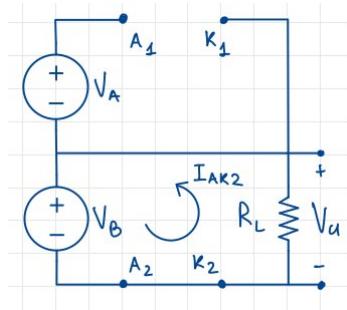
Verifichiamo brevemente le ipotesi:  $I_{AK1} = \frac{V_U}{R_L}$ , ma essendo  $V_A > 0$ , allora  $I_{D1} > 0$ . Per quanto riguarda  $D_2$ , avrà una tensione pari a  $-V_B < 0$ , che conferma la bontà dell'ipotesi.



**Figura 10.3:** Circuito al primo semi-periodo

#### 10.2.1.2 Secondo semi-periodo

Ora osserviamo che sia  $V_A$  che  $V_B$  sono **negative**; si presenta una situazione speculare rispetto al primo semi-periodo, in cui  $D_1$  è interdetto e  $D_2$  è in conduzione. Sostituiamolo  $D_1$  e  $D_2$  rispettivamente con un circuito aperto e un cortocircuito; la tensione in uscita sarà dunque  $V_U = V_B > 0$ .

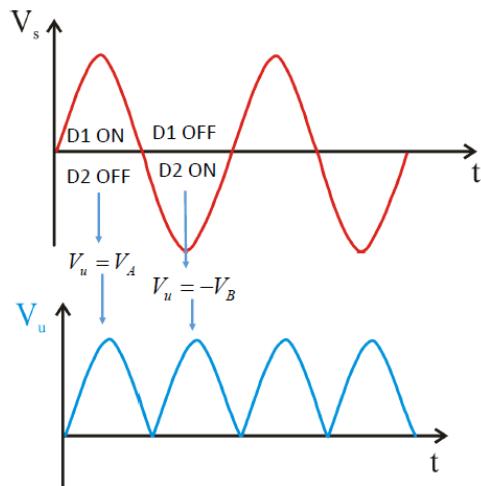


**Figura 10.4:** Circuito al secondo semi-periodo

La verifica delle ipotesi è analoga a quella del primo semi-periodo:  $I_{AK2} = \frac{V_U}{R_L}$ , ma essendo  $V_B > 0$ , allora  $I_{D2} > 0$ . Per quanto riguarda  $D_1$ , avrà una tensione pari a  $V_A < 0$ , che conferma la bontà dell'ipotesi, in quanto  $V_A$  è ora negativa.

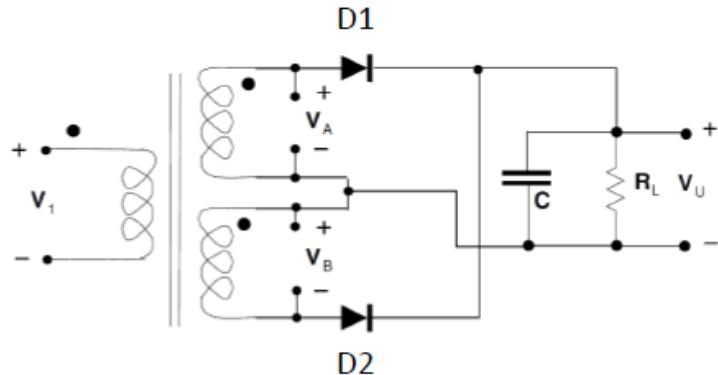
#### 10.2.1.3 Considerazioni

Sia nel primo che nel secondo semi-periodo abbiamo una  $PIV = 2V_M$ , poiché somma di due tensioni che al massimo valgono  $V_M$ ; inoltre sulla resistenza scorrerà una corrente che avrà sempre lo **stesso verso**. L'andamento della tensione in uscita è indicato nel grafico:

**Figura 10.5:** Andamento della tensione

### 10.2.2 Raddrizzatore a doppia semi-onda con condensatore

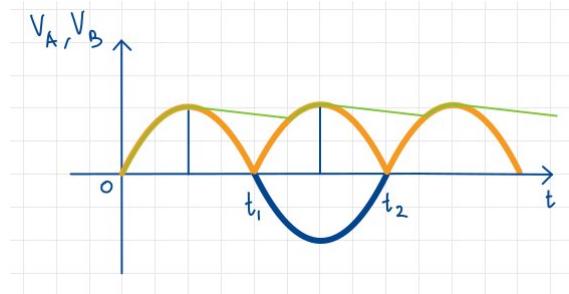
Stavolta il condensatore è presente, ed è in parallelo con la resistenza di carico. Il circuito è il seguente:

**Figura 10.6:** Circuito con condensatore

#### 10.2.2.1 Funzionamento

Il comportamento del circuito è del tutto **identico** a quello del primo semi-periodo del raddrizzatore a doppia semi-onda con trasformatore a presa centrale, ipotizzando che il comportamento dei diodi rimanga invariato per tutto il semi-periodo. La prima differenza si manifesta subito dopo l'arrivo del picco di tensione, ovvero quando la tensione sul condensatore è maggiore di  $V_A$ . Quest'ultima inizierà a diminuire, e contemporaneamente il condensatore inizierà a scaricarsi sulla resistenza di carico.

Potremo pensare che il processo di scarica sia identico a quello del circuito rettificatore, ma in realtà qualcosa cambia: il periodo di scarica **dura la metà**, perché il condensatore riprende a caricarsi nel semi-periodo successivo. Questo implica che, a parità di parità di parametri del filtro  $RC$ , la **tensione di ripple sarà minore**. Essa avrà dunque questo andamento:



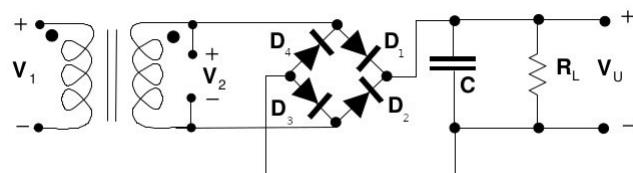
**Figura 10.7:** Andamento della tensione in presenza di un Condensatore

#### 10.2.2.2 Osservazioni

- La tensione  $PIV$  continua a valere  $2V_M$ , dunque risulta essere indipendente dalla presenza del condensatore o dalla sua capacità;
- questi dispositivi sono genere più cari;
- questa tipologia di dispositivi è molto ingombrante, e quindi non è adatto per applicazioni mobili.

### 10.3 Raddrizzatore a ponte di Graetz

E' un dispositivo che raddrizza la tensione alternata senza bisogno del doppio circuito secondario; il suo schema circuitale è il seguente:

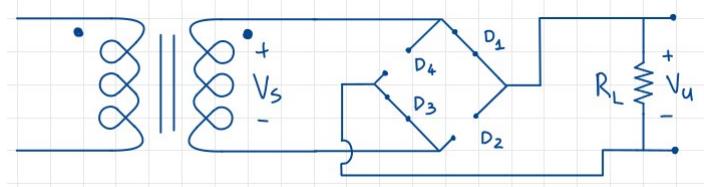


**Figura 10.8:** Circuito del ponte di Graetz

### 10.3.1 Analisi del circuito senza condensatore

Per semplicità non considereremo il condensatore durante l'analisi, per il fatto che introdurrà lo stesso effetto di **livellamento** della tensione già osservato in precedenza.

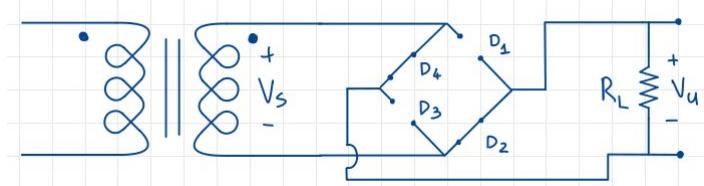
Ipotizziamo che durante la semi-onda positiva di  $V_2$  i diodi  $D_1$  e  $D_3$  siano in conduzione, mentre  $D_2$  e  $D_4$  siano interdetti, e sostituiamo con corti e aperti dove necessario. Otterremo:



**Figura 10.9:** Circuito risultante per semi-onda positiva

Si noti come sia in  $D_1$  che  $D_3$  vi scorra corrente positiva, e come la tensione ai capi di  $D_2$  e  $D_4$  sia pari alla tensione in uscita dal trasformatore, ma cambiata di segno: essendo questa originariamente positiva, allora la tensione ai capi dei diodi sarà negativa, confermando l'ipotesi di interdizione e conduzione.

Analogamente, possiamo analizzare e giustificare la situazione per la semi-onda negativa di  $V_2$ :



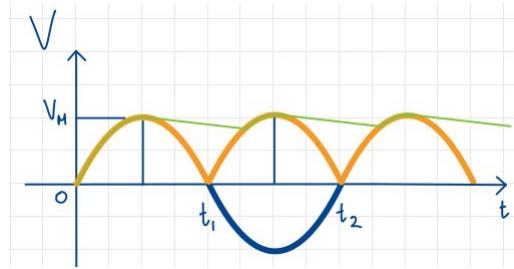
**Figura 10.10:** Circuito risultante per semi-onda negativa

L'ipotesi è che stavolta  $D_1$  e  $D_3$  siano interdetti, mentre  $D_2$  e  $D_4$  siano in conduzione: la corrente ai capi dei primi due è esattamente  $V_S$  che in questo frangente è negativa; la corrente in  $D_2$  e  $D_4$  vale  $-\frac{V_S}{R_L}$ , e risulterà positiva, confermando l'ipotesi di conduzione.

In conclusione, abbiamo dimostrato come questo circuito sia effettivamente in grado di raddrizzare la tensione in entrata.

### 10.3.2 Analisi del circuito con condensatore

Il condensatore ha lo stesso effetto visto nel raddrizzatore a presa centrale: si carica fino a raggiungere il picco della prima semi-onda, inizia a scaricarsi fino a che non vedrà nuovamente una tensione maggiore, e così via, come descritto evidenziato nel grafico:



**Figura 10.11:** Circuito con condensatore

### 10.3.3 Pregi e difetti del ponte di Graetz

Il ponte di Graetz ha diversi pregi:

- richiede un condensatore più piccolo rispetto a quello a presa centrale;
- $PIV = V_M$ , più basso rispetto al raddrizzatore a presa centrale;
- viene molto spesso fornito come circuito integrato.

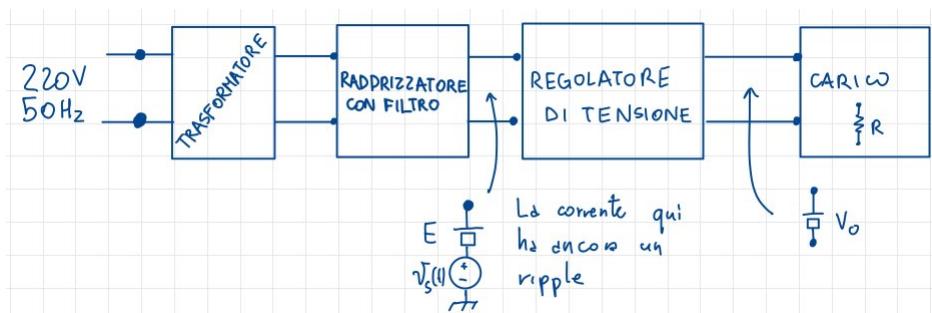
Bisogna anche considerare i seguenti difetti:

- sono richiesti 4 diodi invece che 2, anche se ciò viene compensato dal  $PIV$  minore;
- ci sono 2 diodi in serie, il che renderebbe l'ipotesi di  $V_U = V_D$  non valida, perché andrebbe tenuta in considerazione la caduta sui diodi. Ciò comporta un ritardo di reazione  $\Delta t$ , e una tensione in uscita pari a  $V_M - 2 \cdot V_\gamma$ .



# 11 I regolatori di tensione

Immaginando un percorso che porta la tensione dai valori di rete, dunque  $220V@50Hz$ , a valori costanti, manca un dispositivo fondamentale: il **regolatore di tensione**:

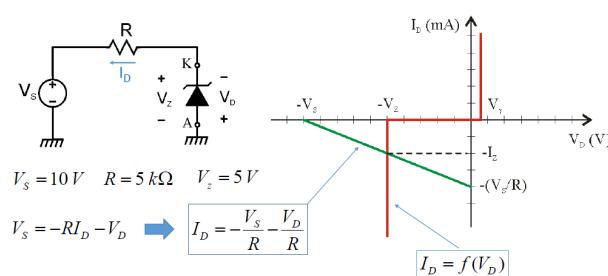


**Figura 11.1:** Il percorso della tensione

I regolatori di tensione rendono costante la corrente, eliminano i ripple e permettono di applicare filtri alla tensione.

## 11.1 Regolatori di tensione Zener

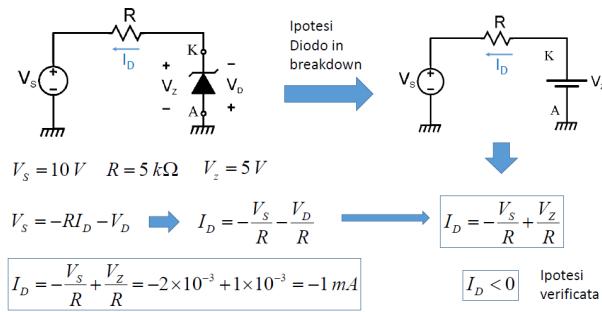
Analizziamo brevemente un circuito che utilizza un diodo Zener per regolare la tensione:



**Figura 11.2:** Regolatore di tensione Zener

Notiamo subito come il diodo sia stato montato al contrario: esso potrà quindi essere o spento o in breakdown.

Ipotizziamo che sia in *breakdown*, e andiamo a sostituirlo con un generatore di generatore costante di valore  $V_Z$ : il + è collegato all'Anodo, e il - è collegato al catodo. Scegliamo  $I_D$  in modo che scorra da Anodo a Catodo, in modo che  $V_S = I_D R - V_D$ . Utilizziamo i dati della figura precedente, e otteniamo:



**Figura 11.3:** Analisi del circuito dopo la sostituzione

Abbiamo verificato l'ipotesi e siamo sicuri che il risultato sia attendibile perché in linea con quello ottenuto per via grafica, rappresentato nella **figura 10.2**.

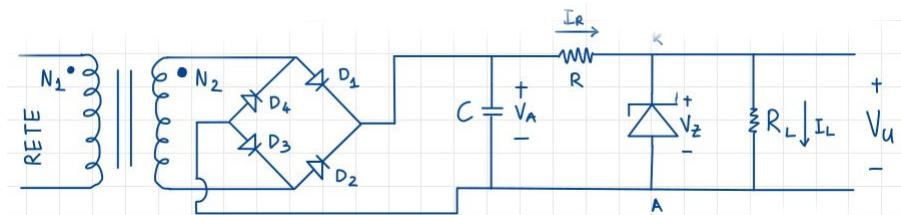
In generale, tutti i diodi hanno un limite di funzionamento oltre i quali essi smettono di funzionare; visto che la tensione non può essere limitata, limiteremo la corrente aggiungendo, per esempio, una resistenza o, ancor meglio, utilizzando generatore di corrente costante.

Dato che la caratteristica di un diodo Zener non è mai perfettamente verticale, aggiungeremo in serie una resistenza in serie al generatore  $V_Z$ , per renderlo un dispositivo reale.

Si potrebbe inoltre definire una  $I_{ZK}$  oltre la quale la risposta risulterebbe perfettamente verticale, ma per i nostri scopi la ignoreremo e la porremo uguale a 0.

## 11.2 Circuito regolatore Zener

Questo circuito è molto simile al ponte di Graetz, ma viene aggiunto un diodo Zener e una resistenza:



**Figura 11.4:** Circuito regolatore Zener

La peculiarità è che se il diodo funziona in breakdown, allora la sua caratteristica è verticale, e dunque la tensione ai suoi estremi è costante.

Un regolatore di tensione è un dispositivo che in ingresso ha una tensione assimilabile ad una costante con qualche variazione, come quella in uscita da un ponte di Graetz, e in uscita ha una tensione costante.

### 11.2.1 Analisi del circuito

Ipotizziamo i versi di  $I_R$ ,  $I_Z$  e  $I_L$ : se verifichiamo che  $I_Z > 0$ , ovvero se il diodo sta funzionando in breakdown, allora la tensione ai suoi capi è  $V_Z$  che è anche uguale a  $V_U$ , indipendente dal valore di  $V_A$  e di  $R_L$ .

Procediamo con il calcolo dei limiti di funzionamento:

$$I_R = \frac{V_A - V_Z}{R_L}, I_L = \frac{V_Z}{R_L}$$

Le equazioni al nodo ci dicono che  $I_Z = I_R - I_L$  e quindi:

$$I_Z = \frac{V_A - V_Z}{R_L} - \frac{V_Z}{R_L} > 0$$

In pratica il diodo Zener **assorbe le variazioni di corrente, per mantenere  $I_L$  costante**. Affinché ciò accada devo fare in modo che  $I_Z$  rimanga sempre positiva, il che mi impone limiti sul carico  $R_L$ , che altrimenti renderebbe  $I_L$  troppo grande.

#### 11.2.1.1 Limiti di funzionamento di corrente

Ipotizziamo  $V_A$  costante, allora anche  $I_R$  è costante, e andrà in parte sul diodo Zener, e in parte sul carico  $R_L$ . Se però diminuissi il carico  $R_L$ , avrei un incremento di  $I_L$  e contemporaneamente un decremento di  $I_Z$ . Diminuendo ulteriormente  $R_L$  arriverei al limite per il quale la  $I_Z$  si annulla totalmente: questo è il limite oltre il quale il diodo Zener smette di funzionare correttamente. Di conseguenza non potrò diminuire troppo il carico  $R_L$ , pena il rischio di far smettere di funzionare il diodo Zener. Individuo questo limite anche dal punto di vista matematico:

$$I_Z = 0 \rightarrow I_{LMax} = \frac{V_A - V_Z}{R_L}$$

### 11.2.1.2 Limiti di funzionamento di Potenza

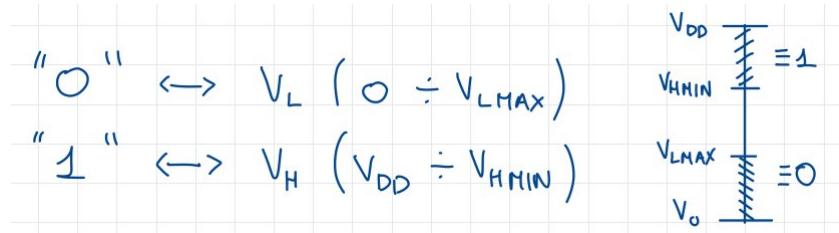
Il diodo può sopportare un valore massimo di potenza sopportabile, oltre il quale può bruciare e quindi rompersi. Questo valore dipende direttamente dalla corrente che vi scorre:

$$P_{ZMax} = I_{ZMax} V_Z = V_Z \frac{V_A - V_Z}{R_L}$$

Risulta ovvio che il dispositivo non può erogare tensioni troppo elevate altrimenti, quando il carico non è collegato, tutta la corrente passerebbe nel diodo, bruciandolo. Di fatto, il limite è proprio la potenza dissipabile dal diodo.

# 12 La logica a diodi

La logica a diodi ha come obiettivo il realizzare **circuiti digitali** tramite i diodi. Scegliamo una tensione di riferimento, solitamente  $5V$ , e la indichiamo con  $V_{DD}$ : assegnamo il valore logico 1 ai valori di tensione pari a  $V_{DD}$ , con una certa tolleranza pari a  $V_{LMin}$ , e di assegnare il valore logico 0 alla tensione 0, più una certa tolleranza  $V_{LMax}$ .

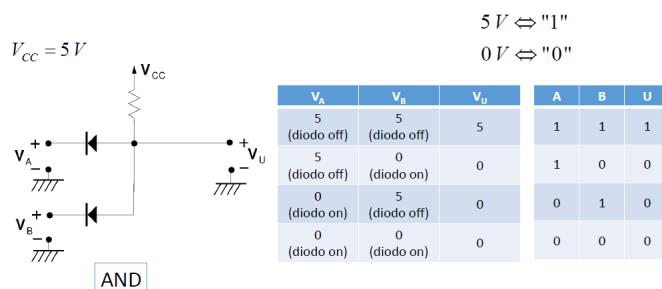


**Figura 12.1:** Scala di valori logici in relazione alla tensione

## 12.1 Circuiti logici

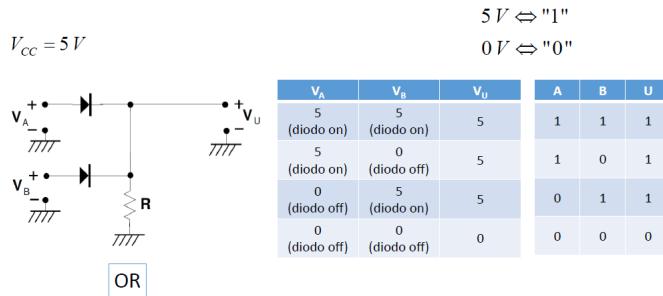
Utilizziamo ora questa scala di valori per analizzare alcuni circuiti, utilizzando l'ipotesi del diodo ideale.

### 12.1.1 Il circuito per la porta AND



**Figura 12.2:** Circuito per la porta AND

### 12.1.2 Il circuito per la porta OR



**Figura 12.3:** Circuito per la porta OR

## 12.2 Le problematiche della logica a diodi

Innanzitutto è necessaria molta corrente per alimentare i circuiti quando i diodi sono in conduzione, quando invece andrebbe limitata il più possibile. L'altro problema è la degradazione dei livelli logici quando vengono messi in cascata più circuiti logici, e ciò è dovuto alla non idealità dei diodi, ovvero  $V_\gamma \neq 0$ . Potrei addirittura avere dei casi in cui un 1 diventa un 0. L'ultimo problema è che non è possibile costruire la porta NOT con i diodi. Quindi dovremo trovare altre tecnologie per realizzare i circuiti digitali.

# 13 Il modello per i piccoli segnali

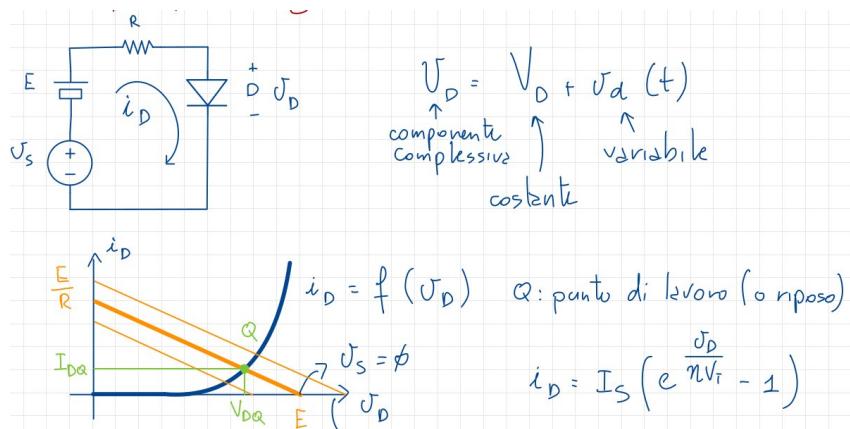
Immaginiamo di trattare un circuito in presenza di due valori di tensione, uno grande e costante e uno piccolo e variabile. In questo caso le sollecitazione sui diodi è fatta attraverso due generatori di tensione, uno grande e costante e uno piccolo e variabile, e il valore complessivo è dato dalla somma dei due segnali. A tal proposito introduciamo una convenzione per indicare e riconoscere questi segnali:

- **Valori costanti:** simbolo **maiuscolo** e pedice **maiuscolo**, ad esempio  $V_{CC}$ ;
- **Valori variabili:** simbolo **minuscolo** e pedice **minuscolo**, ad esempio  $v_{be}$ ;
- **valori istantanei o complessivi:** simbolo **minuscolo** e pedice **Maiuscolo**, ad esempio  $v_{BE}$ .

Risolvendo graficamente un circuito di questo tipo circuito, otteniamo che il punto di riposo varierà lungo la caratteristica, e anche una piccola variazione del segnale di ingresso può portare a una variazione del punto di riposo. I metodi precedentemente utilizzati per risolvere circuiti non sono più validi, e ovviamente non possiamo utilizzare nemmeno il principio di sovrapposizione degli effetti. Andrò quindi a cercare valori **nell'intorno** del punto di riposo. Andrò ad approssimare l'esponenziale con una retta: un elemento circuitale con caratteristica uguale ad una retta è la resistenza, quindi posso pensare di utilizzarla per risolvere il circuito. In particolare utilizzerò la **resistenza differenziale**: il nome deriva dal fatto che lo andrò a calcolare come il differenziale nell'interno del punto di riposo. Si indica come  $r_d$ , quindi per la nostra convenzione è un valore **variabile** e assumerà il valore della pendenza della retta nell'interno di Q.

## 13.1 Risoluzione del primo circuito

Dovrò di fatto risolvere due circuiti, uno in cui ho solo il generatore di tensione che mi determina il punto di lavoro, e uno in cui, una volta noto Q, calcolo la resistenza differenziale, sostituendola al posto del diodo, senza il generatore costante.

**Figura 13.1:** Circuito in analisi

Risulterà dunque  $i_d = T_D + i_d(t)$

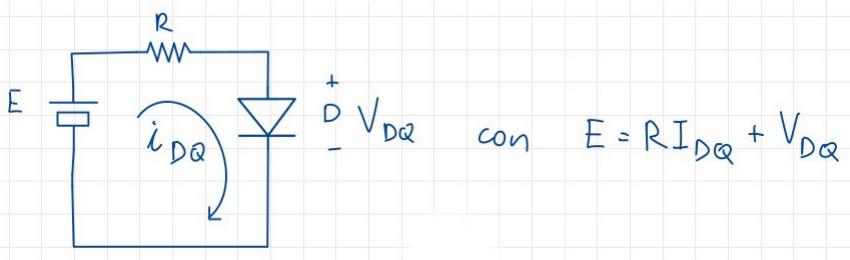
Si noti come con un segnale variabile, le rette varieranno nel tempo ma mantenendo la stessa pendenza. Scrivo ora le equazioni per risolvere il circuito:

$$\begin{cases} E + v_s(t) = R i_d + v_d \\ i_d = f(v_D) \end{cases}$$

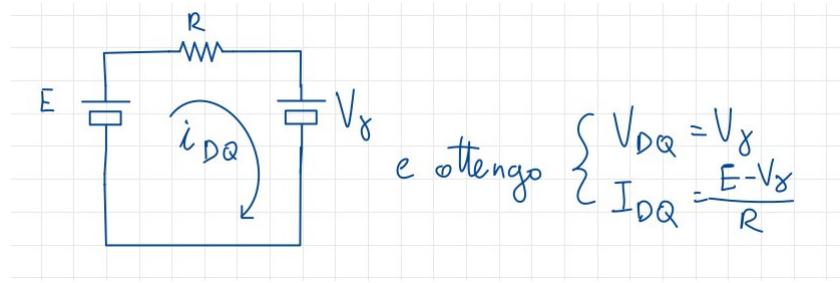
Posso ora scrivere:

$$\begin{cases} i_D = T_{DQ} + i_d \\ v_D = V_{DQ} + v_d \end{cases}$$

Inoltre sappiamo che, se  $v_D = 0$ , allora il circuito si riduce a:

**Figura 13.2:** Circuito semplificato

che posso trasformare, grazie al modello a caduta costante, in:



**Figura 13.3:** Circuito a cui è stato applicato il modello a caduta costante

Svolgendo calcoli e semplificazioni ottengo infine:

$$v_s = Ri_d + v_d$$

che equivale ad un circuito con una resistenza, un generatore e un diodo con tensione  $v_d$ .

In questo circuito ho solo generatori di segnali non costanti, ma ho una sola equazione per due incognite. Ci serve un'equazione che ci fornisca il legame tra  $i_d$  e  $v_d$ . Non posso utilizzare l'equazione del modello di Shockley perché sto studiando il problema intorno al punto Q e non allo zero. Se  $|v_s| \ll |E|$  posso approssimare tramite lo sviluppo in serie attorno al punto di lavoro:

$$i_d = I_{DQ} + i_d = f(v_d) + \frac{df}{dv_d}|_Q + \frac{1}{2} \frac{d^2f}{dv_d^2}|_Q v_d^2$$

In questo caso posso fermarmi al primo ordine e ottenere:

$$i_d = \frac{df}{dv_D}|_Q v_d$$

Abbiamo ottenuto quindi una relazione tra  $i_d$  e  $v_d$  che stavamo cercando. Definiamo poi la **conduttanza differenziale** come:

$$g_d = \frac{df}{dv_D}|_Q$$

che ci permette di definire la **resistenza differenziale** come:

$$r_d = \frac{1}{g_d}$$

Notiamo come la derivata vada calcolata nel punto di lavoro Q, e quindi cambierà tra un punto di lavoro e l'altro.

In prima approssimazione avremo un circuito lineare, che sappiamo risolvere:

$$\begin{aligned}
 g_d &= \frac{dI_D}{dv_D} \Big|_Q = \left( I_s e^{\frac{V_D}{nV_T}} \right) \frac{1}{nV_T} \Big|_Q = \underbrace{I_s \left( e^{\frac{V_{DQ}}{nV_T}} \right)}_{\approx 1} \frac{1}{nV_T} \Big|_Q = \\
 &\simeq \frac{I_{DQ}}{nV_T} \quad \text{e quindi abbiamo} \quad \approx I_{DQ} \\
 &\left\{ \begin{array}{l} g_d \simeq \frac{I_{DQ}}{nV_T} \\ r_d \simeq \frac{nV_T}{I_{DQ}} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

**Figura 13.4:** Equazioni del circuito lineare risultante

Ovviamente tutti i calcoli sono corretti se e solo se possiamo fermarci al primo termine dell'espansione in serie, ovvero se:

$$\frac{df}{dv_D} \Big|_Q \gg \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dv_D^2} \Big|_Q v_D^2$$

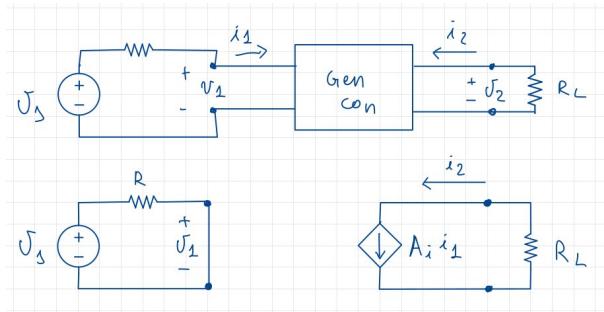
$$v_d \ll 2\eta V_T \approx 52mV$$

In conclusione, per applicar il modello dei piccoli segnali è necessario che la tensione ai capi del diodo sia molto inferiore a  $52mV$ .

# 14 I BJT - Transistor a giunzione bipolare

Prima di discutere del BJT, è necessario introdurre i generatori di corrente controllati in corrente, che ci saranno utili durante l'analisi dei BJT, essendo loro stessi degli elementi assimilabili a dei generatori di corrente.

## 14.1 I generatori di corrente controllati in corrente



**Figura 14.1:** Schema circuitale

Immediatamente ricaviamo che  $i_2 = A_i i_1$ , e dunque  $A_i = \frac{i_2}{i_1}$ ;  $A_i$  è detto **guadagno di corrente** e, in particolare:

- **amplificatore di corrente** se  $A_i > 1$
- **attenuatore di corrente** se  $A_i < 1$

Ora possiamo ricavare la relazione tra le tensioni e le correnti generate dal generatore. Le equazioni del sistema sono:

$$\begin{cases} v_2 = -R_L i_2 = -R_L A_i i_1 \\ i_1 = \frac{v_s}{R} \end{cases} \rightarrow v_2 = \frac{R_L A_i v_s}{R}$$

Definiamo quindi  $A_v = \frac{v_2}{v_s}$  come il **guadagno di tensione**. Similmente a quanto fatto per il guadagno di corrente, possiamo dire che:

- **amplificatore di tensione** se  $A_v > 1$
- **attenuatore di tensione** se  $A_v < 1$

Infine definiamo il **guadagno di potenza** come:

$$A_p = \frac{\text{Potenza sul carico}}{\text{Potenza in ingresso}} = -\frac{v_2 i_2}{v_s i_1} = -A_v A_i$$

Sviluppando ulteriormente la relazione, troviamo un risultato interessante:

$$A_p = -\left(-\frac{R_L}{R} A_i\right) A_i = A_i^2 \frac{R_L}{R}$$

ovvero che il guadagno di potenza è **sempre positivo**. Anche in questo caso avremo un'ulteriore specificazione:

- **amplificatore di potenza** se  $A_p > 1$ , il che implica che l'elemento circuitale sia **attivo**;
- **attenuatore di potenza** se  $A_p < 1$ , che invece implica che l'elemento circuitale sia **passivo**

### 14.1.1 Caratteristiche del circuito

Partiamo innanzitutto con le definizioni di **caratteristiche del circuito**:

- **di ingresso**: è la rappresentazione del comportamento del dispositivo sul piano  $i_1, v_1$ . La corrente in ingresso viene rappresentata solitamente come una funzione di  $v_1$  e una delle componenti in uscita (quindi  $i_2$  o  $v_2$ )
- **di uscita**: è la rappresentazione del comportamento del dispositivo sul piano  $i_2, v_2$ . La corrente in uscita viene rappresentata solitamente come una funzione di  $v_2$  e una delle componenti in ingresso (quindi  $i_1$  o  $v_1$ )

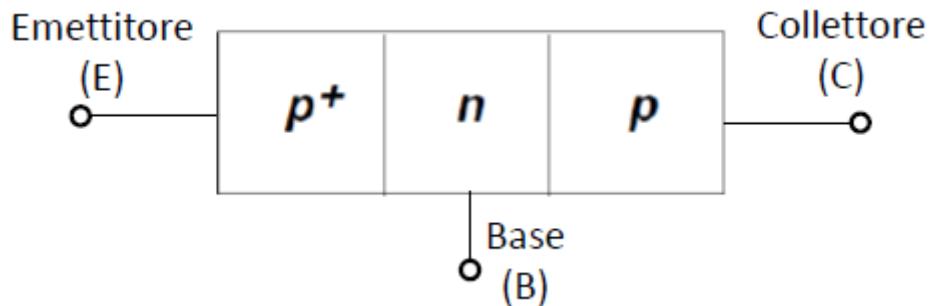
Nel circuito presentato precedentemente notiamo come la caratteristica in ingresso non abbia alcuna dipendenza con quella di uscita, e non può dunque essere rappresentata graficamente, mentre invece la corrente in uscita è legata a quella di ingresso, vista la relazione  $i_2 = A_i i_1$ . Questo ci permette di definire le caratteristiche di uscita come un fascio di rette parallele all'asse delle ascisse.

## 14.2 Il BTJ

### 14.2.1 Introduzione

Il transistore bipolare è, dal punto di vista fisico, un dispositivo con due giunzioni PN poste una di seguito all'altra, ma **orientate in senso opposto**: a seconda di come lo costruiamo, potremo avere

dunque due tipi di transitori bipolarì: **PNP** e **NPN**.

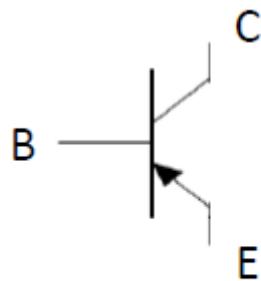


**Figura 14.2:** Schema di un BJT

Il transistor, per funzionare, necessita che una delle due estremità abbia un drogaggio maggiore rispetto all'altra, e questo viene indicato tramite un  $+$  sull'estremità maggiormente drogata. Il dispositivo ha tre terminali, chiamati:

- **emettitore**, che corrisponde all'estremo maggiormente drogato;
- **collettore**, che corrisponde all'estremo meno drogato;
- **base**, che corrisponde all'estremo intermedio, a comune tra i due dispositivi.

Il simbolo circuitale di un BJT è il seguente:



*pnp*

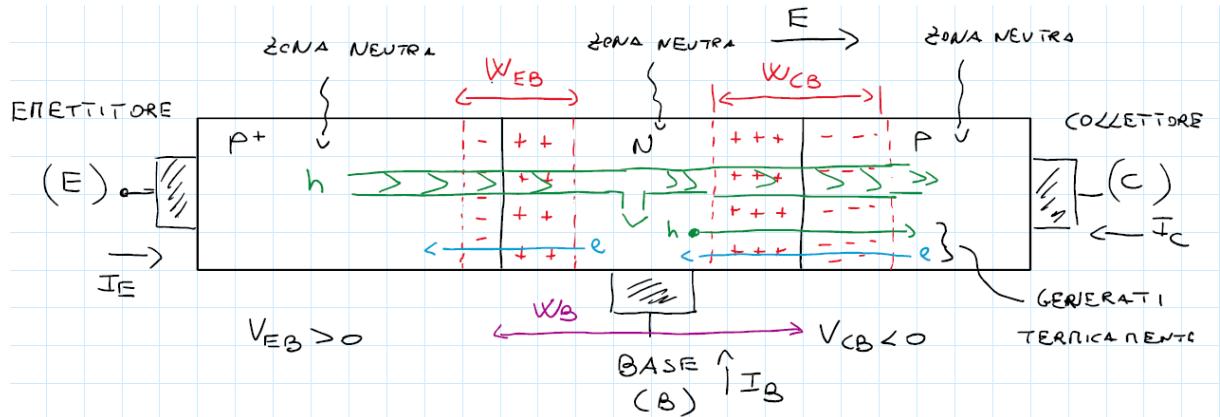
**Figura 14.3:** Simbolo circuitale di un BJT

dove la freccia indica l'emettitore, che cambia tra **PNP** e **NPN**.

#### 14.2.2 Zona di funzionamento in Zona Attiva Diretta

Abbiamo 2 giunzioni, le quali possono essere polarizzate in diretta o in inversa, e quindi possiamo avere 4 zone di funzionamento. Ci concentreremo maggiormente su quella maggiormente utilizzata

in ambito analogico, ovvero quella detta **polarizzazione in zona attiva diretta**: la giunzione Base-Emettitore è polarizzata in **diretta**, mentre quella Base-Collettore è polarizzata in **inversa**. Gli spostamenti di lacune ed elettroni sono schematizzati di seguito:



**Figura 14.4:** Spostamenti di lacune ed elettroni

La barriera di potenziale tra Base ed Emettitore è stata abbassata dalla polarizzazione diretta, per cui assisterò ad un'iniezione di lacune da  $P^+$  verso N, e una diffusione di elettroni da N verso  $P^+$ . Dato che però il transistore è progettato in modo che il droggaggio dell'Emettitore sia **molto maggiore** di quello della Base, allora la quantità di elettroni che vengono iniettati dalla Base verso l'Emettitore per effetto della polarizzazione è **trascurabile** rispetto all'iniezione di lacune da  $P^+$  verso N; questa condizione è **molto importante** per il funzionamento dell'intero dispositivo.

Dobbiamo fare un'ipotesi semplificativa, ovvero assumeremo che **il campo elettrico nelle zone neutre sia piccolo**, e dunque tale che lo spostamento delle cariche nelle zone neutre avvenga solo per **diffusione**.

Tornando alle lacune iniettate da  $P^+$  verso N, esse si ritrovano in un semiconduttore drogato N, dunque con una grande disponibilità di elettroni. Questo implica che la **probabilità che queste lacune si ricombinino con gli elettroni è molto alta**; tuttavia la costruzione del dispositivo mi impone che la **larghezza della Base sia piccola**. Questo mi implica che la percentuale di lacune che si ricombinano con gli elettroni è **molto bassa**, e la maggior parte di esse arriverà al bordo della zona di svuotamento della giunzione Base-Collettore, chiamata  $W_{CB}$ . All'interno della zona di svuotamento esiste un campo elettrico favorevole, grazie al quale le lacune vengono trascinate nel Collettore, ottenendo una transizione di portatori, in questo caso lacune, da Emettitore a Collettore, attraverso la Base.

Le condizioni per far funzionare correttamente il BJT in ZAD sono il **doggaggio** e dimensione della Base, che deve essere **piccola e stretta**, in modo che la percentuale di portatori ricombinati in base sia piccola.

Un'altra ipotesi che viene fatta è che la giunzione inversa Base-Collettore sia tale che la corrente che vi scorre sia **trascurabile**. Considerando l'altra ipotesi preliminare, ovvero che i portatori, nella zona neutra, si muovano solo per diffusione, allora otteniamo una **corrente che scorre dall'Emettitore al Collettore**. Questa corrente risulta essere costante, perché considerando che la *corrente di ricombinamento* risulta essere costante, in quanto data dalla ricombinazione dei portatori attraverso la zona  $LB$  di dimensioni finite, allora la quantità di lacune che arriva alla giunzione Base-Collettore è costante. Siamo in grado di controllare questa corrente tramite quella di Base, che è la grandezza pilota del sistema.

La corrente di base ha l'importante compito di **rifornire la base B di elettroni**. Infatti, abbiamo visto che in essa gli elettroni vengono persi per via del fenomeno della ricombinazione: questi elettroni persi devono essere riforniti, altrimenti questa zona della base non rimarrà neutra. Se la base dovesse iniziare a caricarsi positivamente, l'**iniezione di lacune verrebbe ostacolata**.

Inoltre, dobbiamo compensare anche gli elettroni che dalla base vengono iniettati nell'emettitore (per diffusione), perché anche questi vengono persi, sebbene siano in numero minor: in questo bilancio di cariche, **guadagnamo un po' di elettroni** dal fatto che alcuni vengono iniettati dal collettore verso la base.

In conclusione, se la ricombinazione è piccola, la corrente di base sarà piccola rispetto alla corrente di emettitore e collettore, perché deve solo rifornire i pochi elettroni che vengono persi dalla ricombinazione che avviene in quella zona, che in una situazione stazionaria sono una percentuale fissa.

L'altra cosa da capire è: **perché se aumentiamo la corrente di base, aumenta anche la corrente che transita dall'emettitore al collettore?** Sostanzialmente, se consideriamo il fatto che la percentuale di lacune perse nella ricombinazione è fissa, aumentando la corrente di base, possiamo iniettare un maggior quantitativo di lacune verso la base, che poi transiteranno al collettore. Allo stesso modo, se diminuiamo la corrente di base, la corrente che arriva al collettore diminuirà.

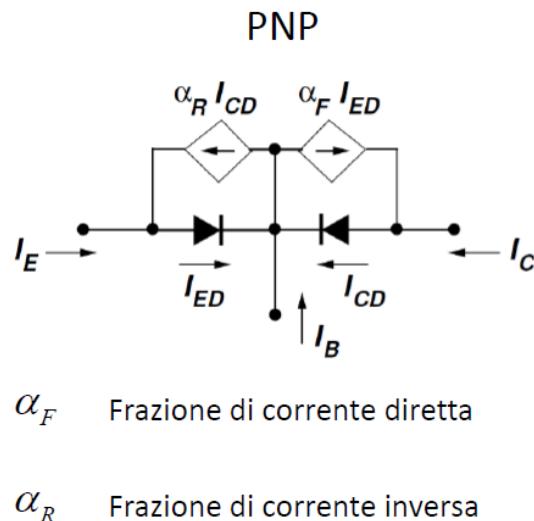
Ciò è dovuto al fatto che il rapporto tra lacune che passano ed elettroni iniettati in base deve rimanere costante. Pertanto, se modifichiamo la quantità di elettroni iniettati, **il passaggio di alcune aumenterà o diminuirà automaticamente**, poiché troveranno una maggiore o minore ricombinazione.

La corrente di base è in grado di controllare il flusso principale. Inoltre, teniamo presente che la corrente di ricombinazione è piccola, quindi siamo nella situazione in cui la corrente di base è molto piccola rispetto a quella controllata, abbiamo quindi le condizioni per affermare che il BJT è un amplificatore di corrente.

### 14.2.3 Modello di Ebers-Moll

Per evitare la trattazione matematica, utilizzeremo il **modello di Ebers-Moll per grandi segnali** del transistore. Questo modello è in grado di descrivere tutte le zone di funzionamento del transistore che andremo a trattare.

Analizziamo un BJT in configurazione PNP, iniziando da suo circuito equivalente:



**Figura 14.5:** Circuiti equivalenti di un BJT

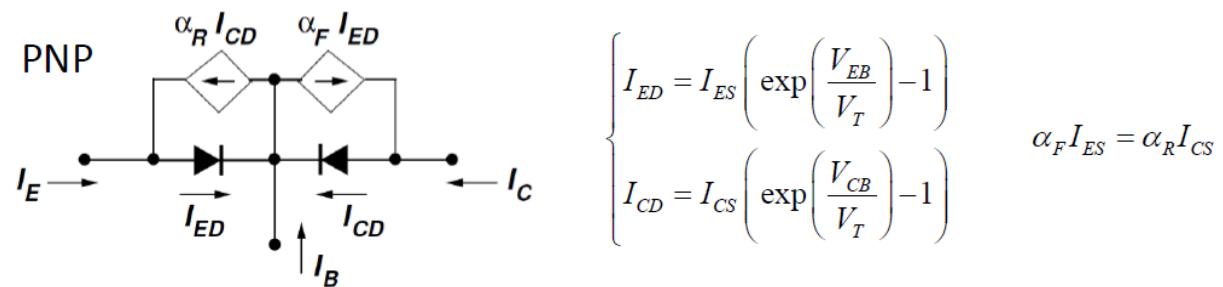
In polarizzazione diretta le lacune che riesco a passare dall'emettitore al collettore sono date dal generatore controllato  $\alpha_F I_{ED}$ . Con  $\alpha_F$  indichiamo la **frazione di corrente diretta**, ovvero la frazione di portatori iniettati dall'Emettitore in Base che riescono ad arrivare al Collettore. Il valore di  $\alpha_F$  è compreso tra 0.98 e 0.998: la parte mancante per arrivare ad 1 è dovuta ai portatori che si ricombinano in base e che dunque non riescono ad arrivare al Collettore. Il generatore controllato va inserito quindi alla base del Collettore, perché costituisce la parte di lacune che dalla base arrivano al collettore, in quanto non sono riuscite a ricombinarsi in base; il generatore controllato ha come verso lo stesso della corrente  $I_{ED}$ , che va dall'Emettitore alla base, da cui deriva la <sub>F</sub> che sta per *forward*.

Il transistor può lavorare anche in polarizzazione inversa, vale a dire che posso decidere di polarizzare la giunzione Base-Collettore in diretta, e quella Base-Emettitore in inversa: in questo caso avrei una corrente  $I_{CD}$  che va dal Collettore alla Base. Questo comportamento è identificato dall'altro generatore  $\alpha_R I_{CD}$ , con  $\alpha_R$  definito come **frazione di corrente inversa**, la cui <sub>R</sub> indica *reverse*. Questo comportamento è meno efficiente del precedente, e infatti si osserva che  $\alpha_R$  è molto minore rispetto a  $\alpha_F$  ( $0.4 \leq \alpha_R \leq 0.8$ ); questo funzionamento dipende dai drogaggi, ricordiamo infatti come l'Emettitore è molto più drogato del collettore, oltre a presentare anche differenze geometriche.

Il BJT infatti **non è simmetrico**, quindi Emettore e Collettore **non sono intercambiabili**. Per convenzione, quando si utilizza il modello di Ebers-Moll, i versi delle correnti esterne, che sono  $I_E$ ,  $I_C$  e  $I_B$ , sono tutti **entranti** nel dispositivo.

#### 14.2.3.1 Equazioni di Ebers-Moll

Scriveremo sia le equazioni interne che quelle esterne, e dunque entranti, nel dispositivo. Iniziamo con quelle esterne:



**Figura 14.6:** Equazioni esterne di Ebers-Moll

Il valore di  $I_{ED}$  è quello di una corrente che **attraversa il diodo**, espressa dal modello di Shockley, nel quale  $V_{EB}$  è la tensione tra Emettore e Base. Il valore di  $I_{CD}$  è invece il valore della corrente che passa nell'altro diodo, dato sempre dal modello di Shockley, nel quale  $V_{CB}$  è la tensione tra Collettore e Base. Aggiungiamo a questo punto una **regola di reciprocità**:

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$

che utilizzeremo, assieme alle altre equazioni, per trovare quelle relative alle correnti interne:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_E = I_{ED} - \alpha_R I_{CD} = I_{ES} \left( \exp \left( \frac{V_{EB}}{V_T} \right) - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( \exp \left( \frac{V_{CB}}{V_T} \right) - 1 \right) \\ I_C = -\alpha_F I_{ED} + I_{CD} = -\alpha_F I_{ES} \left( \exp \left( \frac{V_{EB}}{V_T} \right) - 1 \right) + I_{CS} \left( \exp \left( \frac{V_{CB}}{V_T} \right) - 1 \right) \\ I_B = -I_E - I_C \end{array} \right.$$

**Figura 14.7:** Equazioni interne di Ebers-Moll

### 14.2.3.2 Riepilogo

Le quattro zone di funzionamento del BJT sono riassunte in questa tabella:

Zona di funzionamento	Polarizzazione giunzioni	Impiego del BJT
Attiva Diretta	Giunzione "BE": diretta Giunzione "BC": inversa	Amplificatore
Attiva Inversa	Giunzione "BE": inversa Giunzione "BC": diretta	Prestazioni molto degradate
Interdizione	Giunzione "BE": inversa Giunzione "BC": inversa	Interruttore aperto
Saturazione	Giunzione "BE": diretta Giunzione "BC": diretta	Interruttore chiuso

**Figura 14.8:** Tabella di riepilogo sulle zone di funzionamento

Nella zona attiva diretta il BJT è utilizzato come **amplificatore**, in quanto la piccola corrente di Base riesce a controllare la corrente di Collettore, che è molto più grande.

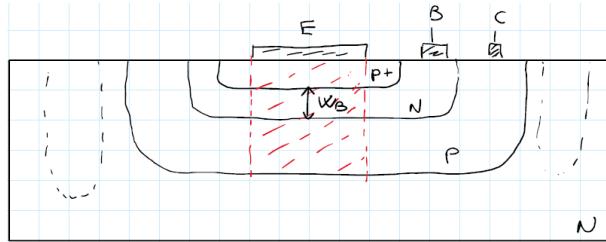
Nella **zona attiva inversa** il BJT è ancora utilizzato come amplificatore, ma ha **prestazioni molto degradate** rispetto al funzionamento in attiva diretta (ricordiamo i valori di  $\alpha_F$  e  $\alpha_R$ ).

Nella zona di **interdizione**, quindi con entrambe le giunzioni polarizzate in inversa, la corrente che scorre è praticamente nulla e il BJT è assimilabile ad un **interruttore aperto**.

Nella zona di **saturazione** invece abbiamo entrambe le giunzioni in diretta, entrambe iniettano portatori in Base, rendendo di fatto il BJT un **interruttore chiuso**.

### 14.2.4 Struttura fisica del BJT PNP

Come detto, il dispositivo non è simmetrico e riusciamo ad apprezzare meglio questa asimmetria con la figura; inoltre notiamo anche che l'emettitore è più piccolo e molto più drogato del collettore, che è più grande oltre ad avere un drogaggio minore.

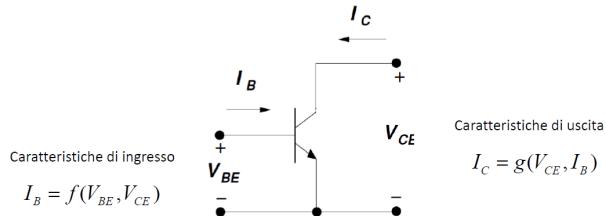


**Figura 14.9:** Struttura fisica di un BJT PNP

### 14.3 BJT NPN

Abbiamo introdotto dei componenti elettronici chiamati generatori di corrente controllati in corrente, che possono essere descritti come quadripoli. Per rendere il nostro transistor un dispositivo con una porta di ingresso e una porta di uscita, dobbiamo collegare uno dei suoi tre terminali in comune tra ingresso e uscita. Ci sono tre modi per farlo: emettitore comune, base comune e collettore comune. Tuttavia, ci concentreremo solo sulla configurazione a emettitore comune, poiché è quella che ci interessa per i nostri scopi.

Nella configurazione a emettitore comune, il terminale dell'emettitore è collegato in comune tra ingresso e uscita. In questo modo, abbiamo una porta di ingresso tra base ed emettitore e una porta di uscita tra collettore ed emettitore. Per il nostro studio, considereremo solo il transistor NPN, in cui gli elettroni si muovono dall'emettitore al collettore e le lacune si muovono dalla base all'emettitore. In questo modo, avremo una corrente che scorre dal collettore all'emettitore e un flusso di lacune nella base.

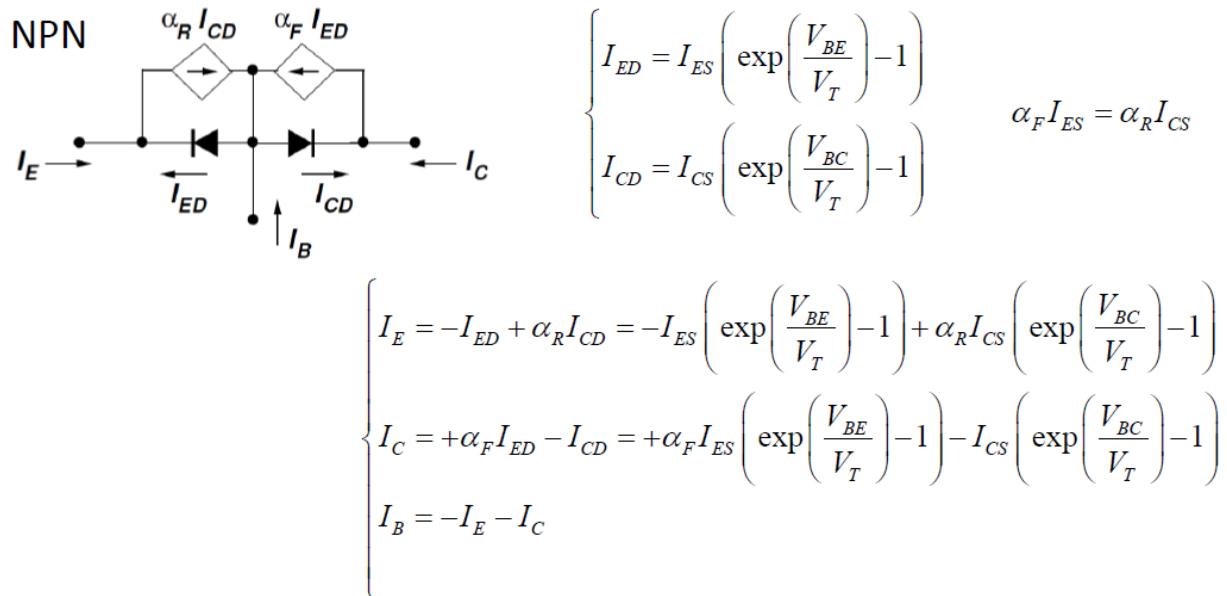


**Figura 14.10:** Circuiti di configurazione a emettitore comune

Il nostro dispositivo ha delle specifiche di ingresso che sono rappresentate dalla corrente di base  $I_B$  in funzione della tensione  $V_{BE}$  e  $V_{CE}$ . Ciò significa che le specifiche di ingresso saranno tracciate su un grafico bidimensionale che mostra  $I_B$  in funzione di  $V_{BE}$  e  $V_{CE}$ . D'altra parte, le specifiche di uscita sono rappresentate dalla corrente di collettore  $I_C$  in funzione di  $V_{CE}$  e  $I_B$ . Queste specifiche di uscita saranno tracciate su un grafico bidimensionale che mostra  $I_C$  in funzione di  $V_{CE}$ , con  $I_B$  come parametro di ingresso. Solitamente, la corrente di base  $I_B$  viene utilizzata come parametro di ingresso per tracciare le caratteristiche di uscita.

### 14.3.1 Modello di Ebers-Moll per il transistor NPN

Scriviamo le equazioni del modello per le correnti interne ed esterne, come fatto per il BJT PNP:



**Figura 14.11:** Equazioni esterne di Ebers-Moll per il transistor NPN

Vogliamo confermare che la nostra analisi ci indica che questo dispositivo è un generatore di corrente controllato in corrente, che è il concetto fondamentale che ci ha portato a questo punto. Se il dispositivo si trova nella regione attiva diretta, possiamo affermare che  $V_{BE} \gg V_T$  poiché la giunzione base-emettitore è polarizzata in diretta, mentre  $V_{BC} \ll -V_T$  poiché la giunzione base-collettore è polarizzata in inversa con  $V_{BC}$  negativo. Nella polarizzazione diretta del PNP avevamo  $V_E > V_B$ , ma in questo caso, invece, abbiamo  $V_B > V_E$ . Se consideriamo il primo termine della corrente di emettitore nell'equazione di Ebers-Moll, poiché  $V_{BE} \gg V_T$ , possiamo trascurare il valore 1 rispetto alla componente esponenziale e quindi eliminarlo. Allo stesso modo, per il secondo termine, siccome  $V_{BC} \ll -V_T$  la componente esponenziale è trascurabile rispetto alla costante 1 poiché è negativa, e quindi può essere eliminata.

$$\begin{cases} V_{BE} \gg V_T \Rightarrow e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \gg 1 \\ V_{BC} \ll -V_T \Rightarrow e^{\frac{V_{BC}}{V_T}} \ll 1 \end{cases}$$

**Figura 14.12:** Equazioni di Ebers-Moll della tensione per il transistor NPN

Se andiamo a sostituire queste approssimazioni nelle equazioni che abbiamo ricavato del modello

otteniamo:

$$\begin{aligned}
 I_E &\approx -I_{ES} e^{\frac{J_{BE}}{V_T}} - (\alpha_R I_{CS}) \approx -I_{ES} e^{\frac{J_{BE}}{V_T}} \\
 I_C &\approx +\alpha_F I_{ES} e^{\frac{J_{BE}}{V_T}} + I_{CS} \approx \alpha_F I_{ES} e^{\frac{J_{BE}}{V_T}} \\
 \Rightarrow I_C &= -\alpha_F I_E
 \end{aligned}$$

**Figura 14.13:** Equazioni di Ebers-Moll della la tensione per il transistor NPN

Notiamo che  $I_{ES}$  e  $I_{CS}$  sono dello stesso ordine di grandezza, mentre  $\alpha_F$  è un numero minore di 1, moltiplicato per un esponenziale: il secondo termine sarà dunque trascurabile rispetto al primo, dunque procederemo a eliminarlo. Nel secondo termine invece trascurro  $I_{CS}$  rispetto al primo termine.

Troviamo quindi che **la corrente di collettore è uguale a quella di emettitore per il fattore di trasporto**, ovvero l'elemento che tiene conto della frazione di portatori che attraversano la base senza ricombinarsi; il segno negativo è dovuto al fatto che per convenzione tutte le correnti sono **entranti** nel dispositivo, anche se in effetti risulterà  $I_C$  entrante nel collettore, mentre  $I_E$  uscente dall'emettitore.

Per verificare che siamo davvero in presenza di un generatore di corrente controllato in corrente, dobbiamo verificare che la corrente di collettore sia proporzionale alla corrente di base, come ci aspettiamo da un generatore di corrente controllato in corrente:

$$I_B = -I_E - I_C = -\left(-\frac{1}{\alpha_F} I_C\right) - I_C = I_C \left(\frac{1}{\alpha_F} - 1\right) = I_C \frac{1 - \alpha_F}{\alpha_F}$$

$$I_C = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} I_B = \beta_F I_B$$

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} = h_{FE}$$

Guadagno di corrente in corto circuito a emettitore comune

**Figura 14.14:** Equazioni del generatore controllato in corrente

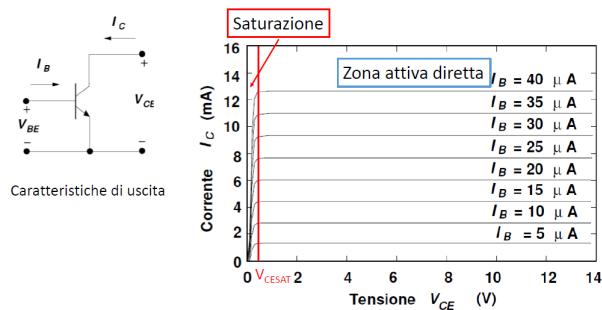
E' necessario ricordare che queste equazioni sono valide solo per la **Zona Attiva Diretta**, e non per altre zone di funzionamento.

I risultati ottenuti sono interessanti: innanzitutto la corrente di uscita **non dipende dalla tensione**, ma da un coefficiente  $\beta_F$  detto **guadagno di corrente in cortocircuito a emettitore comune**, i cui

valori tipici sono  $\in [200; 300]$ . I valori molto alti suggeriscono che basta una corrente di base molto piccola per controllare la corrente, molto più grande, del collettore.

### 14.3.2 Caratteristiche di uscita

Ci aspettiamo che la caratteristica  $I_B$  sia proporzionale alla  $I_C$  per un fattore  $\beta_F$ :



**Figura 14.15:** Caratteristiche di uscita

Ciò è vero solo per valori di  $V_{CE}$  non troppo piccoli; se abbassassimo troppo tale tensione le caratteristiche collasserebbero, diminuendo infine la corrente del Collettore. Ma in che modo  $V_{CE}$  influenza la caratteristica di uscita? Il dispositivo andrà in **saturazione**:

$$\begin{aligned} \text{Se } V_{CE} &= V_{CB} + V_{BE} \stackrel{\text{2.4.5}}{\approx} V_{CB} + 0.7V \\ \text{Se } V_{CE} &= 5V \quad 5 = V_{CB} + 0.7 \Rightarrow V_{CB} = 4.3V > 0 \\ \text{Se } V_{CE} &= -1V \quad "BC" \text{ INVERSA} \\ -1 &= V_{CB} + 0.7 \Rightarrow V_{CB} = -0.3V \Rightarrow "BC" \text{ INVERSA} \\ \text{Se } V_{CE} &= 0.1V \\ 0.1 &= V_{CB} + 0.7 \Rightarrow V_{CB} = -0.6V \Rightarrow "BC" \text{ DIRETTA} \\ \Rightarrow \text{BJT} &\text{ E' IN SATURAZIONE} \end{aligned}$$

**Figura 14.16:** Saturazione di un BJT

Fin quando  $V_{CE}$  è maggiore  $0.7V$ , allora la  $V_{BC}$  è negativa, dunque la giunzione Base-Collettore sarà polarizzata in **inversa**; diminuendo invece  $V_{CE}$ ,  $V_{BC}$  diventa positiva, e la giunzione Base-Collettore sarà polarizzata in **diretta**. Dunque entrambe le giunzioni sono polarizzate dirette: siamo in zona di saturazione, che rende il dispositivo assimilabile ad un interruttore chiuso, perdendo il controllo sulla corrente di base. Questo fenomeno avviene per valori di  $V_{CE}$  compresi tra  $[0.1V \div 0.3V]$

### 14.3.3 Caratteristiche di ingresso

In zona attiva diretta, posso scrivere  $I_B$  in funzione di  $V_{BE}$ :

$$I_B = (1 - \alpha_F) I_{ES} \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

Vuol dire che la corrente di base è dipendente dalla tensione in ingresso, mentre  $I_C$  è indipendente dalla tensione di uscita  $V_{CE}$ . Ne deduciamo che la caratteristica di uscita avrà un **andamento esponenziale**.

## 14.4 Effetto Early

Osserviamo un BJT a caratteristiche reali:

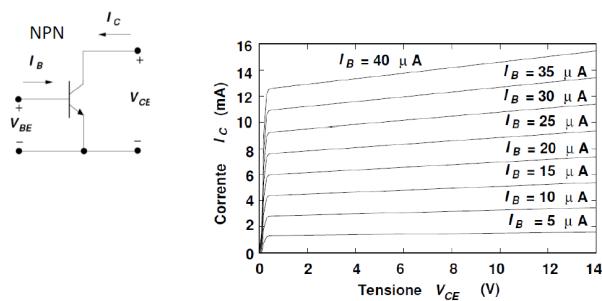


Figura 14.17: Caratteristiche Reali

Quello che accade nei BJT reali è che le caratteristiche non sono perfettamente orizzontali, ma presentano una certa inclinazione, dal quale si deduce che la corrente  $I_C$  non è costante e, ancora, che all'aumentare di  $V_{CE}$  la corrente di collettore aumenta. Un altro effetto che notiamo è detto **Effetto Early**: rappresentando le caratteristiche in funzione di  $V_{BE}$  e prolungando idealmente le caratteristiche secondo la loro inclinazione, vedo che si incontrano tutte ad una tensione negativa  $V_A$  detta **tensione di Early**.

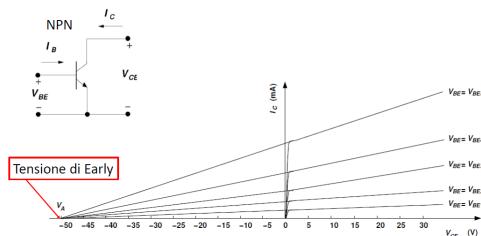
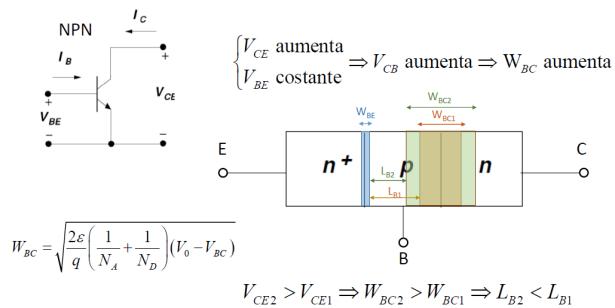


Figura 14.18: Tensione di Early

Dei valori tipici di  $V_A$  sono compresi tra  $-50V$  e  $-100V$ , ad indicare che le caratteristiche in genere non sono troppo inclinate.

Ma qual è l'origine fisica dell'effetto Early? Esso non è previsto nel modello di Ebers-Moll, quindi dobbiamo andare a cercare la sua origine nel modello fisico nel transistore.



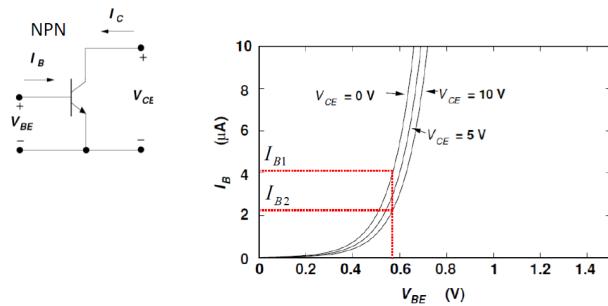
**Figura 14.19:** Modello fisico del BJT

Abbiamo un BJT **NPN**, con la giunzione Base-Emettore polarizzata in **diretta**, una zona di svuotamento  $W_{EB}$  più piccola a causa della polarizzazione diretta, e la tensione ai capi della giunzione pari a  $V_\gamma = 0.7V$  dunque costante. La giunzione Base-Collettore è invece polarizzata in **inversa**, una zona di svuotamento  $W_{CB}$  più grande rispetto al corrispettivo  $W_{EB}$ , con un fattore di trasporto  $L_{B1}$ .

Cosa succede se aumentiamo  $V_{CE}$  mantenendo  $V_{BE}$  costante? La relazione che dobbiamo guardare è  $V_{CE} = V_{CB} + V_{BE}$ : aumentando  $V_{CE}$  allora aumenterà anche  $V_{CB}$ , e ciò andrà ad impattare sulla zona di svuotamento  $W_{CB}$ , che diventerà più grande. Contemporaneamente avremo un restringimento della zona neutra nella base, che implica una minore possibilità di ricombinazione e dunque un aumento del fattore  $\alpha_F$ , che a sua volta implica un aumento della corrente di collettore. Questo nuovo comportamento della caratteristica di uscita non è apprezzabile nel modello di Ebers-Moll, che invece prevede  $\alpha_F$  costante.

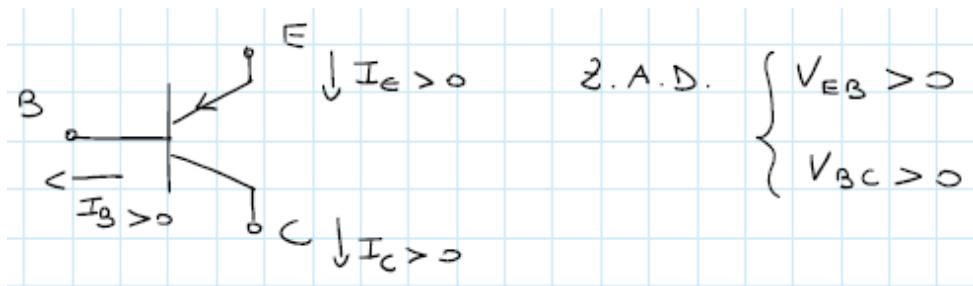
Ragioniamo ora sulla possibilità dell'effetto Early di influenzare anche la caratteristica di ingresso: con una  $V_{BE}$  costante, la corrente  $I_B$  rimane costante o varia al variare di  $V_{CE}$ ? All'aumento di quest'ultima, la zona neutra diminuisce e dunque avremo meno ricombinazioni, dunque  $I_B$  diminuisce perché dovrà rifornire una quantità minore di elettroni ricombinati. Tracciando un grafico:

Queste caratteristiche sono molto più vicine tra loro rispetto alla caratteristica di uscita, e potrei anche considerare  $I_B$  costante. Dunque ne concludiamo che l'effetto Early è molto più evidente nella caratteristica di uscita rispetto a quella di ingresso.



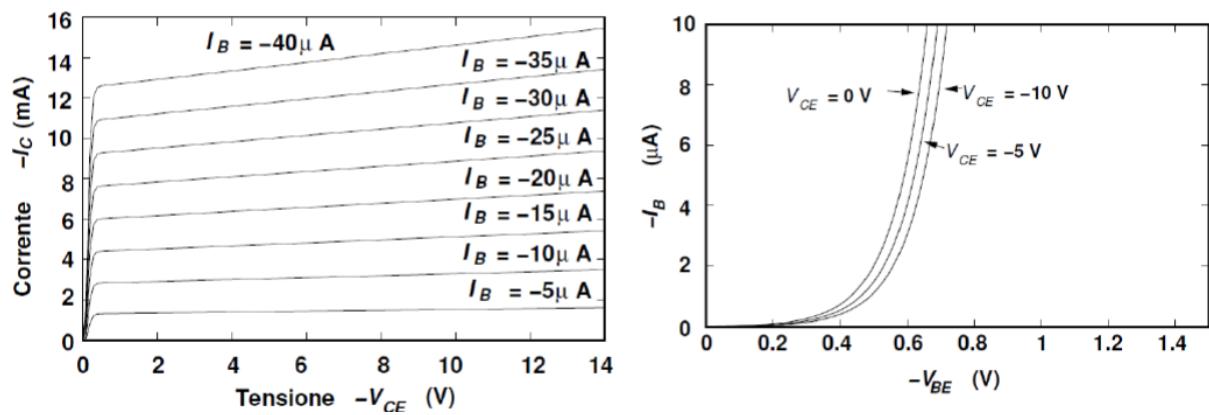
**Figura 14.20:** Grafico per caratteristiche di ingresso con effetto Early

## 14.5 Caratteristiche di un BJT PNP



**Figura 14.21:** Schema circuitale di BJT PNP

Il comportamento di un BJT PNP è analogo al transistore PN, con l'unica differenza che i versi delle correnti e delle tensioni sono tutti **invertiti**: la corrente di base è ora uscente, la  $V_{CE}$  è negativa e così via. Di conseguenza le caratteristiche saranno identiche, ma espresse nel terzo quadrante (notiamo il segno negativo nell'unità di misura delle ascisse e delle ordinate):



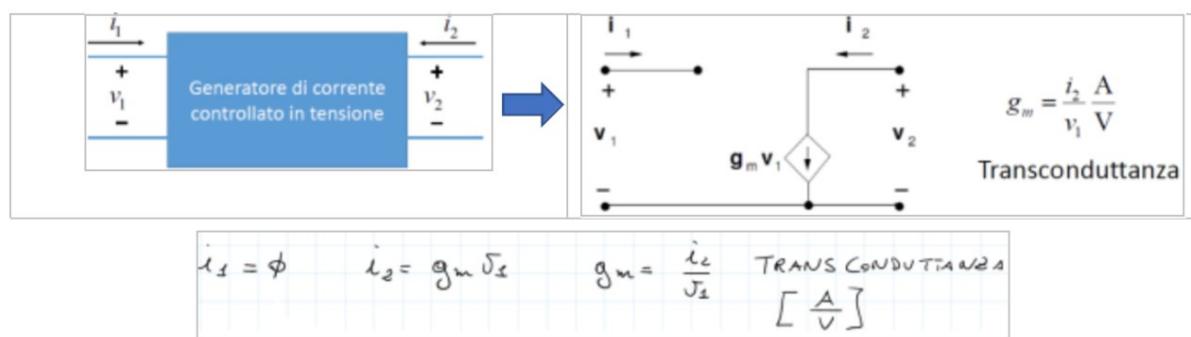
**Figura 14.22:** Caratteristiche di un BJT PNP

# 15 I MOS - Metal Oxide Semiconductor

## 15.1 Transistori MOSFET

I **MOSFET** sono della famiglia dei FET [Transistori a Effetto di Campo], ovvero dispositivi il cui funzionamento dipende da un campo elettrico, e sono assimilabili a **generatori di corrente controllati in tensione**. Una differenza rispetto ai BTJ è che il suo comportamento dipende dai **portatori maggioritari**, a differenza dei BTJ che dipendono dai portatori minoritari immessi in base.

Un possibile schema circuitale è il seguente:

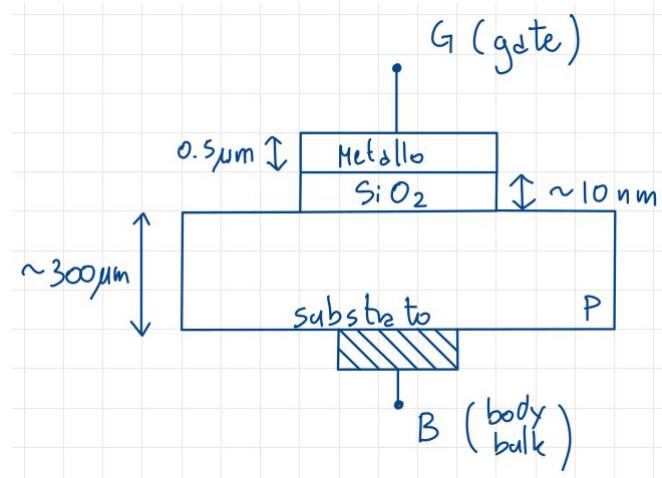


**Figura 15.1:** Schema circuitale di un MOSFET

Nella maglia di ingresso c'è, oltre il terminale di controllo ovvero la tensione  $V_1$ , un'impedenza infinita che viene rappresentata da un circuito aperto, ovvero  $I_1 = 0$ . Per i nostri scopi infatti la corrente assorbita dal terminale di controllo è nulla. Nell'altro terminale c'è una corrente tale che  $I_2 = g_M V_1$ , dove  $g_M$  è il rapporto tra corrente di uscita e tensione in ingresso; si tratta di una **trans-conduttanza**, in quanto il suo valore è un rapporto tra grandezze appartenenti a maglie diverse

## 15.2 Condensatore MOS

Possiamo vedere questo dispositivo come una sorta di condensatore con due **armature**, una di metallo e una di substrato, e il dielettrico con formula chimica  $SiO_2$ .



**Figura 15.2:** Schema fisico di un Condensatore MOS

Le varie parti che compongono il condensatore sono:

- il **substrato**, ovvero del Silicio drogato P;
- uno strato di **Ossido di Silicio**, perfettamente **isolante**;
- un elettrodo di metallo, conduttore perfetto, che viene chiamato **gate**, che sarà il terminale di controllo della corrente in uscita.

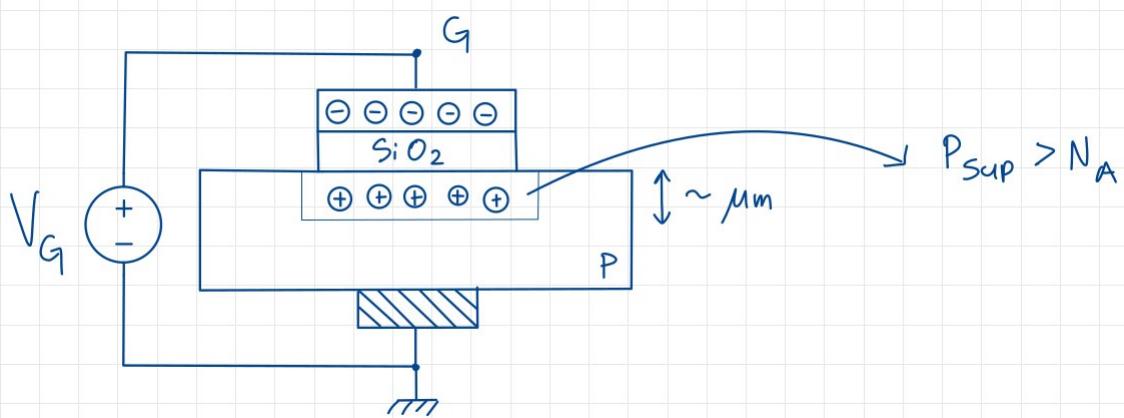
Dal punto di vista fisico, è interessante come i millimetri dello strato di Ossido di Silicio vengano ridotti sia per occupare meno spazio, sia per consumare meno corrente; d'altro canto avere uno strato più sottile di  $7\text{nm}$  porterebbe il Silicio a perdere le sue caratteristiche isolanti.

A seconda della tensione di gate  $V_G$  che entra nel diodo avremo differenti comportamenti.

### 15.2.1 Dispositivo in accumulazione

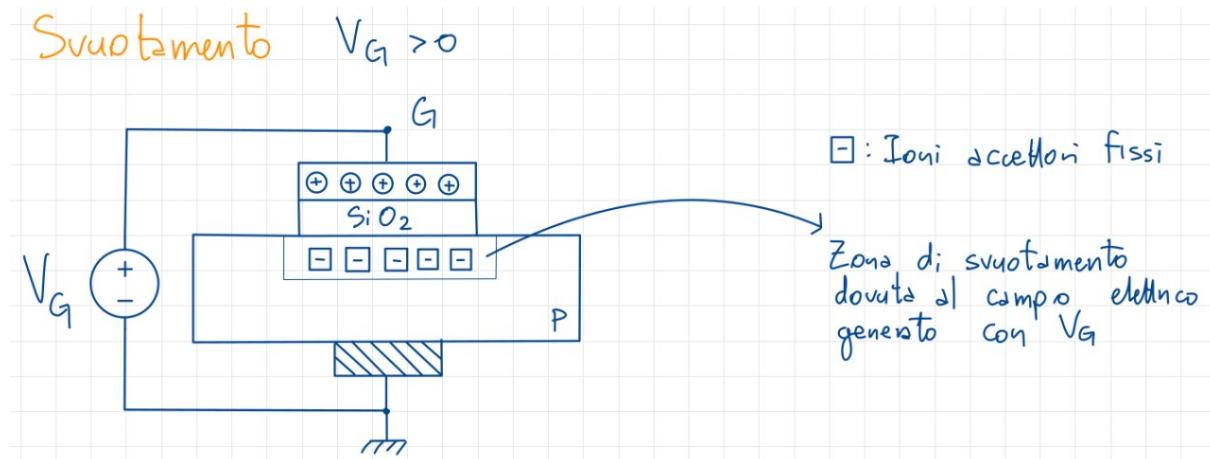
Quando applico una tensione  $V_G < 0$ , il gate inizierà a caricarsi **negativamente**, accumulando elettroni liberi sul terminale, e quindi il substrato inizierà a caricarsi positivamente.

Si genera dunque un campo elettrico tale che alcune lacune libere del substrato si accumulino nella zona superficiale, venendo bloccate dall'ossido isolante. La concentrazione di lacune in questa regione è maggiore rispetto alle altre zone del substrato, e da questa osservazione nasce il nome di **accumulazione**.

**Figura 15.3:** Dispositivo in accumulazione

### 15.2.2 Dispositivo in svuotamento

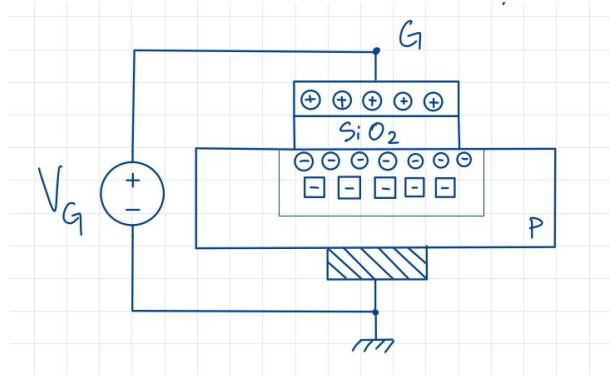
Questo è il caso in cui la tensione applicata al gate è positiva, ma comunque minore di una tensione soglia  $V_T$ : avrò delle cariche positive sul gate che saranno compensate, nel substrato, dalla carica negativa causata dagli ioni accettori, che a loro volta non sono più compensati dalle rispettive lacune, respinte lontano dalla superficie.

**Figura 15.4:** Dispositivo in svuotamento

La tensione positiva ha generato un campo elettrico che è andato ad allontanare le lacune di superficie del substrato, facendola diventare una **zona di svuotamento**, nella quale la concentrazione di lacune è minore rispetto al resto del substrato, che sarà formata dagli ioni accettori che precedentemente erano compensati dalle lacune. A conti fatti, la zona di svuotamento avrà una carica complessiva negativa, pari alla carica positiva del gate.

### 15.2.3 Dispositivo in inversione

Per valori di  $VG \geq VT$  avremo un comportamento inedito: quando il campo elettrico aumenta di intensità, allontanerà sempre di più le lacune, portando lo stesso ad attirare in superficie gli elettroni liberi del substrato P, in questo caso minoritari, che si sono generati termicamente. Gli elettroni tendono ad accumularsi in superficie quindi, dopo un certo tempo, esisterà una regione in cui si sono accumulati questi elettroni, tali da compensare, assieme alle cariche fisse, la carica positiva del gate.



**Figura 15.5:** Dispositivo in inversione

In pratica, avrò un'**inversione locale** della tipologia del semiconduttore, da P ad N, limitatamente alla superficie del substrato.

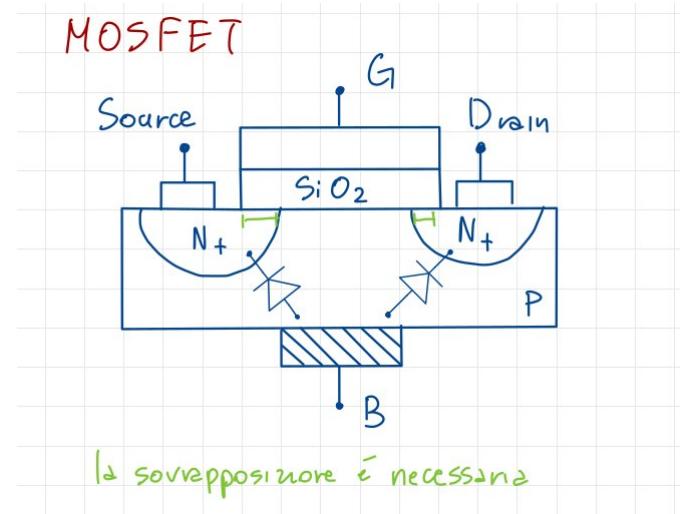
## 15.3 MOSFET

Un MOSFET è formato da un condensatore MOS al quale sono affiancate due zone di semiconduttore con droggaggio **opposto** a quello del body. Queste zone avranno dei terminali che saranno chiamati rispettivamente **Source** e **Drain**.

I pozetti **devono parzialmente essere sovrapposti all'Ossido**, e la zona interposta tra i due pozetti viene detta **regione di canale**, che avrà una sua larghezza e una sua lunghezza, importanti per alcuni concetti che verranno successivamente trattati.

Il **source** è il terminale che **fornisce i portatori**, mentre **drain** li riceve; la corrente scorrerà da Source a Drain quando vengono rifornite lacune, mentre se vengono riforniti elettroni, la corrente scorrerà in senso opposto, e ciò viene regolato dalla tensione applicata su **gate**, che è il terminale di controllo del dispositivo.

Il terminale di **body** verrà messo a *ground*; schematizziamo inoltre le giunzioni  $N^+P$  come dei diodi che, per garantire il corretto funzionamento del dispositivo, devono essere **in inversa**. Per garantire

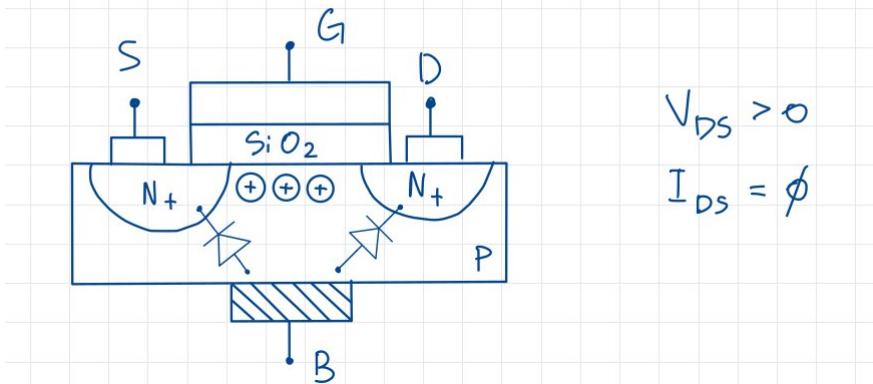
**Figura 15.6:** Sezione di un MOSFET

ciò è sufficiente che la tensione in body sia **la più piccola di tutto il circuito**, in modo da poter mettere a ground l'anodo del diodo, avendo come unico risultato una polarizzazione **inversa**. In questo modo tra Source e Drain non può scorrere corrente, analogamente ad un BJT NPN in interdizione.

### 15.3.1 MOSFET in accumulazione

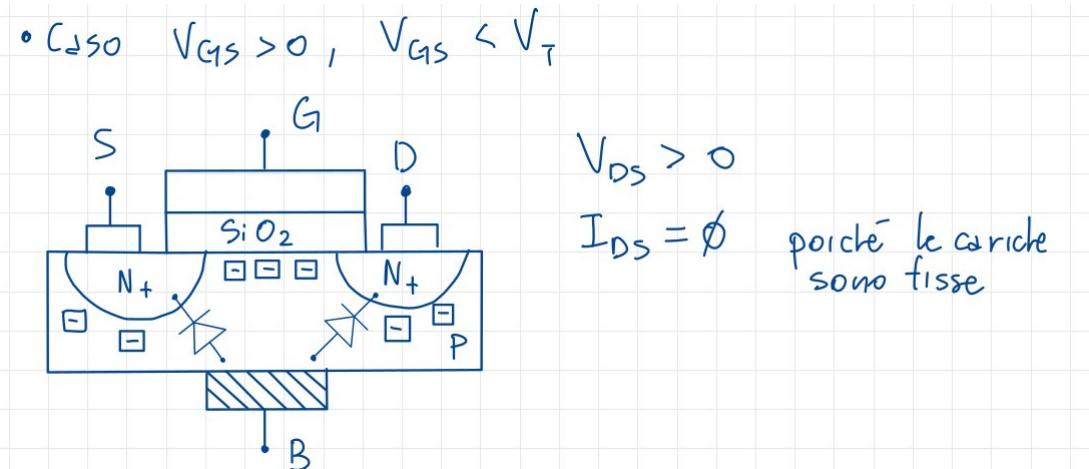
Situazione in cui, applicando una  $V_{GS} < 0$ , si accumuleranno delle cariche positive nella superficie del substrato, impedendo il passaggio di corrente tra Source e Drain.

- Caso  $V_{GS} < 0$  (accumulazione)

**Figura 15.7:** MOSFET in accumulazione

### 15.3.2 MOSFET in svuotamento

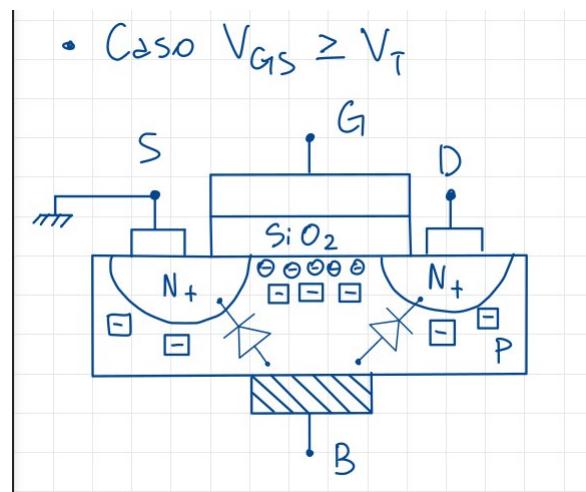
La situazione è uguale e opposta a quella precedente: ci sono cariche fisse nella superficie del substrato che impediscono lo scorrere della corrente, per  $0 < V_{GS} < V_T$ . Source e Drain sono ancora isolati.



**Figura 15.8:** MOSFET in svuotamento

### 15.3.3 MOSFET in inversione

Applicando una  $V_{GS} > V_T$  la situazione cambia, infatti avrò finalmente Source e Drain collegate: vediamo in che modo.



**Figura 15.9:** MOSFET in inversione

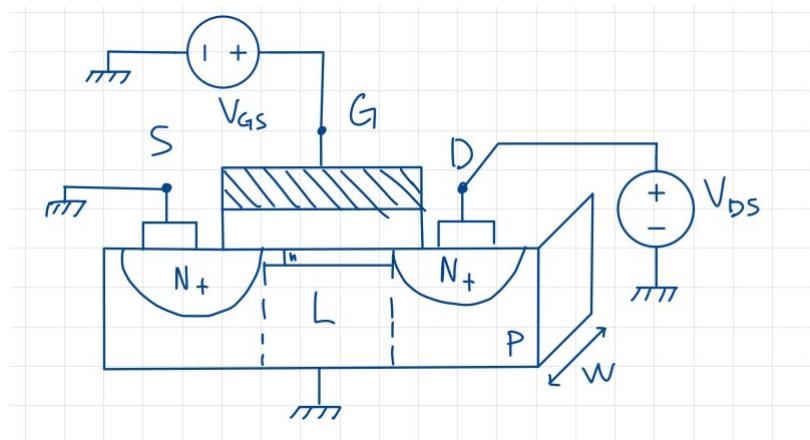
Il fenomeno dell'inversione visto nel condensatore MOS si verifica anche nel MOSFET: si forma una zona di inversione nella quale sono presenti **cariche mobili**, che vengono richiamate in superficie dal campo elettrico creato dalla  $V_{GS}$ . C'è però una differenza tra il condensatore e il MOSFET: se nel primo queste cariche libere erano gli elettroni generati termicamente, nel secondo questa componente è una **minima parte**, e la maggioranza delle cariche è composta dalle cariche libere richiamate dalle regioni di Source e Drain, che fungono come da **serbatoi di cariche**. Sulla superficie del substrato si forma una zona con concentrazione di cariche libere, in questo caso elettroni, **maggior o uguale** del droggaggio del substrato. Per effetto dell'inversione avremo che le due regioni  $N^+$  sono **unite** da un canale conduttivo di **cariche mobili**, che permettono il **passaggio di corrente**. Essendo Source e Drain simmetrici, sono perfettamente intercambiabili, dando vita in questo caso a un **MOSFET a canale N**.

## 15.4 Studio del canale di un MOSFET

Ipotizziamo di aver appunto creato il canale tra Source e Drain, e quindi di avere  $V_{GS} > V_T$ : vediamo ora il suo comportamento quando viene applicata una tensione ai suoi estremi.

### 15.4.1 Caso per $V_{DS} > 0$ e piccola

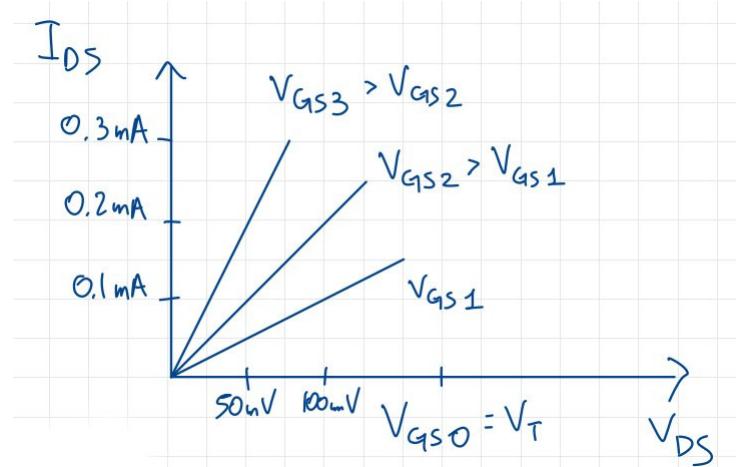
Per ipotesi poniamo che Source sia alla tensione di riferimento, e che a drain venga applicata una tensione positiva:



**Figura 15.10:** MOSFET con  $V_{DS} > 0$

Applicando questa tensione ci rendiamo conto che il terminale di Drain inizia ad **attrarre elettroni**, risultando in uno **scorrimento** di elettroni tra Source e Drain. Questo perché Source, come

suggerisce il nome, fornisce i portatori, mentre Drain li riceve. Se contemporaneamente aumenta  $V_{GS}$ , mantenendo però costante  $V_{DS}$ , sperimentero un **aumento dello spessore del canale**, una diminuzione della **resistenza di canale** e un **aumento della corrente**. La relazione tra corrente e tensione è lineare, in quanto il canale è **uniforme** per tensioni piccole, che era la nostra ipotesi, e segue questo andamento:



**Figura 15.11:** Relazione tra corrente e tensione

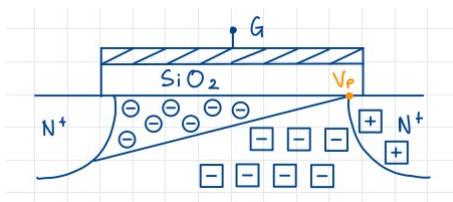
Le ipotesi per il quale possiamo applicare questa relazione sono:

- la corrente del terminale di Body è **nulla**;
- la corrente di Gate è **nulla**, ovvero assumiamo che l'ossido sia un isolante perfetto.

Risulta ovvio che, per  $V_{DS} = 0$ , la corrente sarà **nulla**.

#### 15.4.2 Caso per $V_{DS} > 0$ e non trascurabile

Quando  $V_{DS}$  diventa non trascurabile, il canale non è più uniforme, persino la sua forma cambia, andando ad assottigliarsi vicino al Drain:



**Figura 15.12:** MOSFET con  $V_{DS} > 0$  e non trascurabile

Quello che determina la presenza o meno del canale, ed eventualmente quando vale la tensione in quel punto, è la differenza di potenziale tra Source e il punto, che chiamiamo  $x$ : ho il canale se  $V_{Gx} \geq V_T$ . Scrivo  $V_{Gx}$  come  $V_{Gx} = V_{GS} + V_{Sx}$ , che è appunto la caduta di potenziale tra Source e il punto  $x$ .

### 15.4.3 Lo strozzamento del canale

Aumentando ulteriormente  $V_{DS}$  tale che  $V_{DS} = V_{GS} - V_T$ , noto che il canale si **strozza** e si **chiude**. Analiticamente ce ne accorgiamo sostituendo nelle formule:

$$V_{Gx}(x = L) = V_{GS} - V_{DS} = V_{GS} - V_{GS} + V_T = V_T$$

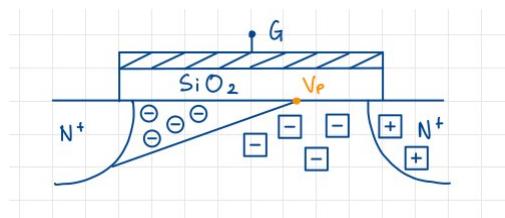
che è la condizione limite per la formazione del canale.

Ricaviamo a questo punto:

$$V_{gS} = V_{GS} - V_T$$

che è la **tensione di strozzamento**, o di **pinch-off**.

Se  $V_{DS} > V_{GS} - V_T$  il canale ‘si chiude’ in un punto **precedente a Drain**.



**Figura 15.13:** MOSFET con  $V_{DS} > V_{GS} - V_T$

Il potenziale del punto di pinch-off è così calcolato:

$$V_{xS} = V_{GS} - V_T$$

Si noti infine che per punti di pinch-off tali che la loro distanza da Drain  $\Delta L$ , con  $\Delta L \ll L$ , la resistenza del canale rimane sostanzialmente immutata, e vale  $R = \rho \frac{L}{W}$ . Nonostante però il canale sia strozzato, la corrente **continua a scorrere in maniera costante**: ciò è dovuto alla zona di svuotamento che, assieme al campo elettrico, crea delle condizioni favorevoli al passaggio di elettroni, proprio tra il punto di pinch-off e Drain. Il fatto che sia costante è giustificato dalla resistenza immutata del canale citata precedentemente, che assicura un flusso di cariche costante.

### 15.4.4 Conclusioni

Abbiamo individuato due principali zone di funzionamento del MOSFET: una per  $V_{DS} < V_{GS} - V_T$ , e una per  $V_{DS} > V_{GS} - V_T$ . La prima zona di funzionamento viene detta **Zona triodo**, e la seconda **Zona di saturazione**.

#### 15.4.4.1 Zona triodo

In questa zona di funzionamento il canale è **sempre aperto**, e la corrente vale:

$$i_{DS} = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot [(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}]$$

dove:

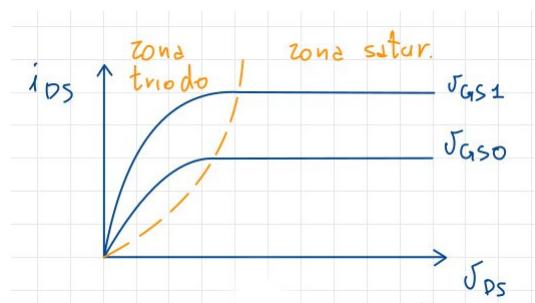
- $\mu_n$  è la mobilità dei portatori negativi;
- $C_{ox}$  è la capacità di ossido, data dal rapporto tra la costante dielettrica e lo spessore dell'ossido;
- $W$  è la larghezza del canale;
- $L$  è la lunghezza del canale.

#### 15.4.4.2 Zona di saturazione

In questa zona di funzionamento il canale è **sempre chiuso**, e la corrente vale:

$$i_{DS} = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

Notiamo che le curve della corrente relative alle due zone di funzionamento combaciano perfettamente, e siamo anche in grado di definire una curva che possa discriminare le due zone di funzionamento:



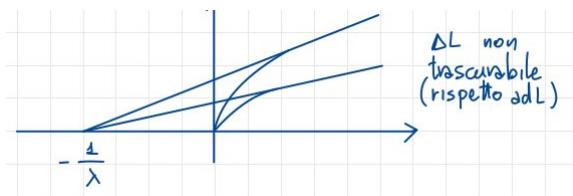
**Figura 15.14:** Curva di corrente

La curva, che è in realtà una parabola, è data dall'equazione:

$$i_{DS} = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

dove  $k$  è una costante di proporzionalità.

Nella realtà la curva della corrente non è perfettamente orizzontale, questo perché non possiamo considerare  $\Delta L$  trascurabile oltre una certa soglia, e ciò da vita ad un fenomeno simile all'effetto Early: prolungando le caratteristiche, esse si incontrano in un punto del secondo quadrante, detto  $-\frac{1}{\lambda}$ .



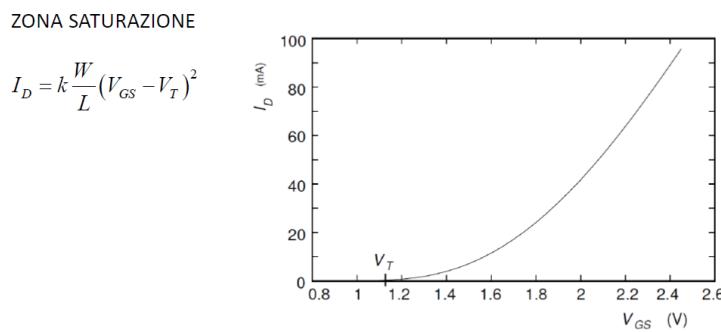
**Figura 15.15:** Il punto  $-\frac{1}{\lambda}$

Teniamo conto di questo effetto nella formula aggiungendo un fattore dipendente da  $\lambda$ ; così facendo l'equazione diventa:

$$i_{DS} = \mu_n \cdot C_{ox} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \cdot (1 + \lambda v_{ds})$$

#### 15.4.4.3 La trans-caratteristica di un MOSFET

Se  $\Delta L$  è sufficientemente piccolo, possiamo rappresentare il MOSFET tramite una **trans-caratteristica** sul piano  $I_{DS}/V_{GS}$ , tramite una curva che esprime la corrente in uscita dal Drain in funzione della tensione tra il Gate e la Source.



**Figura 15.16:** La trans-caratteristica per un MOSFET

Questa viene usata quando il MOSFET entra in zona di saturazione perché sappiamo che, considerando un  $\lambda$  piccolo, la relazione tra  $I_D$  e  $V_{GS}$  è quadratica. Questa sarà traslata in  $V_T$  e sarà unica, a patto di essere in zona di saturazione.

## 15.5 Transistore MOSFET a canale P

A differenza degli N-MOSFET, i P-MOSFET sono caratterizzati da un substrato di **tipo N**, mentre le diffusioni di *source* e *drain* sono di tipo **P**. Il trasporto tra queste due zone avviene tramite **corrente di lacune** generata a causa dell'applicazione di una tensione negativa tra *gate* e *body*. Da ciò consegue che le caratteristiche di un P-MOSFET sono le stesse di un N-MOSFET, ma con i segni invertiti.

Nei P-MOSFET la condizione per la presenza del canale è che  $V_{GS} \leq V_{TP}$ , mentre per la saturazione  $V_{DS} \leq V_{GS} - V_{TP}$ .

I transistori MOS a canale P mostrano prestazioni inferiori, a parità di caratteristiche, rispetto ai corrispondenti transistori a canale N, a causa della mobilità ridotta delle lacune rispetto a quella degli elettroni. Tuttavia, è possibile compensare questa ridotta mobilità aumentando la larghezza del canale  $W$ , pratica comune poiché la disponibilità di transistori MOS complementari è fondamentale nella tecnologia CMOS.

In particolare, le prestazioni inferiori sono dovute principalmente alla mobilità delle lacune, che è circa  $\frac{1}{3}$  di quella degli elettroni.

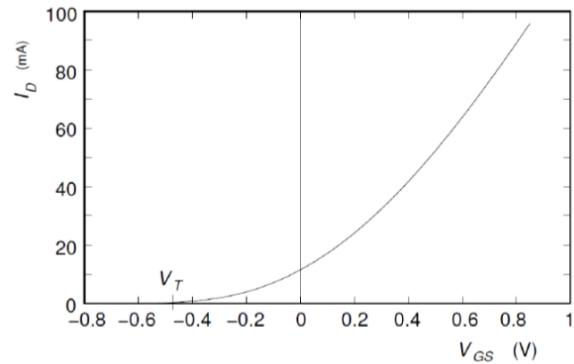
In definitiva, il MOSFET a canale P è più grande di un MOSFET a canale N, a parità di prestazioni.

## 15.6 Cenni ai MOSFET a svuotamento

I MOSFET visti in precedenza appartengono alla categoria dei **MOSFET ad arricchimento**, poiché il canale viene costruito solo dopo l'applicazione di una certa tensione al Gate.

Esiste tuttavia un'altra categoria di MOSFET, che non verrà trattata nel corso, in cui il canale tra Source e Drain viene **realizzato direttamente dal costruttore**, per cui il canale esiste anche per  $V_{GS} = 0$ : essi vengono chiamati **MOSFET a svuotamento**.

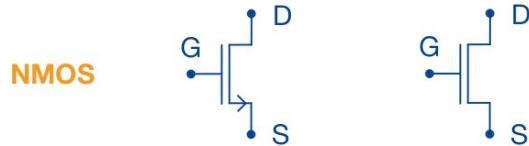
Se vogliamo interdire il passaggio di corrente è necessario applicare una tensione negativa tra *gate* e *source*, che modifica la trans-caratteristica del MOSFET rendendo  $V_T$  negativa:



**Figura 15.17:** Trans-caratteristica di un MOSFET a svuotamento

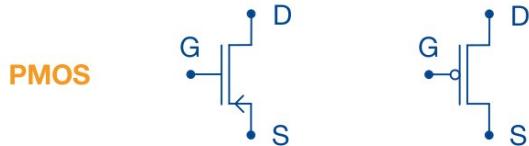
## 15.7 Simboli circuituali di un MOSFET

### 15.7.1 MOSFET a canale N



**Figura 15.18:** Simboli di un MOSFET a canale N

### 15.7.2 MOSFET a canale P



**Figura 15.19:** Simboli di un MOSFET a canale P

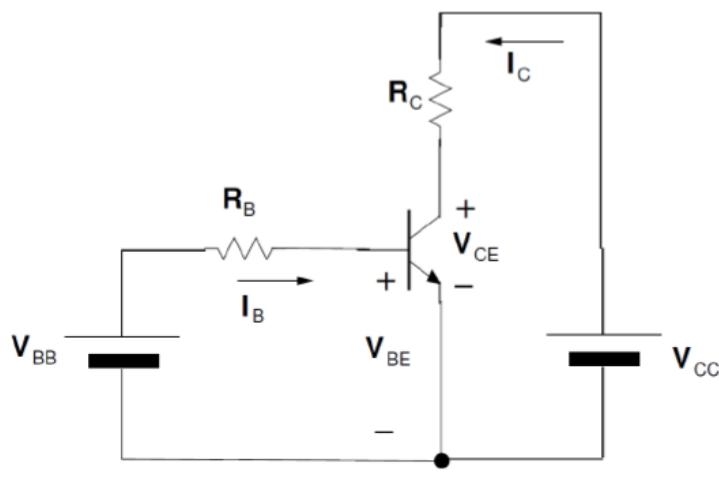


# 16 Polarizzazione di transistori BJT

Sappiamo che i transistori BJT hanno varie zone di funzionamento, e ognuna di esse viene determinata dalla polarizzazione del dispositivo; se ad esempio vogliamo utilizzare un BJT come **amplificatore**, dovremo usarlo in zona **attiva diretta**, ovvero quando abbiamo la giunzione **Base-Emettitore in diretta**, e quella **Base-Collettore in inversa**. Dovrò poi utilizzare dei generatori costanti per determinare il punto di riposo.

## 16.1 Esempio di circuito BJT

Il circuito più semplice che possiamo pensare di analizzare è il seguente, con le relative equazioni:



Equazioni circuituali

$$\begin{cases} V_{BB} = R_B I_B + V_{BE} \\ V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} \end{cases}$$

Caratteristiche BJT

$$\begin{cases} I_B = f(V_{BE}, V_{CE}) \\ I_C = g(V_{CE}, I_B) \end{cases}$$

**Figura 16.1:** Circuito con BJT ed equazioni

Abbiamo due porte in ingresso e due in uscita: per far funzionare i nostri BJT NPN in zona **attiva diretta**, dovrò avere una  $V_{BE} > 0$ , e una tensione al collettore maggiore della tensione di base, in modo che risulti una polarizzazione **inversa**, e ciò avviene quando  $V_{CE} > 0$ . Per realizzare quanto

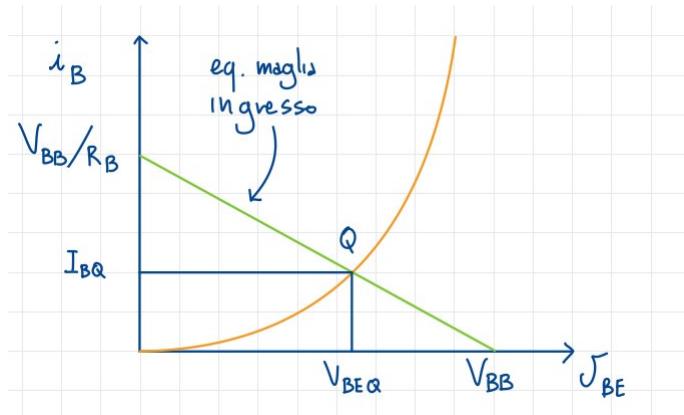
descritto utilizzerò dei generatori positivi,  $V_{BB}$  e  $V_{CC}$ , collegati tramite una resistenza rispettivamente a Base e Collettore. A questo punto devo risolvere le equazioni circuitali per trovare le incognite: esse sono 4, ma abbiamo solo 2 equazioni, quindi dovrò trovare un modo alternativo per risolvere il sistema.

### 16.1.1 Metodo numerico-matematico

Una possibile soluzione per risolvere il circuito potrebbe essere utilizzare il metodo matematico basato sulle equazioni di Ebers-Moll per caratterizzare il BJT. Tuttavia, è importante notare che queste equazioni sono trascendenti e non consentono una soluzione analitica in forma chiusa. Pertanto, potrebbe essere necessario utilizzare un software di calcolo numerico per ottenere una soluzione approssimata del circuito.

### 16.1.2 Metodo grafico

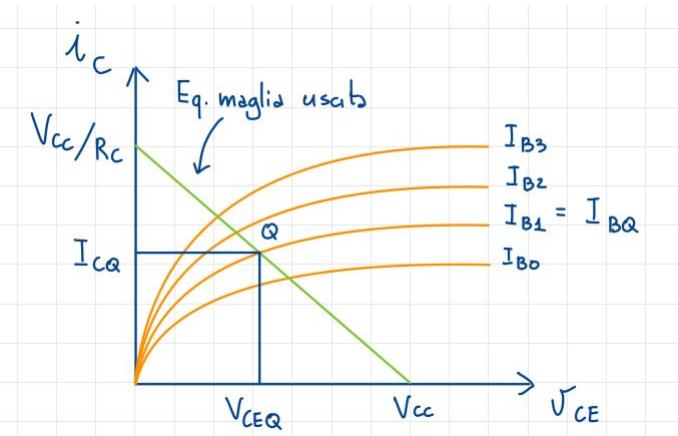
Un'alternativa è utilizzare un approccio grafico per risolvere il circuito. Tuttavia, questo metodo richiede la rappresentazione grafica delle caratteristiche del dispositivo, per la quale possiamo trascurare l'effetto Early in quella di ingresso. Tracerò quindi l'equazione relativa alla maglia di ingresso, e troverò il punto di riposo come l'intersezione dell'equazione trovata con la caratteristica di ingresso del BJT.



**Figura 16.2:** Equazioni per la maglia d'ingresso

Risulta evidente come questa soluzione dipenda dai valori di  $V_{BB}$  e  $R_{BB}$  che abbiamo inserito nel circuito: modificandoli, anche la retta di carico varierà; se avessi usato un fascio di rette per rappresentare questi valori, implicando che potessero dunque variare, non avrei potuto trovare i valori di  $V_{BEQ}$  e  $I_{BQ}$ , perché avrei avuto **più di una intersezione**. In questo caso invece, riesco a trovare due delle quattro incognite del sistema.

Per quanto riguarda la maglia di uscita, userò la caratteristica d'uscita del BJT, assimilabile ad una **famiglia di curve**, e un retta di carico. Delle curve usate per la caratteristica, andrò a sceglierne quella tale che  $I_B = I_{BQ}$ , ovvero la corrente trovata con il precedente grafico:



**Figura 16.3:** Equazioni per la maglia d'uscita

Nella pratica questo metodo non è utilizzabile, ma è utile a livello didattico perché ci permette di capire visivamente come funziona si comporta il circuito e le grandezze in gioco.

### 16.1.3 Metodo semi-grafico

Rappresenta un'alternativa al metodo grafico, introducendo delle semplificazioni: la caratteristica d'ingresso viene considerata come se fosse un diodo, imponendo dunque  $V_{BEQ} = V_\gamma = 0.7V$ , a patto ovviamente che si trovi in zona attiva diretta.

Le equazioni risultanti saranno:

$$V_{BB} = R_{BB}I_B + V_\gamma$$

$$I_B = \frac{V_{BB} - V_\gamma}{R_B} = I_{BQ}$$

Utilizzerò questi valori stimare per la caratteristica di uscita  $I_{CQ}$  e  $V_{CEQ}$ .

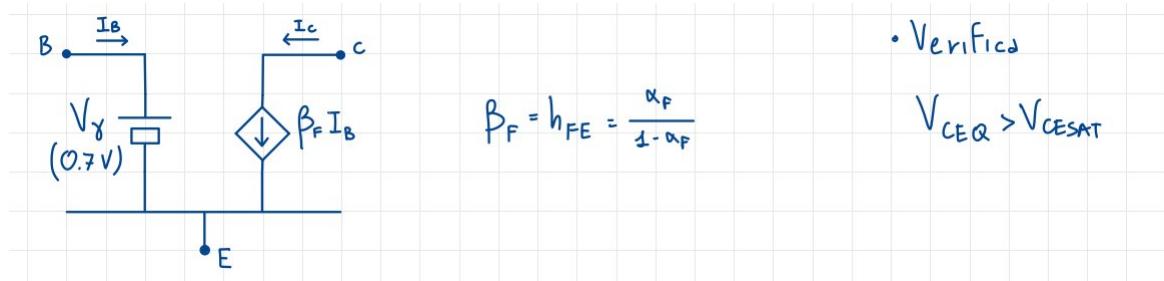
## 16.2 Modello per grandi segnali di BJT

Come fatto per i diodi, dobbiamo abbandonare l'idea di trovare una soluzione precisa per il circuito, e utilizzare un metodo che bilanci velocità di calcolo e accuratezza. Per questo motivo, userò un

modello per grandi segnali, che è un modello di primo ordine, e che si basa su un approccio lineare.

### 16.2.1 NPN in zona attiva diretta

Ricordiamo come in base alla zona di funzionamento in cui si trova il BJT, posso semplificare le equazioni di Ebers-Moll: in zona **attiva diretta** avevamo trovato che  $I_C = \beta_F I_B$ .

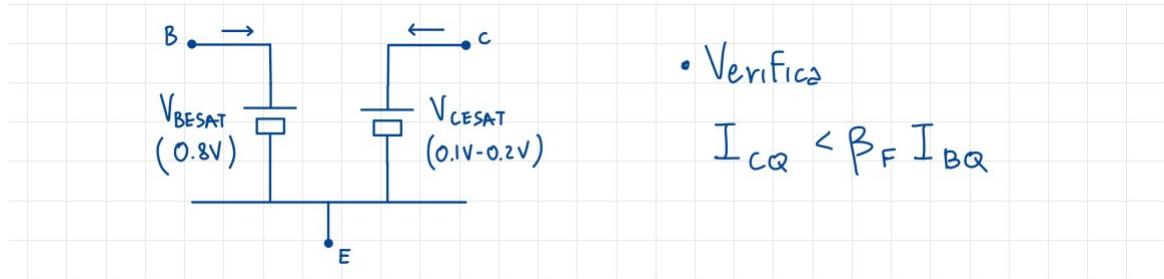


**Figura 16.4:** BJT NPN in zona attiva diretta

In questa fase inseriremo un generatore costante pari a  $V_\gamma$  tra Base ed Emettitore, come già ipotizzato nel metodo semi-grafico, mentre tra Collettore ed Emettitore inseriremo un generatore di corrente controllato in corrente di valore  $\beta_F I_B$ , con  $I_B$  corrente di base.

### 16.2.2 NPN in zona di saturazione

La giunzione Base-Emettitore è ancora polarizzata in diretta, per cui avremo ancora il generatore costante  $V_\gamma$ . Ricordiamo però che stiamo lavorando vicino all'origine delle caratteristiche, per cui  $V_{CE} < V_{CESat}$ : le caratteristiche collassano e sono molto simili ad una retta verticale. L'ipotesi semplificativa è quindi che tra il Collettore e l'Emissore ci sia un generatore  $V_{CESat}$ , che vale 0.1 – 0.2V.

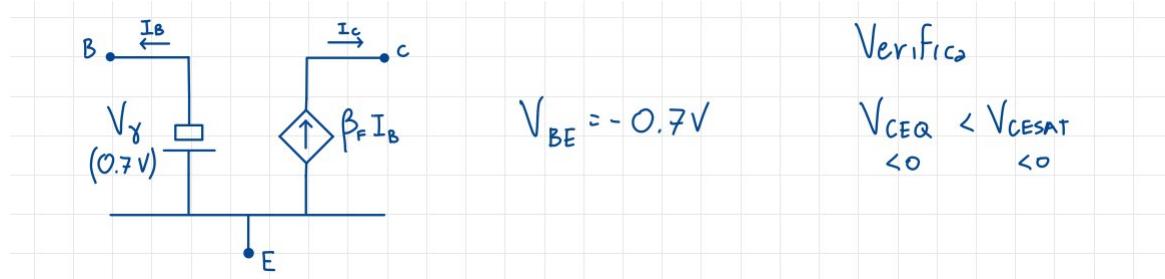


**Figura 16.5:** BJT NPN in zona di saturazione

### 16.2.3 PNP in zona attiva diretta

Le considerazioni fatte per il BJT NPN si applicano anche al PNP, ma con i segni invertiti.

Schematicamente:

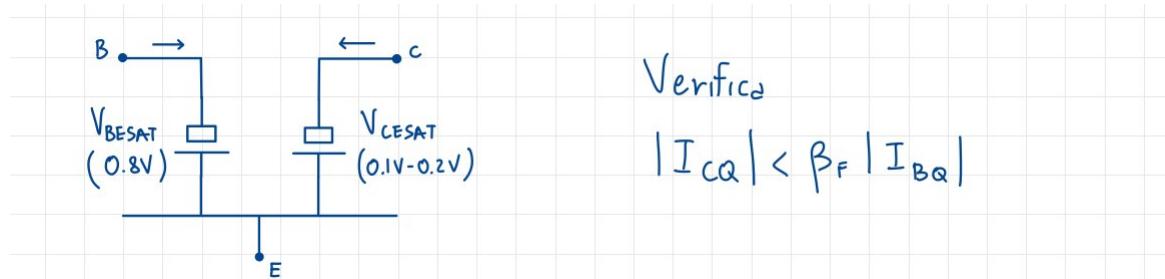


**Figura 16.6:** BJT PNP in zona attiva diretta

### 16.2.4 PNP in zona di saturazione

Anche in questo caso, le considerazioni fatte per il BJT NPN si applicano anche al PNP, ma con i segni invertiti.

Schematicamente:



**Figura 16.7:** BJT PNP in zona di saturazione

### 16.2.5 I valori di $\beta_F$

Ci sono due possibilità:

- $\beta_F$  è un valore noto, ad esempio dal data-sheet del dispositivo;
- $\beta_F$  è non è noto, e in questo caso per la Zona attiva diretta dovrà fare delle ipotesi.

Le ipotesi sono le seguenti:

- $V_{BE} = V_\gamma = 0.7V$ ;
- $I_B \ll I_C$ ;

Se sono rispettate, il valore trovato è corretto.

### 16.3 Polarizzazione di un BJT

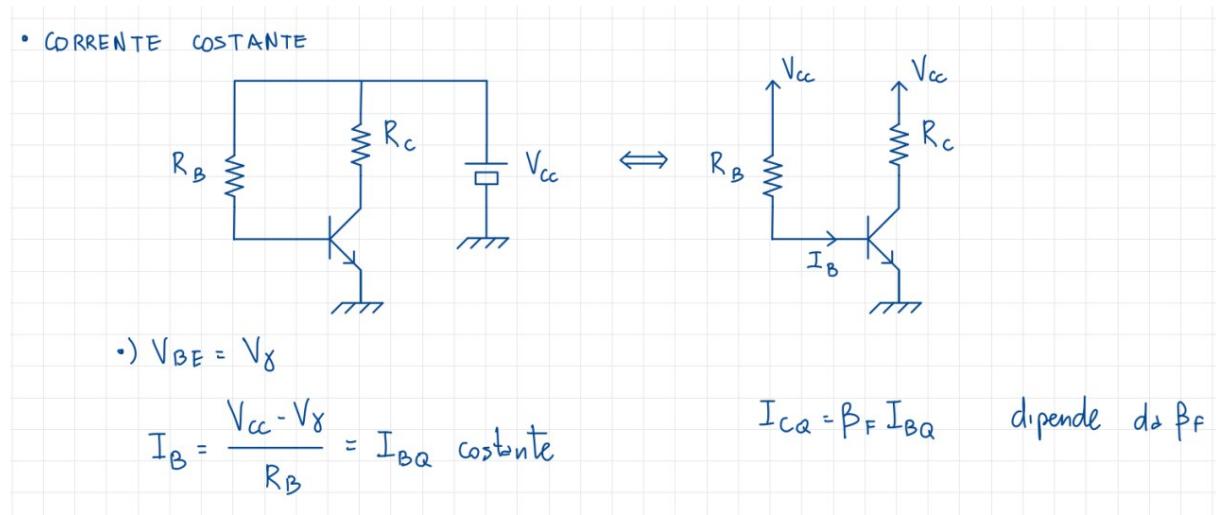
Nella trattazione resteremo entro alcuni limiti:

- i componenti sono discreti;
- c'è una singola alimentazione;
- indipendenza dalla variabilità delle caratteristiche del componente attivo.

Di seguito, alcuni circuiti di esempio.

#### 16.3.1 Corrente $I_B$ costante

Il circuito polarizzato in questo modo è più semplice, ma non è consigliato: ciò è dovuto proprio al fatto che abbiamo fissato la corrente di base  $I_B$ . Se assumiamo che il BJT funzioni in zona attiva diretta, quindi con  $V_{BE} \approx V_\gamma$ , possiamo scrivere direttamente l'equazione per la maglia di ingresso, ottenendo il valore della corrente di base.



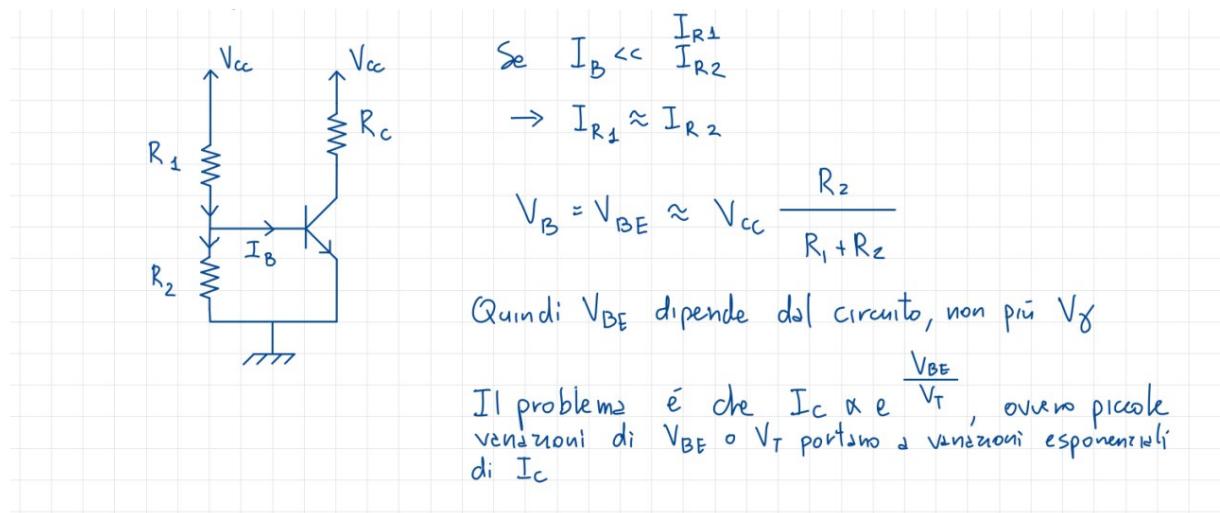
**Figura 16.8:** Circuito con corrente di base costante

Nel modello semi-grafico avevamo ipotizzato che  $V_{BEQ} = V_\gamma$ , il che implica che  $I_{BQ}$  sia fissata, ma se essa fosse costante allora la corrente di Collettore  $I_{CQ}$  dipenderebbe da  $\beta_F$ , che è una situazione

non ideale perché cadrebbe l'ipotesi di indipendenza dal transistor: se cambiassi il BJT con un altro con caratteristiche diverse, il circuito non funzionerebbe più.

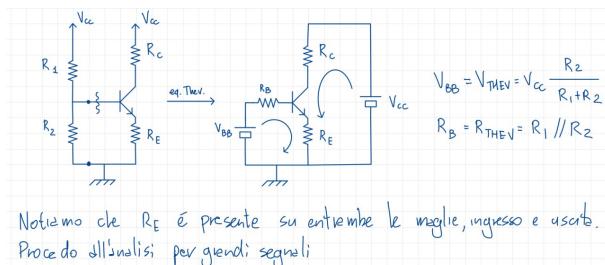
### 16.3.2 Tensione $V_{BE}$ costante

Il circuito è analogo al precedente, ma presenta una resistenza in più che collega la Base al Terminale di riferimento.



**Figura 16.9:** Circuito con tensione di base costante

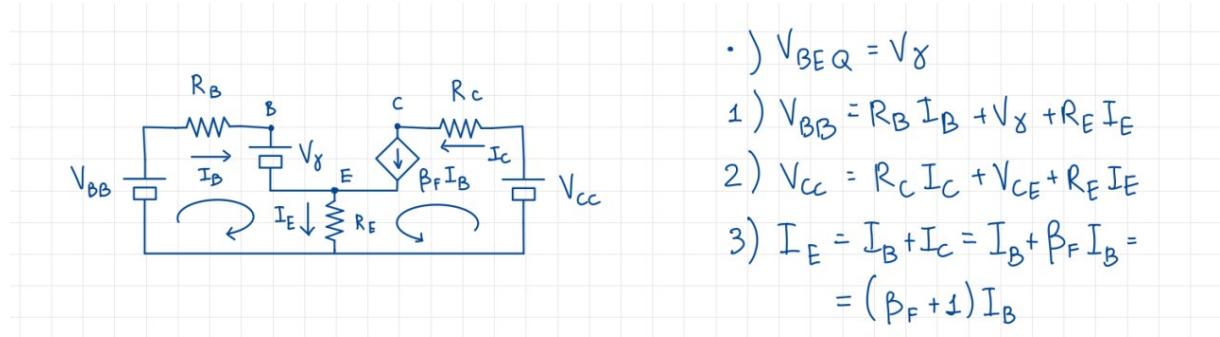
### 16.3.3 Circuito di polarizzazione a 4 Resistenze



**Figura 16.10:** Circuito di polarizzazione a 4 resistenze

L'utilizzo di un'ulteriore resistenza  $R_E$  è necessaria per la **stabilizzazione del punto di riposo**, a prescindere dalle condizioni ambientali e dalle caratteristiche del transistor.

Partiamo dall'equivalente Thevenin per poi passare all'analisi per grandi segnali, stando sempre in zona attiva diretta:

**Figura 16.11:** Analisi per grandi segnali

Le equazioni che risultano da questo passaggio sono:

$$\begin{cases} I_{BQ} = \frac{V_{BB} - V_\gamma}{R_B + R_E(\beta_F + 1)}, I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} \\ V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ} R_C - R_E(\beta_F + 1) I_{BQ} \end{cases}$$

Notiamo come la resistenza inserita  $R_E$  sia presente sia nella maglia d'ingresso che in quella d'uscita, e nelle relative equazioni; inoltre, se  $V_{BB} \gg V_\gamma$  e  $\frac{R_B}{\beta_F + 1} \ll R_E$  allora:

$$I_{EQ} \approx \frac{V_{BB}}{R_E}$$

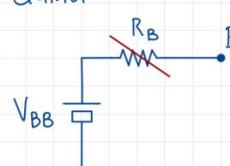
Ma possiamo ottenere queste condizioni? La prima in effetti è facile da ottenere, poiché  $V_{BB}$  è nell'ordine delle decine, mentre  $V_\gamma \approx 0.7V$ . Anche la seconda condizione è facilmente ottenibile, poiché  $R_B$  è nell'ordine delle centinaia, permettendo valori delle resistenze tali da rispettare la condizione.

Queste ipotesi implicano la stabilizzazione del punto di riposo, che risulterà **indipendente** dalle caratteristiche del transistor, e **indipendente** dalle condizioni ambientali:

$$2) V_{BB} = R_B I_B + V_\gamma + R_E (\beta_F + 1) I_B$$

$\hookrightarrow$  trascurerò poiché  $R_B \ll R_E(\beta_F + 1) \Rightarrow V_{BB} \approx V_B$  (d.d.p. base-ground)

Quindi:



Come se trascurassi la corrente all'interno della base

**Ipotesi di portatore pesante**

$$\frac{I_B \ll I_{R1} + I_{R2}}{(I_B \geq \text{meno } 20 \text{ volte più piccola})}$$

$R_1 \xrightarrow{I_{R1}} B$

$R_2 \xrightarrow{I_{R2}} B$

**Figura 16.12:** Stabilizzazione del punto di riposo

Infatti:

- $V_B \approx V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  e  $V_B \gg V_\gamma$ ;
- cambiando la temperatura e aumentando  $I_{CQ}$ , tale che  $I_{CQ} \rightarrow I_{CQ} + \Delta I_C$ , allora  $I_E = E_{EQ} + \Delta I_E$ . Così facendo anche  $V_E$  aumenta, ma  $V_B$  rimane costante;  $V_{BE}$  diminuirà, portando a sua volta ad una diminuzione di  $I_C$ , secondo le equazioni di Ebers-Moll.

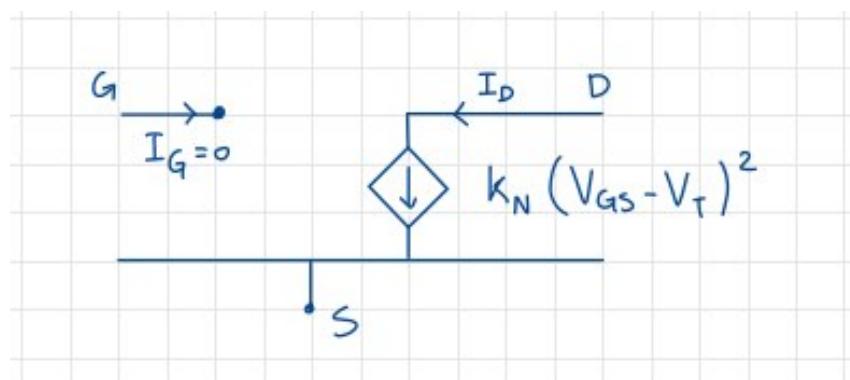
In sostanza si innescherà un insieme di reazioni che riporteranno  $I_C$  al suo valore iniziale: questo dipende, come già detto, dalla presenza di  $R_E$ , senza la quale non sarebbe possibile compensare in alcun modo le variazioni di  $I_C$ .



# 17 Polarizzazione di un MOSFET

## 17.1 Caso per un N-MOSFET

Ricordiamo che un N-MOSFET è detto **ad arricchimento**, e avrà  $V_T > 0$ ; in particolare, per la nostra trattazione, sarà  $V_T \geq 1V$ . Ipotizziamo che il nostro MOSFET sia in conduzione, e quindi con  $V_{GS} > V_T$ , e che l'ossido presente della struttura sia un isolante perfetto, per cui  $I_G = 0$ . In campo analogico la zona di saturazione è quella più utile, per cui utilizziamo le equazioni della corrente trovate durante l'analisi del MOSFET per disegnare lo schema equivalente del MOS:

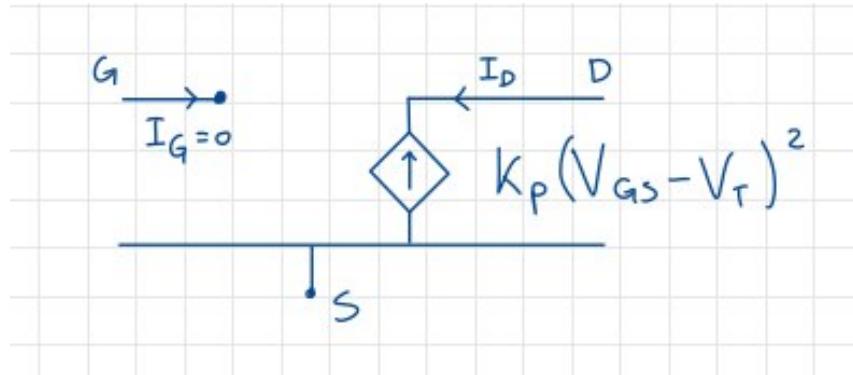


**Figura 17.1:** Schema equivalente di un N-MOSFET in zona di saturazione

Logicamente, devo ricordarmi anche delle **ipotesi della zona di saturazione**, ovvero che  $\lambda = 0$  e che  $I_G = 0$ .

## 17.2 Caso per un P-MOSFET

Dovremo riprendere tutte le ipotesi fatte durante l'analisi del MOSFET, ma è importante ricordare che  $V_T < 0$  per poter formare il canale. Anche in questo caso faccio le ipotesi della zona di saturazione, uguali a quelle del N-MOSFET, per ottenere il seguente schema equivalente:



**Figura 17.2:** Schema equivalente di un P-MOSFET in zona di saturazione

### 17.2.1 Verifica delle ipotesi

Questa tabella riassume le ipotesi, e le relative verifiche, per le varie zone di funzionamento nei vari tipi di MOSFET:

IPOTESI	VERIFICA NMOS	VERIFICA PMOS
SATURAZIONE	$V_{GS} \geq V_T$ $V_{DS} \geq V_{GS} - V_T$	$V_{GS} \leq V_T$ $V_{DS} \leq V_{GS} - V_T$
TRIODO	$V_{GS} \geq V_T$ $V_{DS} < V_{GS} - V_T$	$V_{GS} \leq V_T$ $V_{DS} > V_{GS} - V_T$

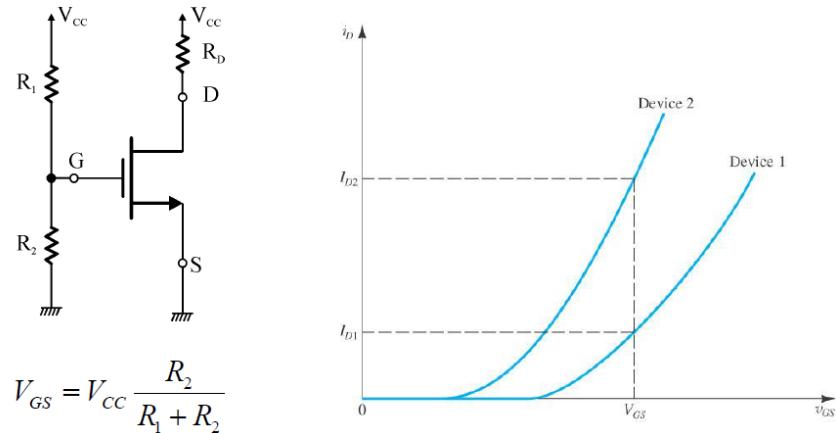
**Figura 17.3:** Schema riassuntivo sulla verifica delle ipotesi

## 17.3 Polarizzazione in circuiti discreti di un MOSFET

### 17.3.1 Polarizzazione a $V_{GS}$ fissa

Il nome deriva dal fatto che il valore di  $V_{GS}$  è appunto fisso, e ciò deriva dal fatto che, per ipotesi,  $I_G = 0$ : tale osservazione infatti implica che  $V_G = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_{GS}$ , che è appunto costante.

Questo circuito può essere utilizzato, anche se presenta un problema. Assumiamo di aver polarizzato correttamente in zona di saturazione il nostro MOSFET e di aver posizionato il punto di lavoro al centro delle caratteristiche, come abbiamo fatto per il BJT, e consideriamo la trans-caratteristica che rappresenta la corrente di Drain in funzione di  $V_{GS}$ , come mostrato nel grafico: può accadere che due

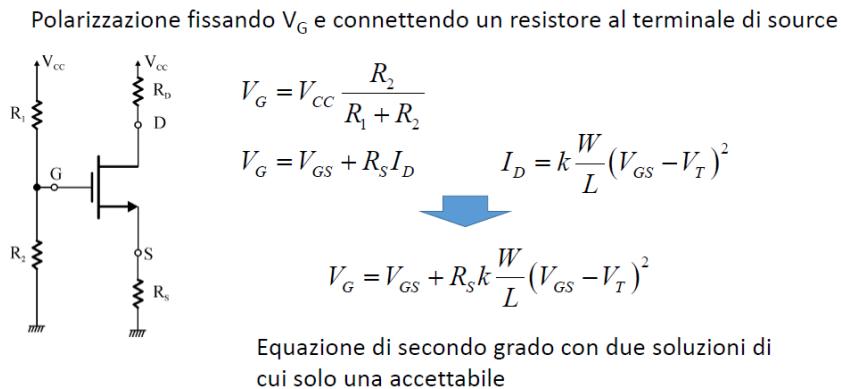


**Figura 17.4:** Schema di polarizzazione a  $V_{GS}$  fissa

dispositivi MOSFET nominalmente uguali e con la stessa sigla, abbiano caratteristiche diverse l'uno dall'altro. Poiché siamo in polarizzazione a  $V_{GS}$  fissa ciò implica che, come evidenziato nel grafico, possiamo ottenere due correnti di Drain molto diverse tra loro. Quindi, questo tipo di polarizzazione a  $V_{GS}$  fissa può essere utilizzato, ma comporta un punto di lavoro dipendente dal transistore utilizzato: per renderlo indipendente, è possibile inserire una quarta resistenza tra Source e Drain.

### 17.3.2 Circuito a 4 resistenze

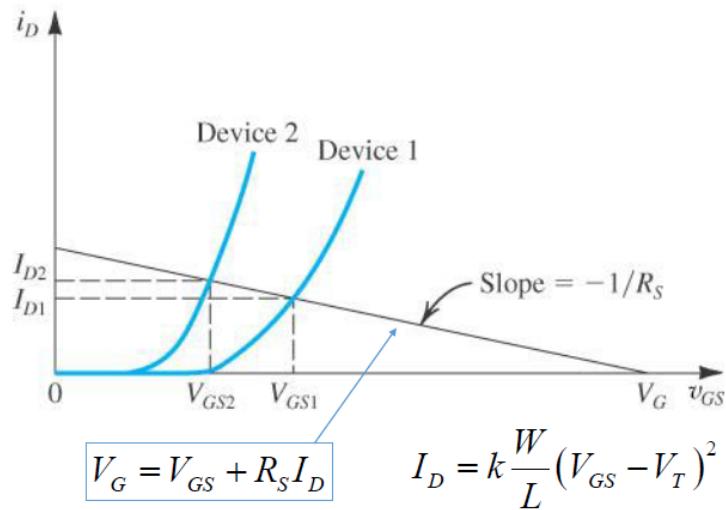
Facciamo l'ipotesi di essere in saturazione, e di avere  $I_G = 0$ . Quest'ultima ipotesi impone che  $I_S = I_D$ . Nella figura vediamo lo schema e le formule risultanti dalle ipotesi:



**Figura 17.5:** Schema di polarizzazione a 4 resistenze

Prendiamo ora la trans-caratteristica:

Vediamo che se  $I_D$  aumenta, aumenterà anche  $V_S$ . Essa porterà ad una diminuzione di  $V_{GS}$  ed infine, ad una diminuzione di  $I_D$ . L'aggiunta della resistenza introduce una retroazione negativa che porta



**Figura 17.6:** Trans-caratteristica di polarizzazione a 4 resistenze

alla **stabilizzazione del circuito**, tramite la stabilizzazione della corrente di polarizzazione. Questo perché la retta di carico, non essendo più verticale, avvicina i punti di lavoro in caso di utilizzo di dispositivi differenti, infatti le correnti  $I_{D1}$  e  $I_{D2}$  saranno sì diverse, ma non eccessivamente.

Risolvendo il circuito, otteniamo  $V_{GS} = V_G - R_S I_D$ . Se  $Q$  è saturo, allora:

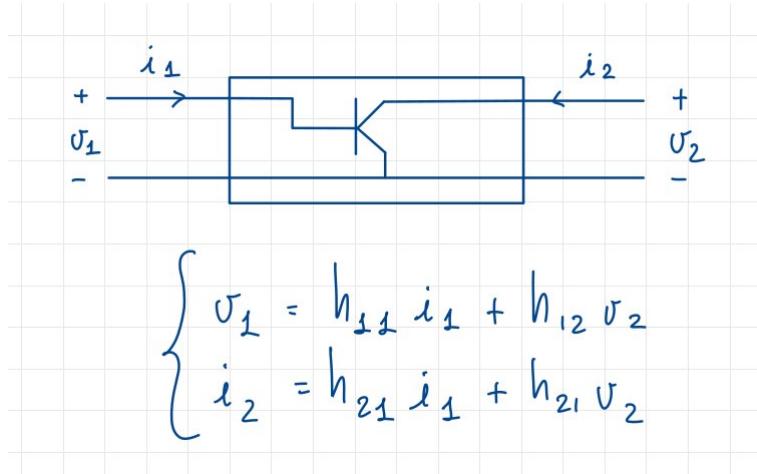
$$\begin{cases} I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 = K(V_G - R_S I_D - V_T)^2 \\ \frac{V_G - V_{GS}}{R_S} = K(V_{GS} - V_T)^2 \end{cases}$$

Essendo un'equazione di secondo grado, avrà due soluzioni di cui **solo una accettabile**, visto che l'altra non soddisferà le condizioni di conduzione o di saturazione.

# 18 I dispositivi come quadripoli

## 18.1 Richiami sui parametri h di un quadripolo

Abbiamo la possibilità di analizzare un BJT come un quadripolo lineare, che può essere definito attraverso i **parametri h**. Le equazioni che definiscono il quadripolo sono le seguenti:



**Figura 18.1:** Schema del BJT come un quadripolo con il suo sistema di equazioni

Analizziamo uno alla volta ogni parametro.

### 18.1.1 $h_{11}$

Definito come  $h_{11} = \frac{v_1}{i_1}|_{v_2=0} = h_{ie}$ , che sta per **emettitore comune in input**, ed è l'impedenza d'ingresso in cortocircuito, ovvero con  $v_2 = 0$ . Essendo un'impedenza, ha come unità di misura  $\Omega$ .

### 18.1.2 $h_{12}$

Definito come  $h_{12} = \frac{v_1}{v_2}|_{i_1=0} = h_{re}$ , che sta per **emettitore comune in reverse**, ed è il **guadagno di tensione in circuito aperto**. Non ha unità di misura, essendo rapporto di due tensioni.

### 18.1.3 $h_{21}$

Definito come  $h_{21} = \frac{i_2}{i_1}|_{v_2=0} = h_{fe}$ , che sta per **emettitore comune in forward**, ed è il **guadagno di corrente in cortocircuito**. Non ha unità di misura, essendo rapporto di due correnti. È importante ricordare che  $h_{fe} \neq h_{FE}$ .

### 18.1.4 $h_{22}$

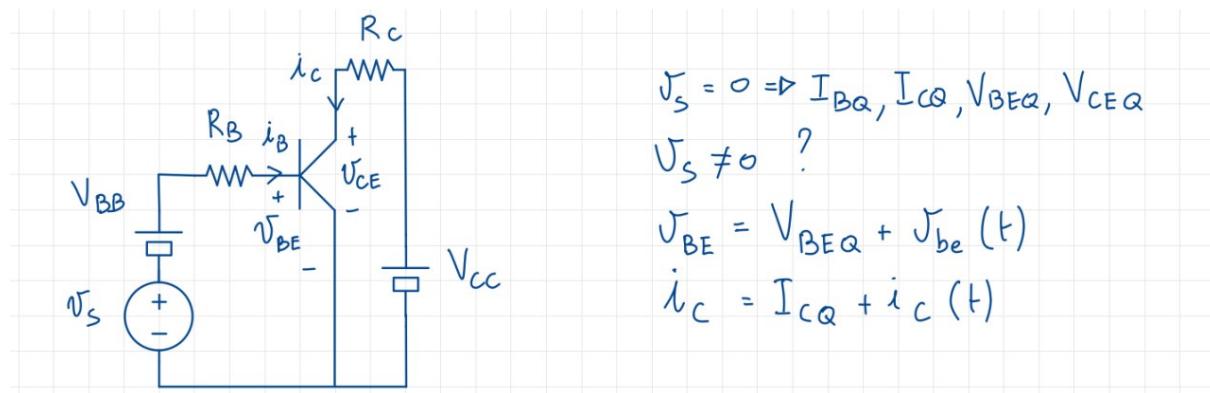
Definito come  $h_{22} = \frac{i_2}{v_2}|_{i_1=0} = h_{oe}$ , che sta per **emettitore comune in output**, ed è l'ammittenza di uscita in circuito aperto, ovvero con  $i_1 = 0$ . Essendo un'ammittenza, ha come unità di misura  $\Omega^{-1}$ .

### 18.1.5 Perché 4 parametri?

I 4 parametri sono, dal punto di vista matematico, le derivate parziali dello sviluppo di Taylor; esse infatti **linearizzano** le caratteristiche del BJT nell'intorno del punto di lavoro Q.

## 18.2 Configurazione ad emettitore comune di un BJT

Applichiamo quanto visto ad un BJT, partendo dal suo circuito, analizzandolo come un quadripolo e scrivendone tutte le equazioni che lo caratterizzano. L'obiettivo è la **linearizzazione attorno al punto di lavoro Q**.



**Figura 18.2:** Schema ed equazioni di un BJT

Le caratteristiche di ingresso ed uscita saranno due funzioni dipendenti dalle grandezze del multipolo. In particolare la caratteristica di ingresso sarà  $i_C(t) = f(v_{CE}, i_B)$ , mentre la caratteristica di uscita sarà  $i_B(t) = g_1(v_{BE}, v_{CE})$ . Iniziamo la procedura di linearizzazione, svolgendo lo **sviluppo di Taylor** fino al primo membro; per la caratteristica di ingresso avremo:

$$v_{BE} = V_{BEQ} + v_{be} = g(I_{BQ} + i_B, V_{CEQ} + v_{ce}) = g(I_{BQ}, V_{CEQ}) + \frac{\partial g}{\partial i_B}|_Q i_B + \frac{\partial g}{\partial v_{CE}}|_Q v_{CE} + \dots$$

Mentre per la caratteristica di uscita avremo:

$$i_C = I_{CQ} + i_c = f(I_{BQ} + i_B, V_{CEQ} + v_{CE}) = f(I_{BQ}, V_{CEQ}) + \frac{\partial f}{\partial i_B}|_Q i_B + \frac{\partial f}{\partial v_{CE}}|_Q v_{CE} + \dots$$

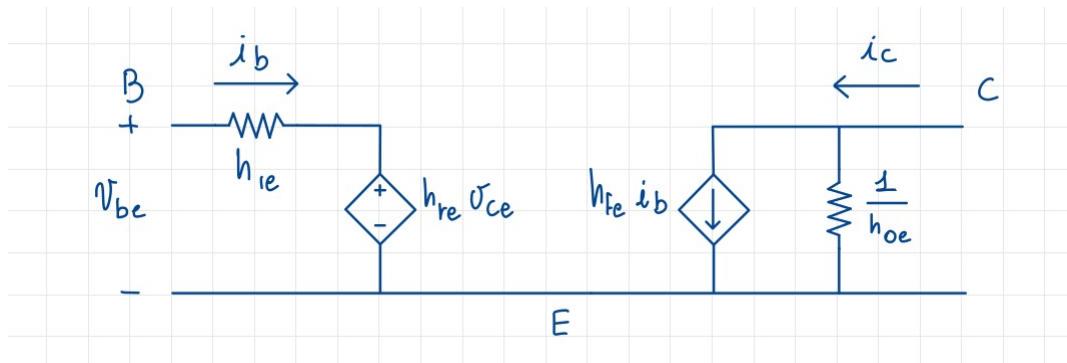
Da questi sviluppi ricaviamo un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} v_{be} \approx \frac{\partial g}{\partial i_B}|_Q i_b + \frac{\partial g}{\partial v_{CE}}|_Q v_{ce} \\ i_c \approx \frac{\partial f}{\partial i_B}|_Q i_b + \frac{\partial f}{\partial v_{CE}}|_Q v_{ce} \end{cases}$$

Riconosciamo i parametri h del quadripolo, che sono:

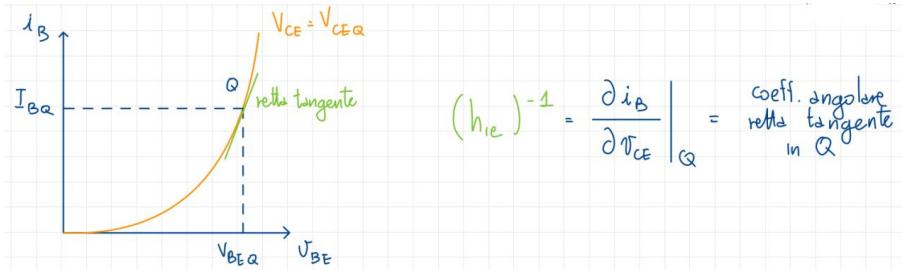
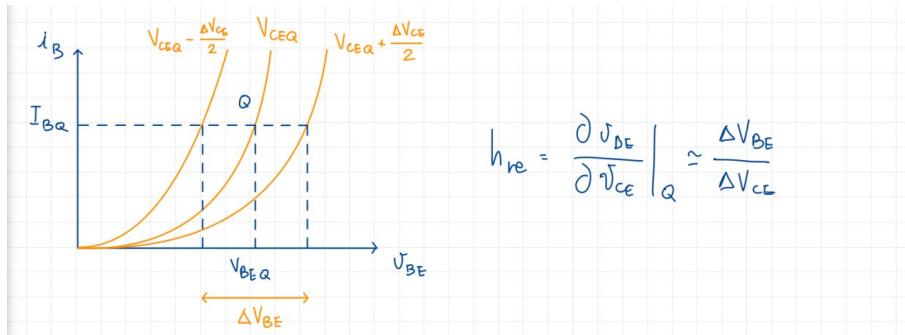
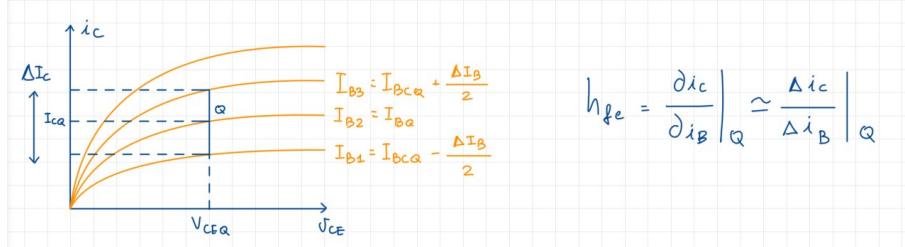
$$\begin{cases} h_{ie} = \frac{\partial v_{BE}}{\partial i_B}|_Q \\ h_{re} = \frac{\partial v_{BE}}{\partial v_{CE}}|_Q \\ h_{fe} = \frac{\partial i_C}{\partial i_B}|_Q \\ h_{oe} = \frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}|_Q \end{cases}$$

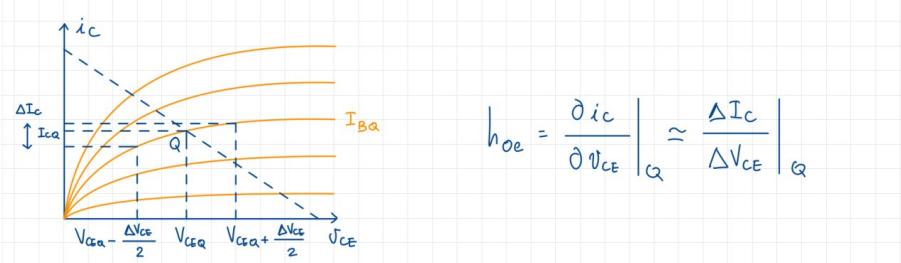
Possiamo, a questo punto, disegnare il circuito equivalente a parametri h:



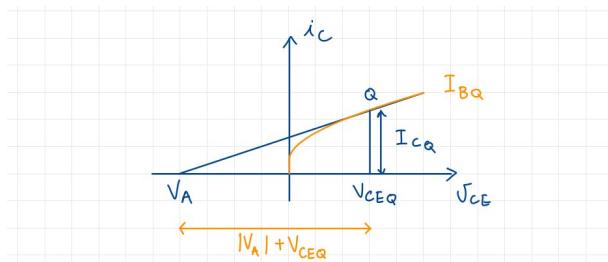
**Figura 18.3:** Circuito equivalente a parametri h

Per comprendere meglio il concetto di **linearizzazione** attorno a Q, vediamo uno per volta il comportamento grafico di ogni parametro h.

**18.2.1**  $h_{ie}$ **Figura 18.4:**  $h_{ie}$ **18.2.2**  $h_{re}$ **Figura 18.5:**  $h_{re}$ **18.2.3**  $h_{fe}$ **Figura 18.6:**  $h_{fe}$

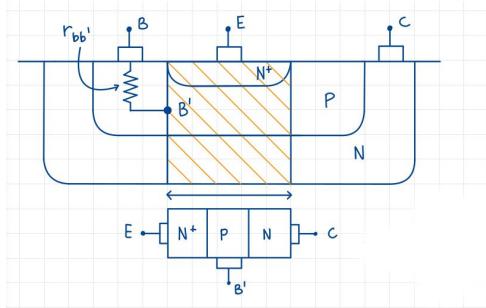
**Figura 18.7:**  $h_{oe}$ **18.2.4**  $h_{oe}$ **18.2.5 Le ipotesi semplificative**

La prima ipotesi è che prenderemo  $h_{re} \approx 0$  e dunque trascurabile: questa scelta è dettata dal fatto che questo parametro dipende dall'effetto Early, che abbiamo deciso di trascurare, perlomeno all'ingresso. La seconda è che prenderemo, proprio in virtù dell'effetto Early in uscita,  $h_{oe} = \frac{I_{CQ}}{|V_A| + V_{CEQ}}$ , e questo perché:

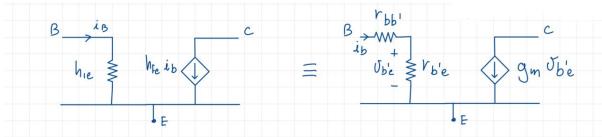
**Figura 18.8:** L'ipotesi su  $h_{oe}$  dal punto di vista grafico

Proseguendo, prenderemo  $h_{fe} \approx \beta_F$ : è importante che non ci sia l'uguale perché **non è un'uguaglianza**, ma un'approssimazione valida solo in alcuni casi. Infine prendiamo  $h_{ie} = r_{bb'} + r_{b'e}$ , dove  $r_{bb'}$  è una costante, mentre  $r_{b'e}$  dipende dal punto Q, e vale  $r_{b'e} = \frac{V_T}{I_{CQ}} h_{fe}$ . Questi due valori sono delle resistenze dovute alla costruzione fisica del BJT:

Il terminale di base infatti non è direttamente collegato alla zona interna, ma c'è una certa distanza occupata dal materiale semiconduttore, che dal punto di vista circuitale è assimilabile ad una resistenza costante, che è la nostra  $r_{bb'}$ . Inoltre, il terminale di base è collegato all'emettitore tramite un ponte di diodi, che ha una resistenza di uscita  $r_{b'e}$ .



**Figura 18.9:** Le resistenze  $r_{bb'}$  e  $r_{b'e}$



**Figura 18.10:** Circuito equivalente dopo le ipotesi semplificative

### 18.2.6 Il circuito equivalente dopo le ipotesi semplificative

Abbiamo due rappresentazioni possibili, del tutto equivalenti tra di loro: la seconda è utile perché è facile trovare il valore di  $g_m$ , e anche perché il MOSFET ha un modello analogo a questo per il BJT, che permette un confronto più rapido tra i due dispositivi.

### 18.2.7 Confronto tra BJT PNP e NPN

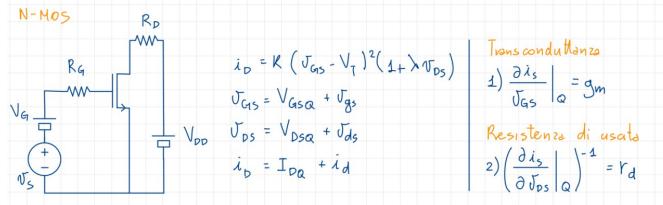
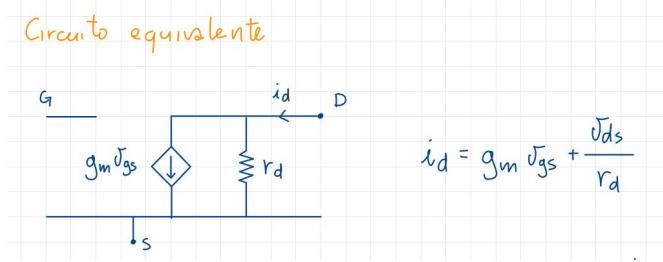
Svolgendo la stessa procedura per il BJT PNP, otteniamo che i modelli sono del tutto equivalenti: essi hanno caratteristiche nel I e III quadrante ma, dato che lavoriamo con le derivate, esse saranno uguali a quelle del BJT NPN, senza cambiare segno.

## 18.3 Modello linearizzato per il MOSFET per piccoli segnali

L'analisi di un MOSFET risulta decisamente più semplice rispetto a quella di un BJT, perché per esso disponiamo di un'espressione analitica indicante la corrente. Ci interessa il solo modello in saturazione, del quale riportiamo lo schema e alcune formule utili nella trattazione:

### 18.3.1 Circuito equivalente

Disegniamo ora il circuito equivalente a parametri h:

**Figura 18.11:** Modello MOSFET in saturazione**Figura 18.12:** Circuito equivalente a parametri h

La formula per la corrente  $i_D - D$  deriva dallo sviluppo di Taylor attorno al punto di riposo, approssimato al primo termine:

$$i_D = f(V_{GSQ}, V_{DSQ}) + \frac{\partial f}{\partial v_{GS}}|_Q v_{gs} + \frac{\partial f}{\partial v_{DS}}|_Q v_{ds} + \dots$$

Sostituendo con le equazioni trovate nella figura precedente, otteniamo:

$$i_D = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}|_Q v_{gs} + \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}|_Q v_{ds} \Rightarrow i_d = g_m v_{gs} + \frac{v_{ds}}{r_d}$$

Una volta trovato il punto di riposo Q, è possibile ottenere il valore di  $g_m$  e  $r_d$ :

$$\begin{cases} g_m = 2k(V_{GS} - V_T)(1 + \lambda v_{DS})|_Q = 2 \frac{i_D}{(V_{GS} - V_T)}|_Q = 2 \frac{I_{DQ}}{V_{GSQ} - V_T} \\ r_d^{-1} = k(v_{GS} - V_T)^2 \lambda|_Q = \frac{i_d}{((1 + \lambda v_{DS}))} \lambda|_Q = \frac{I_{DQ}}{(1 + \lambda v_{DS})} \lambda = \frac{I_{DQ}}{\frac{1}{\lambda} + V_{DSQ}} \end{cases}$$

Per i nostri scopi  $\lambda = 0$ , e così sarà anche per gli esercizi, per cui la resistenza sarà sostituita da un aperto:

$$r_d = \frac{\frac{1}{\lambda} + V_{DSQ}}{I_{DQ}}$$

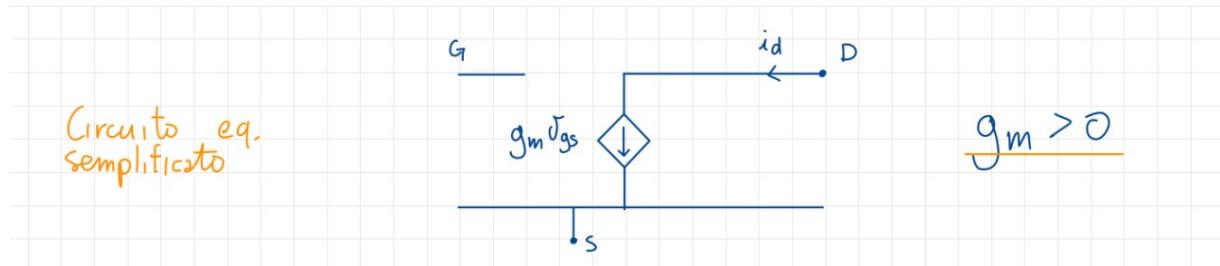
Se  $\frac{1}{\lambda} \gg V_{DSQ}$ , allora:

$$r_d = \frac{1}{\lambda I_{DQ}}|_{\lambda \rightarrow \infty} \approx 0$$

Le formule per  $i_D$  e  $g_m$  possono essere riscritte come:

$$\begin{cases} i_D = k(v_{GS} - V_T)^2 \\ g_m = 2k(V_{GS} - V_T)|_Q = 2k(V_{GSQ} - V_T) > 0 \end{cases}$$

Per cui possiamo semplificare ulteriormente il nostro circuito a parametri h:



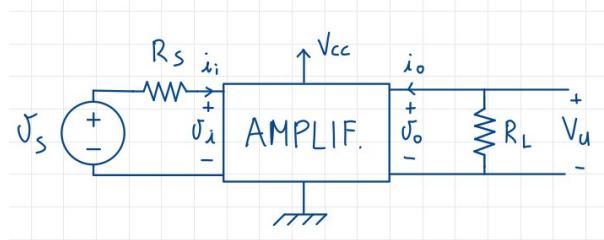
**Figura 18.13:** Circuito equivalente a parametri h semplificato

### 18.3.2 Considerazioni per i PMOS

Le formule proposte per l'NMOS sono valide anche per i PMOS, avendo però l'accortezza di definire  $g_m = 2k|(V_{GS} - V_T)|_Q$ , modificando i sistemi di conseguenza.

# 19 Gli amplificatori

Sono dispositivi sono dispositivi aventi porta di ingresso e porta di uscita, e sono caratterizzato da alcuni parametri, detti **di merito**. Lo schema generale di un amplificatore è il seguente:



**Figura 19.1:** Schema generale di un amplificatore

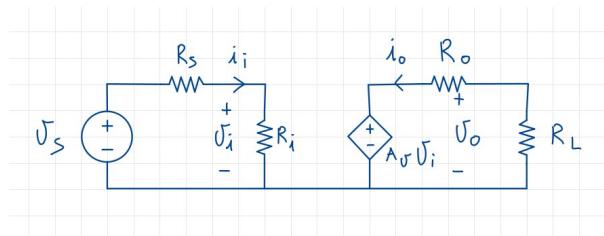
Mentre i parametri di merito sono i seguenti:

Guadagno di corrente	Guadagno di tensione	Resistenza di ingresso	Resistenza di uscita
$A_i = \frac{i_o}{i_i}$	$A_v = \left. \frac{v_o}{v_i} \right _{R_L \rightarrow \infty}$	$R_i = \frac{v_i}{i_i}$	$R_o = \left. \frac{v_o}{i_o} \right _{v_i=0}$

**Figura 19.2:** Parametri di merito

## 19.1 Circuito equivalente

I parametri di merito sono utili per poter determinare il circuito equivalente di un amplificatore, come nell'esempio in figura:



**Figura 19.3:** Circuito equivalente

## 19.2 Analisi del circuito di un amplificatore

L'analisi si compone sostanzialmente di due parti: determinazione del punto di riposo, e analisi del circuito equivalente sottoposto a segnali variabili nel tempo e con frequenza variabile.

La ricerca del punto di riposo è detta anche **Analisi DC**, e si compone delle seguenti fasi:

1. Disattivazione dei generatori del segnale (cortocircuiti per i generatori di tensione, apertura per i generatori di corrente);
2. Sostituzione di condensatori e induttori rispettivamente con circuiti **aperti** e **cortocircuiti**;
3. Sostituzione dei componenti non lineari con il rispettivo modello per grandi segnali.

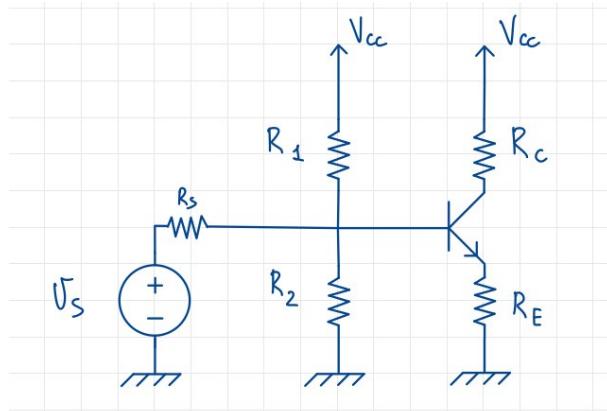
A questo punto avremo determinato il punto di lavoro Q, e potremo passare all'analisi **a medie frequenze**, detta anche **Analisi AC**. In questa fase, invece, dovremo:

1. Disattivare i generatori di valore costante;
2. sostituire di condensatori e induttori rispettivamente con circuiti **aperti** e **cortocircuiti**;
3. sostituire i componenti non lineari nel rispettivo modello per piccole segnali, **dipendentemente dal punto di riposo Q** trovato;

A questo punto potrò determinare tutti i parametri utili dell'amplificatore in analisi, così come guadagni, etc. Per l'analisi DC sono fondamentali i manuali delle caratteristiche dei dispositivi, in quanto essi contengono già molti dati utili.

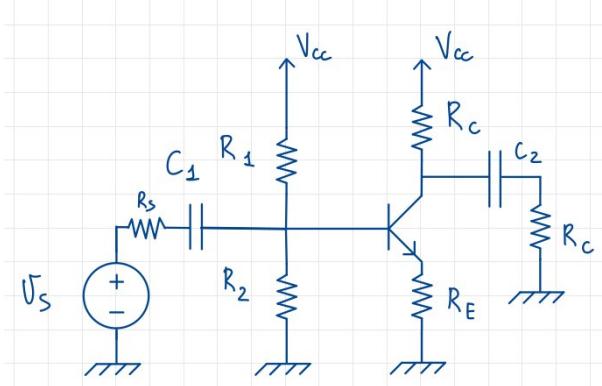
## 19.3 Amplificatore a Emettitore Comune

La configurazione di base è la seguente:



**Figura 19.4:** Amplificatore a Emettitore Comune

Essa però non è molto utilizzata in quanto il punto di riposo può essere modificato, infatti disattivando il generatore, come da procedura, andrei a cortocircuitare la base, e mettere  $R_S$  in parallelo con  $R_2$ : questo fa in modo che dunque il punto di riposo dipenda direttamente da  $R_S$ , che è uno scenario da evitare. Posso quindi pensare di modificare leggermente il circuito, aggiungendo due condensatori, come nell'esempio in figura:



**Figura 19.5:** Amplificatore a Emettitore Comune con condensatori

Il condensatore  $C_1$  dovrà essere tale da poter essere assimilato ad un cortocircuito in fase di analisi AC (il suo valore dipende dunque direttamente dal segnale in ingresso), mentre in analisi DC verrà normalmente considerato; la sua impedenza avrà valore  $Z_C = \frac{1}{\omega C_1}$ . Il condensatore  $C_2$  avrà le medesime caratteristiche e la medesima funzione del precedente: questi due condensatori vengono infatti chiamati **condensatori di accoppiamento**, in quanto permettono di collegare altri dispositivi al circuito senza che essi modifichino il punto di lavoro.

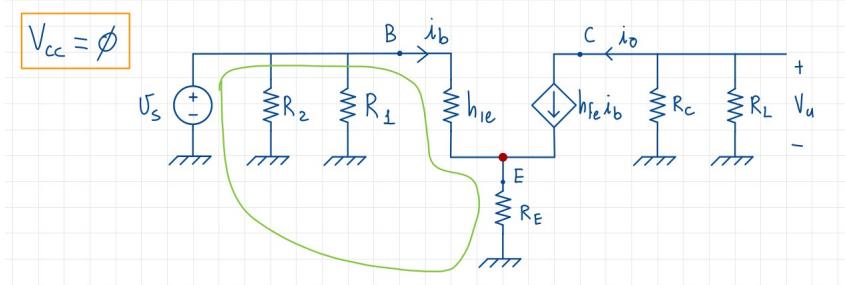
### 19.3.1 Analisi AC

Passando all'analisi AC del circuito, ipotizzo sempre di essere in zona attiva diretta: se ciò è vero, allora vado a ricavare i parametri  $h$  e il circuito equivalente. In questo esempio, avrò  $h_{re} = 0$ ,  $h_{oe} = 0$ ,  $R_S = 0$ , mentre il circuito equivalente sarà il seguente:

Ricavo immediatamente due parametri:  $A_i = \frac{i_o}{i_i} = h_{fe}$ , e  $A_v = \frac{v_o}{v_i}$ . Costruisco il sistema per trovare le correnti:

$$\begin{cases} i_o = h_{fe} i_b \\ i_b = i_i \end{cases} \rightarrow i_o = h_{fe} i_i$$

Mentre invece per le tensioni:

**Figura 19.6:** Circuito equivalente AEC

$$\begin{cases} v_u = -(R_C || R_L)(h_{fe} i_b) \\ v_s = h_{ie} i_b + R_E i_e \\ i_e = i_b + h_{fe} i_b = (h_{fe} + 1) i_b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_u = (R_C || R_L) h_{fe} \frac{v_s}{h_{ie} + R_E (h_{fe} + 1)} \\ v_s = h_{ie} i_b + R_E (h_{fe} + 1) i_b \\ i_b = \frac{v_s}{h_{ie} + R_E (h_{fe} + 1)} \end{cases}$$

Da questi calcoli ricaviamo infine:

$$A_v = \frac{v_u}{v_s} = -\frac{(R_C || R_L) h_{fe}}{h_{ie} + R_E (h_{fe} + 1)}$$

### 19.3.1.1 Considerazioni

Alcune considerazioni sulle formule ricavate e utilizzate:

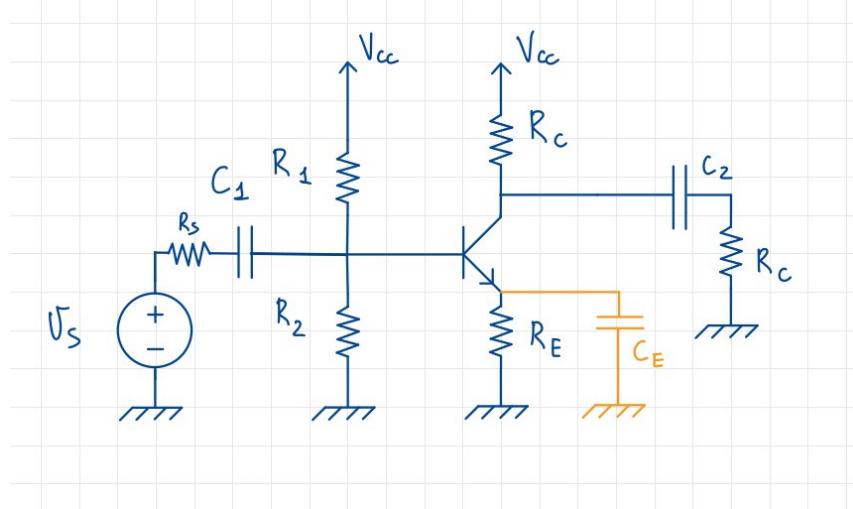
- Per  $A_v$  negativo, la configurazione si dirà **invertente**, come ad esempio uno sfasamento di  $180^\circ$  di una sinusoida;
- Se  $R_E = 0 \rightarrow A_v = \frac{R_C || R_L}{h_{ie}} h_{fe} \gg A_v$  con  $R_E \neq 0$ ;
- Se  $R_E (h_{fe} + 1) \gg h_{ie}$ , allora  $A_v = -\frac{R_C || R_L}{R_E}$ ;

La considerazione 2 significa in pratica che l'aggiunta della resistenza  $R_E$ , necessaria per la stabilizzazione del circuito, ha come controindicazione una diminuzione del guadagno. La  $R_E$  è definita come **resistenza di degenerazione di emettitore**. La considerazione 3 invece ci dice che l'amplificazione non dipende più dalle caratteristiche del transistore, ma solo dalle resistenze che posso scegliere a piacimento, rendendo quindi il circuito molto stabile.

### 19.3.2 Il condensatore di bypass

Per aumentare ulteriormente il guadagno posso **inserire un condensatore**, di simbolo  $C_E$ , detto **condensatore di bypass**, che elimina  $R_E$  dall'equazione di guadagno, pur mantenendo tutti gli effetti

positivi della stabilità che ha introdotto. Il circuito equivalente sarà quindi il seguente:



**Figura 19.7:** Circuito equivalente AEC con condensatore bypass

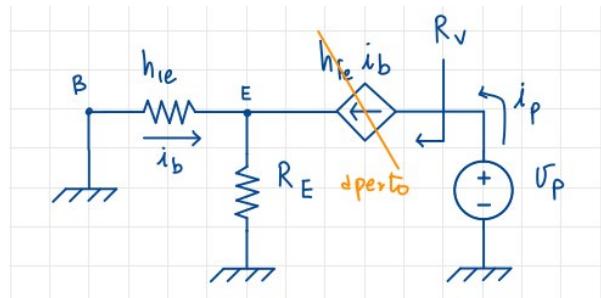
Troverò  $R_i \frac{v_i}{i_i} = \frac{v_s}{i_b}$  dal quale ricavo la **regola della riflessione della resistenza**:

$$R_i = h_{ie} + R_E(h_{fe} + 1)$$

che è la resistenza sull'emettitore vista dalla base.

### 19.3.3 La resistenza di uscita

La resistenza di uscita  $R_o$  verrà calcolata come il rapporto tra la tensione di uscita e la corrente di uscita, e quindi  $R_o = \frac{v_u}{i_o}|_{v_i=0}$ . Dato che però  $v_i = 0$  implica  $i_b = 0$ , e dunque un aperto al posto del generatore di valore  $h_{fe}i_b$ , allora  $R_o = \infty$ . Possiamo apprezzare questa osservazione col seguente disegno:



**Figura 19.8:** Circuito equivalente AEC con condensatore bypass

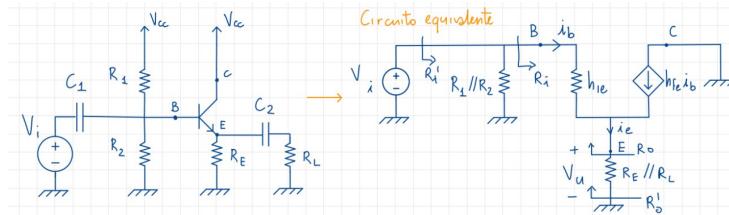
Infatti:

$$\begin{cases} V_E = R_E(f_{fe} + 1)i_b \\ V_E = -h_{fe}i_b \end{cases} \rightarrow R_E(h_{fe} + 1) = h_{fe}i_b \rightarrow [R_E(h_{fe} + 1) + h_{fe}]i_b = 0$$

Ricavo quindi che, per la legge di annullamento del prodotto,  $i_b = 0$ , per cui  $R_V = \infty$

## 19.4 Amplificatore a collettore comune

Questa configurazione, e relativo circuito equivalente, vengono così rappresentati:



**Figura 19.9:** Amplificatore a collettore comune

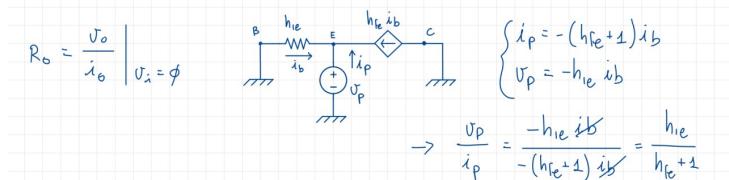
### 19.4.1 Resistenze di ingresso e di uscita

Vediamo prima di tutto la resistenza in entrata:

$$R_i = \frac{V_i}{i_i} = h_{ie} + (RE||R_L)(h_{fe} + 1)$$

Inoltre  $R'_i = R_1||R_2||R_i$ , per cui la resistenza di ingresso è identica a quella nel caso di configurazione ad emettitore comune.

Per quanto riguarda la resistenza in uscita:



**Figura 19.10:** Circuito equivalente ACC

Quindi  $R_o = \frac{h_{ie}}{h_{fe} + 1}$ , che è differente dal caso ad emettitore comune. Inoltre  $R'_o = R_E||R_L||R_o$ .

### 19.4.2 Guadagno

Partiamo da  $A_i = \frac{i_o}{i_i}$ ; inoltre sappiamo che  $i_o = -(h_{fe} + 1)i_b$ , e  $i_i = i_b$ , per cui  $A_i = -(h_{fe} + 1)$ .

Proseguiamo con  $A_v = \frac{v_u}{v_i}$ , e mettiamo a sistema le equazioni del circuito:

$$\begin{cases} v_u = (R_E || R_L) i_e \\ i_e = (h_{fe} + 1) i_b \end{cases} \rightarrow v_u = (R_E || R_L)(h_{fe} + 1) i_b$$

Scriviamo ora l'equazione per  $v_i$ :

$$v_i = h_{ie} i_b + (R_E || R_L)(h_{fe} + 1) i_b$$

Dalla quale ricaviamo:

$$i_b = \frac{v_i}{h_{ie} + (R_E || R_L)(h_{fe} + 1)}$$

Per cui, sostituendo il tutto nell'equazione iniziale, otteniamo:

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = \frac{(R_E || R_L)(h_{fe} + 1)}{h_{ie} + (R_E || R_L)(h_{fe} + 1)}$$

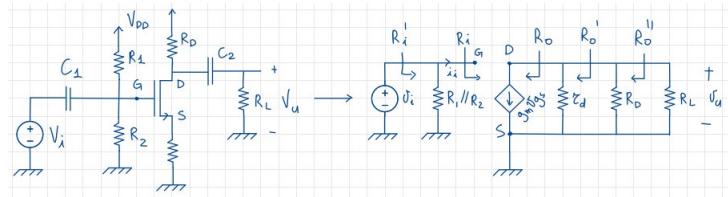
Possiamo fare alcune osservazioni:

1.  $A_v$  è positiva, per cui i segnali in ingresso ed uscita avranno lo stesso segno, ed è ciò che ci aspettiamo da una configurazione **non invertente**;
2.  $A_v < 1$  sempre, per costruzione;
3. Se  $h_{ie} \ll (R_E || R_L)(h_{fe} + 1)$ , allora  $A_v \approx 1$ . Questo caso è chiamato **configurazione a inseguitore di emettitore**, in quanto l'amplificazione è fatta con un fattore quasi unitario, grazie al quale l'uscita segue l'ingresso.

## 19.5 Amplificatore a source comune

Questa configurazione, e relativo circuito equivalente, vengono così rappresentati:

L'analisi in DC è tale a quella fatta per l'amplificatore a emettitore comune, per cui non la ripeteremo. Notiamo comunque una differenza: ora Source non è collegato a Ground, ma al terminale di riferimento, tramite una resistenza  $R_S$ .



**Figura 19.11:** Amplificatore a source comune

### 19.5.1 Parametri di guadagno

Partiamo da  $A_i = \frac{i_o}{i_i}$ , essendo però  $i_i = 0$ , allora  $A_i \rightarrow \infty$ , per cui non ha molto senso riportarlo.

Proseguiamo con  $A_v = \frac{v_u}{v_i}$ , e mettiamo a sistema le equazioni del circuito:

$$\begin{cases} v_u = -(r_d || R_D || R_L)(g_m v_{gs}) \\ v_{gs} = v_g - v_s = v_i \end{cases}$$

L'ultima equazione si ricava dal fatto che  $v_s = 0$ , e che  $v_g = v_i$ , come ravvisabile dal circuito equivalente.

Mettendo assieme le equazioni del sistema, otteniamo infine:

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = -(r_d || R_D || R_L)g_m$$

Osserviamo che  $A_v$  è negativa: siamo pertanto davanti ad una configurazione **invertente**.

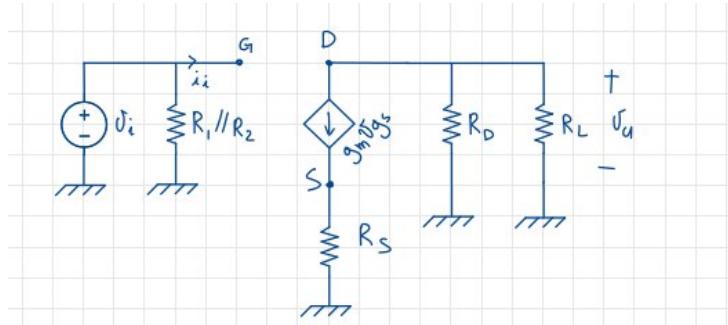
### 19.5.2 Parametri di resistenza

Per quanto riguarda la resistenza di ingresso, possiamo scrivere  $R_i = \frac{v_i}{i_i} \rightarrow \infty$ , perché come visto in precedenza  $i_i = 0$ , e infatti avremo un circuito aperto. Inoltre,  $R'_i = R_1 || R_2 || R_i$ .

La resistenza di uscita merita invece un'analisi un po' più approfondita: dalla definizione ricordiamo che  $R_o = \frac{v_o}{i_o}|_{v_i=0} \rightarrow \infty$ , ma  $v_i = 0$  implica  $v_{gs} = 0$ , per cui  $R'_o = \frac{v_o}{i_o}|_{v_s=0} = R_o || R_D = R_D$ .

### 19.5.3 Un caso particolare: $R_S \neq 0$ e $r_d \rightarrow \infty$

In questo caso, il circuito equivalente diventa:

**Figura 19.12:** Circuito equivalente ASC

Alcune formule cambiano rispetto al caso base:

$$\begin{cases} v_u = (R_D \parallel R_L)(-g_m v_{gs}) \\ v_s = R_S(g_m v_{gs}) \end{cases}$$

Analizziamo e ricaviamoci \$v\_{gs}\$:

\$v\_{gs} = v\_g - v\_s = v\_g - R\_S(g\_m v\_{gs})\$, da cui \$v\_{gs} = \frac{v\_g}{1 + R\_S g\_m}\$, essendo \$v\_g = (1 + g\_m R\_S) v\_{gs}\$. Sapendo che \$v\_g = v\_i\$, ottengo inoltre \$v\_{gs} = \frac{v\_i}{1 + R\_S g\_m}\$.

Sostituiamo ora \$v\_{gs}\$ nell'equazione per \$v\_u\$:

$$v_u = (R_D \parallel R_L)(-g_m \frac{v_i}{1 + R_S g_m})$$

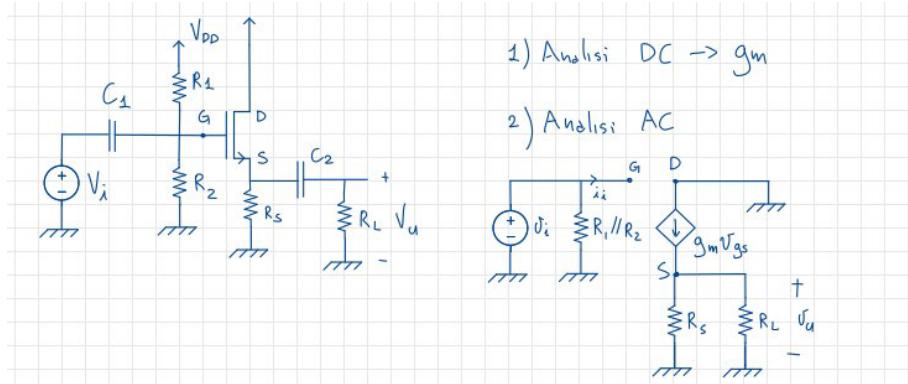
Per cui mi ricavo \$A\_v\$:

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = -(R_D \parallel R_L) g_m \frac{1}{1 + R_S g_m}$$

La \$R\_S\$, detta anche **resistenza di degenerazione di source**, porta con la sua introduzione sia una **stabilizzazione del punto di riposo**, sia una **riduzione del guadagno**; con essa infatti la \$v\_{gs}\$ non sarà più uguale a \$v\_i\$, ma sarà una sua partizione, per cui il guadagno sarà minore. È importante notare che in presenza di una resistenza di Source, se il guadagno di trans-conduttanza \$g\_m R\_S \gg 1\$, l'amplificazione di tensione si riduce a circa il rapporto tra la resistenza di Drain e la resistenza di Source. Pertanto, anche in questo caso, l'amplificazione di tensione è approssimativamente pari al rapporto tra la resistenza di Drain e la resistenza di Source, proprio come nel caso dello stadio a emettitore comune, per cui 'giocando' con il valore di \$R\_S\$ è possibile ottenere amplificazioni di tensione differenti. Infine, possiamo pensare di limitare la perdita di guadagno attraverso il condensatore di bypass, già visto nel caso dell'amplificatore a emettitore comune.

## 19.6 Amplificatore a drain comune

In questa configurazione il Drain è utilizzato come terminale di riferimento, mentre quello di Gate risulterà essere il terminale di entrata; di conseguenza, l'uscita sarà prelevata da Source. Il circuito sarà simile a quello del caso precedente, con la differenza che rimuoveremo la  $R_D$ :

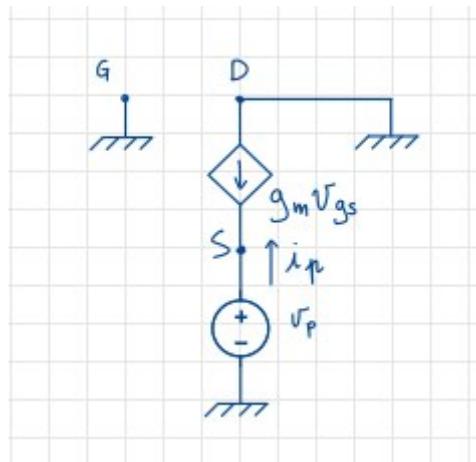


**Figura 19.13:** Amplificatore a drain comune

L'analisi in DC viene omessa in quanto analoga a tutte le precedenti, per cui ci concentreremo sui parametri di uscita.

### 19.6.1 Parametri di output

Partiamo dal calcolo della resistenza: per definizione  $R_o = \frac{v_o}{i_o}|_{v_i=0}$ . Osserviamo la figura per capire meglio:



**Figura 19.14:** Circuito equivalente EDC

Scriviamo il sistema:

$$\begin{cases} i_p = -g_m v_{gs} \\ v_g = 0 \\ v_s = v_p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{gs} = v_g - v_s = -v_p \\ i_p = g_m v_p \end{cases}$$

Sostituendo queste equazioni nella definizione di  $R_o$ , otteniamo:

$$R_o = \frac{v_o}{i_o} \Big|_{v_i=0} = \frac{v_p}{i_p} = \frac{v_p}{g_m v_p} = \frac{1}{g_m}$$

Anche per il parametro di guadagno partiremo dalla definizione, che è  $A_o = \frac{v_u}{v_i}$ . Scriviamo il nostro sistema:

$$\begin{cases} v_u = (g_m v_{gs})((R_S || R_L)) \\ v_g = v_i \\ v_s = v_u \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{gs} = v_i - v_u \\ v_u = g_m(v_i - v_u)(R_S || R_L) \end{cases}$$

Esplcitando l'equazione in funzione di  $v_u$ :

$$v_u = \frac{g_m((R_S || R_L))}{1 + g_m((R_S || R_L))} v_i$$

Infine sostituiamo questa equazione nella definizione di  $A_o$ :

$$A_v = \frac{v_u}{v_i} = \frac{g_m((R_S || R_L))}{1 + g_m((R_S || R_L))}$$

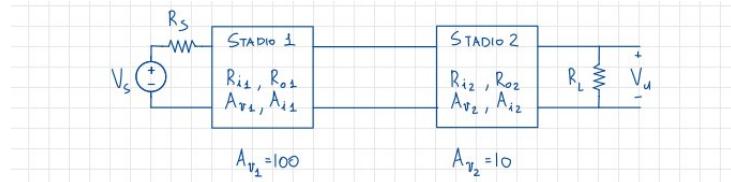
Notiamo come la configurazione in esame sia **non invertente**, e ciò è ravvisabile dal segno positivo di  $A_v$ ; sempre osservando la relazione appena trovata ci accorgiamo che  $|A_v| < 1$  per costruzione e che, nel caso particolare in cui  $g_m((R_S || R_L)) \gg 1$ ,  $A_v \approx 1$ , configurazione che prende il nome di **inseguitore di source**.

## 19.7 Amplificatori multistadio

Riuscire a soddisfare tutti i requisiti di un progetto utilizzando un solo amplificatore può essere difficile, per cui è pratica comune **collegare in cascata** due o più amplificatori, in modo da combinare le loro caratteristiche nel modo più vantaggioso possibile per la rete in oggetto. Abbiamo usato la

parola *combinare* e non *moltiplicare* perché solo in specifiche condizioni è possibile moltiplicare tra loro i guadagni dei singoli stadi, mentre in situazioni normali dobbiamo considerare l'interazione tra i singoli stadi, che renderanno il guadagno minore di quanto ci si possa aspettare.

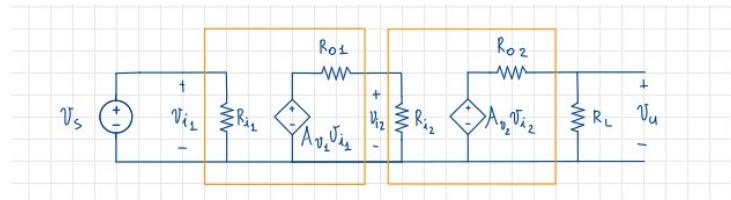
Vedendo gli amplificatori come delle scatole, la struttura di un amplificatore multistadio può essere schematizzata come segue:



**Figura 19.15:** Amplificatore multistadio

### 19.7.1 L'interazione tra stadi

Per capire come si comportano gli stadi in cascata, prendiamo lo schema precedente, esplicitando però i circuiti equivalenti di ogni stadio:



**Figura 19.16:** Amplificatore multistadio con circuiti equivalenti

Notiamo visivamente come le interazioni tra i due amplificatori influiscano sulle performance finali, quindi confermiamo queste sensazioni dal punto di vista matematico. Vediamo dunque il guadagno  $A_v = \frac{v_u}{v_i} |_{R_L \rightarrow \infty}$ :

$$\begin{cases} v_u = A_{v2}v_{i2} \\ v_{i2} = A_{v1}v_{i1}\frac{R_{i2}}{R_{o1}+R_{i2}} \\ v_{i1} = v_s \end{cases} \rightarrow A_v = A_{v1}A_{v2}\frac{R_{i2}}{R_{o1}+R_{i2}}$$

Il valore di  $A_v$  è evidentemente diverso dal semplice prodotto di  $A_{v1}$  e  $A_{v2}$ , vista la presenza del fattore moltiplicativo  $\frac{R_{i2}}{R_{o1}+R_{i2}}$ , che è chiamato **fattore di attenuazione**. Per costruzione non potrà mai essere negativo o maggiore di 1, tuttavia nel caso in cui  $R_{i2} \rightarrow \infty$  oppure  $R_{o1} = 0$ , il fattore di attenuazione varrà 1, e quindi il guadagno sarà pari al prodotto dei guadagni dei singoli stadi, e questo è l'unico

caso in cui ciò accade. In gergo questa situazione si dice che **lo stadio a valle insegue lo stadio a monte**, proprio perché il guadagno finale è pari al prodotto dei guadagni dei singoli stadi.



# 20 Risposta in frequenza

In generale, un segnale non è formato da una sola componente sequenziale, ma da più componenti frequenziali, spesso in forma sinusoidale: con un amplificatore è possibile amplificare tutte queste componenti frequenziali, ma bisogna porre attenzione nell'amplificarle tutte allo stesso modo, altrimenti mi troverei davanti ad una **distorsione** del segnale originale, e non ad una sua **replica** come invece mi aspetterei.

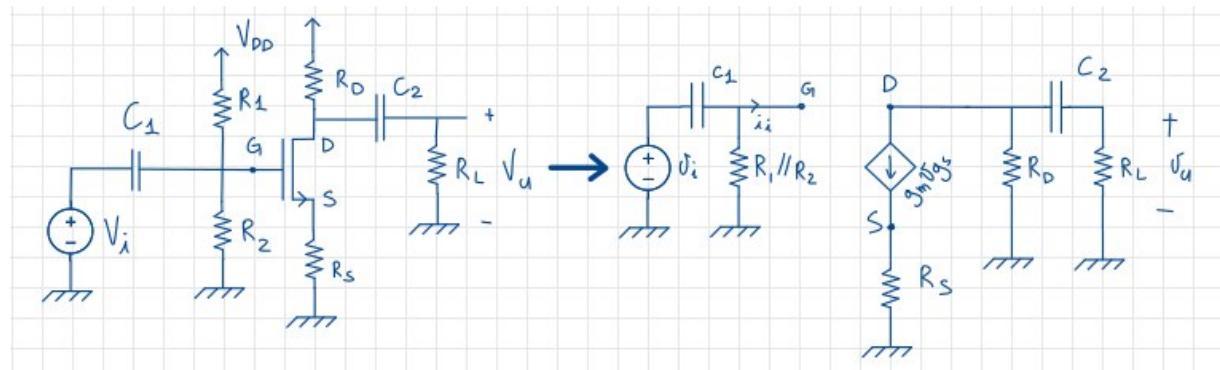
## 20.1 Determinazione della risposta in frequenza

Gli elementi che determinano la risposta in frequenza sono gli **elementi reattivi**, ovvero induttori e condensatori, che rendono il risultato del parametro  $A_v$  dipendente dalla frequenza, in quanto essi stessi dipendono dalla frequenza.

Un esempio di  $A_v(f)$ , utilizzando la trasformata di Laplace, è il seguente:

$$A_v(s) = \frac{v_u(s)}{v_i(s)} = A_k \frac{(s - \omega_{z1}) \cdot (s - \omega_{z2}) \dots (s - \omega_{zn})}{(s - w_{p1}) \cdot (s - w_{p2}) \dots (s - w_{pn})}$$

Dovrei quindi calcolare tutti i poli e gli zeri del circuito, per poi passare effettivamente alla risposta in frequenza. Per far ciò dovrei prima però portare il circuito nel dominio della frequenza:



**Figura 20.1:** Circuito in frequenza

Ogni condensatore inserisce uno zero nell'origine, perché a frequenze nulle sono assimilabili a dei circuiti aperti, ed essendo in serie al percorso della corrente, la annulleranno; generalmente, in un circuito, il numero di poli è pari al numero di **elementi reattivi indipendenti**. Ad esempio, un condensatore in serie ad un induttore non sono due elementi reattivi indipendente, in quanto i due elementi dipendono uno dall'altro.

## 20.2 Il ruolo dei condensatori

Questi metodi di analisi vengono chiamati **metodi ispettivi**, dei quali daremo alcune convenzioni. Ad esempio, parlando di condensatori, definiremo:

- capacità **grossa** una capacità nell'ordine dei  $\mu F$  (microfarad), e sono din solito grandezze che troviamo in condensatori esterni, di accoppiamento o di bypass;
- capacità **piccola** una capacità nell'ordine dei  $pF$  (picofarad), e sono din solito grandezze che troviamo in condensatori intrinseci, o in caso di capacità parassite.

L'impedenza di un condensatore è pari a  $|z| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ : in continua sono dei circuiti aperti, con impedenza infinita, quindi osserviamo il loro comportamento al variare della frequenza.

$$f = 10Hz \rightarrow \begin{cases} |Z_{est}| \approx 10^5 \Omega \\ |Z_{int}| \approx 10^1 1\Omega \end{cases} \quad f = 1kHz \rightarrow \begin{cases} |Z_{est}| \approx 10^3 \Omega \\ |Z_{int}| \approx 10^9 \Omega \end{cases} \quad f = 1MHz \rightarrow \begin{cases} |Z_{est}| \approx 1 \Omega \\ |Z_{int}| \approx 10^6 \Omega \end{cases}$$

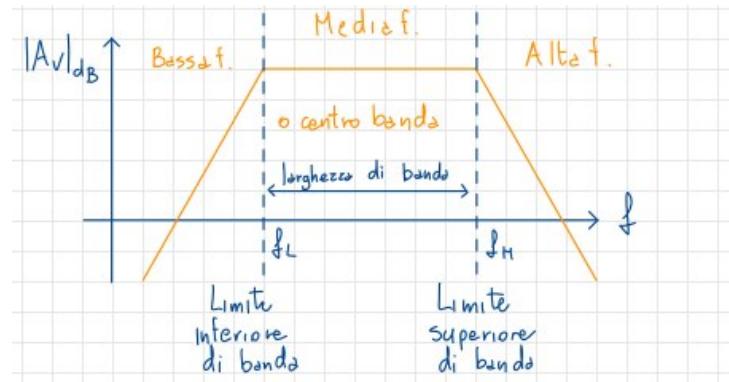
Notiamo che i condensatori interni hanno sempre un'impedenza molto elevata, e comunque sempre molto maggiore rispetto a quella esterna. In generale, durante un'analisi DC, andrò sempre a considerarli come circuiti **aperti**, mentre nella AC a seconda delle frequenze in cui sto operando, posso dunque fare delle assunzioni:

- a **basse frequenze** considero i condensatori interni come circuiti aperti;
- a **medie frequenze** considero i condensatori interni come circuiti aperti, e quelli esterni come cortocircuiti;
- ad **alte frequenze** considero i condensatori esterni come cortocircuiti.

Confrontando queste assunzioni con le indicazioni che ci eravamo dati per lo studio in AC, ci rendiamo conto come in effetti tale procedura sia di fatto un'analisi a **medie frequenze**.

## 20.3 Diagramma di Bode

Comunemente, gli amplificatori hanno un andamento nel diagramma di Bode del tipo:



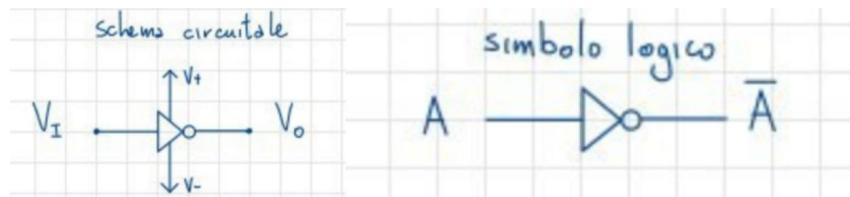
**Figura 20.2:** Diagramma di Bode

La **larghezza di banda** è definita come la distanza tra  $f_L$ , dove L sta per *lower*, e  $f_H$ , dove H sta per *higher*, ovvero la distanza tra i due punti che indicano rispettivamente i limiti **inferiori** e **superiori** di banda, e sono di solito separati da circa due ordini di grandezza, per cui posso separare i due tipi di condensatori con una buona approssimazione. Ad alte frequenze vediamo **un'attenuazione** del segnale: un esempio pratico è il caso in cui il segnale passa dal Gate al Drain **senza amplificazione**. Infine, chiamiamo la  $f_T$  la frequenza di **transizione**, ovvero il valore per il quale il guadagno di corrente in cortocircuito, nella configurazione ad emettitore comune, diventa **unitaria**: il suo valore si può trovare nei data-sheet dei vari componenti utilizzati nel circuito.

## 20.4 Alcuni usi digitali di amplificatori ed elementi attivi

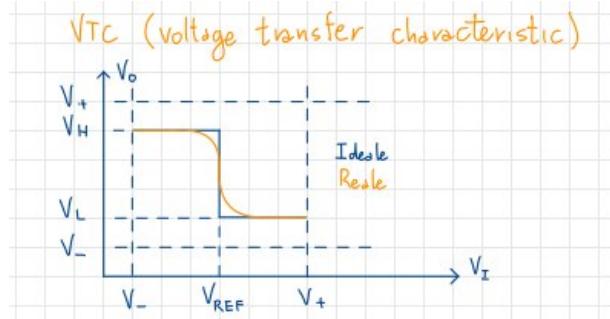
### 20.4.1 Inverter

I simboli logici e circuitali sono i seguenti:



**Figura 20.3:** Simboli logici e circuitali

dove  $V^+$  e  $V^-$  sono definiti in base alla famiglia logica, e sono le tensioni di alimentazione del circuito: l'inverter infatti è un **elemento attivo**, e quindi ha bisogno di alimentazione. Assegnamo al valore logico 1 il valore della tensione  $V_H$ , e allo 0 quello di  $V_L$ , e passiamo allo studio della **caratteristica di trasferimento**, della quale troviamo il grafico seguente:

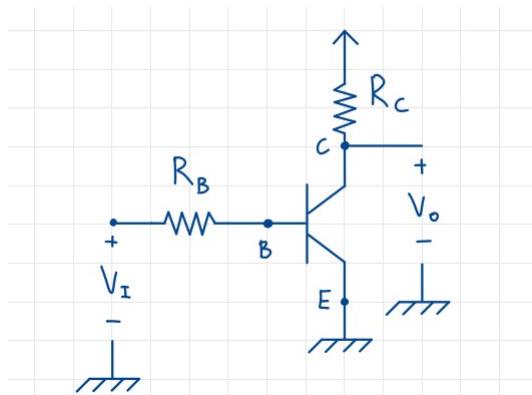


**Figura 20.4:** Caratteristica di trasferimento

Vediamo subito come le tensioni siano limitate tra i valori di  $V^+$  e  $V^-$ ; la caratteristica ideale è sì verticale, ma non è necessario che raggiunga i valori di  $V^+$  e  $V^-$ . Il valore di tensione per il quale c'è la transizione è  $V_{ref}$ : in questo caso è posizionato a metà dell'escursione di tensione, ma ciò non è sempre vero e in generale dipende dal dispositivo. La caratteristica reale ricorda inevitabilmente quella ideale, ma ovviamente non è verticale e non è nemmeno una retta, ma assume una forma più tondeggiante: più questa curva però si avvicina a quella verticale, migliore sarà la **rigenerazione** di un segnale degradato, ovvero la capacità di ripristinare un segnale che ha perso la sua forma originale.

#### 20.4.2 Inverter con BJT

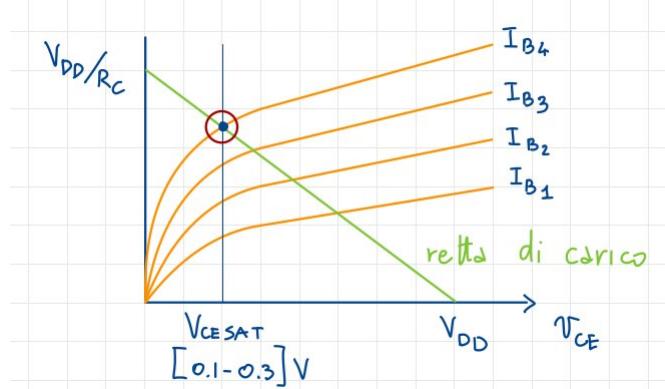
Lo schema circuitale prevede, ovviamente, la presenza di un BJT, ed è il seguente:



**Figura 20.5:** Inverter con BJT

Il comportamento del circuito dipenderà dai valori di  $V_I$ ,  $R_B$  e  $R_C$ .

Nella maglia d'ingresso avremo  $V_I = R_B i_B + v_{BE}$ , mentre in quella d'uscita  $V_I = R_B i_B + v_{CE}$  la quale viene ricavata tramite l'analisi della caratteristica di entrata:



**Figura 20.6:** Caratteristica di entrata con retta di carico

Abbiamo due casi possibili:

1. se  $V_I \ll V_\gamma$ , abbiamo sia la giunzione Base-Emettore che quella Base-Collettore polarizzati in inversa, per cui abbiamo un comportamento assimilabile ad un *interruttore in OFF*;
2. se  $V_I \gg V_\gamma$ , abbiamo invece entrambe le giunzioni polarizzate in diretta, per cui il punto di riposo Q è in saturazione.

Esiste in realtà un altro funzionamento: se  $V_I = V_{DD}$  e  $V_{BE} \approx V_\gamma$ , si ricava  $i_B = \frac{V_{DD}-V_\gamma}{R_B}$  che equivale a  $I_{B4}$  nel disegno della caratteristica. Risulta evidente come in questo caso il punto di lavoro dipende esplicitamente dal valore delle resistenze  $R_B$  e  $R_C$ , per cui è necessario modificare questi elementi circuitali per ottenere un punto di lavoro desiderato.

#### 20.4.2.1 Verifica della saturazione

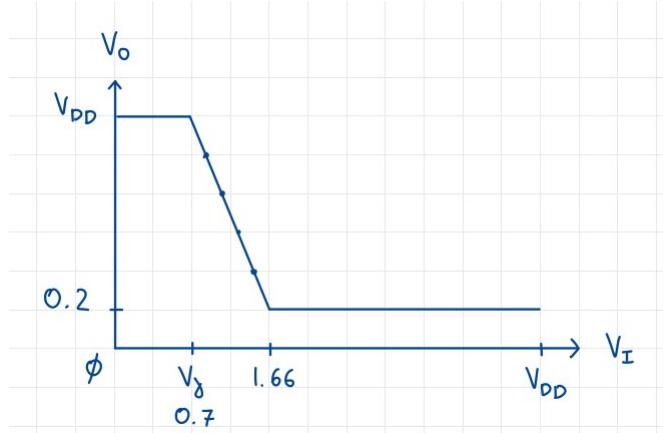
Avremo necessità di varie equazioni, alcune delle quali già note per ipotesi: la base  $I_B \approx \frac{V_{DD}}{R_B}$ , con  $V_\gamma \ll V_{DD}$ . Per il collettore invece  $I_C \approx \frac{V_{DD}}{R_{CC}}$  con  $V_{CE} \ll V_{DD}$ .

Ricaviamo dunque che  $\frac{V_{DD}}{R_C} \ll \beta_F \frac{V_{DD}}{R_B}$ , e dunque infine  $R_B \ll \beta_F R_C$ .

#### 20.4.2.2 Esempio implementativo con BJT

Supponiamo di avere  $V_{DD} = 5V$ ,  $\beta_F = 50$ ,  $R_C = 1k\Omega$  e  $R_B = 10k\Omega$

È possibile notare dal grafico come si tratti di un inverter che presenta una **forte asimmetria**, poiché il suo grafico è molto spostato verso sinistra; è poco immune al rumore prima di arrivare a  $V_\gamma$ , mentre

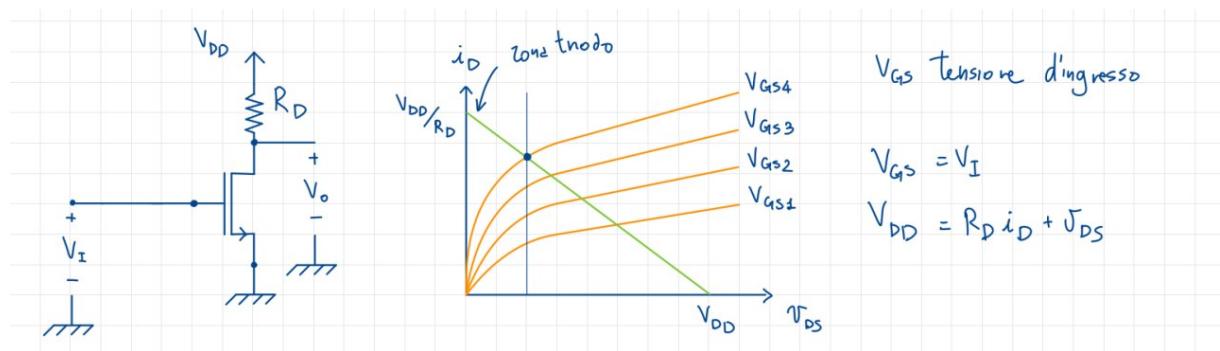


**Figura 20.7:** Esempio implementativo

dopo è molto più immune. Infine vediamo che a interruttore chiuso viene dissipata **molta potenza**, a causa del collegamento tra  $V_{DD}$  e *Ground* e della resistenza nel percorso. Questo fenomeno viene chiamato **dissipazione statica di potenza**, poiché la potenza viene dissipata anche quando il circuito non è effettivamente in funzione; questa problematica verrà risolta con l'uso dei CMOS.

#### 20.4.3 Inverter con NMOS

Lo schema circuitale e la caratteristica del circuito sono i seguenti:



**Figura 20.8:** Inverter con NMOS

Riconosciamo le zone di funzionamento:

- per  $V_I = V_{GS} < V_T$ , allora avremo Q **interdetto** e  $V_O = V_{DD}$ . Anche se siamo in interdizione, una piccola parte di corrente scorre;
- se  $V_I \gg V_T$ , allora risulta Q **triodo**, e dunque  $V_O$  sarà piccola.

### 20.4.3.1 I parametri regolatori

Per ipotesi ci troviamo in zona triodo, per cui:  $i_D \approx (\mu_n C_{OX}) \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$ , ma  $v_{DS} \ll V_{DD}$  che implica  $i_D \approx \frac{V_{DD}}{R_D}$

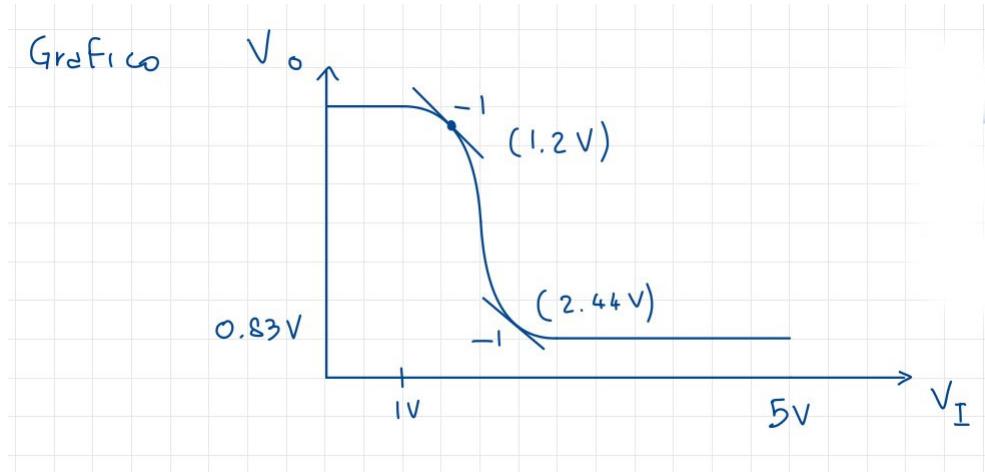
Unendo le equazioni ricaviamo:

$$V_{DD} = k' \frac{W}{L} (V_I - V_T) V_L \rightarrow V_L = \frac{V_{DD}}{R_D k' \frac{W}{L} (V_I - V_T)}$$

Questo vuol dire che, essendo anch'essi parametri dell'equazione, anche  $W$  ed  $L$  influenzano il punto di lavoro: in particolare potrò modificare le **dimensioni** dei singoli transistori MOSFET.

### 20.4.3.2 Esempio implementativo con NMOS

Le ipotesi sono che  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_T = 1V$  e  $R_D = 95k\Omega$ .



**Figura 20.9:** Esempio implementativo

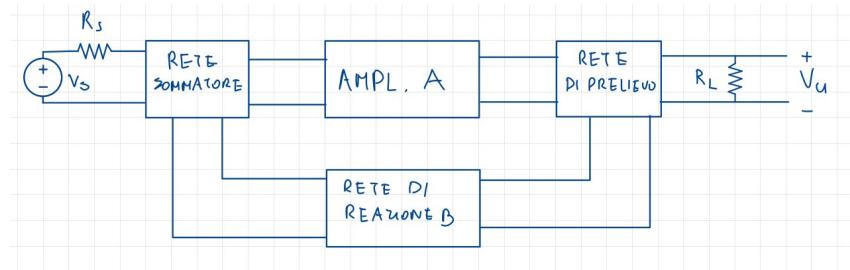
Risulta sicuramente un'implementazione migliore di quella col BJT, anche se è sempre presente l'asimmetria e la dissipazione statica di potenza, seppur minore.

## 20.5 Teoria della reazione semplificata

### 20.5.1 Introduzione

Il principio della reazione consiste nel **riportare all'ingresso di un sistema una porzione del segnale in uscita** dallo stesso, in modo da modificare le proprietà del sistema stesso. Generalmente, nei casi nei quali è necessario **mantenere una grandezza in uscita costante**, si parla, e si realizza, una reazione **negativa**, ovvero che il segnale riportato in ingresso ha **segno inverso** rispetto al segnale che lo ha prodotto: così facendo ogni variazione determina un effetto in senso opposto, che tende a contrastare la variazione stessa. Questo tipo di reazione è quella che viene maggiormente utilizzata in campo elettronico, visto il bisogno di generare tensioni e correnti stabili.

### 20.5.2 Schema generale di un sistema retroazionato



**Figura 20.10:** Schema generale di un sistema retroazionato

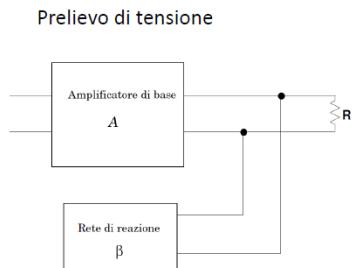
La reazione vera e propria avviene all'interno del **blocco amplificatore**: essa prende in ingresso il segnale risultante dall'uscita della **rete sommatrice**, e produce in uscita un segnale che passa attraverso la **rete di prelievo**. Quest'ultima recupera quindi il segnale di uscita amplificato, lo manda alla **rete di reazione** che gli applicherà un **guadagno  $\beta$**  e lo riporterà all'ingresso della rete sommatrice, e così via.

#### 20.5.2.1 Reti di prelievo

Le reti di prelievo sono reti che **prelevano** una porzione del segnale in uscita dal blocco amplificatore, e lo riportano all'ingresso della rete sommatrice. Esse possono essere di due tipi: a prelievo di **tensione** o di **corrente**.

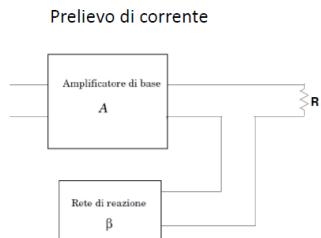
**20.5.2.1.1 Reti di prelievo di tensione** Queste tipologie di reti vengono **collegate in parallelo** alla rete di reazione, in modo che quest'ultima sia a sua volta collegata in **parallelo al carico**. In questo

modo, la tensione in uscita dal blocco amplificatore viene prelevata, moltiplicata per un fattore  $|\beta| < 1$  e riportata all'ingresso della rete sommatrice. Dal punto di vista circuitale, avremo un collegamento come quello in figura:



**Figura 20.11:** Rete di prelievo di tensione

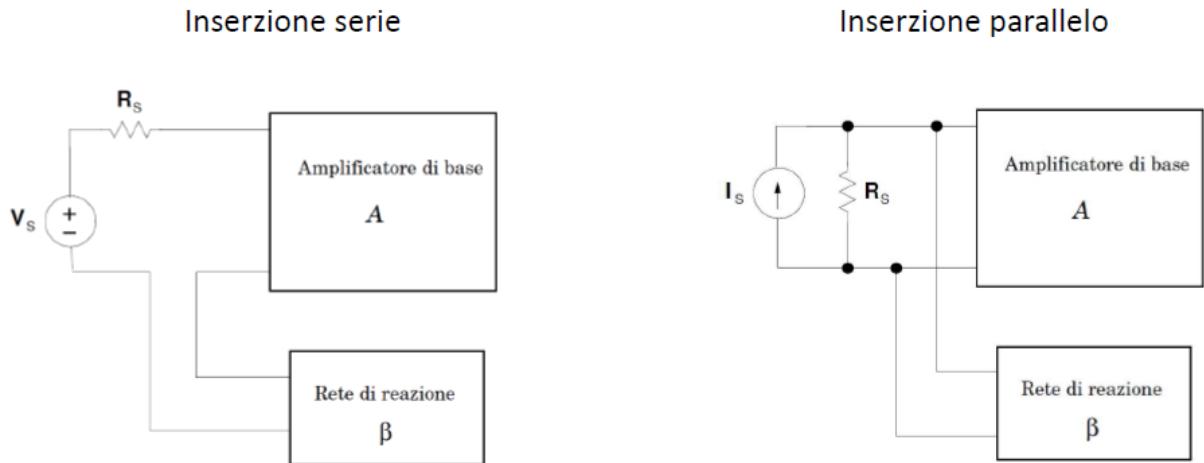
**20.5.2.1.2 Reti di prelievo di corrente** In questo caso si fa in modo che la rete di reazione sia **collegata in serie** al carico. Nella rete di reazione scorrerà quindi la stessa corrente del carico, alla quale verrà applicata il fattore di guadagno della reazione  $\beta$ . Dal punto di vista circuitale, avremo un collegamento come quello in figura:



**Figura 20.12:** Rete di prelievo di corrente

### 20.5.3 Reti sommatori

Queste reti sono anche dette *di reinserimento*, e si occupano di **sommare** i segnali in ingresso al blocco amplificatore con il segnale di retroazione. Possono essere **in serie**, dove il segnale viene messo in serie alla sorgente  $V_S - R_S$ , o **in parallelo**, dove il generatore di segnale viene sostituito dal suo **equivalente Norton**, e la rete di reazione viene collegata in parallelo, ottenendo una sottrazione di correnti tra  $I_S$  e la corrente di retroazione.

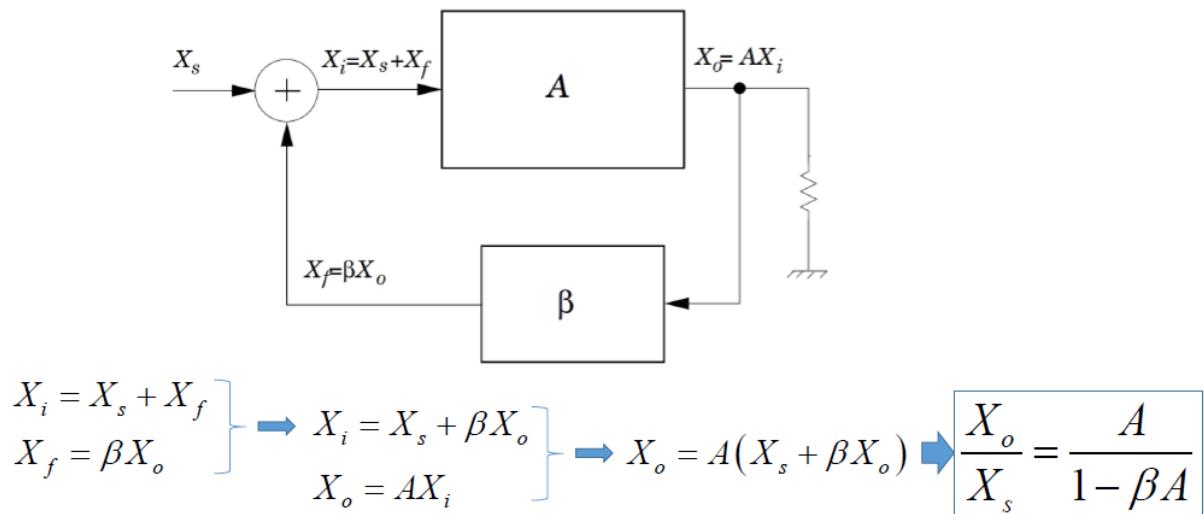
**Figura 20.13:** Rete sommatrice in serie

#### 20.5.4 Guadagno di reazione

Partiamo da alcune ipotesi semplificative che ci saranno utili nella trattazione semplificata:

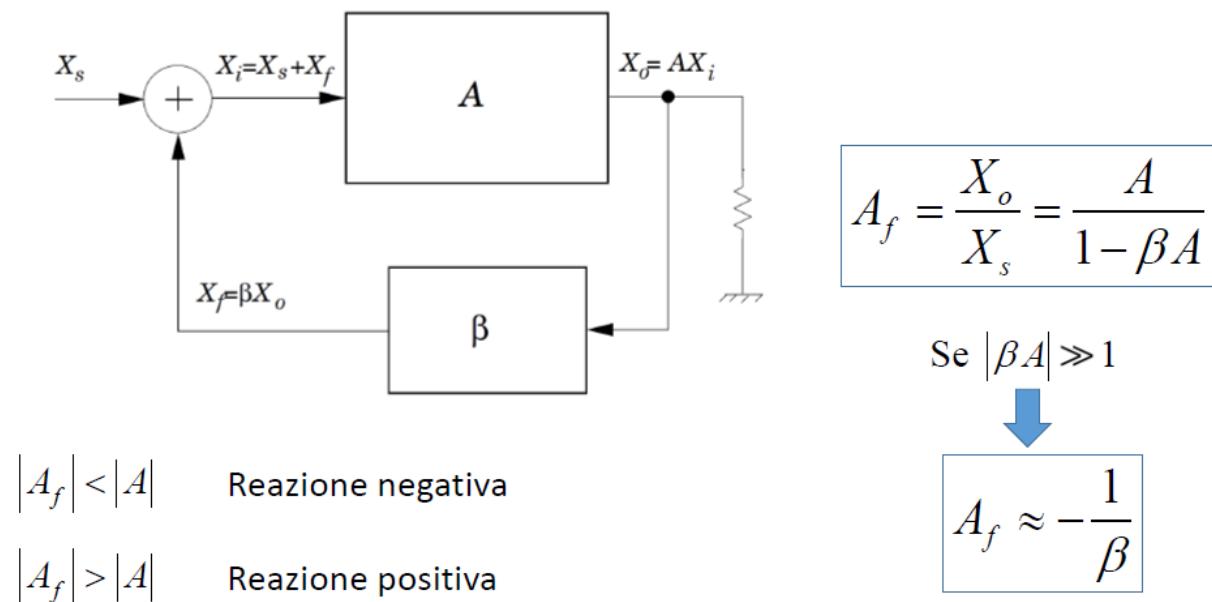
- il blocco amplificatore è **unidirezionale**;
- la rete di reazione è **unidirezionale**;
- il fattore di reazione  $\beta$  è indipendente dalle resistenze di sorgente e di carico.

La **funzione di trasferimento** del nostro sistema sarà definita come  $H = \frac{X_o}{X_s}$ , dove  $X_0$  è la funzione in uscita dal blocco amplificatore, e  $X_s$  è la funzione di sorgente. Conoscendo essa, possiamo calcolare il guadagno della rete di reazione.

**Figura 20.14:** Funzione di trasferimento

Avremo quindi che  $A$  è il **guadagno ad anello aperto**, mentre  $\beta \cdot A$  è il **guadagno d'anello**, ed infine il **guadagno ad anello chiuso** dato da  $A_f = \frac{A}{1+\beta \cdot A}$ .

Parleremo in generale di **reazione negativa** se  $|A_f| < |A|$ , mentre in caso contrario avremo una **reazione positiva**. Come anticipato, l'elettronica fa uso quasi esclusivamente di reazioni negative, che hanno come effetto quello di portare una diminuzione del guadagno. Sebbene questo possa sembrare un effetto negativo, in realtà è molto utile per **migliorare le prestazioni** del sistema. Guardiamo infatti questo esempio:



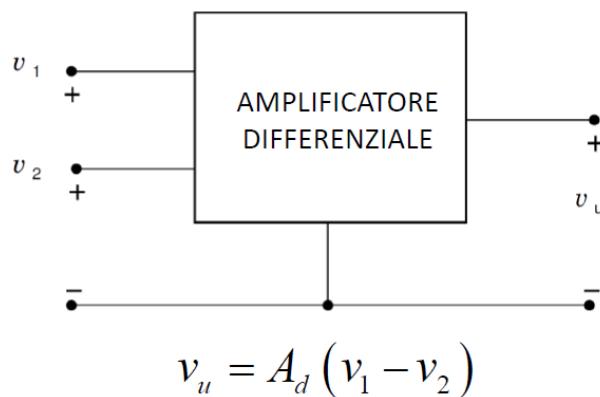
**Figura 20.15:** Esempio di reazione negativa

Ci troveremo spesso a lavorare in contesti in cui  $|\beta A| \gg 1$ , che porta ad avere  $A_f \approx -\frac{1}{\beta}$ , per cui il guadagno non dipende più dall'amplificatore ma solo dalle caratteristiche della rete di reazione. Se ad esempio essa fosse composta esclusivamente da resistenze, avremo un **guadagno stabile** in quanto **rappporto di resistenze**.



# 21 Amplificatori Differenziali

Un amplificatore differenziale è un tipo di amplificatore che, dati due segnali tramite due porte di ingresso, produce in uscita un segnale che è l'amplificazione della differenza tra i due segnali in ingresso moltiplicata per un fattore di amplificazione.



**Figura 21.1:** Amplificatore Differenziale

## 21.1 Definizioni

Il segnale a **modo differenziale**  $v_d$  è quel segnale dato dalla **differenza** tra i due segnali in ingresso  $v_1$  e  $v_2$ .

Il segnale a **modo comune**  $v_c$  è la **semisomma** dei due segnali in ingresso  $v_1$  e  $v_2$ .

Il **guadagno del modo differenziale**  $A_d$  è il rapporto tra il segnale a modo differenziale  $v_d$  e il segnale in uscita  $v_u$ , ovvero:  $A_d = \frac{v_d}{v_u}$ .

Il **guadagno del modo comune**  $A_c$  è il rapporto tra il segnale in uscita  $v_u$  e li segnale a modo comune  $v_c$ , ovvero:  $A_c = \frac{v_u}{v_c}$ .

## 21.2 Caso ideale e caso reale

### 21.2.1 Caso ideale

Nel caso ideale, abbiamo il **guadagno del modo comune**  $A_c = 0$  e il **guadagno del modo differenziale**  $A_d \neq 0$ . Ciò vuol dire che in una situazione del genere, l'amplificatore differenziale amplifica solo il segnale a modo differenziale, rendendo l'uscita  $v_u$  proporzionale alla differenza tra i due segnali in ingresso  $v_1$  e  $v_2$ . Inoltre, il **CMRR** (Common Mode Rejection Ratio) è infinito.

### 21.2.2 Caso reale

Introduciamo una nuova grandezza chiamata **CMRR** (Common Mode Rejection Ratio), ovvero il rapporto tra il guadagno del modo differenziale e il guadagno del modo comune, ovvero:  $CMRR = \frac{A_d}{A_c}$ . Nel caso reale, il **CMRR** è finito e diverso da zero, e deve essere reso **il più grande possibile**. Dei numeri tipici sono  $CMRR = [80 \div 120] dB$ .

## 21.3 Utilità per la riduzione del rumore

Definiamo:

$$A_1 = \frac{v_u}{v_1} \Big|_{v_2=0} \quad A_2 = \frac{v_0}{v_2} \Big|_{v_1=0}$$

Posso quindi scrivere il sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_2 \\ v_c = \frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = v_c + \frac{v_d}{2} \\ v_2 = v_c - \frac{v_d}{2} \end{cases}$$

Dal quale posso ricavare:

$$v_0 = A_1 v_1 + A_2 v_2 = A_1 \left( v_c + \frac{v_d}{2} \right) + A_2 \left( v_c - \frac{v_d}{2} \right) = (A_1 + A_2) v_c + \left( \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} \right) v_d$$

Avremo infine:

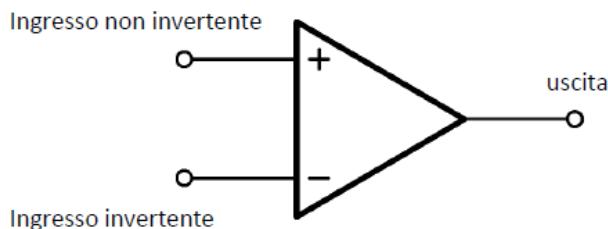
$$v_0 = A_c v_c + A_d v_d$$

Cosa vuol dire questo risultato in termini pratici? Se abbiamo dei **disturbi** sui segnali in ingresso all'amplificatore, essi tenderanno ad eliminarsi se questi sono **uguali**. In caso reale, tuttavia, è impossibile che i due disturbi siano identici.

## 21.4 Amplificatori operazionali

Si tratta di una tipologia di amplificatori differenziali, devono il loro nome dal fatto che i primi amplificatori di questo tipo venivano utilizzati per fare delle operazioni, quali somma e sottrazione, tra segnali, all'interno di circuiti più complessi.

### 21.4.1 Simbolo circuitale



**Figura 21.2:** Simbolo circuitale

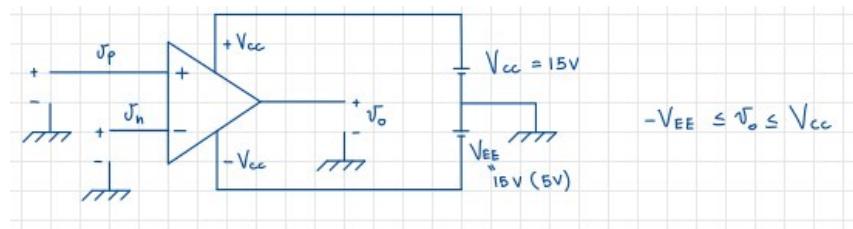
I due ingressi sono caratterizzati dal segno + o -, che indicano rispettivamente l'ingresso **non invertente** e quello **invertente**.

### 21.4.2 Caratteristiche peculiari

- ha **un ingresso differenziale**, ovvero presenta due ingressi e, nel caso ideale, amplifica solo la **differenza di tensione** tra i due segnali;
- nel caso ideale, ma anche in quello reale, presenta un **guadagno differenziale molto elevato**;
- è **accoppiato in continua**, cioè i segnali in ingresso sono collegati ai circuiti interni **senza condensatori di accoppiamento**. Da ciò ne deriva che non esiste un limite inferiore di banda, per cui la frequenza può estendersi fino ad assumere valori nulli. È invece presente un limite superiore di banda, che è la banda stessa dell'amplificatore.

### 21.4.2.1 I terminali di alimentazione

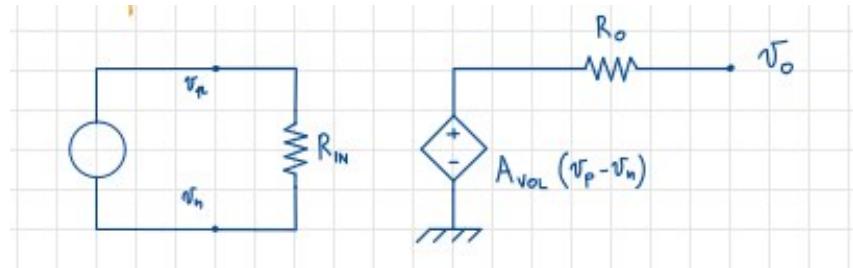
Sebbene talvolta non vengano disegnati, sono presenti altri due terminali fondamentali per il funzionamento del dispositivo, e sono ovviamente i terminali di alimentazione. Difatti l'amplificatore operazionale è composto da **MOSFET** e **BJT**, che sono elementi attivi, e quindi necessitano di una tensione di alimentazione per funzionare. Essa funziona prendendo come terminale di riferimento quello a comune dalle due batterie. La tensione di alimentazione è **duale**, dunque se al terminale non invertente avrà una  $V_{CC}$ , a quello invertente avrà una  $V_{EE}$  tale che esse siano uguali in modulo ma opposte in segno. Il valore della tensione di alimentazione determina infine anche i valori massimi e minimo che il segnale in uscita può assumere: se la tensione di alimentazione vale  $V_{CC}$ , allora l'uscita  $v_o$  sarà tale che  $-V_{EE} \leq v_o \leq V_{CC}$ .



**Figura 21.3:** Alimentazione

### 21.4.3 Circuito equivalente

Tra i due terminali di ingresso è presente una resistenza  $R_{IN}$ , mentre il circuito di uscita è composto da un generatore di tensione comandato in tensione, che eroga una tensione  $A_{VOL}V_{IN}$ , dove  $V_{IN} = (v_p - v_n)$ . La tensione di uscita viene calcolata rispetto al **terminale di alimentazione**.



**Figura 21.4:** Circuito equivalente

È opportuno ricordare che i **terminali di ingresso non sono connessi a ground**, e dunque non hanno *ground* come tensione di riferimento.

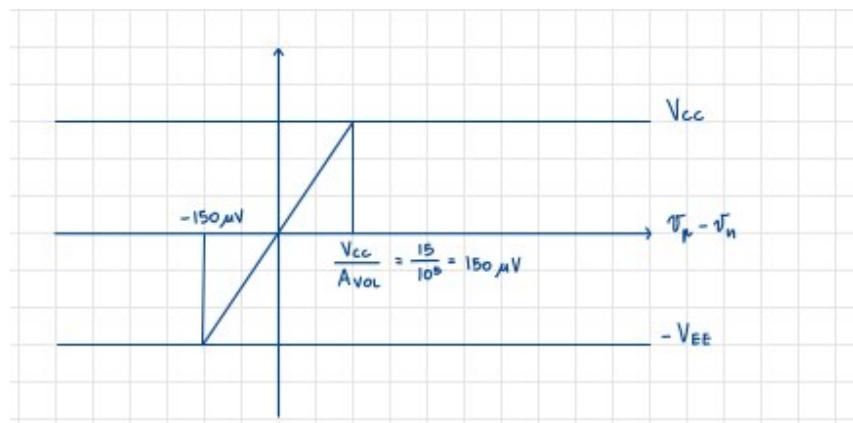
#### 21.4.4 Caso ideale e reale

Nella seguente tabella sono riportate le differenze tra il caso ideale e quello reale.

Caso ideale	$\mu A741$
$A_{OL} = \infty$	$A_{OL} = 10^5$ (100dB)
$R_{IN} = \infty$	$R_{IN} = 2M\Omega$
$R_O = 0$	$R_O = 25\Omega$
Banda = $\infty$	Banda = 1MHz
$CMRR = \infty$	$CMRR = 90dB$
$PGB = \infty$	$PGB = 1MHz$

La **banda** è l'unico parametro che si discosta molto tra caso reale e ideale, ed è piccola per motivi di stabilità; il suo valore ci indica che il dispositivo amplificherà tutti i segnali tra 4-8 Hz, mentre per frequenze più alte la sua risposta sarà più debole. Ciò non rappresenta un grande problema, perché il parametro di interesse è il **Prodotto Guadagno Banda**, o PGB: esso indica il massimo guadagno ottenibile dall'amplificatore ad una certa frequenza. Nel caso ideale, il PGB è infinito, mentre nel caso reale è di 1 MHz, che è un valore molto elevato.

#### 21.4.5 Caratteristica di trasferimento

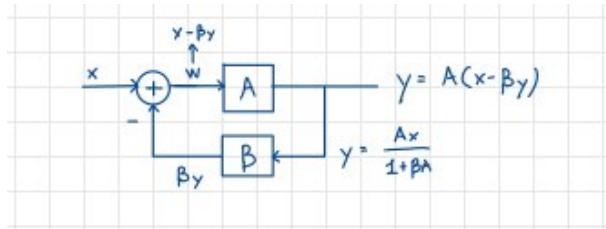


**Figura 21.5:** Caratteristica di trasferimento

Vediamo subito come in questo caso il dispositivo si satura subito, per tensioni di appena  $150 \mu V$ , e come i valori di ingresso ed uscita siano limitati, come già detto, dai valori di alimentazione.

### 21.4.6 Richiamo alla teoria dei sistemi

L'immediata saturazione del dispositivo rilevata nell'analisi della caratteristica ci suggerisce che un amplificatore operazionale verrà difficilmente usato in loop aperto, vista appunto la saturazione causata dall'elevato guadagno. Verrà invece usato in **loop chiuso** in un sistema di reazione, facendo in modo di mantenere sempre piccola la differenza di potenziale tra i due terminali in ingresso, e dunque mantenere il funzionamento del dispositivo stesso in **zona lineare**.

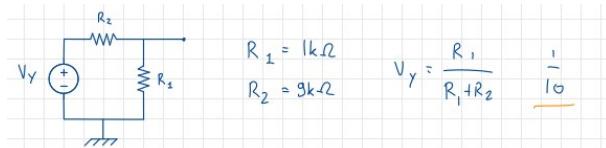


**Figura 21.6:** Loop chiuso

Avendo  $y = \frac{Ax}{1+\beta A}$ , con  $|\beta A| \gg 1$ , ricaviamo che  $y \approx \frac{A}{\beta}x = \frac{1}{\beta}x$ . In caso di  $\beta$  **attenuatore**, avremo  $\beta = \frac{1}{10}$ : questo implica l'inserimento di una **forte approssimazione**, ovvero che  $w = 0$ .

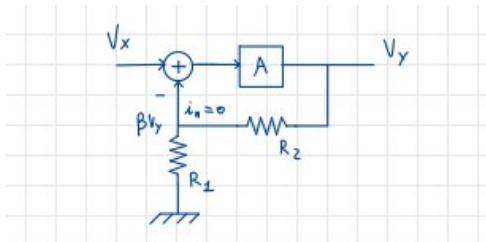
#### 21.4.6.1 Attenuazione della tensione

La strategia usata in questo esempio è quella dell'introduzione di un partitore di tensione resistivo:



**Figura 21.7:** Partitore di tensione

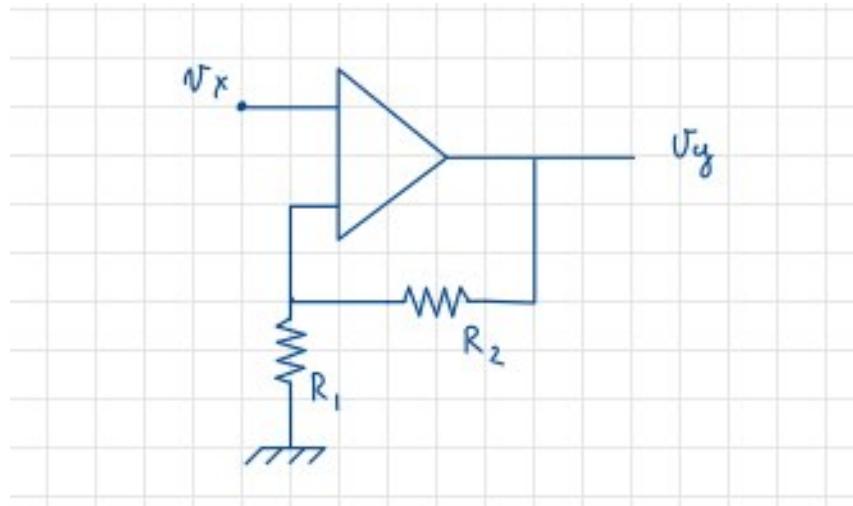
Per cui unendo questo partitore al sistema reazionato otterremo:



**Figura 21.8:** Circuito Risultante

Notiamo come  $i_n = 0$  per evitare di perturbare le altre correnti in gioco.

Il nostro sistema reazionato è quindi rappresentato dal seguente schema:



**Figura 21.9:** Schema

Si tratta di una **configurazione non invertente**.

Vediamo ora di ricavarci le equazioni dei segnali in gioco. Partiamo da  $V_y$ :

$$V_y = \frac{1}{\beta} V_x = (1 + \frac{R_2}{R_1}) V_x$$

Mentre invece  $w$ :

$$w = x - \beta y = x - \beta(\frac{1}{\beta}x) = 0$$

Per cui è valida l'approssimazione fatta precedentemente per la quale  $w = 0$ , o perlomeno nel caso in cui  $w$  sia effettivamente molto più piccola rispetto a tutte le altre grandezze in gioco.

$$\frac{y}{x} = \frac{A}{1 + \beta A} = \frac{A}{\beta A} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta A}}$$

Pongo dunque  $\xi = \frac{1}{\beta A}$ , e faccio lo sviluppo di Taylor, arrestandomi al primo ordine che varrà circa  $\frac{1}{\beta}(1 - \frac{1}{\beta A})$ . Sostituendo con  $\xi$  otterrò che  $\frac{1}{1+\xi} = 1 - \xi$ . Quindi otterrò infine:

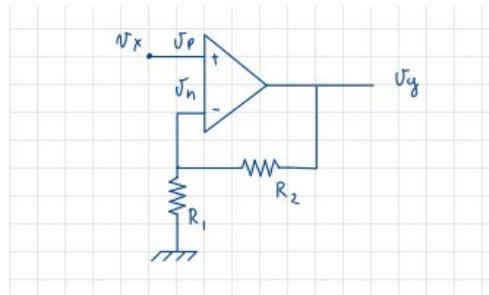
$$w = x - \beta(\frac{1}{\beta}(1 - \frac{1}{\beta A}))x = \frac{x}{\beta A}$$

In realtà quindi  $w$  è un segnale **molto piccolo**, trascurabile rispetto ad altre grandezze, ma che non corrisponde esattamente ad una tensione.

#### 21.4.6.2 Il cortocircuito virtuale

Dal punto di vista elettronico avremo che:

$$w = x - \beta y \rightarrow V_N = V_x - \beta V_y = V_p - V_A \approx 0$$

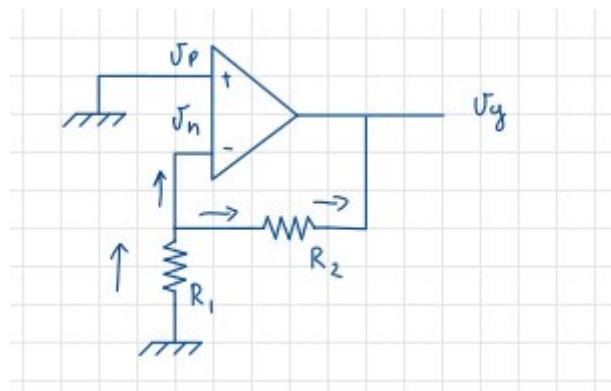


**Figura 21.10:** Cortocircuito virtuale

Quindi  $w$  rappresenta il **cortocircuito virtuale** tra  $V_p$  e  $V_A$ , attraverso il quale non passa corrente, importante per non perturbare il sistema.

#### 21.4.6.3 Configurazione invertente

Lo schema della configurazione invertente è il seguente:



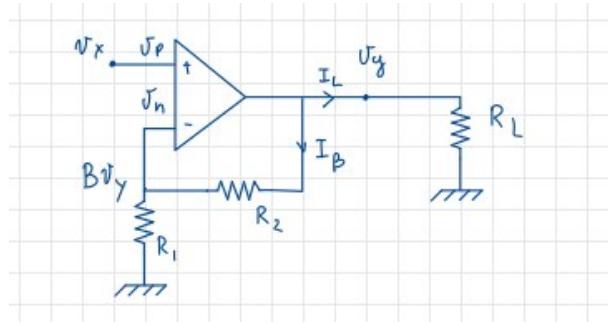
**Figura 21.11:** Configurazione invertente

I valori delle resistenze sono  $R_1 = 10k\Omega$  e  $R_2 = 100k\Omega$ , mentre le altre caratteristiche della rete sono:

$$\begin{cases} I = \frac{V_x}{R_1} \\ R_2 I = -V_y \\ v_y = -\frac{R_2}{R_1} V_x \end{cases}$$

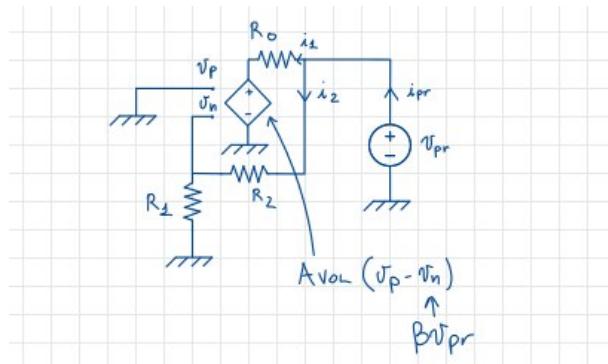
Si noti il segno negativo, che indica che il segnale in uscita è invertito rispetto a quello in ingresso, caratteristico della configurazione invertente.

#### 21.4.6.4 Valori del circuito



**Figura 21.12:** Valori del circuito

La resistenza vista dall'uscita della rete è  $R_{VO} = \frac{R_O}{1+\beta A}$ . Come troviamo questo valore? Partiamo dal fatto che  $R_{VO} = \frac{v_{prova}}{i_{prova}}$ , e osserviamo poi il circuito sostituendo con l'equivalente dell'operazionale:



**Figura 21.13:** Circuito equivalente

Mettiamo a sistema le correnti:

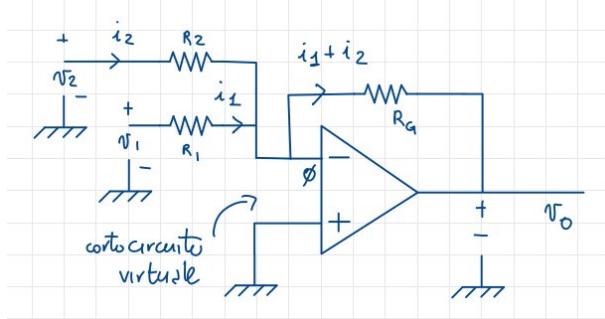
$$\begin{cases} i_{pr} = i_1 + i_2 \\ i_2 = \frac{v_{prova}}{R_1 + R_2} \\ i_1 = \frac{v_{pr} - A_{VOL}(v_p - v_n)}{R_O} = v_{pr} \frac{1 + \beta A_{VOL}}{R_O} \end{cases}$$

A questo punto, conoscendo tensione e corrente di prova, possiamo ricavare la resistenza vista dall'uscita:

$$R_{VO} = \frac{v_{pr}}{i_{pr}} = \frac{v_{pr}}{i_1 + i_2} = \frac{v_{pr}}{v_{pr} \cdot (1 + \beta A_{VOL}) + \frac{v_{pr}}{R_1 + R_2}} = \frac{R_O}{1 + \beta A_{VOL}} \parallel (R_1 + R_2)$$

## 21.5 Circuito sommatore

Si tratta di un amplificatore operazionale invertente. Il suo circuito è il seguente:



**Figura 21.14:** Circuito sommatore

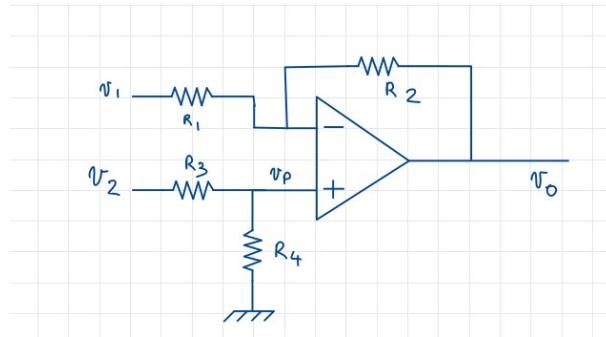
Sono presenti due generatori di segnali  $V_1$  e  $V_2$ , collegati al terminale negativo dell'operazionale. Per ricavarci la tensione di uscita dovremo svolgere alcuni calcoli, aiutandoci col metodo del cortocircuito virtuale:

$$v_o = -R_G(i_1 + i_2) = -R_G\left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}\right) = -(a_1 v_1 + a_2 v_2)$$

dove i parametri  $a_1$  e  $a_2$  sono definiti come  $a_1 = \frac{R_G}{R_1}$  e  $a_2 = \frac{R_G}{R_2}$ . Di fatto l'uscita è un'amplificazione della somma dei due segnali in ingresso, con un fattore di amplificazione negativo, essendo questa una configurazione invertente.

## 21.6 Circuito sottrattore

Questo circuito possiede una novità: ha una configurazione che è un mix tra una invertente e una non invertente. L'obiettivo è quello di amplificare tensioni anche quando esse non sono piccole (ricordiamo il caso reale del differenziale). Vorremo dunque che l'uscita di questo circuito sia uguale, a meno di una costante moltiplicativa, alla differenza tra i due segnali in ingresso.



**Figura 21.15:** Circuito sottrattore

Iniziamo scrivendo il sistema:

$$\begin{cases} v_p = \frac{R_4}{R_4 + R_3} v_2 \\ I = \frac{v_1 - v_p}{R_1} \end{cases} \rightarrow v_o = v_p - R_2 \cdot \left( \frac{v_1 - v_p}{R_1} \right)$$

Dato che voglio una forma simile a  $v_o = k(v_2 - v_1)$ , riscrivo la  $v_p$  come  $v_p = \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}} v_2$  per ottenere:

$$v_o = v_p \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{R_2}{R_1} v_1 = \frac{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}{\left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right)} \cdot v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

Prendo ora  $k = \frac{R_2}{R_1}$ , per il quale posso scrivere:

$$k = \frac{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}{\left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right)} \rightarrow \frac{1 + k}{k} = \frac{1}{k} + 1 + \frac{R_3}{R_4} \rightarrow k = \frac{R_4}{R_3}$$

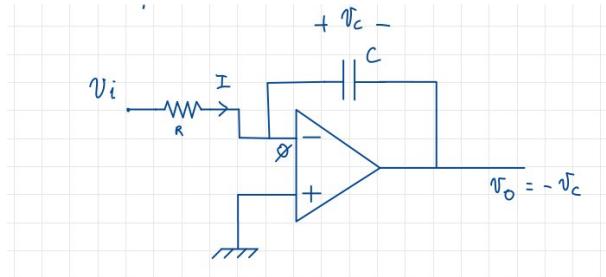
Per cui nel caso in cui riesca ad ottenere

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

allora otterrò l'amplificazione desiderata.

## 21.7 Integratore di Miller

Questo circuito è un amplificatore operazionale invertente, con un condensatore in retroazione. Il suo circuito è il seguente:



**Figura 21.16:** Integratore di Miller

La configurazione presenta una resistenza tra il generatore di segnale e l'ingresso invertente, e appunto il condensatore. Portando il sistema nel dominio di Laplace, vediamo come la resistenza rimane tale, mentre il condensatore avrà impedenza  $Z_C = \frac{1}{sC}$ . Calcoliamo dunque ora la tensione di uscita nel dominio di Laplace:

$$v_o(s) = -\frac{1}{sC} \frac{1}{R} \cdot v_i(s) = -\frac{1}{RC} \frac{1}{s} v_i(s)$$

Come sappiamo, in Laplace  $\frac{1}{s}$  equivale all'operazione di integrale, per cui, nel dominio temporale, risulterebbe:

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_i(\tau) d\tau + v_o(0)$$

Con ciò abbiamo dimostrato che la tensione in uscita è uguale all'integrale negativo della tensione di ingresso. Dobbiamo però fare la stessa analisi anche nel dominio del tempo, in modo da dimostrare la correttezza del circuito anche per tutti i segnali che non ammettono la trasformata di Laplace. Partiamo dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} i_c = C \frac{dv_c}{dt} \\ v_o = -v_c \end{cases} \rightarrow \frac{v_i}{R} = C \frac{dv_c}{dt} = -C \frac{dv_o}{dt}$$

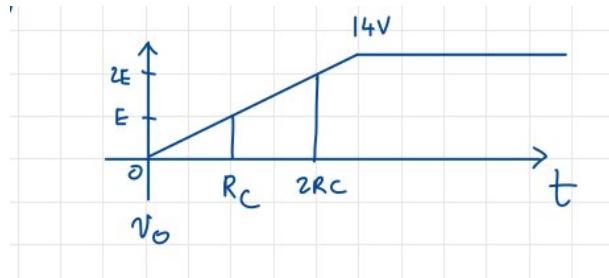
Da esso ricavo:

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{RC} v_i \rightarrow v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_i(\tau) d\tau + v_o(0)$$

che è il risultato che volevamo dimostrare. Questo circuito è un po' particolare in quanto presenta un polo nell'origine: dalla teoria dei sistemi sappiamo che **i sistemi con un polo nell'origine non risultano stabili per i criteri BIBO**. Ciò è anche intuibile dal fatto che, mettendo in ingresso una tensione costante  $E$ , avrò:

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t E d\tau = E \cdot \frac{t}{RC}$$

che produce all'uscita una funzione rampa:



**Figura 21.17:** Risposta all'impulso dell'integratore di Miller

Ignorando, per un momento, la saturazione e i limiti fisici imposti dalla tensione di alimentazione, l'uscita tenderebbe ad  $\infty$ , per cui il sistema **non è stabile BIBO**. Nel caso reale però, le correnti in input dell'operazionale non possono essere nulle, per cui andranno a *cercare il condensatore*, rendendo il sistema stabile.



## 22 I regolatori

In questo capitolo riaffronteremo il problema del regolatore di tensione, avvalendoci stavolta dell'utilizzo degli amplificatori operazionali introdotti nel capitolo precedente. Facciamo un piccolo riassunto: il regolatore di tensione è quel dispositivo che, dato in ingresso una certa tensione sinusoidale (o comunque non costante), restituisce in uscita una tensione costante, indipendente dal carico. Avevamo visto alcuni dispositivi che sfruttavano il **diodo Zener**, trovandone pregi e difetti: oltre al fatto che la corrente in uscita non risultava perfettamente costante, un altro difetto era il **limite di potenza** degli alimentatori realizzati con alimentatori che sfruttano diodi Zener. Inoltre, introdurremo anche i **regolatori di corrente**, e altri tipi di regolatori.

### 22.1 Un regolatore di tensione ideale

Idealmente, un regolatore di tensione è un circuito elettronico progettato per ottenere una tensione di uscita  $V_U$  **continua e indipendente** da 3 specifici fattori. Questi fattori sono:

- la **corrente di carico**  $I_L$ ;
- la **tensione di ingresso**  $V_{in}$ ;
- la **temperatura**  $T$ .

In generale, possiamo dire che la variazione della tensione in uscita è data dalla seguente formula:

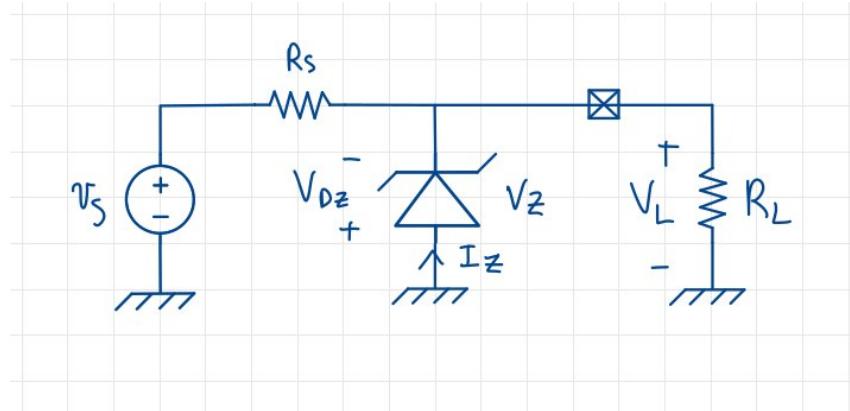
$$\Delta V_u = \frac{\partial V_u}{\partial I_L} \Delta I_L + \frac{\partial V_u}{\partial V_{in}} \Delta V_{in} + \frac{\partial V_u}{\partial T} \Delta T$$

Come intuibile, nel caso ideale tutti i coefficienti dell'equazione sono **uguali a zero**. Ovviamente, nel caso reale, questi parametri saranno non nulli, ma possiamo comunque operare per fare in modo che il regolatore di tensione produca risultati per noi accettabili, nonostante la presenza di questi fattori.

## 22.2 Regolatore di tensione lineare serie

### 22.2.1 Circuito con diodo Zener

Il circuito che andremo a studiare è il seguente:

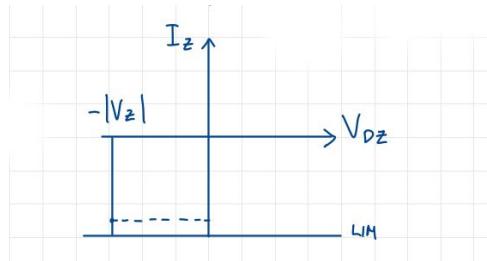


**Figura 22.1:** Regolatore di tensione lineare serie

Quando il dispositivo è spento, tutta la corrente ricade direttamente sul diodo Zener, per cui vale la seguente equazione:

$$-I_z = \frac{v_s - V_z}{R_S}$$

La caratteristica del diodo Zener è la seguente:

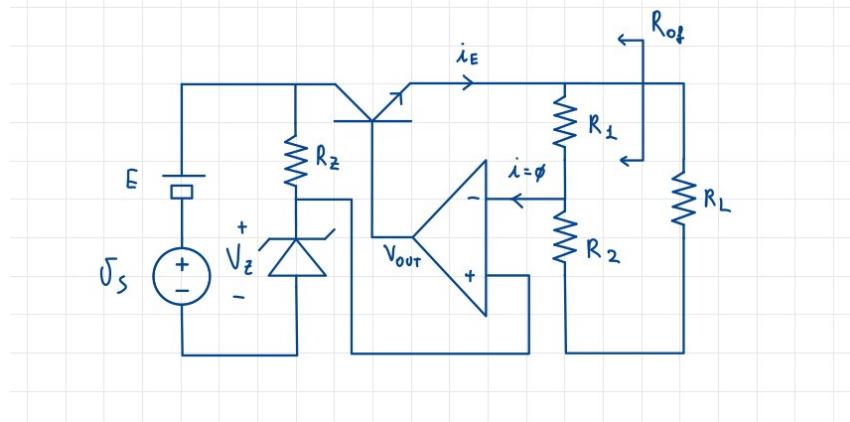


**Figura 22.2:** Caratteristica del diodo Zener

Collocando il punto di riposo molto in basso c'è un limite massimo di corrente che altrimenti porterebbe alla rottura dello stesso diodo; per questo motivo viene inserita una  $R_S$  **molto piccola**.

### 22.2.2 Circuito con amplificatore

In questo configurazione abbiamo una **reazione in tensione**, grazie all'amplificatore:



**Figura 22.3:** Regolatore di tensione lineare serie con amplificatore

Usiamo un diodo Zener per la tensione di riferimento, che è indipendente dal carico. I segnali in ingresso all'operazionale ci permettono di ricavare la tensione in uscita:

$$\begin{cases} V^+ \approx V^- \\ V^- = V_u \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \rightarrow V_u = V_Z \frac{R_1 + R_2}{R_2} \\ V^+ = V_Z \end{cases}$$

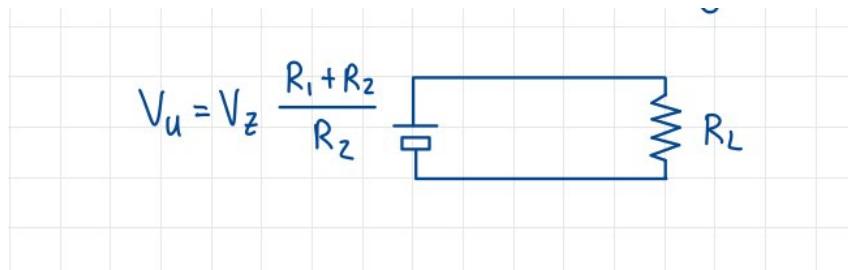
Se tutto funziona correttamente, la  $V_u$  dipende unicamente dalla resistenza del diodo e **non dal carico**, ed è inoltre indipendente anche dall'alimentazione.

Verifichiamo ora che la reazione operata dall'amplificatore sia **negativa**:  $V_u \rightarrow V_u + \Delta V_u$  implica l'aumento di  $V^-$ . La  $V^+$  è invece costante, per cui  $V_{in} = V^+ - V^-$ , per cui anche la  $V_{in}$  è **diminuita**. Questo da luogo ad una catena di implicazioni: avremo infatti una diminuzione di  $V_{OUT}$ , una diminuzione della  $i_B$ , per cui anche di  $i_E$  ed infine anche di  $V_u$ . Quest'ultima considerazione ci conferma che la reazione è **negativa**, difatti aumentando  $V^-$ , diminuisce  $V_u$ .

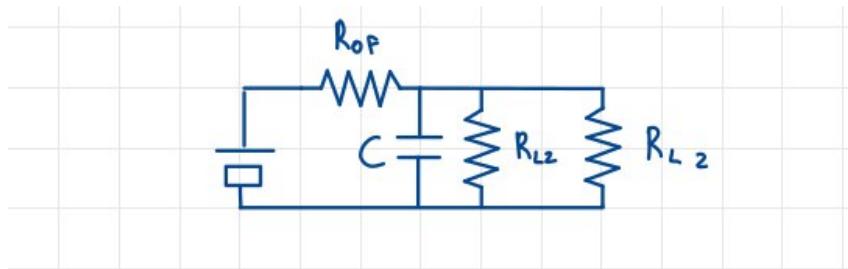
### 22.2.3 Limitazioni in frequenza

Consideriamo la resistenza vista:  $R_{OF} = \frac{R_o}{1-\beta A}$

Per una  $f$  bassa abbiamo  $|\beta A| \gg 1$ , che implica  $R_{OF} \rightarrow 0$ . Quindi effettivamente a basse frequenze il circuito si comporta come un generatore di tensione costante, come si evince dall'equivalente Thevenin:

**Figura 22.4:** Equivalente Thevenin

Mentre invece ad alte tensioni  $R_{OF} \neq 0$ , per cui il circuito equivalente sarebbe:

**Figura 22.5:** Circuito ad alte frequenze

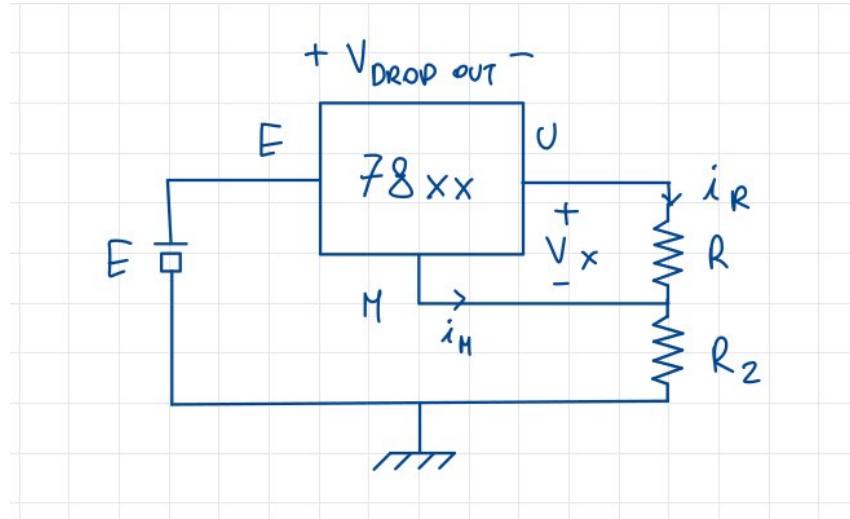
In realtà il condensatore non è originariamente presente, ma **deve essere aggiunto**: questo perché se non ci fosse, troveremo correnti ad altre frequenze su  $V_{OUT}$ . In pratica il condensatore si comporta come un **filtro passa basso**.

Per far quadrare questo ragionamento dobbiamo fare delle considerazioni proprio sul condensatore: esso deve avere una capacità **molto grande**, in modo che possa funzionare già a basse frequenze, e che possa subito comportarsi da cortocircuito. Tra le opzioni ci sono i **condensatori elettrolitici**, che hanno una capacità molto grande, nell'ordine dei  $\mu F$ , e sono in grado di eliminare i disturbi a basse e medie frequenze, avendo però il difetto di **comportarsi come induttori** ad alte frequenze, non eliminando dunque i disturbi a quelle frequenze. Per cui la strategia adottata è quella di inserire in parallelo a questi generatori elettrolitici degli altri condensatori, di **materiale ceramico**, che hanno una capacità minore (nell'ordine dei  $nF$ ), ma che sono in grado di eliminare i disturbi ad alte frequenze, non perdendo le loro stesse proprietà.

## 22.3 Regolatori di corrente

### 22.3.1 Un componente 78xx

Iniziamo presentando il circuito di questo componente:



**Figura 22.6:** Circuito di un componente 78xx

Abbiamo che  $i_R = \frac{V_x}{R}$ , e che se  $i_R \gg i_m$ , che è nell'ordine dei mA, allora  $i_L = i_R = \frac{V_x}{R}$ .

Tra i requisiti di funzionamento, abbiamo che  $V_A > V_x$ , e che  $V_{EU} = V_{DROPOUT} \approx 1V$ . Infatti, ad esempio, avendo in uscita 5V, dovrei garantire in ingresso almeno 6V. Questo ovviamente pone dei limiti sulla scelta di  $R_L$ . Scrivendo infatti le equazioni alla maglia esterna, abbiamo  $V_A = V_{EU} + V_x + R_L(\frac{V_x}{R})$ , per cui  $V_{EU} = [V_A - V_x - R_L(\frac{V_x}{R})] \geq V_{DROPOUT}$ .

### 22.3.1.1 Problemi del circuito

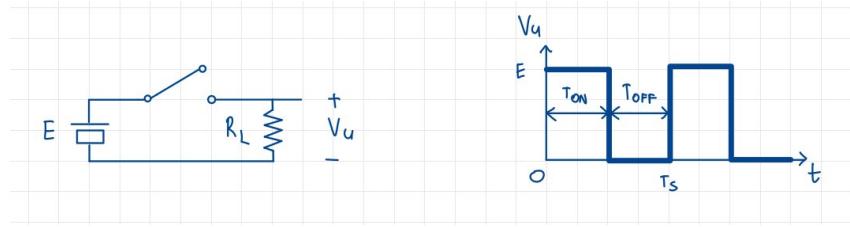
Sono principalmente due i problemi che si possono incontrare:

- sono **poco flessibili**, per cui se voglio cambiare alcuni valori o parametri devo **riprogettare tutto il sistema**;
- viene dissipata **molta tensione** sotto forma di calore, che porta ad un **basso rendimento**.

Per questo motivo si preferisce utilizzare un **regolatore switching**.

## 22.4 Regolatori switching (a commutazione non lineare)

Il problema principale dei regolatori precedenti era la grande dissipazione di energia, per cui partiamo dall'elemento circuitale che per definizione **non dissipa energia**: l'interruttore (o switch). Prendiamo dunque un circuito che ha un generatore di tensione in ingresso, un interruttore e un carico:



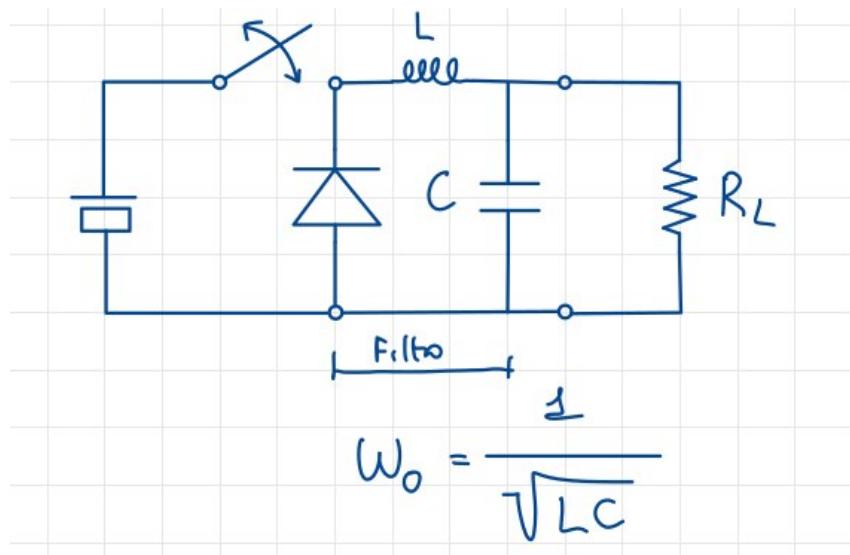
**Figura 22.7:** Circuito con interruttore e tensione di uscita

Notiamo, anche dal grafico, che  $V_U$  vale esattamente  $E$  solo quando l'interruttore è chiuso, mentre quando è aperto vale 0. Definiamo quindi il **Duty cycle** come il rapporto tra il tempo in cui l'interruttore è chiuso e il periodo di commutazione:  $D = \frac{T_{ON}}{T_S}$ .

Appare evidente come l'uscita del circuito non sia costante, perciò considero il suo valor medio  $\overline{V_U} = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} V_U(\tau) d\tau = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_{ON}} E d\tau = \frac{T_{ON}}{T_S} E = DE$ . Possiamo dunque dire che il valore medio dell'uscita è proporzionale al Duty cycle, per cui diventa appetibile l'opzione di un sistema in retroazione che sia **dipendente dal Duty cycle**.

#### 22.4.1 Regolatore forward

Il circuito è il seguente:

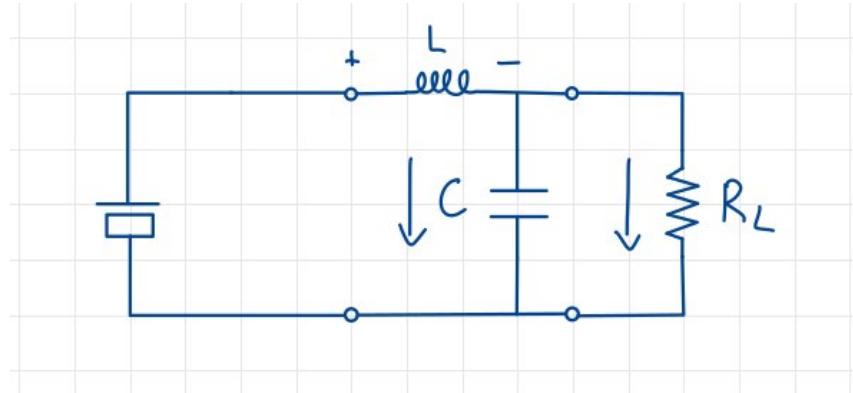


**Figura 22.8:** Circuito regolatore forward

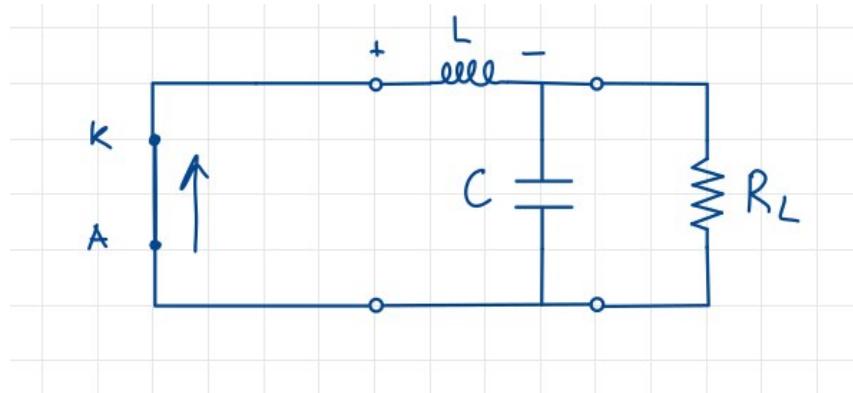
Il filtro, che sarà un passa basso, è necessario per estrarre il valor medio del segnale **senza dissipare energia**: difatti sappiamo che il valor medio di un segnale periodico (in questo una sinusoida) è **il suo valore calcolato in 0**, per cui avremo una frequenza di taglio pari a  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

**22.4.1.1 Caso  $T_{ON} : D_{OFF}$** 

Il circuito in questa fase di funzionamento, con l'interruttore chiuso, è il seguente:



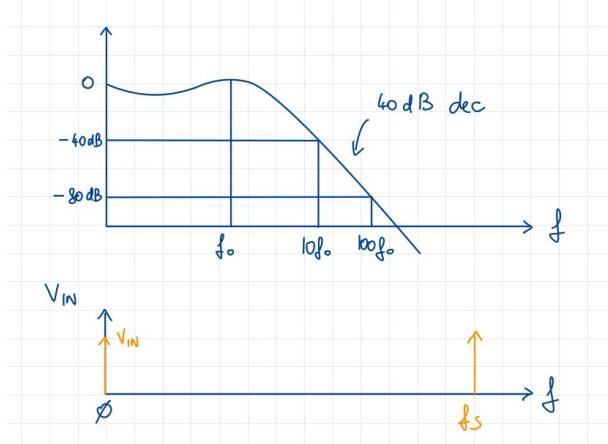
**Figura 22.9:** Circuito regolatore forward con interruttore chiuso

**22.4.1.2 Caso  $T_{OFF} : D_{ON}$** 

**Figura 22.10:** Circuito regolatore forward con interruttore aperto

### 22.4.1.3 Dimensionamento del filtro

Il funzionamento di tutto il circuito dipende dal corretto funzionamento, e dimensionamento, del filtro. Disegnando il suo diagramma di Bode, otteniamo:

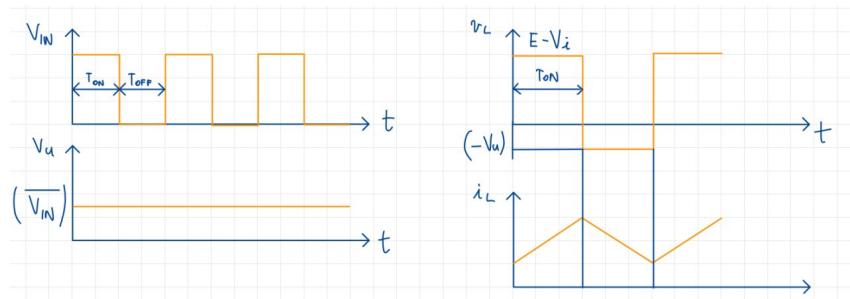


**Figura 22.11:** Diagramma di Bode del filtro

Il filtro scende di 40dB per decade, mentre invece l'interruttore ha frequenza  $f_S$ , per cui è necessario che  $f_O \ll f_S$ .

### 22.4.1.4 Dimostrazione della correttezza del circuito

Il comportamento della tensione, in relazione all'ingresso, all'interruttore, e alla corrente, è il seguente:



**Figura 22.12:** Comportamento della tensione e della corrente

Analizzando dal punto di vista matematico la tensione:

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow i_L(t) = i_L(0) + \int_0^t \frac{1}{L} v_L(\tau) d\tau$$

Ovvero dimostriamo che  $i_L(t) = i_L(t + T_S)$  che è la definizione di **segnale periodico**. Infatti:

$$i_L(0) + \int_0^t \frac{1}{L} v_L(\tau) d\tau = i_L(0) + \int_0^{t+T_S} \frac{1}{L} v_L(\tau) d\tau = i_L(0) + \int_0^t \frac{1}{L} v_L(\tau) d\tau + \int_t^{t+T_S} \frac{1}{L} v_L(\tau) d\tau$$

$$\rightarrow \int_t^{t+T_S} v_L(\tau) d\tau = 0 = \int_0^{T_S} v_L(\tau) d\tau$$

Dal quale ricavo che:

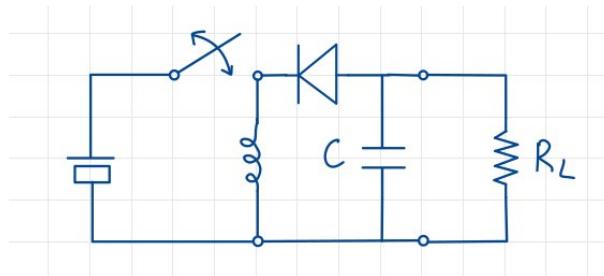
$$(E - V_u)T_{ON} = V_uT_{OFF} \rightarrow (E - V_u)T_{ON} = V_u(T_S - T_{ON}) \rightarrow ET_{ON} - V_uT_{ON} = V_uT_S - V_uT_{ON}$$

$$\rightarrow V_u = \frac{ET_{ON}}{T_S} = DE$$

Che è la formula che avevamo trovato precedentemente, per cui abbiamo dimostrato che il regolatore di forward **fornisce la tensione desiderata secondo il Duty cycle**. Inoltre, risolviamo il problema della dissipazione di energia in quanto l'elemento posto tra ingresso ed uscita è appunto l'interruttore che viene aperto o chiuso: nel caso ideale non è dissipativo, quindi non dissipava energia.

#### 22.4.2 Regolatore flyback

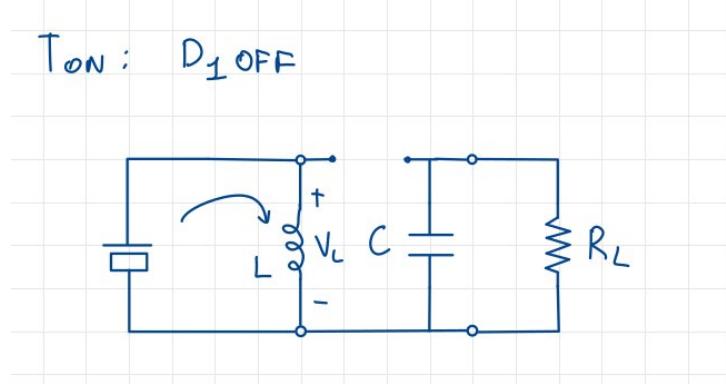
A differenza del regolatore *forward*, il *flyback* mi permette di ottenere in uscita una tensione che può essere **maggiori, minore o uguale** a quella in ingresso. Concettualmente il circuito è molto simile al precedente, con alcune differenze:



**Figura 22.13:** Circuito regolatore flyback

### 22.4.2.1 Caso $T_{ON} : D_{1OFF}$

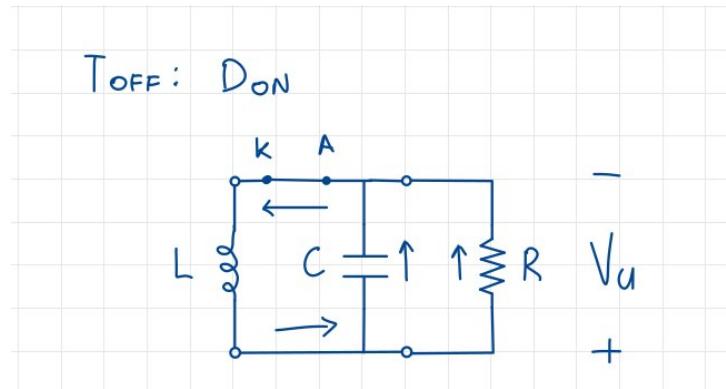
Il circuito in questa fase di funzionamento, con l'interruttore chiuso, è il seguente:



**Figura 22.14:** Circuito regolatore flyback con interruttore chiuso

### 22.4.2.2 Caso $T_{OFF} : D_{1ON}$

In questo caso l'interruttore è aperto, e il circuito è il seguente:

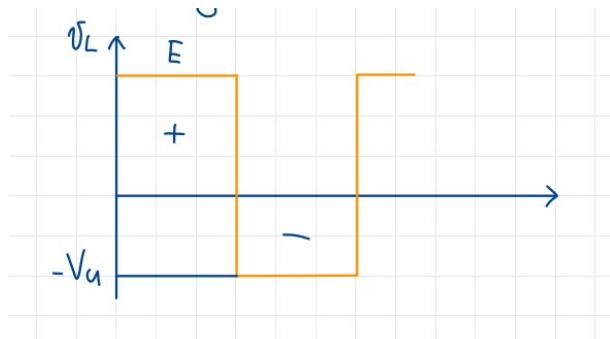


**Figura 22.15:** Circuito regolatore flyback con interruttore aperto

Notiamo come la **polarizzazione sia opposta** rispetto al circuito *forward*, per cui la corrente scorre in direzione opposta.

### 22.4.2.3 Correttezza del circuito

Il valore della tensione in uscita è descritto dal grafico:



**Figura 22.16:** Comportamento della tensione

Come nel caso precedente, l'integrale dovrà essere nullo. Ricaveremo dunque:

$$ET_{ON} = V_u T_{OFF} = V_U(T_S - T_{ON}) \rightarrow T_{ON}(E + V_u) = V_u T_S \rightarrow E = V_u \left( \frac{1}{D} - 1 \right) = V_u \frac{1 - D}{D}$$

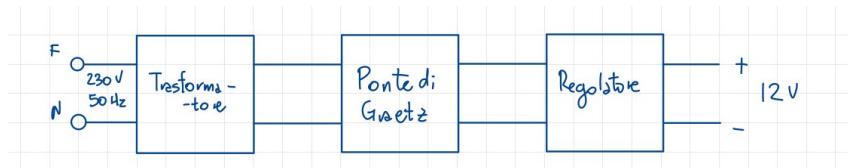
Per cui la tensione in uscita è:

$$V_u = E \frac{D}{1 - D}$$

In pratica il circuito fornisce tensione con polarità opposta ad  $E$  con modulo più grande o più piccolo, dipendentemente da  $D$ .

### 22.4.2.4 Isolamento galvanico

Uno schema ideale di un impianto casalingo è il seguente:

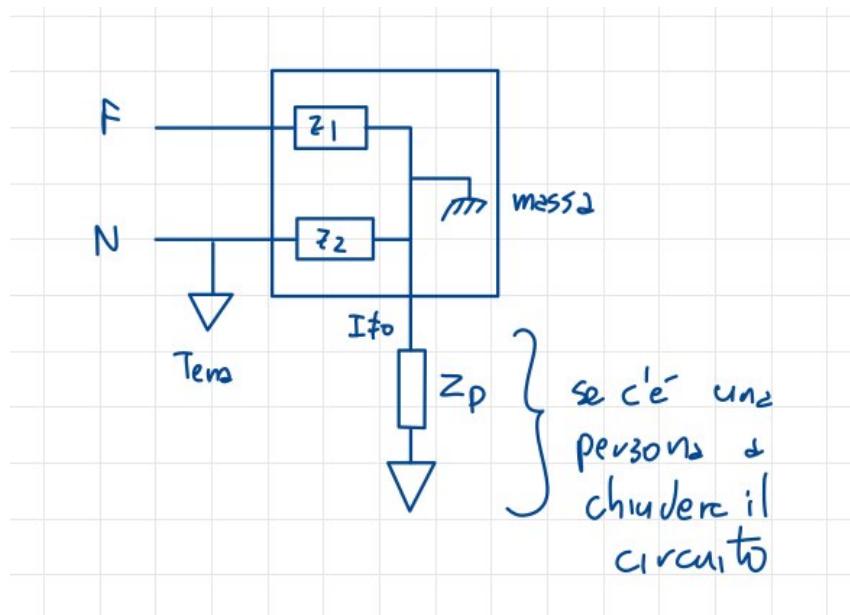


**Figura 22.17:** Schema ideale di un impianto casalingo

Nei fatti, il trasformatore è un dispositivo molto ingombrante e pesante: potremmo pensare di **rimuoverlo** e di **alimentare direttamente** i dispositivi con la tensione di rete. Tuttavia, questo

comporta dei problemi, specialmente a **livello di sicurezza**. Viene infatti realizzato il cosiddetto **isolamento galvanico**, ovvero l'assenza di una connessione diretta tra il nostro circuito, e la rete di alimentazione. Praticamente è ciò che evita la scossa in caso guasto.

Per comprendere i pericoli derivanti dal collegamento errato di un'apparecchiatura alla rete elettrica, consideriamo due esempi che mostrano **l'importanza dell'isolamento tra l'apparecchio e la terra**.

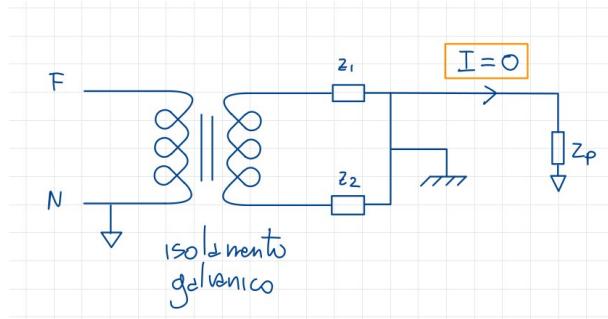


**Figura 22.18:** Esempio di collegamento errato

In una configurazione errata, come quella mostrata in figura, il collegamento in basso rappresenta la terra, mentre a sinistra troviamo i collegamenti alla fase e al neutro. Se l'apparecchio viene collegato direttamente alla rete, il potenziale di riferimento (simboleggiato tra  $Z_1$  e  $Z_2$ ) avrà un'impedenza  $Z_1$  verso la fase e  $Z_2$  verso il neutro. In questa maglia, il potenziale di massa raggiungerà un valore diverso da zero e si troverà tra  $Z_1$  e  $Z_2$ . Di conseguenza, la massa dell'apparecchiatura (cioè il suo involucro) si troverà a un potenziale intermedio tra i 230V efficaci della fase e il neutro.

Immaginiamo ora che una persona, indicata con l'impedenza  $Z_P$  e che ha un riferimento verso terra, tocchi l'apparecchiatura. Si creerà **una maglia chiusa** in cui la corrente potrà circolare a partire dalla fase, attraverso  $Z_1$  e si richiuderà verso terra. In questo modo, esiste la possibilità che **la corrente attraversi il corpo umano**, provocando una scossa elettrica.

Esaminiamo ora l'effetto che si ha sul collegamento dell'apparecchiatura alla rete se interponiamo un trasformatore tra l'alimentazione elettrica e l'apparecchio stesso. In questo caso, il secondario del trasformatore non ha alcun riferimento rispetto al ground del primario.



**Figura 22.19:** Esempio di collegamento corretto

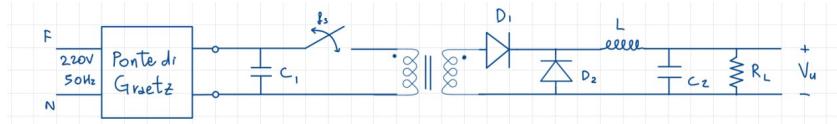
Nonostante la situazione interna dell'apparecchiatura sia identica a quella descritta in precedenza, la presenza del trasformatore fa sì che **il corpo umano abbia il riferimento verso terra**, mentre nel secondario non vi è alcun riferimento verso terra. Di conseguenza, la maglia non può essere chiusa e **non si verifica il passaggio di corrente** attraverso il corpo umano. Perché si verifichi il passaggio di corrente, è necessario toccare contemporaneamente due punti del circuito che si trovano a potenziali diversi. In assenza di questi punti, non si verifica il pericolo di prendere una scossa elettrica. L'uso del trasformatore, quindi, rappresenta un'**importante misura di sicurezza** nell'utilizzo di apparecchiature elettriche.

## 22.5 Regolatori di tensione con trasformatore

Chiariti i concetti relativi alla sicurezza con l'isolamento galvanico, passiamo ad analizzare alcuni circuiti che fungono da regolatori di tensione, che al loro interno contengono gli.

### 22.5.1 Regolatore forward con trasformatore in alta frequenza

Il caso proposto ha l'interruttore posizionato **prima del trasformatore**. Il circuito è il seguente:



**Figura 22.20:** Circuito regolatore forward con trasformatore

Quando l'interruttore è chiuso, la corrente fluisce attraverso il primario del trasformatore e, di conseguenza, attraverso il suo secondario, uscendo dal pallino. Il diodo  $D_1$  viene polarizzato positivamente, mentre  $D_2$  è interdetto, consentendo alla corrente di scorrere nell'induttanza e continuare nel forward classico.

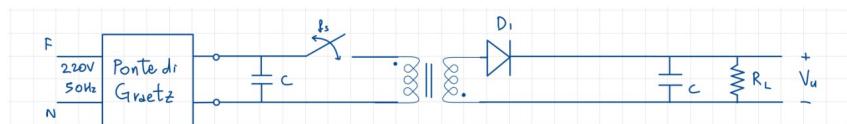
Quando invece l'interruttore è aperto, il trasformatore non è percorso da corrente,  $D_1$  si interdice e l'inerzialità dell'induttanza consente alla corrente di continuare a fluire attraverso di essa, da sinistra verso destra. In questo caso, il diodo  $D_2$  viene polarizzato direttamente e la corrente scorre attraverso il carico e il condensatore.

Per cui, riassumendo, avremo:

- $T_{ON}$ :  $D_1$  ON,  $D_2$  OFF;
- $T_{OFF}$ :  $D_1$  OFF,  $D_2$  ON.

### 22.5.2 Regolatore flyback con trasformatore in alta frequenza

Questa configurazione ha evidentemente meno componenti, per cui dobbiamo verificare il suo funzionamento da regolatore flyback.



**Figura 22.21:** Circuito regolatore flyback con trasformatore

Notiamo come il trasformatore abbia una configurazione inusuale, in quanto uno dei riferimenti è dalle parte opposta rispetto all'altro; a questo induttore è inoltre collegato il diodo  $D_1$ .

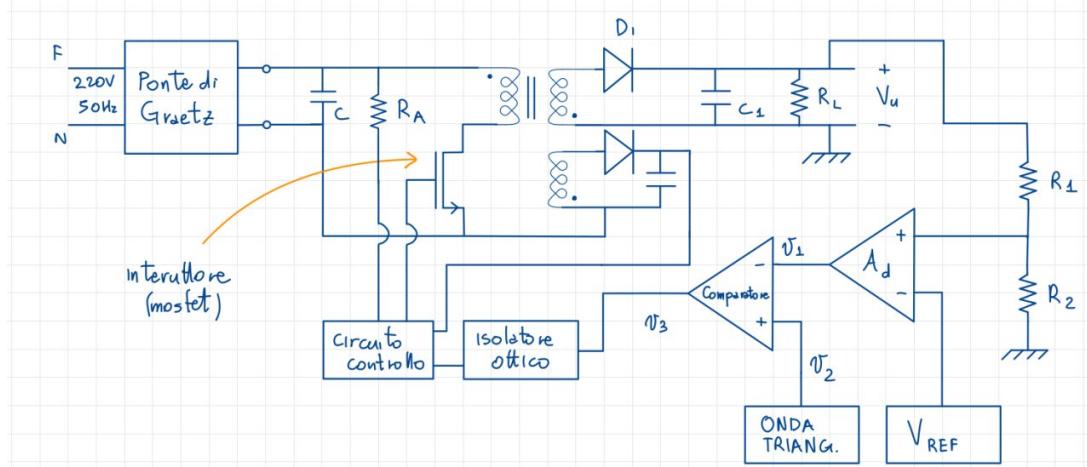
Per  $T_{ON}$  risulta  $D_1$  interdetto, poiché la corrente scorre nel primario ma non nel secondario, e ciò è dato dalla diversa disposizione dell'induttore, tale che la corrente **non può entrare** nel diodo. Di fatto, si sta accumulando energia nel primario sotto forma di campo magnetico.

Per  $T_{OFF}$ , invece, la corrente non scorre nel primario, ma avendo accumulato energia, per inerzialità deve scorrere nel secondario, stavolta con polarizzazione diretta, per cui entrerà nel diodo  $D_1$ , che andrà in conduzione.

Per cui riesco ad ottenere un regolatore flyback funzionante, utilizzando meno componenti e in forma più compatta: non a caso questa configurazione è quella maggiormente utilizzata.

## 22.6 Regolatore switching flyback completo con circuito di regolazione

Il seguente schema, seppur semplificato, si avvicina molto a quelli utilizzati nella realtà.



**Figura 22.22:** Circuito regolatore switching flyback completo

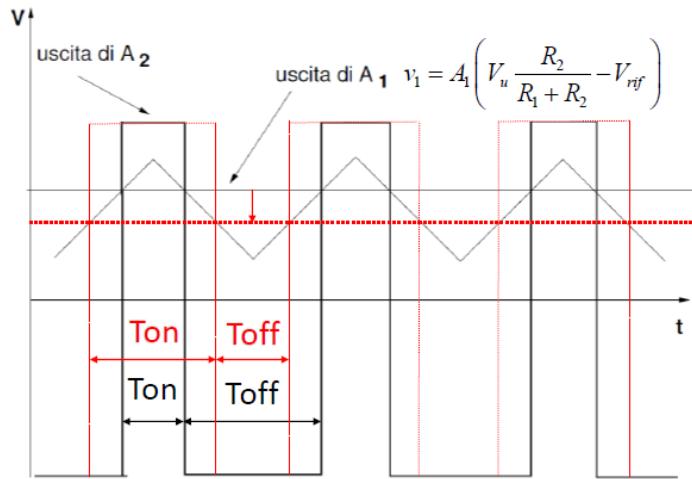
### 22.6.1 Componenti principali

- **Raddrizzatore della tensione di rete:** è un ponte di Graetz, posto in ingresso del circuito, che porta dalla tensione di rete a quella di valore medio, che verrà poi raddrizzata dal condensatore di filtro;
- **Regolatore flyback:** il circuito visto nel paragrafo precedente;
- **Interruttore:** è rappresentato da un MOSFET;
- **Blocco di controllo del duty cycle:** è un circuito che controlla il duty cycle dell'interruttore, composto dai due amplificatori.

### 22.6.2 Funzionamento

La tensione di uscita viene prelevata da un **partitore di tensione** formato da  $R_1$  e  $R_2$ , a sua volta collegato al terminale non invertente del primo Amplificatore, mentre su quello invertente c'è la tensione di riferimento  $V_{REF}$ : viene infatti amplificata la **differenza** tra questi due segnali. Il segnale ottenuto va nel terminale invertente del secondo amplificatore, che prende in ingresso, nel non invertente, un'onda triangolare  $v_2$ : esso funzionerà da comparatore in quanto utilizzato in *open loop*, e genera in uscita il segnale  $v_3$  che va al MOSFET, e lo comanda tramite i periodi  $T_{ON}$  e  $T_{OFF}$ .

Nel grafico la retta  $A_1$  rappresenta l'uscita del primo amplificatore, che viene confrontato con l'onda triangolare. Quest'ultimo, per un periodo, è maggiore di  $A_1$ , e per un altro risulterà minore:



**Figura 22.23:** Circuito regolatore switching flyback completo

indichiamo quindi con  $T_{ON}$  il primo periodo, e con  $T_{OFF}$  il secondo. In realtà siamo anche in grado di regolare la tensione di  $A_1$  e, abbassandola, possiamo aumentare la durata di  $T_{ON}$ , facendo diminuire quella di  $T_{OFF}$ : questo porterà ad un **aumento del Duty Cycle**.

Devo ora riportare questo segnale di controllo all'interruttore. Per mantenere l'isolamento galvanico, utilizzo un **accoppiatore ottico**, e un circuito di controllo, alimentato dal secondo secondario. L'altra particolarità del circuito è infatti che il regolatore flyback ha **due secondari**.

Il funzionamento è chiaro, ma non privo di alcune criticità che è necessario risolvere.

### 22.6.3 Criticità

Indubbiamente il regolatore funziona correttamente a regime, tuttavia raggiungere questo stato e avere il pieno controllo del MOSFET non è immediato.

Nel circuito di controllo è memorizzato un Duty Cycle tale da avere una tensione quasi costante, e leggermente inferiore a quella necessaria, in ingresso all'interruttore, grazie al quale risolviamo parzialmente del ritardo per entrare a regime del circuito.

Un altro problema è che, appena acceso, il circuito di controllo deve essere alimentato, e ciò ovviamente non è possibile perché nel secondo secondario ancora non potrà fornirgli l'alimentazione necessaria. Ciò viene risolto dalla resistenza  $R_A$ , che collega direttamente il ponte di Graetz al secondario, in modo da alimentarlo nelle primissime fasi di accensione.

# 23 Circuiti digitali

Introduciamo ora la parte di elettronica digitale, ovvero quella parte di elettronica che si occupa di circuiti che operano con segnali digitali.

## 23.1 Il segnale digitale

Un segnale digitale è una sequenza finita di numeri, dove ognuno di essi rappresenta l'ampiezza del segnale in un dato istante temporale. È quindi necessario individuare un sistema numerico per rappresentare i valori del segnale: nel caso dei circuiti digitali viene in aiuto il sistema binario, in quanto è possibile rappresentare i valori del segnale con due soli numeri, 0 e 1: associamo al valore 0 il valore di tensione più basso, e al valore 1 il valore di tensione più alto.

In realtà associamo **un insieme di valori**, ovvero più valori si riferiscono al valore logico 0, e più valori, diversi dai precedenti, si riferiscono al valore logico 1. Questo è necessario per evitare che il segnale venga interpretato erroneamente a causa di disturbi o rumori. In particolare:

- $0 \equiv [V_{LMAX} \div V_{LMIN}]$
- $1 \equiv [V_{HMAX} \div V_{HMIN}]$

I valori effettivi delle tensioni di riferimento dipendono dalla *famiglia logica* e dalla tecnologia utilizzata.

## 23.2 Le tecnologie usate

Le principali sono due: la MOS e quella a transistor bipolare, che a loro volta si suddividono in diverse famiglie logiche.

### 23.2.1 Famiglie Logiche MOS

All'interno della tecnologia MOS convivono più **famiglie logiche**, ovvero più insiemi di valori che rappresentano i valori logici 0 e 1. Le principali sono:

- **CMOS**, o MOS Complementari;
- **Pseudo NMOS**;
- **logica dinamica**;
- logica **pass transistor**.

### 23.2.2 Famiglie logiche a transistor bipolare

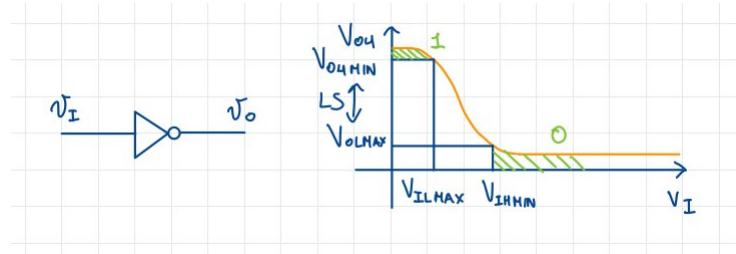
Sono solo due, di cui una è ormai obsoleta:

- **TTL**, superata dai CMOS;
- **ECL**, utilizzata solo in particolari contesi.

In ogni caso, utilizzando circuiti costruiti anche con la stessa tecnologia, ma con componenti appartenenti a **famiglie logiche differenti** necessitano dei **circuiti di interfaccia** per poter comunicare tra loro.

### 23.2.3 Inverter come esempio di circuito digitale

Riprendiamo brevemente l'inverter e la sua caratteristica:



**Figura 23.1:** Inverter con caratteristica

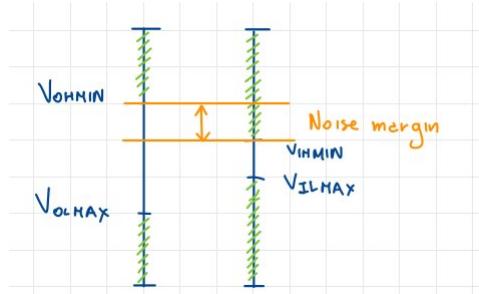
Prendiamo i punti nei quali  $|\frac{\partial v_o}{\partial v_i}| = 1$ , ottenendo che:

- $V_{0MIN}$  è il valore minimo per avere in uscita 1;
- $V_{1MAX}$  è il valore massimo per avere in uscita 1.
- $V_{0MAX}$  è il valore massimo per avere in uscita 0;
- $V_{1MIN}$  è il valore minimo per avere in uscita 0.

Che ci permette di definire il **logic swing**, o escursione logica, come la differenza tra  $V_{0MIN}$  e  $V_{0MAX}$ .

### 23.2.3.1 Inverter in serie

Ciò che succede ai valori logici in uscita a due inverter in serie è osservabile nel seguente grafico:



**Figura 23.2:** Inverter in serie

Valgono quindi le seguenti relazioni:

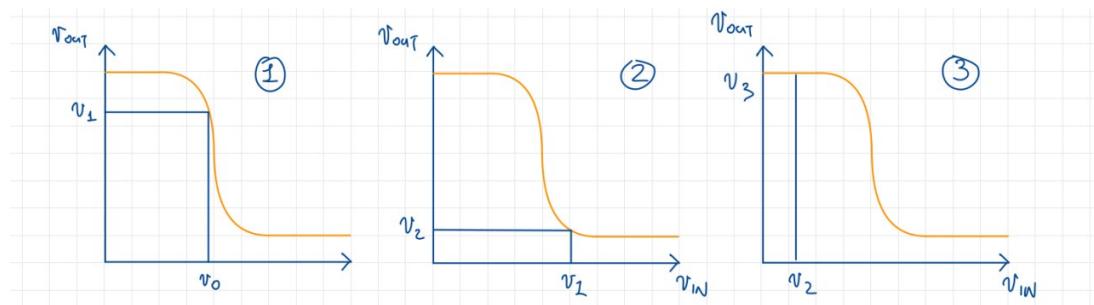
- $NM_H = (V_{0MIN} - V_{1MIN}) > 0$ ;
- $NM_L = (V_{1MAX} - V_{0MAX}) > 0$ .

Entrambi i margini di rumore devono essere positivi, in modo che eventuali errori, o disturbi nella trasmissione del segnale, possano essere sostanzialmente ignorati, visto che il range del componente successivo sarà più ampio.

## 23.3 Caratteristiche dei circuiti digitali

### 23.3.1 Rigenerazione del segnale

Prendiamo ad esempio un circuito con tre inverter in serie e, per ognuno di essi, studiamo il comportamento del segnale in uscita in funzione del segnale in ingresso:



**Figura 23.3:** Inverter in serie

La tensione di uscita  $V_{0HMIN}$  viene assunta come la minima tensione per la quale si considera presente in uscita un 1 logico, mentre  $V_{0LMAX}$  è la tensione massima per la quale si considera presente in uscita uno 0 logico. Le tensioni  $V_{1HMIN}$  e  $V_{1LMAX}$  rappresentano le corrispondenti grandezze in ingresso: si considera presente in ingresso un 1 logico se la tensione è superiore a  $V_{1HMIN}$  e si considera invece presente uno 0 logico se la tensione è inferiore a  $V_{1LMAX}$ .

Avere  $|\frac{\partial v_o}{v_{in}}| \gg 1$  permette di **rigenerare** il segnale, in quanto permette di stabilire che  $V_{0LMAX} < V_{1LMAX}$  e  $V_{0HMIN} > V_{1HMIN}$ , ovvero che i valori logici in uscita sono sempre più distanti tra loro rispetto a quelli in ingresso, per cui ogni porta riesce a rilevare correttamente il valore logico in ingresso. Per ottenere questo risultato è necessario che il guadagno del circuito utilizzato per realizzare la porta sia maggiore almeno in un intervallo di ampiezza finita di valori della tensione di ingresso.

### 23.3.2 Margini di rumore

Legato al discorso della rigenerazione del segnale, abbiamo che i **margini di rumore**, il margine epr il quale un segnale logico in uscita può essere *sbagliato* per essere interpretato correttamente dalla porta successiva. In altre parole, **il massimo rumore accettabile affinche l'interpretazione del segnale in uscita sia corretta**. I margini di rumore sono quindi definiti dai punti nei quali la derivata del segnale in uscita rispetto a quello in ingresso è pari a 1.

### 23.3.3 Potenza dissipata

Proviamo a definire quale possa essere la potenza dissipata dal circuito: assumiamo che esso si trovi per la metà del tempo nello stato *attivo alto*, e l'altra metà in quello *attivo basso*. Inoltre, assumiamo che il circuito sia alimentato con una tensione  $V_{DD}$  e che la corrente che scorre nel circuito sia  $I_H$  quando il circuito è in stato *attivo alto* e  $I_L$  quando è in stato *attivo basso*. La potenza dissipata dal circuito è quindi:

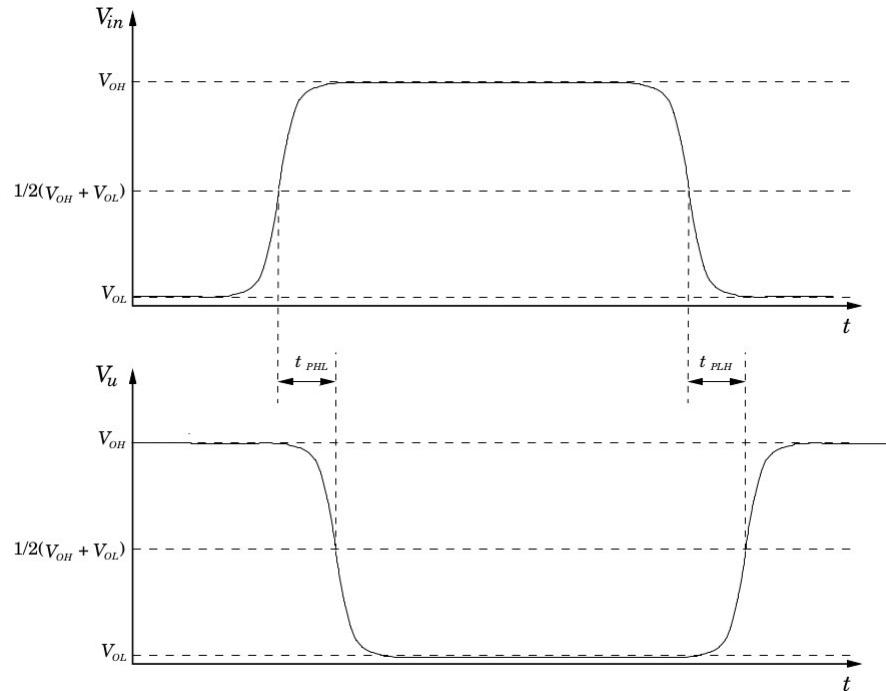
$$P_D = \frac{P_{DH} + P_{DL}}{2} = \frac{V_{DD}I_H + V_{DD}I_L}{2} = V_{DD} \frac{I_H + I_L}{2}$$

Essa è generalmente trascurabile rispetto a quella dissipata dai transistori di commutazioni, nel momento di passaggio da uno stato all'altro.

### 23.3.4 Ritardo di propagazione

Nel caso in cui all'interno del nostro circuito digitale siano presenti dei **carichi capacitivi**, che devono essere caricati per passare da uno stato logico all'altro, la commutazione in uscita subisce

inevitabilmente un ritardo rispetto all'ingresso: questo ritardo è apprezzabile nel seguente grafico.



**Figura 23.4:** Ritardo di propagazione

Prendendo come riferimento il valore medio tra i due livelli logici, possiamo definire il ritardo tra l'istante in cui la tensione in ingresso attraversa il valore di riferimento, e il momento in cui la tensione risultante è effettivamente in uscita. Generalmente, il ritardo per il passaggio tra il livello alto a quello basso, e quello per il passaggio tra il livello basso a quello alto possono differire, per cui si definisce un ritardo medio come la semisomma dei due ritardi. Questo ritardo viene chiamato **ritardo di propagazione**.

### 23.3.5 Dissipazione dinamica di potenza

#### 23.3.5.1 Transizione da 1 a 0

Considerando sempre un carico conduttivo, l'energia immagazzinata nella capacità è:

$$E_C = \frac{1}{2} C_{out} V_{DD}^2$$

Nella transizione  $H \rightarrow L$ , nella quale c'è la scarica del condensatore, tutta l'energia immagazzinata precedentemente viene dissipata sotto forma di calore, ed è pari a:

$$E_{HL} = \frac{1}{2} C_{out} V_{DD}^2$$

### 23.3.5.2 Transizione da 0 a 1

Nella transizione  $L \rightarrow H$ , viene erogata energia pari a:

$$E_{PS} = \int_0^T V_{DD} i(t) dt = V_{DD} C V_{DD} = C V_{DD}^2$$

Di questa energia, quella immagazzinata nel  $C_{load}$  vale:

$$E_C = \frac{1}{2} C_{out} V_{DD}^2$$

Di conseguenza, l'energia dissipata nel carico nella transizione è:

$$E_{LH} = E_{PS} - E_C = \frac{1}{2} C_{out} V_{DD}^2$$

### 23.3.5.3 Potenza totale dissipata

L'energia totale dipende dalla potenza delle due transizioni, calcolati con una media:

$$P_{diss,dyn} = \frac{E_{HL} + E_{LH}}{T_{clock}} = f_{clock} C_{out} V_{DD}^2$$

Possiamo calcolare la massima frequenza di clock osservando il ritardo di propagazione: il caso limite è quanto il ritardo è così lento che la risposta dell'uscita avviene un istante prima dell'altra commutazione.

### 23.3.6 Prodotto Delay-Potenza

Definito come:

$$PDP = P_{diss} \cdot t_p \approx P_{diss,dyn} \cdot t_p$$

Se si sceglie di operare il circuito alla massima frequenza di clock, che corrisponde ad un periodo di clock tale che  $T_{minclock} = t_p$ , si ottiene:

$$PDP \approx f_{maxclock} C_{out} V_{DD}^2 = \frac{C_{OUT} V_{DD}^2}{t_p} \cdot t_p = C_{out} V_{DD}^2$$

### 23.3.7 Fan in e Fan out

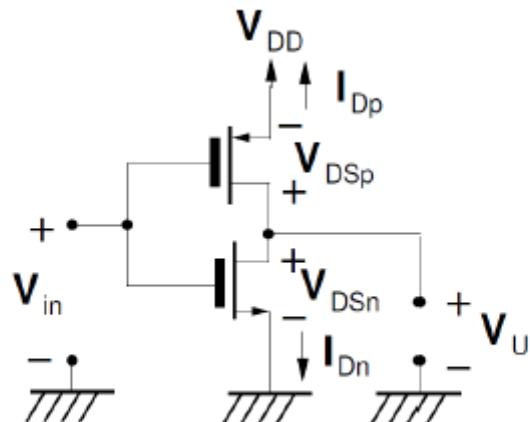
Il **fan-in** è il numero massimo di porte identiche in ingresso ad una porta logica. Il **fan-out** è il numero massimo di porte identiche in uscita ad una porta logica. Il fan-in e il fan-out sono limitati dalla potenza dissipata dal circuito, che è proporzionale al numero di porte in ingresso e in uscita.

## 23.4 Inverter CMOS

Questa innovativa configurazione prevede l'uso di un PMOS e di un NMOS, utilizzato rispettivamente per gli ingressi alti e bassi. L'idea di base è realizzare un circuito che abbia **due interruttori in confrofase**, ovvero interruttori mai attivi contemporaneamente, in modo da avere una potenza statica dissipata nulla.

### 23.4.1 Circuito

Il circuito ideato è il seguente:



**Figura 23.5:** Inverter CMOS

Notiamo come non sia mai presente un percorso dalla tensione a *ground*, per cui la potenza statica dissipata è nulla: ciò è possibile se i due MOS sono perfettamente duali.

### 23.4.2 Zone di funzionamento

Analizziamo dunque il comportamento del circuito in funzione del valore di tensione in ingresso.

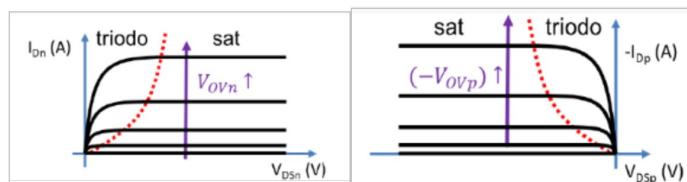
Quando  $0 < V_{in} < V_{TN}$  l'NMOS risulta **interdetto**, mentre il PMOS è **ON**, e sarà esso a portare in su la tensione di uscita. Quando invece  $V_{DD} - |V_{TP}| < V_{in} < V_{DD}$  ad essere interdetto è il PMOS, mentre l'NMOS è ON: ques'ultimo porterà in basso la tensione di uscita. Il valore di tensione  $V_{TP}$  è detto **tensione di soglia**. Esiste una zona intermedia, in cui  $V_{TN} < V_{in} < V_{DD} - |V_{TP}|$  in cui sia il PMOS che l'NMOS sono attivi, e si avrà dunque, in uscita, una transizione dei valori di tensione, la cui formula è  $V_U = \frac{R_e q NMOS}{R_e q NMOS + R_e q PMOS} V_{DD}$ .

### 23.4.3 Caratteristiche di PMOS, NMOS e di uscita

Chiamiamo  $i_{DP}$  e  $i_{DN}$  le correnti che scorrono rispettivamente nel PMOS e nell'NMOS. Essendo però i due MOS in serie, la corrente che scorre in entrambi è la stessa, e vale  $i_{DP} = -i_{DN}$ .

Riportiamo ora i grafici delle caratteristiche di uscita, di PMOS, sulla destra, e di NMOS, a sinistra. Valgono le seguenti relazioni:

$$VV_{OVn} = V_{GSn} - V_{Tn} \quad V_{OVp} = V_{GSp} - V_{Tp}$$



**Figura 23.6:** Caratteristiche di uscita

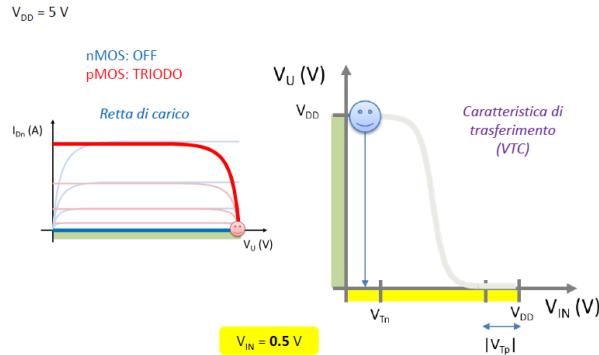
Nei grafici la linea tratteggiata **separa la zona triodo dalla zona di saturazione**. Ricordiamo che il PMOS opera nel terzo quadrante, per cui la sua caratteristica è ribaltata rispetto alle ordinate, ravvisabile dal segno negativo sull'asse delle ordinate.

Possiamo quindi ora scrivere l'equazione alla maglia di uscita, che è  $V_{DD} = -V_{DSP} + V_{DSN} \rightarrow V_{DSN} = V_{DD} + V_{DSP}$ , con  $V_{DSN} = V_u$ , che è la tensione in uscita. Si tratta praticamente di una **trasformazione**: stiamo infatti spostando la caratteristica verso destra di una valore pari a  $V_{DD}$ . Inoltre, per  $V_{DSP} = 0 \rightarrow V_{DSN} = V_{DD}$ .

Il nostro obiettivo è quello di avere una caratteristica nella forma  $\frac{V_u}{V_{in}}$ , per cui andremo a tracciare i grafici delle caratteristiche di uscita per vari casi di  $V_{in}$ , e **trovare i punti nei quali le caratteristiche di PMOS ed NMOS si intersecano**.

### 23.4.3.1 Caso 1: $V_{in} = 0$

Con una tensione nulla in ingresso calcoliamo facilmente che  $V_{GSN} = V_{in} = 0$ , che implica NMOS OFF, mentre invece  $V_{GSP} = V_{in} - V_{DD} = -VDD$ . La prima caratteristica sarà quindi una retta che coincide con l'asse delle ascisse, mentre la seconda sarà una curva, invertita rispetto all'asse y rispetto all'originale, dipendente da  $V_{DD}$ . Disegnandole, otteniamo:

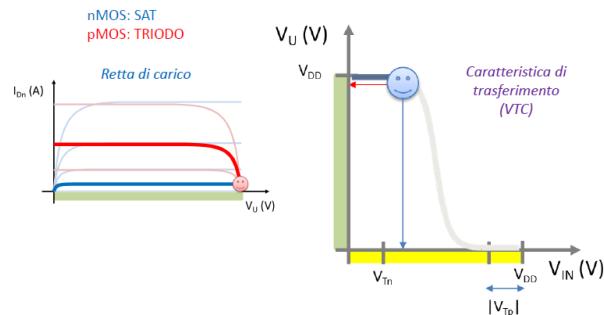


**Figura 23.7:** Caso 1

L'unico punto di intersezione è quello in cui  $i_{DN} = 0$ , ovvero  $V_{DSN} = V_{DD}$ , che è il punto di lavoro del circuito. Questa situazione rimane immutata fintanto che  $V_{in} < V_{TN}$ .

### 23.4.3.2 Caso 2: $V_{in} = V_{DD}$

Per questa zona risulterà  $V_{GS} = V_{in} > V_T$ , ovvero NMOS in saturazione, anche se inizia a condurre, e  $V_{GSP} = V_{in} - V_{DD} = 0$ , per cui PMOS è attivo. Disegnando le caratteristiche, otteniamo:

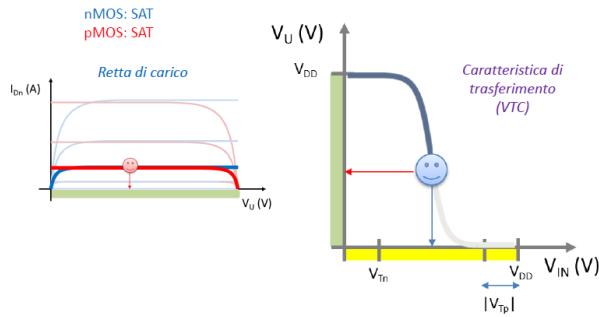


**Figura 23.8:** Caso 2

L'inizio della conduzione dell'NMOS porta al cambiamento del punto di lavoro.

### 23.4.3.3 Caso 3: $V_{in} = \frac{V_{DD}}{2}$

Quello preso ora in esame è in realtà un caso particolare, poiché le due caratteristiche saranno perfettamente sovrapposte in un certo intervallo. Infatti per  $V_{in} = \frac{V_{DD}}{2}$  avremo  $V_{GSP} = V_{in} - V_{DD} = -\frac{V_{DD}}{2}$ , e  $V_{GSN} = V_{in} = \frac{V_{DD}}{2}$ . Disegnando le caratteristiche, otteniamo:

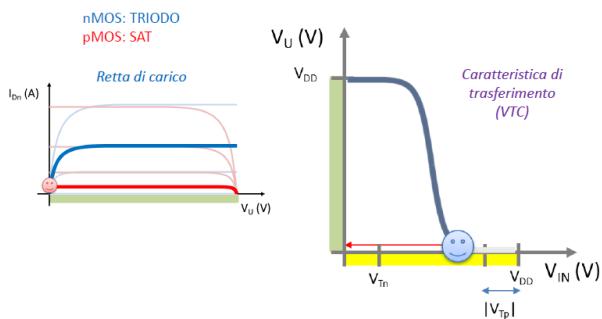


**Figura 23.9:** Caso 3

In questo caso, il punto di intersezione è quello in cui  $i_{DP} = i_{DN}$ , ovvero  $V_{DSP} = V_{DSN} = \frac{V_{DD}}{2}$ , che è il punto di lavoro del circuito. Questa situazione rimane immutata fintanto che  $V_{in} < V_{DD} - |V_{TP}|$ .

### 23.4.3.4 Caso 4: $\frac{V_{DD}}{2} < V_{in} < V_{DD} - |V_{TP}|$

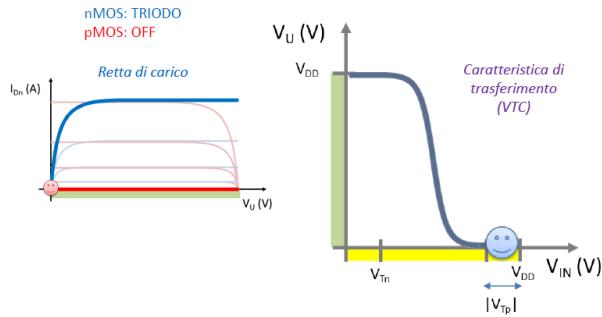
Il comportamento è speculare a quanto visto nel caso 2: abbiamo NMOS in zona triodo, e PMOS in saturazione. La caratteristica del PMOS continua a diminuire, mentre quella dell'NMOS inizia a salire. Disegnando le caratteristiche, otteniamo:



**Figura 23.10:** Caso 4

### 23.4.3.5 Caso 5: $V_{in} > V_{DD} - |V_{TP}|$

La situazione è uguale ed opposta al primo caso: una caratteristica è nulla, mentre l'altra è pari a  $V_{DD}$ . Disegnandole, otteniamo:

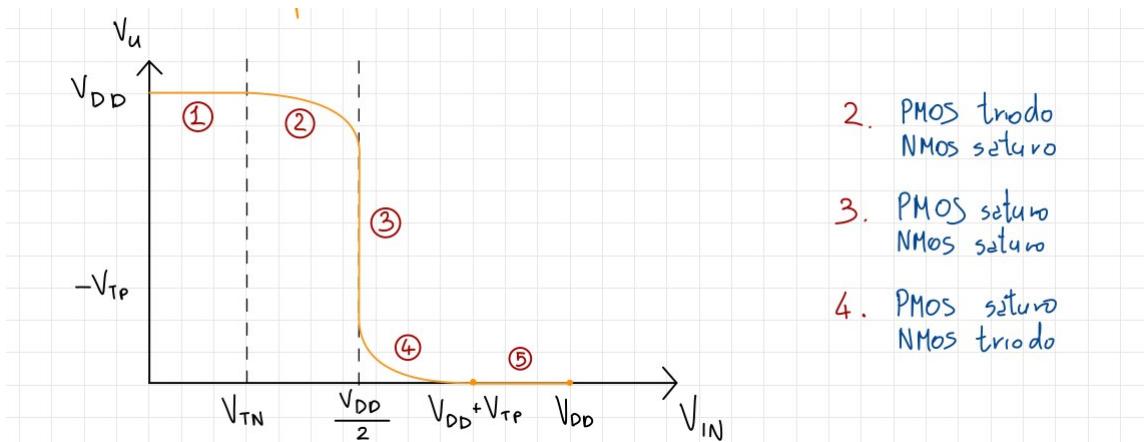


**Figura 23.11:** Caso 5

L'unico punto di intersezione è quello in cui  $i_{DP} = 0$ , ovvero  $V_{DSP} = 0$ , che è il punto di lavoro del circuito.

### 23.4.4 La caratteristica di trasferimento

La caratteristica di uscita si divide quindi in 5 zone, in ognuna delle quali i MOS assumono un comportamento diverso:



**Figura 23.12:** Caratteristica di trasferimento

Possiamo definire graficamente le zone di funzionamento per ogni MOS, individuando delle regioni per la quale il MOS è in saturazione, e delle regioni per le quali è in zona triodo:

### 23.4.4.1 Conduzione dei MOS

Quando l'NMOS conduce, abbiamo che:

$$V_{GSN} > V_{TN} \rightarrow V_{in} \geq V_{TN}$$

Quando invece è il PMOS a condurre, abbiamo che:

$$V_{GSP} < V_{TP} \rightarrow V_{in} - V_{DD} \leq +V_{TP} \rightarrow V_{in} \leq V_{DD} + V_{TP}$$

### 23.4.4.2 Saturazione dei MOS

Quando l'NMOS è in saturazione, abbiamo che:

$$v_{DSN} > V_{GSN} - V_{TN} \rightarrow v_u \geq V_{in} - V_{TN}$$

Quando invece è il PMOS a condurre, abbiamo che:

$$v_{DSP} < V_{GSP} - V_{TD} \rightarrow v_u \leq V_{in} - V_{TP}$$

### 23.4.5 La zona di transizione

Studiamo ora il comportamento della caratteristica nella zona di transizione, ovvero la parte **3** della caratteristica di trasferimento. Il sistema oggetto di studio è:

$$\begin{cases} i_{DN} = \mu_n C_{OX} \left( \frac{W}{L} \right)_N (v_{GSN} - V_{TN})^2 \\ i_{DP} = \mu_p C_{OX} \left( \frac{W}{L} \right)_P (v_{GSP} - V_{TP})^2 \end{cases}$$

Sapendo che  $i_{DN} = -i_{DP}$ , possiamo scrivere:

$$\mu_n C_{OX} \left( \frac{W}{L} \right)_N (V_{IN} - V_{TN})^2 = -\mu_p C_{OX} \left( \frac{W}{L} \right)_P (V_{IN} - V_{DD} - V_{TP})^2$$

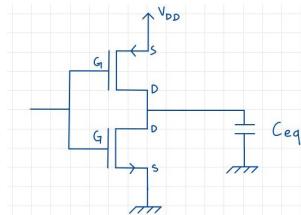
Avendo ipotizzato  $\lambda = 0$ , se ne deriva che  $V_{IN}$  è costante e assume effettivamente un andamento verticale. Per risolvere l'equazione pongo  $V_{IN} = \frac{V_{DD}}{2}$ , e  $V_{TN} = -V_{TP}$ , ottenendo:

$$\mu_N \left( \frac{W}{L} \right)_N = \mu_P \left( \frac{W}{L} \right)_P$$

Quindi il comportamento dipende dalle dimensioni dei due MOS, e non dalla tensione di alimentazione. Sapendo che in genere NMOS ha una mobilità maggiore rispetto al PMOS, esso sarà più piccolo rispetto al PMOS. In conclusione, le dimensioni dei singoli MOSFET mi permettono di regolare la soglia logica e di ottenere una caratteristica simmetrica.

### 23.4.6 Potenza dinamica dissipata dal CMOS

Nell'analisi della potenza di due inverter in serie dobbiamo considerare sia il *cortocircuito*, sia la *carica/scarica* del condensatore. Entrambi gli inverter hanno delle capacità intrinseche per cui, per semplicità, sostituiamo gli inverter reali con un unico inverter **ideale** al quale è collegata una  $C_{eq}$ , che è la capacità equivalente delle due capacità dei due inverter, ottenendo il seguente circuito, perfettamente equivalente a quello reale:

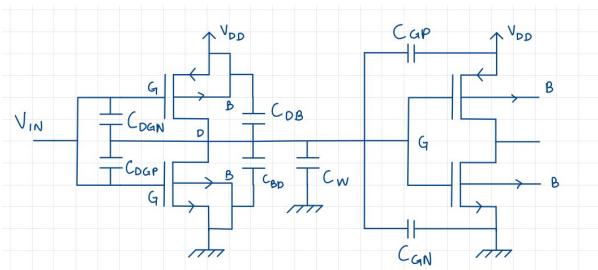


**Figura 23.13:** Circuito equivalente

Per rendere corretti tutti i ragionamenti e i calcoli, dobbiamo prima di tutto **trovare il valore della capacità equivalente**. Considero quindi tutte le caratteristiche intrinseche dei due inverter:

- $C_W$ : capacità di collegamento;
- $C_{GN}, C_{GP}$ : capacità di gate alle porte di uscita;
- $C_{DBN}, C_{DBP}$ : capacità della zona di svuotamento tra *drain* e *body*;
- $C_{DGN}, C_{DGP}$ : capacità data dalla sovrapposizione tra *drain* e *gate*.

Tutte le capacità trovate sono rappresentate nel seguente circuito:



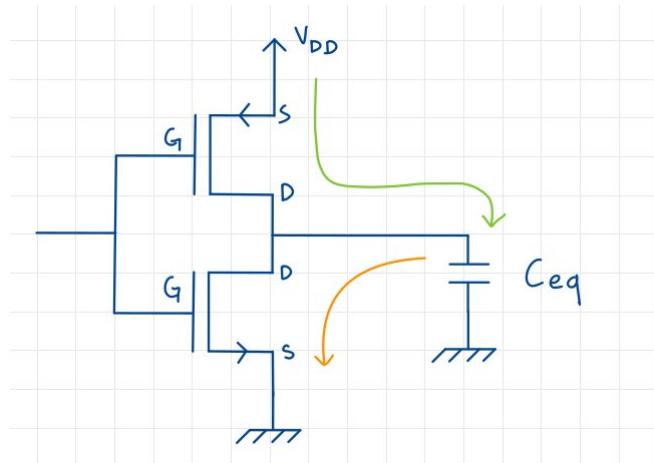
**Figura 23.14:** Capacità

Se per la maggior parte delle capacità, la stima è relativamente semplice, ciò non è vero per  $C_{DGN}$  e  $C_{DGP}$ : sono poste tra  $V_{IN}$  e  $V_U$ , che sono dei valori non fissi. Vengono quindi contate due volte ciascuna perché sono sottoposte ad una transizione pari a  $2 \cdot V_{DD}$  (da  $-V_{DD}$  a  $V_{DD}$ , e viceversa). Dunque, la capacità equivalente è:

$$C_{EQ} = C_W + C_{GN} + C_{GP} + C_{DBN} + C_{DBP} + 2 \cdot C_{GDN} + 2 \cdot C_{GDP}$$

dove la  $C_W$  è una capacità variabile, individuabile tramite simulazione.

Calcoliamo ora la potenza dissipata dal circuito, dividendo la procedura in due fasi, corrispondenti alle transizioni da livello basso ad alto, e viceversa:



**Figura 23.15:** Potenza

Per quanto riguarda la transizione  $H \rightarrow L$ , ovvero la fase di scarica del condensatore da  $V_{DD}$  a 0, abbiamo che la potenza dissipata è:  $E_{DISS} = \frac{1}{2}C_{EQ}V_{DD}^2$ . Dissipando tutta l'energia di un condensatore carico, non è necessario svolgere l'integrale. Passando alla fase di carica del condensatore da 0 a  $V_{DD}$ , per immagazzinare  $\frac{1}{2}CV^2$  nel condensatore, dissipo la stessa quantità di energia, nel MOS, per cui calcoliamo la potenza **erogata dalla batteria**  $V_{DD}$ :

$$E_B \int_0^T v(\tau) i(\tau) d\tau = V_{DD} \int_0^T i(\tau) d\tau = V_{DD} \cdot Q = V_{DD} \cdot C \cdot V_{DD} = C \cdot V_{DD}^2$$

Dato che al condensatore abbiamo  $E_C = \frac{1}{2}C_{EQ}V_{DD}^2$ , la potenza dissipata dal MOS è:

$$E_{DISS} = E_B - E_C = C_{EQ}V_{DD}^2 - \frac{1}{2}C_{EQ}V_{DD}^2 = \frac{1}{2}C_{EQ}V_{DD}^2$$

L'energia in un ciclo completo è quindi:

$$E_{LH,HL} = CV_{DD}^2$$

La potenza dissipata è quindi:

$$P_D = fCV_{DD}^2$$

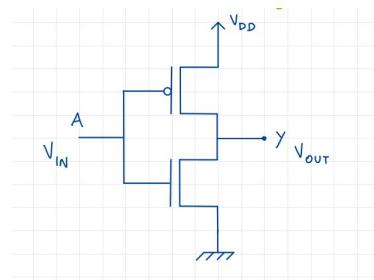
dove  $f$  è la frequenza dei cicli.



# 24 Circuiti logici

## 24.1 Inverter logico

Dal punto di vista logico, il circuito dell'inverter CMOS è rappresentato come in figura:

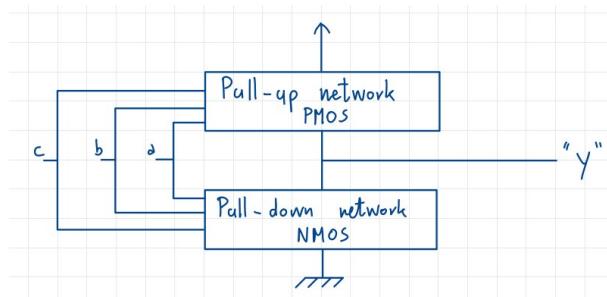


**Figura 24.1:** Inverter logico

La tensione in ingresso  $V_{IN}$  è rappresentata dalla variabile logica  $A$ , che va in ingresso al CMOS, mentre la tensione in uscita  $V_{OUT}$  è rappresentata dalla variabile logica  $y$ , che è l'uscita del CMOS.

## 24.2 Schema generale di una porta logica

Lo schema generale di una porta logica a  $n$  ingressi, in figura l'esempio è fatto con 3 variabili di ingresso, è il seguente:

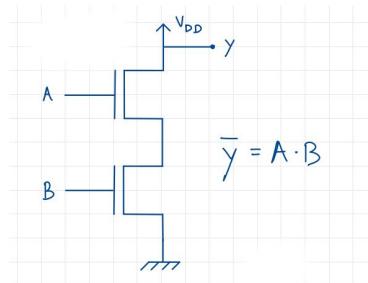


**Figura 24.2:** Schema generale di una porta logica

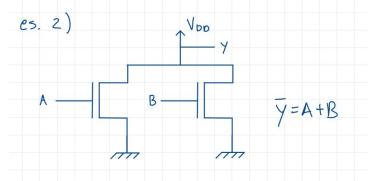
La *Pull Up Network* è la rete, composta da transistori PMOS, è responsabile del portare l'uscita  $y$  al valore logico 1, mentre la *Pull Down Network* è la rete, formata dai transistori NMOS, che si occupa del portare l'uscita  $y$  al valore logico 0: da questa descrizione è deducibile il fatto che queste reti **non sono mai contemporaneamente attive**.

### 24.3 Regole di progettazione

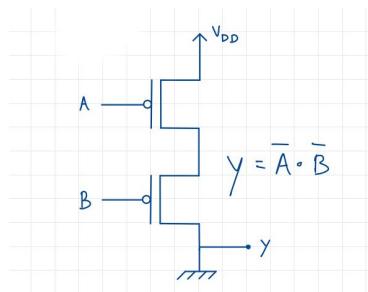
La regola fondamentale da seguire nella costruzione delle porte logiche con tecnologia CMOS è che **mettere in serie due CMOS equivale ad un'operazione di AND**, mentre **mettere in parallelo due CMOS equivale ad un'operazione di OR**. Di seguito abbiamo alcuni esempi di porte logiche costruite con tecnologia CMOS.



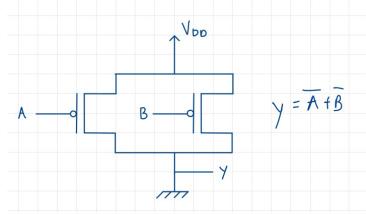
**Figura 24.3:** Rete di esempio  $\bar{y} = A \cdot B$



**Figura 24.4:** Rete di esempio  $\bar{y} = A + B$



**Figura 24.5:** Rete di esempio  $y = \bar{A} \cdot \bar{B}$



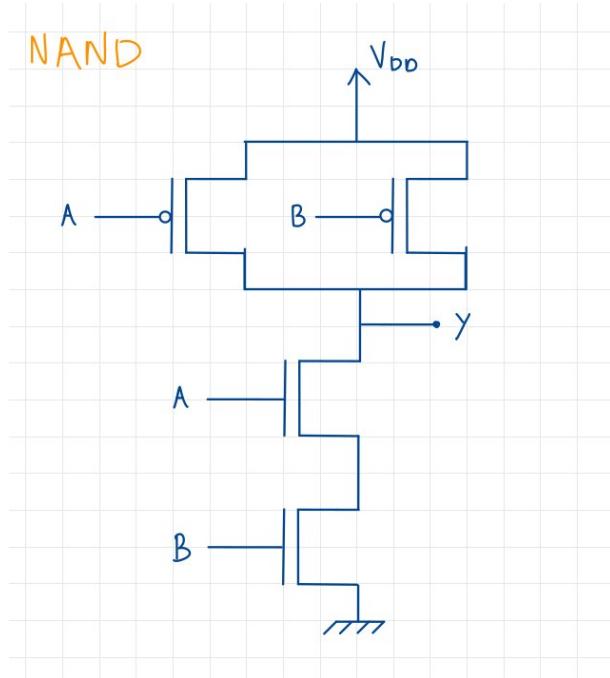
**Figura 24.6:** Rete di esempio  $y = \overline{A} + \overline{B}$

## 24.4 Porte logiche NAND e NOR

Le porte logiche NAND e NOR sono particolari porte logiche che hanno la caratteristica di essere **universali**, ovvero con esse è possibile realizzare qualsiasi altra porta logica.

### 24.4.1 Porta logica NAND

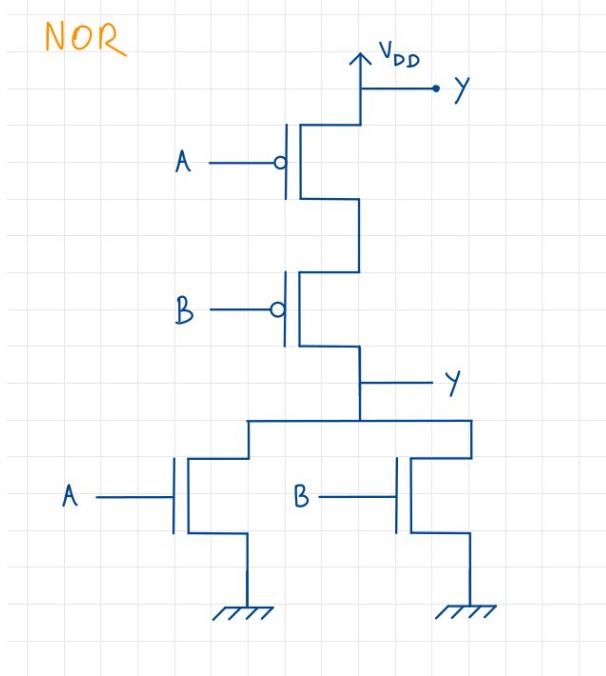
Come noto, l'espressione logica di una porta NAND è  $y = \overline{A \cdot B}$ . Utilizzando le leggi di De Morgan, possiamo riscrivere l'espressione come  $y = \overline{A} + \overline{B}$ , con  $\overline{y} = A \cdot B$ .



**Figura 24.7:** Porta NAND

### 24.4.2 Porta logica NOR

Come noto, l'espressione logica di una porta NOR è  $y = \overline{A + B}$ . Utilizzando le leggi di De Morgan, possiamo riscrivere l'espressione come  $y = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$ , con  $\overline{y} = A + B$ .



**Figura 24.8:** Porta NOR

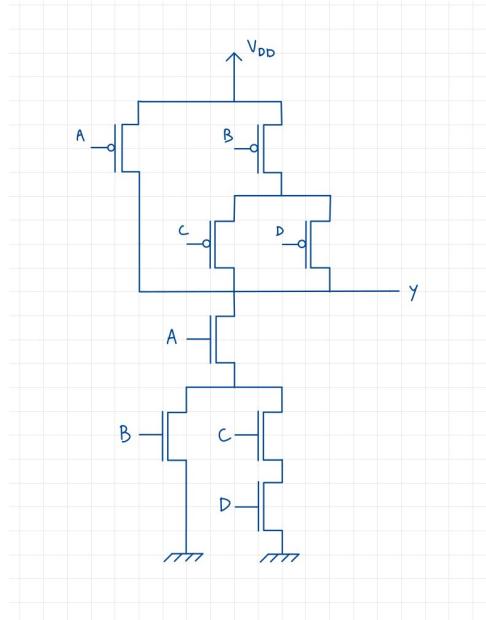
## 24.5 Porte logiche più complesse

Analizziamo l'espressione logica  $y = \overline{A \cdot (B + C \cdot D)}$ . Riscriviamola utilizzando le leggi di De Morgan:

$$y = \overline{A \cdot (B + C \cdot D)} = \overline{A} + \overline{(B + C \cdot D)} = \overline{A} + (\overline{B} \cdot \overline{C \cdot D}) = \overline{A} + (\overline{B} \cdot (\overline{C} + \overline{D}))$$

Da essa ricaviamo inoltre che  $\overline{y} = A \cdot (B + C \cdot D)$ .

Abbiamo ricondotto l'espressione in *sottoespressioni* facilmente rappresentabili con porte logiche elementari, che possiamo realizzare con tecnologia CMOS. In particolare, possiamo realizzare la porta logica in figura:



**Figura 24.9:** Porta logica complessa

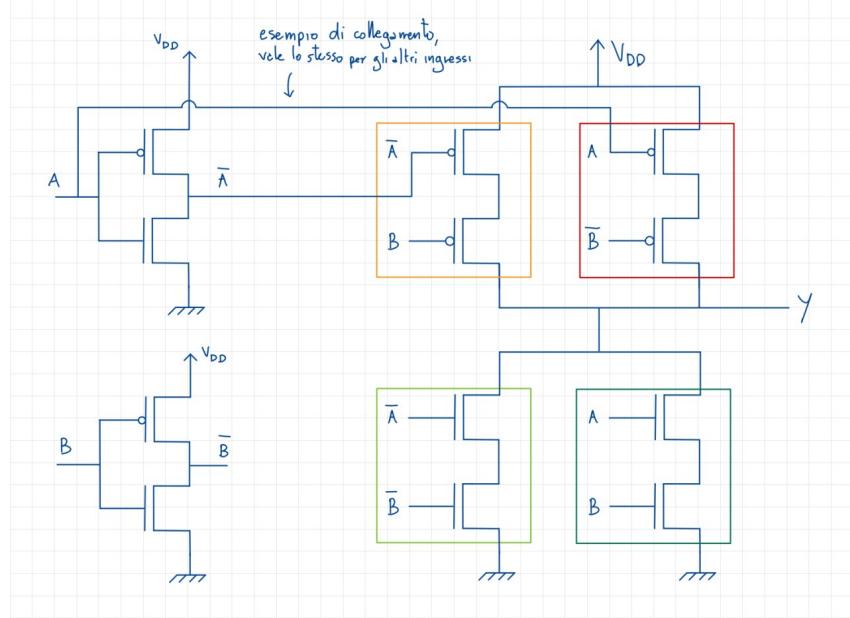
## 24.6 Osservazione e regole generali per le reti PUN e PDN

Dagli esempi appena visti, osserviamo come avendo  $y = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$  posso implementare direttamente e in modo facile la rete PUN, mentre se ho  $\bar{y} = f(a, b, c)$  posso implementare direttamente e in modo facile la rete PDN.

Esiste quindi una dualità tra la PUN e la PDN: se è rispettata l'ipotesi degli ingressi tutti diretti, o tutti negati, allora la rete PUN è la dualità della PDN. Ciò vuol dire che se in una rete ho una serie, nella sua duale avrò un parallelo, e viceversa. È comunque necessario specificare che questa è una **condizione sufficiente**, ma non necessaria, per la dualità tra PUN e PDN.

## 24.7 La porta logica XOR

In questo contesto possiamo mettere alla prova il principio di dualità appena introdotto, poiché in questa porta non è rispettata la condizione degli ingressi tutti diretti o tutti negati. L'espressione logica è infatti  $y = A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$ . Con le leggi di De Morgan possiamo riscrivere l'espressione come  $y = \overline{\bar{A} \cdot B} + A \cdot \bar{B}$ . Per generare le variabili negate faccio uso degli inverter, le cui uscite sono collegate agli ingressi della PUN e della PDN. Il circuito risultante è il seguente:



**Figura 24.10:** Porta logica XOR

I circuiti in alto rappresentano rispettivamente  $A \cdot \bar{B}$  e  $\bar{A} \cdot B$ , mentre quelli in basso  $\bar{A} \cdot \bar{B}$  e  $A \cdot B$ .

Di quanti MOS necessito per costruire questa porta logica? Mi servono 2 MOS per ogni variabile, ed ulteriori due MOS per ogni variabile non negata, che sarebbero gli inverter. In totale avrò #MOS =  $(2 \cdot 4) + (2 \cdot 2) = 12$

## 24.8 Dualità con variabili non negate o non dirette

Possiamo facilmente costruire due sistemi *duali* che ampliano il discorso precedente:

$$\begin{cases} y = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) \rightarrow \text{sintesi diretta PUN} \\ u = f(\bar{a}, b, c) \rightarrow \text{sintesi diretta PUN + inverter } b, c \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{y} = f(a, b, c) \rightarrow \text{sintesi diretta PDN} \\ \bar{y} = f(a, b, c) \rightarrow \text{sintesi diretta PDN + inverter } b, c \end{cases}$$

## 24.9 Criteri di costo per i circuiti logici

La formula generale per trovare il numero di MOS necessari per costruire una rete è  $\#MOS = 2 \cdot \text{numero di variabili} + \text{numero di variabili non negate}$ . Questa formula è valida per entrambe le reti PUN e PDN.

Il costo tuttavia non dipende unicamente dal numero dei MOS, ma anche dalla loro dimensione. Il produttore di MOS fornisce i valori minimi per  $W$  ed  $L$ , ma deve essere il progettista a scegliere i valori ottimali per la sua applicazione. Prendiamo ad esempio un inverter, sfruttando le caratteristiche ricavate nel capitolo precedente.

$$\begin{cases} i_{DP} \propto (\frac{W}{L})_P \\ i_{DN} \propto (\frac{W}{L})_N \end{cases} \rightarrow \frac{\mu_N}{\mu_P} = \frac{(\frac{W}{L})_N}{(\frac{W}{L})_P} = 2.5$$

Il valore 2.5 sarà l'ipotesi costruttiva che utilizzeremo per il resto del corso, dal quale possiamo ricavare alcuni valori che verranno comunemente utilizzati:

- $(\frac{W}{L})_N = n = 2$
- $(\frac{W}{L})_P = p = 5$

Determinando a priori questi valori abbiamo contemporaneamente stabilito anche la corrente che scorre nei MOS, i tempi di commutazione e l'area occupata dalla rete. In particolare, questi ultimi due criteri saranno utilizzati per la valutazione del costo di una rete.

#### 24.9.1 Costo in termini di area

Se  $W$  ed  $L$  sono le dimensioni del MOS, allora l'area occupata da entrambi un CMOS, formato da un PMOS ed un NMOS, è:

$$A = W_P L_P + W_N L_N = p L_P^2 + n L_N^2$$

Ponendo  $L_P = L_N = L$ , otteniamo:

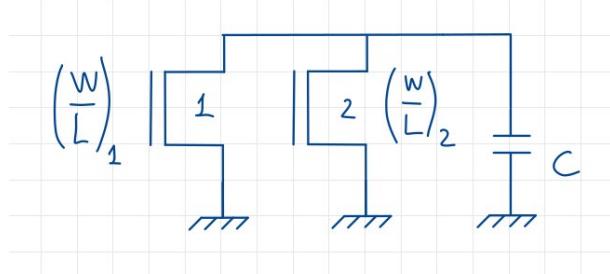
$$A = (p + n)L^2$$

#### 24.9.2 Costo in termini di tempo di commutazione

Partiamo dal presupposto che, nel caso peggiore, le nostre porte logiche devono avere tempo di commutazione **pari o inferiore a quello dell'inverter**. Stimiamone i tempi sia in serie che in parallelo.

#### 24.9.2.1 Tempo di commutazione in parallelo

La disposizione è quella mostrata in figura:

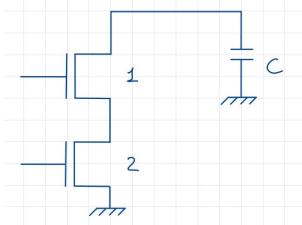


**Figura 24.11:** Tempo di commutazione in parallelo

Il tempo da considerare è quello della scarica del condensatore: la corrente che vi scorre è il risultato della somma delle due correnti in parallelo che scorrono in 1 e 2. Il *worst case* è quando solo uno dei due MOS conduce, per cui  $(\frac{W}{L})_1 = (\frac{W}{L})_2 = n$  dove  $n$  fa riferimento all'inverter.

#### 24.9.2.2 Tempo di commutazione in serie

La disposizione è quella mostrata in figura:



**Figura 24.12:** Tempo di commutazione in serie

Vediamo la resistenza vista del MOS: essa sarà proporzionale alla sua dimensione, per cui  $R_{MOS} \propto \frac{1}{\frac{W}{L}}$ . Calcolo la resistenza totale:

$$R_{TOT} = R_1 + R_2 = k' \left[ \frac{1}{(\frac{W}{L})_1} + \frac{1}{(\frac{W}{L})_2} \right] = k' \frac{1}{(\frac{W}{L})_{eq}}$$

Devo fare in modo che  $(\frac{W}{L})_{eq}$  sia equivalente a quello dell'inverter, per cui impongo  $(\frac{W}{L})_1 = (\frac{W}{L})_2 = x$ , ottenendo:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{n} \rightarrow x = 2n$$

Dunque, fatto  $n$  il dimensionamento dell'inverter, i due elementi saranno grandi **il doppio** rispetto ad esso, affinché la loro conduzione sia equivalente a quella dell'inverter.

### 24.9.3 Stima dei costi per porte NAND e NOR

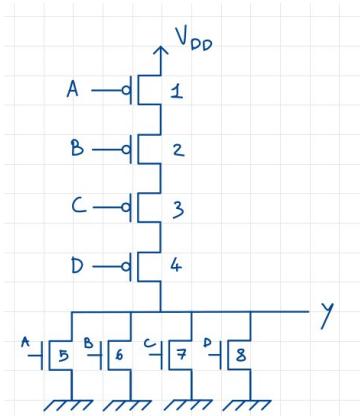
Applichiamo i criteri di costo appena visti alle porte NAND e NOR, entrambe con 4 variabili d'ingresso, in modo da capire quale delle due sia più conveniente, fissato un criterio.

#### 24.9.3.1 Porta NOR

Le espressioni logiche, diretta e negata, sono:

$$\begin{cases} y = \overline{A + B + C + D} \\ \bar{y} = A + B + C + D \end{cases}$$

Lo schema della rete è il seguente:



**Figura 24.13:** Porta NOR

Per quanto riguarda la PUN, dove c'è una serie, abbiamo  $(\frac{W}{L})_{1,2,3,4} = x$ , per cui:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{p} \rightarrow x = 4p = 20$$

Per quanto riguarda la PDN, dove c'è un parallelo, abbiamo  $(\frac{W}{L})_{5,6,7,8} = y$ , per cui:

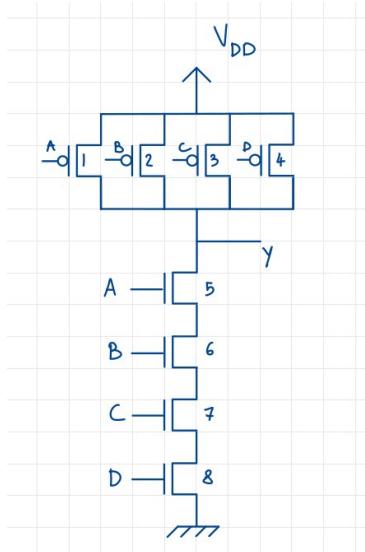
$$\frac{1}{y} = \frac{1}{n} \rightarrow y = n = 2$$

### 24.9.3.2 Porta NAND

Le espressioni logiche, diretta e negata, sono:

$$\begin{cases} y = \overline{A \cdot B \cdot C \cdot D} \\ \bar{y} = A \cdot B \cdot C \cdot D \end{cases}$$

Lo schema della rete è il seguente:



**Figura 24.14:** Porta NAND

Per la PUN troviamo facilmente che:

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{1,2,3,4} = p = 5$$

Per la PDN abbiamo  $\left(\frac{W}{L}\right)_{5,6,7,8} = x$ , per cui:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{n} \rightarrow x = 4n = 8$$

### 24.9.3.3 Confronto

L'area della porta NOR è:

$$A_{nor} = (4 \cdot 4p + 4 \cdot n)L^2 = (16p + 4n)L^2 = 88L^2$$

L'area della porta NAND è:

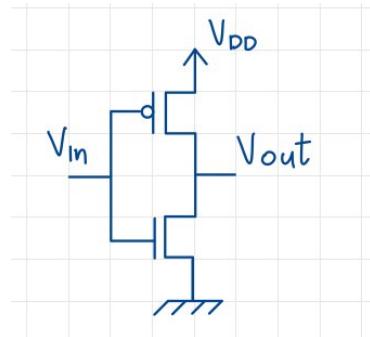
$$A_{nand} = (4 \cdot p + 4 \cdot 4n)L^2 = (4p + 16n)L^2 = 52L^2$$

Dal quale si deduce che la porta NAND è più conveniente in termini di area. È più conveniente mettere in serie gli NMOS, che hanno una mobilità maggiore, rispetto ai PMOS, che hanno una mobilità minore. Avendo più configurazioni disponibili per una stessa porta logica, **si sceglie sempre quella ad area minore.**

In logica complementare si preferisce **non superare i 4 ingressi** ad una porta logica, per non aumentare troppo le capacità e i tempi di attraversamento. In caso di necessità di più ingressi, si preferisce utilizzare più porte logiche in cascata, utilizzando più livelli di logica.

## 24.10 Protezione dalle scariche elettrostatiche

Torniamo un attimo ad osservare i nostri circuiti logici dal punto di vista fisico:

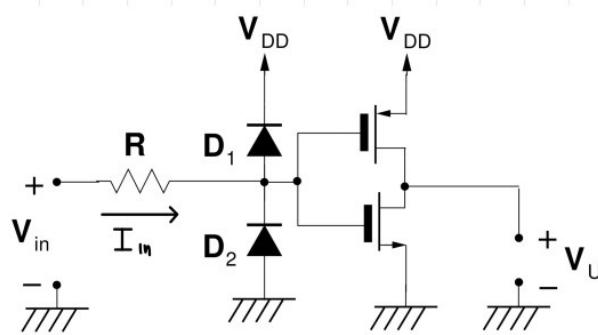


**Figura 24.15:** Circuito logico

Nel gate ho  $R_H \rightarrow \infty$ , per cui non vi scorre corrente, e la capacità  $C_G$  vista dal *gate* è nell'ordine dei  $pF$ . Sapendo che, in generale, la quantità di carica è il prodotto della tensione per la capacità, possiamo calcolare la tensione al *gate* come  $V_G = \frac{Q_G}{C_G}$ . Abbiamo quindi una **tensione  $V_G$  elevata** con una quantità di carica  $Q_G$  piccola. Ciò porta ad avere un'energia  $E_G$  piuttosto elevata, che può essere sufficiente a **danneggiare il MOS**, rompendo l'ossido isolante tra *gate* e substrato, che è alla base del funzionamento del MOS. È quindi evidente la necessità di proteggere il MOS da queste scariche elettrostatiche (quelle con potenziale elevato e carico ridotto).

### 24.10.1 Circuito di sicurezza

Il circuito di sicurezza è formato da una resistenza e due diodi, come mostrato in figura:



**Figura 24.16:** Circuito di sicurezza

Durante il normale funzionamento del dispositivo, i diodi non entrano in funzione e non modificano il comportamento del circuito. Infatti avremo:

$$\begin{cases} 0 \leq V_G \leq V_{DD} \\ D_1 \text{ OFF} \\ D_2 \text{ OFF} \end{cases}$$

Vediamo invece l'effetto dei diodi quando entrano in conduzione:

- se  $D_1$  è ON, allora  $V_G = V_{DD} + V_\gamma$ , quindi blocca le tensioni elevate;
- se  $D_2$  è ON, allora  $V_G = -V_\gamma$ , quindi blocca le tensioni troppo basse.

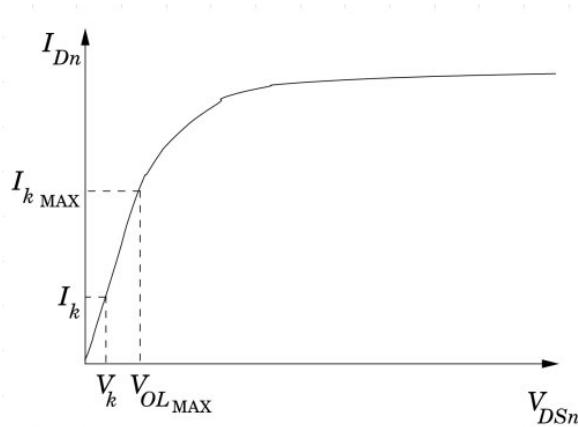
I diodi assumono la funzione di **limitatori di tensione**, mentre la  $R$  serve a limitare le correnti che scorrono nei diodi, per evitare che si danneggino, in caso di effettiva scarica eletrostatica. Logicamente, la  $R$  entra in funzione solo in caso di conduzione dei diodi. Prendiamo un caso d'analisi come esempio: poniamo  $V_{IN} = V_{DD} \rightarrow V_G = V_{DD}$ . Nei due diodi avremo:

- $V_{AK1} = 0$  per cui tra Anodo e Catodo c'è  $V_{DD}$ , e  $I_{D1} = -I_{S1} = 0$ , dove  $I_{S1}$  è la corrente di saturazione del diodo;
- $V_{AK2} = -V_{DD}$  per cui sono entrambi in inversa:  $I_{D2} = -I_{S2} \approx 1nA$ .

In un diodo in inversa vi scorre la corrente inversa di saturazione, che è appunto nell'ordine dei  $nA$ . I due diodi sono però polarizzati in punti diversi, tali per cui  $|I_{S1}| \neq |I_{S2}|$ . La corrente assorbita, quindi, **non è nulla**, perché appunto  $I_{S1} \neq 0 \rightarrow I_{IN} \neq 0$

### 24.10.2 Inconvenienti del circuito di sicurezza

L'utilizzo dei circuiti di protezione causa un decremento del *fan-out*: i due diodi non sono mai identici, e avranno sicuramente diverse correnti inverse di saturazione che, come visto, produce una piccola corrente in ingresso. Questa corrente può **portare alla degradazione del segnale logico**. Infatti, prendendo come esempio un'uscita a livello basso che pilota una porta dotata di un circuito di protezione, vediamo come la corrente  $I_K$  proveniente dalla porta stessa va a degradare il livello logico basso, che non varrà più  $0V$ , ma bensì  $V_{out} = V_K$ , modificando anche il punto di lavoro.



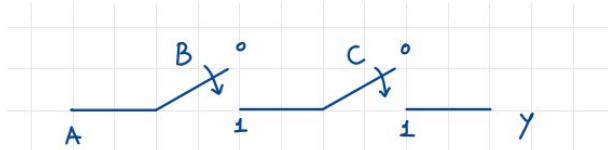
**Figura 24.17:** Circuito di sicurezza

Se a valle sono presenti molte porte, le correnti dovute ai circuiti di protezione possono sommarsi, portando ad una degradazione del segnale logico. Otterremmo infatti  $I_K > I_{Kmax} \rightarrow V_K > V_{OLmax}$ , con conseguente perdita del valore logico. Simili considerazioni possono essere fatte anche per la degradazione di un livello logico alto.

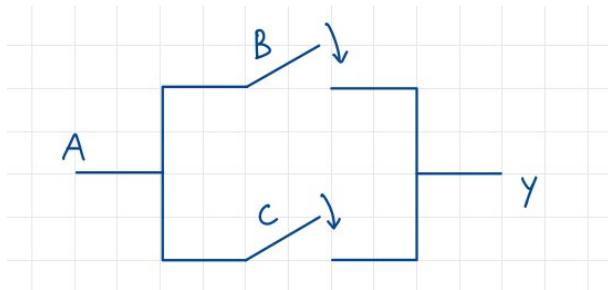
Nella realtà questo problema viene risolto in virtù del fatto che i circuiti di sicurezza devono essere inseriti solo tra il *mondo esterno* e le porte logiche, e non tra le porte logiche stesse, per cui non si ha il problema del *fan-out*.

## 24.11 Logica Pass-transistor

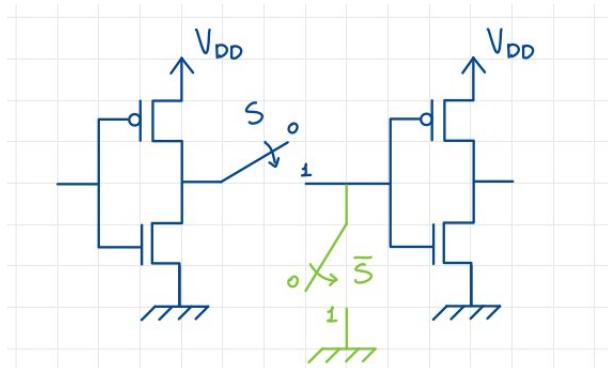
La logica pass-transistor è una logica che sfrutta i MOS come interruttori; immaginiamo di voler realizzare una rete che soddisfi l'espressione logica  $y = A \cdot B \cdot C$ . Utilizzando la logica pass-transistor, il circuito sarà il seguente:

**Figura 24.18:** Logica pass-transistor

Allo stesso modo possiamo realizzare la rete che soddisfa l'espressione logica  $y = A \cdot (B + C)$ :

**Figura 24.19:** Logica pass-transistor

È importante notare come in circuiti del genere **deve sempre essere presente un collegamento tra ground e l'uscita**. Osserviamo com'è cosa succederebbe se non fosse presente: immaginiamo un circuito che fa uso di MOS ed interruttori per determinare un'uscita, la cui rappresentazione è la seguente:

**Figura 24.20:** Logica pass-transistor

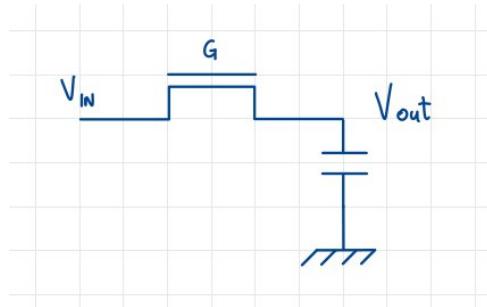
Per  $S = 1$  il funzionamento è regolare, mentre per  $S = 0$  avremo un caso di **alta impedenza**. Questa condizione deve essere evitata in ogni contesto, per cui viene aggiunto un riferimento a *ground*, comandato dall'interruttore  $\bar{S}$ .

### 24.11.1 L'interruttore ideale

Abbiamo due modalità per arrivare al nostro interruttore ideale: utilizzando NMOS o PMOS. Vedremo i pregi e i difetti di ognuna delle due soluzioni.

#### 24.11.1.1 Interruttore ideale con NMOS

Un possibile circuito è il seguente:



**Figura 24.21:** Interruttore ideale con NMOS

Vediamo il funzionamento del circuito per diversi istanti temporali.

**24.11.1.1.1 NMOS - caso 1** In questo primo caso abbiamo  $t = 0$ ,  $V_{IN} = V_{DD}$ , il condensatore scarico e  $V_G = V_{DD}$ , in quanto voglio che il MOS sia in conduzione. Ipotizzando un corretto funzionamento delle componenti, il MOS effettivamente conduce, perché abbiamo  $V_{GS} = V_{DD} > V_T$ , che appunto implicano la conduzione del MOS. È vero che  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$ ? Applicando delle sostituzioni, otteniamo  $V_{DD} \geq V_{DD} - V_T$ , che è sempre vero, per cui il MOS è saturo.

**24.11.1.1.2 NMOS - caso 2** Nel secondo caso abbiamo  $t > 0$ ,  $V_S = V_{OUT}$  che aumenta a causa della carica accumulata nel condensatore. Il MOS rimane in saturazione, perché:

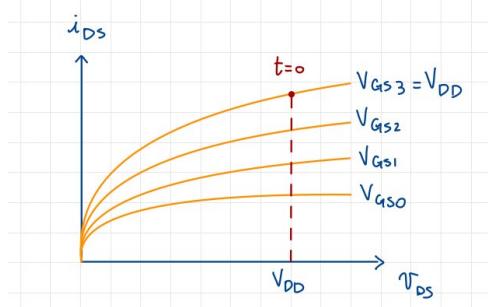
$$\begin{aligned} V_{DS} &\geq V_{GS} - V_T \rightarrow V_D - V_S \geq V_G - V_S - V_T \rightarrow \\ &\rightarrow V_D \geq V_G - V_T \rightarrow V_{DD} - V_{DD} \geq V_T \rightarrow 0 > -V_T \end{aligned}$$

Dato che per avere il MOS acceso devo avere ancora  $V_{GS} > V_T$ , trovo che:

$$V_G - V_S = V_{DD} - V_{OUT} \geq V_T \rightarrow V_{OUT} \leq V_{DD} - V_T$$

Ne deduciamo che **l'NMOS non è in grado di mandare in uscita un valore logico alto pieno**, poiché esso sarà limitato a  $V_{DD} - V_T$ .

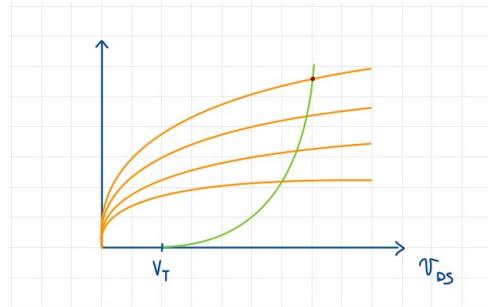
**24.11.1.1.3 NMOS - Analisi del livello alto** Dimostriamo graficamente l'impossibilità di avere un valore logico alto pieno in uscita. La caratteristica del MOS è la seguente:



**Figura 24.22:** Caratteristica del MOS

All'inizio il punto di riposo sta sulla caratteristica più alta, ma con il passare del tempo abbiamo che  $V_G = V_D = V_{DD} \rightarrow V_{GS} = V_{DD}$ . La corrente si comporta come  $i_{DS} = k(V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow i_{DS} = k(V_{DS} - V_T)^2$ .

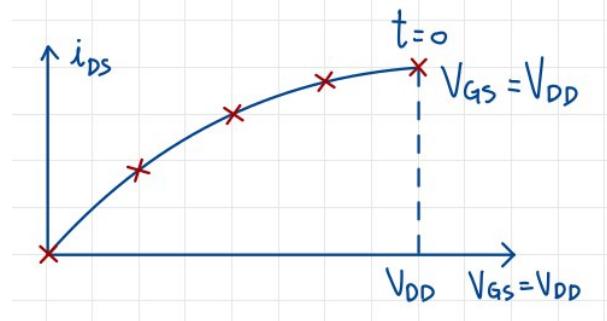
I punti di lavoro si spostano lungo la parabola formata dall'equazione della corrente, e corrispondono ai punti in cui essa incontra la caratteristica, al variare di  $V_T$ , infatti  $V_D = V_T \rightarrow V_{DD} - V_{OUT} = V_T$ . Graficamente, il risultato è il seguente:



**Figura 24.23:** Caratteristica del MOS

**24.11.1.4 NMOS - Analisi del livello basso** Vediamo invece come si comporta l'NMOS in caso di livello basso. Le ipotesi sono che  $t = 0$ ,  $V_{IN} = 0$ ,  $V_{OUT} = V_{DD}$ ,  $V_G = V_{DD}$ , e il circuito è tale al precedente, salvo il fatto che la corrente scorre in direzione opposta. Lavorando sulle tensioni, abbiamo  $V_G = V_{DD} \rightarrow V_G - V_S = V_{DD} - 0 = V_{DD} > V_T$ , che implica il MOS ON. La  $V_{GS}$  non cambia

in funzione della carica del condensatore, poiché esso si trova sul *drain*. Il MOS si trova in saturazione, perché  $V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} > V_{GS} - V_T = V_{DD} - V_T$ . Col passare del tempo  $V_D$  diminuisce sino ad arrivare a 0, permettendo una buona trasmissione del segnale logico basso.



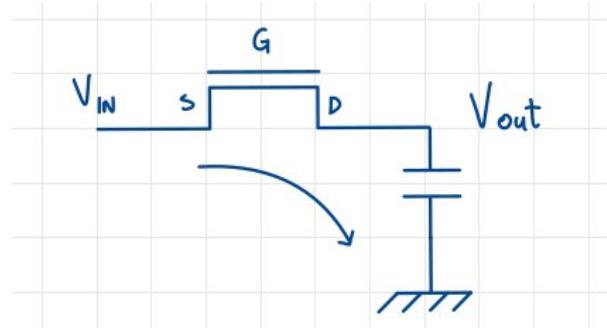
**Figura 24.24:** Caratteristica del MOS

#### 24.11.1.2 Interruttore ideale con PMOS

Intuitivamente, essendo il PMOS il duale dell'NMOS, ci aspettiamo che il suo comportamento sia il duale di quello dell'NMOS. Vediamo se è effettivamente così.

##### 24.11.1.2.1 PMOS - caso 1

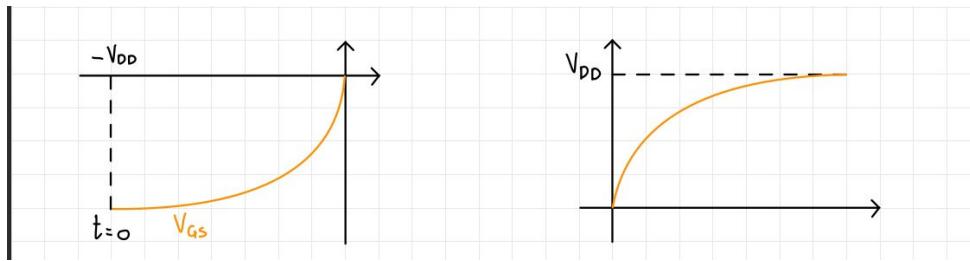
In questa fase abbiamo la carica del condensatore:



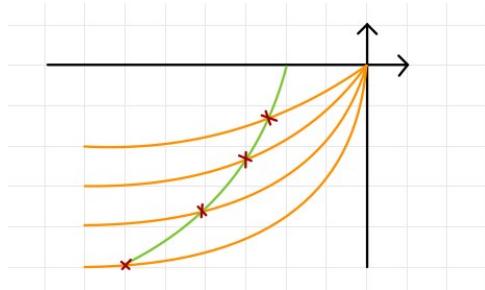
**Figura 24.25:** Caratteristica del MOS

Ci troviamo a  $t = 0$ , con  $V_S = V_{DD}$ ,  $V_G = 0$  e  $V_{GS} = -V_{DD} < V_{TP}$ . La caratteristica e la tensione in uscita sono rispettivamente:

Il punto di lavoro si sposta lungo la caratteristica fino allo 0;  $V_{DS} = 0 \rightarrow V_D - V_S = 0$ , per cui  $V_D = V_S = V_{DD}$ , per cui **la carica del condensatore avviene fino a  $V_{DD}$** .

**Figura 24.26:** Caratteristica del MOS

**24.11.1.2.2 PMOS - caso 2** Studiamo ora la fase di scarica del condensatore: la corrente scorre in verso opposto rispetto alla carica, e abbiamo  $t = 0$ ,  $V_G = 0$ ,  $V_D = 0$  e  $V_S = VDD$ . Ricaviamo che il MOS sia ON dal fatto che  $V_{GS} = V_G - V_S = -V_{DD} < V_T$ , e che è in saturazione dal fatto che  $V_{DS} = -V_{DD} < V_{GS} - V_T$ . In realtà il MOS è sempre saturo poiché  $V_{DS} = V_{GS}$ . La corrente vale  $i_{DS} = -k(V_{GS} - V_T)^2 = -k(V_{DS} - V_T)^2$ , per cui i punti di lavoro saranno l'intersezione tra la parabola della corrente e le caratteristiche della tensione:

**Figura 24.27:** Caratteristica del MOS

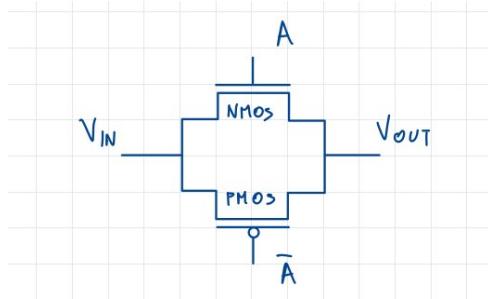
Confermiamo dunque l'ipotesi iniziale, ovvero che il PMOS non riesce a condurre un valore logico basso pieno, ma solo fino a  $-V_T$ .

### 24.11.1.3 Considerazioni finali

Inizialmente cercavamo un interruttore ideale, che riuscisse a trasmettere correttamente sia i valori logici alti che quelli bassi, ma abbiamo dimostrato che né il PMOS né l'NMOS sono in grado di farlo.

## 24.11.2 Il Pass-Gate

È il dispositivo che effettivamente si comporta come un interruttore ideale, e che è formato da un NMOS e da un PMOS in parallelo, come mostrato in figura:



**Figura 24.28:** Pass-Gate

Il dispositivo è comandato sia dal segnale diretto che quello negato, risolvendo la problematica della trasmissione non ottimale dei valori logici, poiché il segnale alto viene trasmesso dal PMOS, mentre il segnale basso dal NMOS.

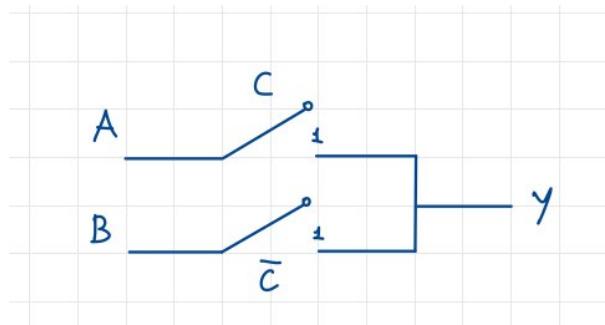
#### 24.11.3 Differenze tra circuiti CMOS e con Pass-Transistor

**24.11.3.1**  $y = A \cdot C + B \cdot \bar{C}$

Utilizzando la formula vista precedentemente, possiamo dire che il numero di MOS necessari per realizzare il circuito è:

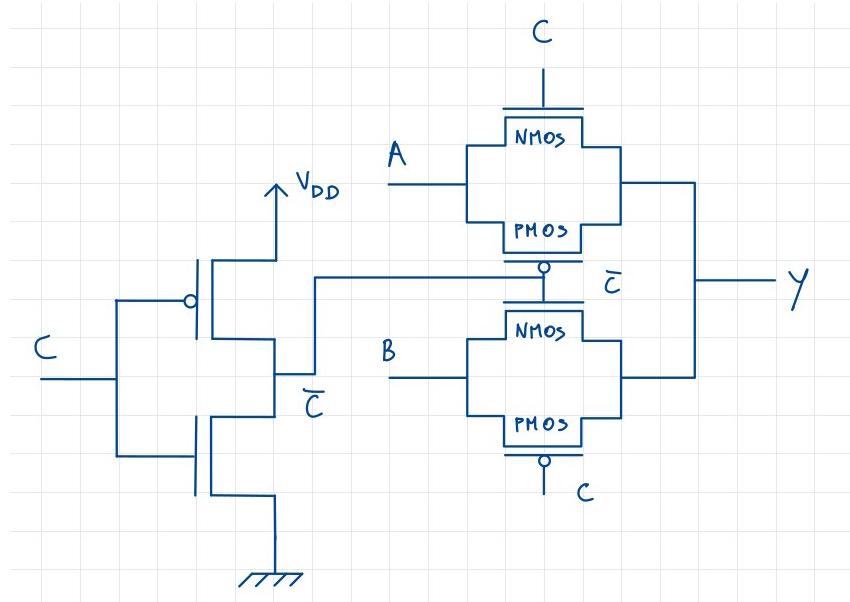
$$\#MOS = (4 \cdot 2) + (3 \cdot 2) = 8 + 6 = 14$$

Vediamo invece come progettare lo stesso circuito utilizzando i Pass-Transistor. Dal punto di vista logico abbiamo il seguente circuito:



**Figura 24.29:** Circuito logico con Pass-Transistor

Un'implementazione fisica è la seguente:



**Figura 24.30:** Circuito fisico con Pass-Transistor

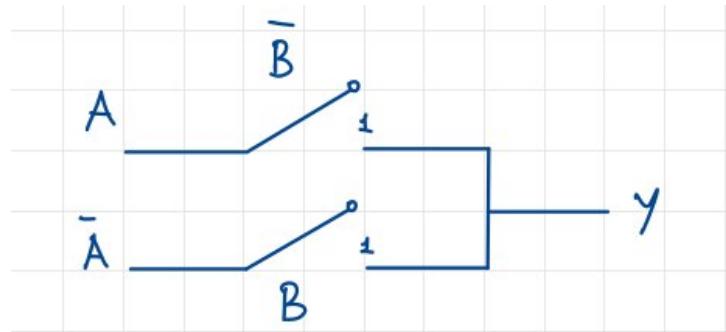
Dal quale ci rendiamo subito conto di come i MOS necessari siano solo 6, rispetto ai 14 necessari per la realizzazione con tecnologia CMOS.

$$\mathbf{24.11.3.2} \quad y = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

Il numero di MOS necessari per realizzare il circuito, che è quello per la porta logica XOR, è:

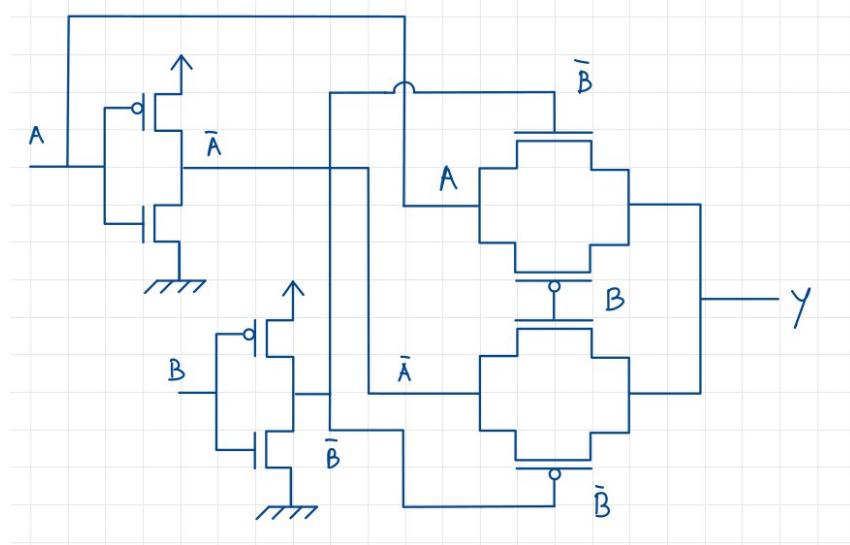
$$\#MOS = (4 \cdot 2) + (2 \cdot 2) = 8 + 4 = 12$$

Passando alla realizzazione con Pass-Transistor, abbiamo il seguente circuito logico:



**Figura 24.31:** Circuito logico con Pass-Transistor

Che può essere realizzato con il seguente circuito fisico:



**Figura 24.32:** Circuito fisico con Pass-Transistor

Anche in questo caso il numero di MOS necessari è inferiore, e vale 8.

#### 24.11.4 Considerazioni sulle differenze tra CMOS e Pass-Transistor

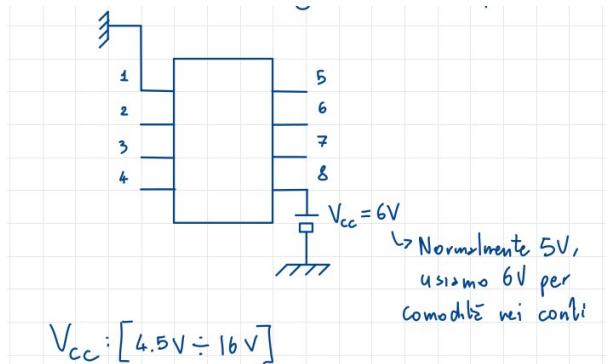
A seconda del tipo del circuito e dall'applicazione dello stesso, varia il metodo di progettazione, in base al livello di ottimizzazione necessario. Potrei infatti aver bisogno di alcuna personalizzazione, e scegliere di utilizzare reti *standard sell*, o una personalizzazione con logiche differenti, ovvero il caso *full custom*.

### 24.12 Il dispositivo NE555

È un circuito discreto che si presta a diversi utilizzi, vista la sua versatilità. Tra i possibili usi abbiamo il generare onde quadre, funzione di timer, generatore di impulso.

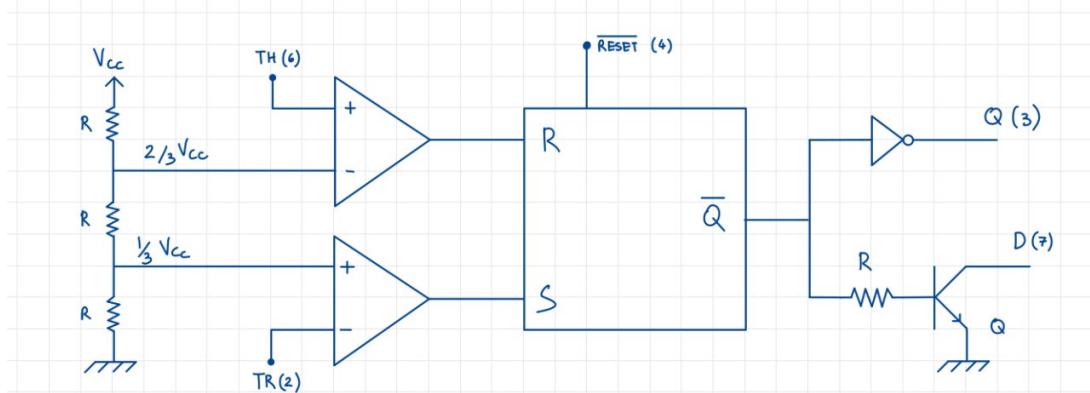
#### 24.12.1 Vista esterna

L'aspetto esterno del dispositivo è un circuito integrato a 8 pin, come mostrato in figura:

**Figura 24.33:** NE555

I piedini 1 e 8 sono di alimentazione, mentre vedremo la funzione di altri piedini durante la presentazione del circuito,

#### 24.12.2 Schema interno

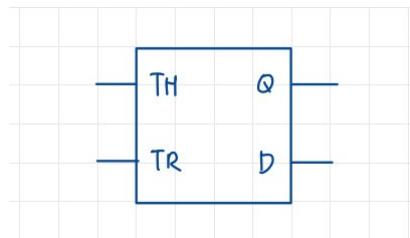
**Figura 24.34:** NE555

La  $V_{CC}$  viene posta a 6V per semplicità, in modo da calcolare facilmente il **partitore di tensione** all'inizio dei circuito. Queste tensioni vanno in ingresso a degli operazionali, comandati da  $TH$  e  $TR$ , entranti rispettivamente al pin 6 e 2. L'uscita di questi operazionali va in ingresso ad un **latch S-R**, che ha come ulteriore ingresso anche il  $\overline{Reset}$ , variabile attiva bassa entrante nel piedino 4. Questo  $\overline{Reset}$  ha **priorità sulle variabili di comando** S ed R, e la S ha a sua volta priorità sulla R: questo vuol dire che la configurazione  $S = 1, R = 1$  è permessa e porta l'uscita a 1. L'uscita del latch  $Q$  è sia diretta, quando passa dal BJT, che negata, quando passa dall'inverter. L'uscita diretta passa prima dal BJT perché abbiamo necessita che essa eroghi almeno  $100mA$ , e il latch non è in grado di erogarla. Nel caso in cui  $\overline{Q} = 1 \rightarrow Q = 0$ , abbiamo un BJT saturo, che ci restituisce in uscita il valore logico 0,

confermando la correttezza del circuito.

### 24.12.3 Simbolo circuitale

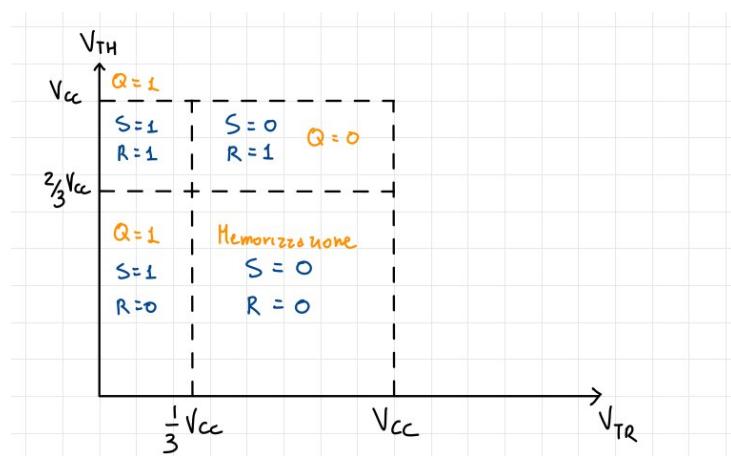
Gli ingressi del simbolo circuitale sono  $TH$  e  $TR$ , senza dimenticare ovviamente la tensione di alimentazione  $V_{CC}$  e la massa  $GND$ . Le uscite sono invece  $Q$  e  $D$ , posizionati rispettivamente ai piedini 3 e 7.



**Figura 24.35:** NE555

### 24.12.4 Zona di funzionamento

Il seguente grafico riassume le uscite del dispositivo in funzione delle tensioni di  $TH$  e  $TR$ :



**Figura 24.36:** NE555

### 24.12.5 Circuito astabile con NE555

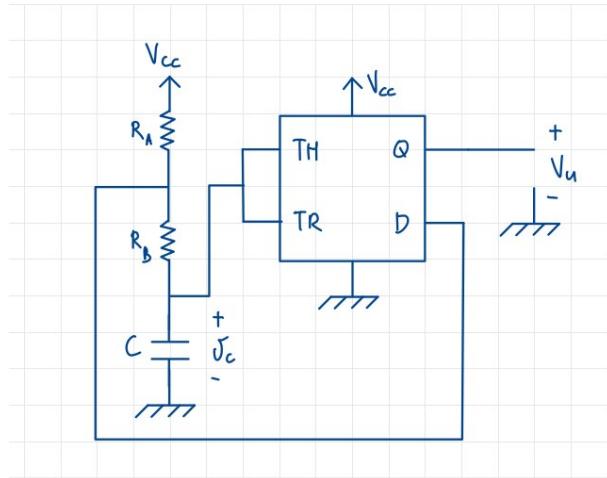
#### 24.12.5.1 Introduzione ai multivibratori

I circuiti multivibratori sono circuiti che si dividono in 3 sottofamiglie a seconda della loro funzione. Esse sono:

- **Monostabile**: ha un solo stato stabile, e l'altro è instabile. Il circuito, portato sullo stato instabile, tende a tornare allo stato stabile. Il circuito è utilizzato per generare impulsi di durata variabile, e per questo motivo è utilizzato come timer;
- **Astabile**: ha due stati instabili, e il circuito tende a passare da uno all'altro. Il circuito è utilizzato per generare onde quadre, come **il clock**;
- **Bistabile**: ha due stati stabili, e passa da uno all'altro solo se viene comandato. Il circuito è utilizzato per memorizzare un valore, come **i flip-flop**.

#### 24.12.5.2 Circuito astabile

Un possibile circuito astabile costruito con il NE555 è il seguente:



**Figura 24.37:** NE555

Le grandezze di interesse sono  $V_u$  e  $V_v$ , e in particolare la loro variazione nel tempo.

#### 24.12.5.3 Fasi di funzionamento

Dobbiamo dimostrare il fatto che questo sia effettivamente un circuito astabile, per cui studiamo le varie fasi di funzionamento del dispositivo.

**24.12.5.3.1 Fase 1** Abbiamo  $Q = 1$ , e contemporaneamente  $\bar{Q} = 0$ , con  $D = HI$ , ovvero *alta impedenza*, in quanto il BJT è interdetto. Il condensatore inizia una fase di carica esponenziale, e non scorre corrente del ramo con TH e TR: in questo momento il latch all'interno del'N555 si trova in fase di memorizzazione. Quando  $V_u$  raggiunge  $\frac{2}{3}V_{CC}$ , il comparatore  $TH$  si attiva, e  $Q$  passa a 0, commuto l'uscita poiché passo ad avere  $S = 0$  e  $R = 1$ , passando alla fase successiva.

**24.12.5.3.2 Fase 2** Come anticipato, abbiamo  $S = 0$  e  $R = 1$  nel latch, che implica come uscita  $Q = 0$  e  $D = 0$ . Il condensatore inizia una fase di scarica.

**24.12.5.3.3 Andamento grafico** Gli andamenti di  $V_u$  e  $V_c$ , con la stessa ascissa temporale, sono i seguenti:

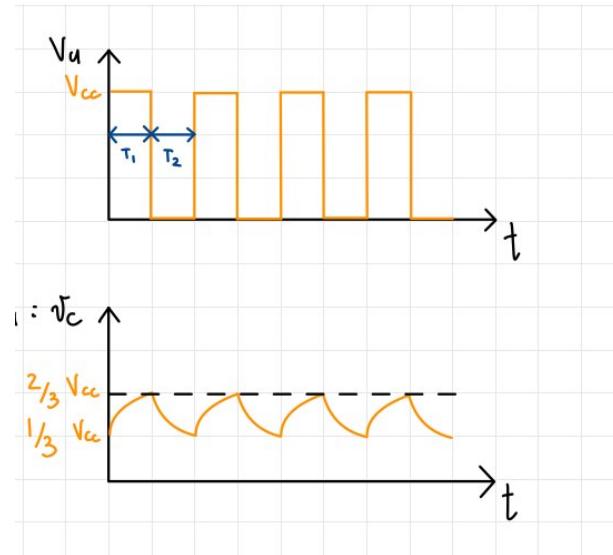


Figura 24.38: NE555

#### 24.12.5.4 Calcolo dei tempi di commutazione

L'andamento della carica del condensatore è descritto dalla seguente equazione:

$$v_c(t) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Chiamo  $V_{com}$  la **tensione di commutazione**, tale che  $V_{com} = v_c(t = T_1) = V_f + (V_i - V_f) \cdot e^{-\frac{T_1}{\tau}}$

Otteniamo quindi:

$$\frac{V_{com} - V_f}{V_i - V_f} = e^{-\frac{T_1}{\tau}} \rightarrow \frac{V_i - V_f}{V_{com} - V_f} = e^{+\frac{T_1}{\tau}}$$

Dal quale ricaviamo che:

$$T_1 = \tau \cdot \ln\left(\frac{V_i - V_f}{V_{com} - V_f}\right)$$

Questa è una formula generale, quindi appliciamola al nostro contesto con le nostre grandezze

#### 24.12.5.4.1 Calcolo di $T_1$ I dati sono:

- $V_i1 = \frac{1}{3}V_{CC}$
- $V_f1 = V_{CC}$  con  $i_c = 0$
- $V_{com1} = \frac{2}{3}V_{CC}$
- $\tau_1 = C \cdot (R_A + R_B)$

Per cui il calcolo diventa:

$$T_1 = C \cdot (R_A + R_B) \cdot \ln\left(\frac{\frac{1}{3}V_{CC} - V_{CC}}{\frac{2}{3}V_{CC} - V_{CC}}\right) = C \cdot (R_A + R_B) \cdot \ln(2)$$

#### 24.12.5.4.2 Calcolo di $T_2$ I dati sono:

- $V_i2 = V_{com1} = \frac{2}{3}V_{CC}$
- $V_{com2} = V_{i1} = \frac{1}{3}V_{CC}$
- $V_f2 = 0$
- $\tau_2 = C \cdot R_B$

Si noti come  $R_A$  non sia presente perché  $V_{CC}$  è disattivato.

Sostituendo i dati nella formula, otteniamo:

$$T_2 = C \cdot R_B \cdot \ln\left(\frac{\frac{2}{3}V_{CC} - 0}{\frac{1}{3}V_{CC} - 0}\right) = C \cdot R_B \cdot \ln(2)$$

#### 24.12.5.5 Il duty cycle

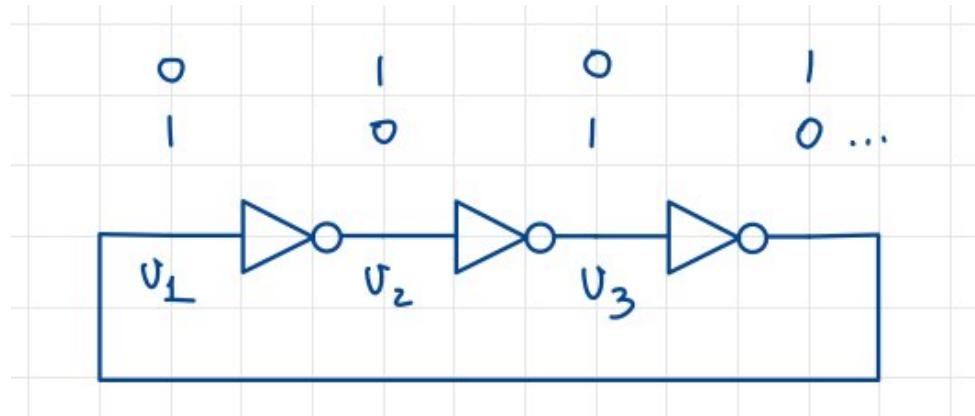
Conoscendo  $T_1$  e  $T_2$ , possiamo calcolare il **duty cycle**, ovvero il rapporto tra il tempo in cui l'uscita è alta e il periodo totale. Il periodo è dato da  $T = T_1 + T_2$ , per cui il duty-cycle è:

$$\text{Duty cycle} = \frac{T_1}{T} = \frac{T_1}{T_1 + T_2} = \frac{C \cdot (R_A + R_B) \cdot \ln(2)}{C \cdot (R_A + R_B) \cdot \ln(2) + C \cdot R_B \cdot \ln(2)} = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2R_B}$$

Notiamo immediatamente come il *duty cycle* non sia del 50%: l'unica possibilità per avere un valore simile ad esso, e che sia accettabile, sarebbe porre  $R_B \gg R_A$

### 24.13 Oscillatore ad anello

L'oscillatore ad anello è un semplice circuito logico, in cui vengono inseriti in cascata un numero dispari di inverter, come mostrato in figura:



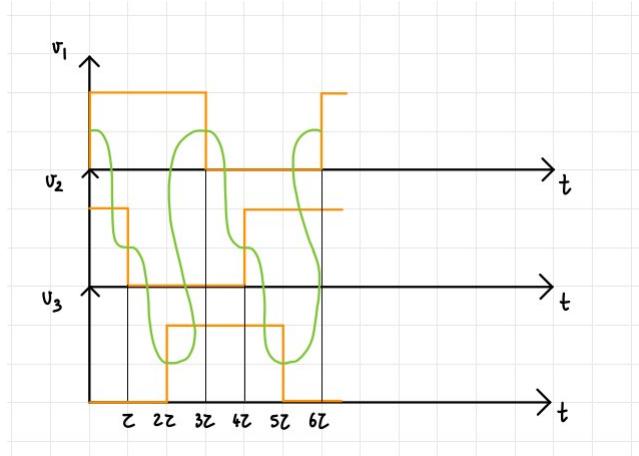
**Figura 24.39:** Oscillatore ad anello

L'ipotesi sul quale si baserà tutta l'analisi è che **il tempo di propagazione  $\tau$  sia uguale per tutti gli inverter**.

### 24.13.1 Analisi grafica dell'oscillatore ad anello

Studiamo il funzionamento dell'anello per via grafica. Iniziamo trovando il **periodo**: utilizzando  $n$  inverter, con  $n$  dispari, abbiamo che  $T = 2n\tau$ , con associata la frequenza  $f = \frac{1}{2n\tau}$ . In questo caso  $T = 6\tau$ .

Il grafico dell'andamento del segnale in uscita ad ogni inverter è il seguente:



**Figura 24.40:** Oscillatore ad anello

Ognuna di queste onde ha un *duty cycle* del 50%, e hanno un ritardo di  $2\tau$  rispetto all'inverter precedente. L'utilità del circuito è, oltre al generare un'onda quadrata, di poter misurare con precisione il ritardo  $\tau$ . Esso infatti è molto piccolo, e può essere problematico misurarlo con una sola porta logica, mentre con l'anello possiamo misurare il ritardo di  $n$  porte logiche, che è molto più grande, e trovare il valore effettivo di  $\tau$ .

# 25 Logica sequenziale

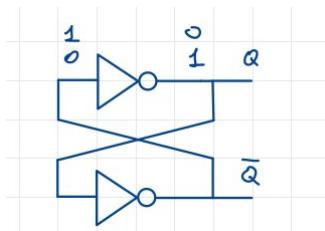
Un circuito sequenziale è quel circuito la cui uscita **non dipende solamente dagli ingressi**, ma anche dallo **stato interno** del circuito e, in generale, dalla storia degli stati precedenti. Questo implica la presenza di **elementi di memoria** all'interno del circuito. Esistono principalmente due tipi di *memorizzazione*, del quale disquisiremo in modo approfondito fino ad arrivare alle vere e proprie memorie.

## 25.1 Elementi di memoria statica

La memoria statica viene implementata tramite i **circuiti bistabili**. Questi circuiti sono caratterizzati da due stati stabili, detti *stati di memoria*, che vengono mantenuti finché non viene applicato un segnale di *reset* o di *set*. Questi segnali permettono di passare da uno stato all'altro. I circuiti bistabili sono implementati tramite **latch** e **flip-flop**. Ogni circuito bistabile è quindi in grado di memorizzare **un bit** di informazione.

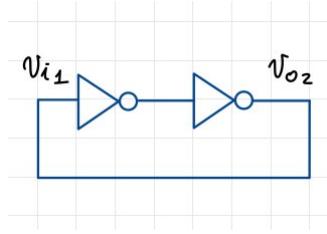
### 25.1.1 Latch

Il latch è un **circuito multivibratore bistabile**, che accetta gli stati 0 – 1 e 1 – 0. Un possibile latch, realizzato con due inverter in reazione, è il seguente:

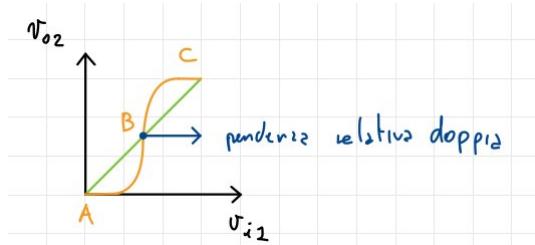


**Figura 25.1:** Latch con inverter

Per studiare gli stati interni possibili dobbiamo *rompere* la retroazione del circuito, e quindi considerare il circuito seguente:

**Figura 25.2:** Schema del latch

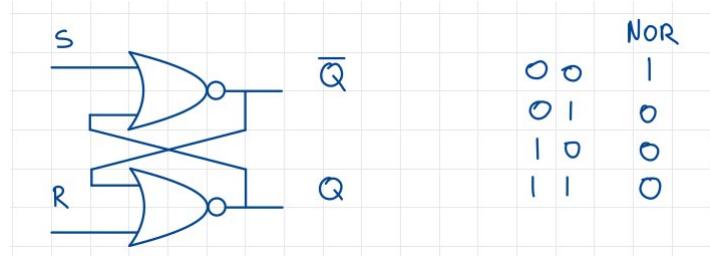
Imponendo la condizione  $V_{o2} = V_{i1}$ , e facendo intersecare questa retta con la caratteristica, ottenuto applicando due volte quella di un singolo inverter, otteniamo i punti di lavoro del circuito:

**Figura 25.3:** Caratteristiche

Essi sono 3: A e C corrispondono agli stati stabili già noti, mentre B viene considerato come uno stato **metastabile**: teoricamente può essere raggiunto avendo esattamente  $V_{o2} = V_{i1} = \frac{V_{DD}}{2}$ , ma in pratica questo stato collasserà sempre in uno stabile. In particolare, avremmo un guadagno a cascata dell'inverter molto superiore ad 1: questo implica un'amplificazione delle perturbazioni che, con la retroazione positiva, fa evolvere il sistema verso uno degli stati stabili. Nei punti A e C il guadagno è invece inferiore ad 1, e quindi le perturbazioni vengono smorzate, mantenendo lo stato stabile. Per poter memorizzare l'informazione è però necessario agire dall'esterno, utilizzando il latch e i sistemi di controllo: l'insieme di questi dispositivi prende il nome di **flip flop**.

### 25.1.2 Flip flop S-R

Esistono diversi tipi di Flip-Flop, ma noi vedremo la tipologia **S-R**, ovvero Set-Reset. Una sua realizzazione a porte NOR, con la tabella di verità della porta NOR, è la seguente:

**Figura 25.4:** Flip Flop S-R**25.1.2.1 Stati del circuito**

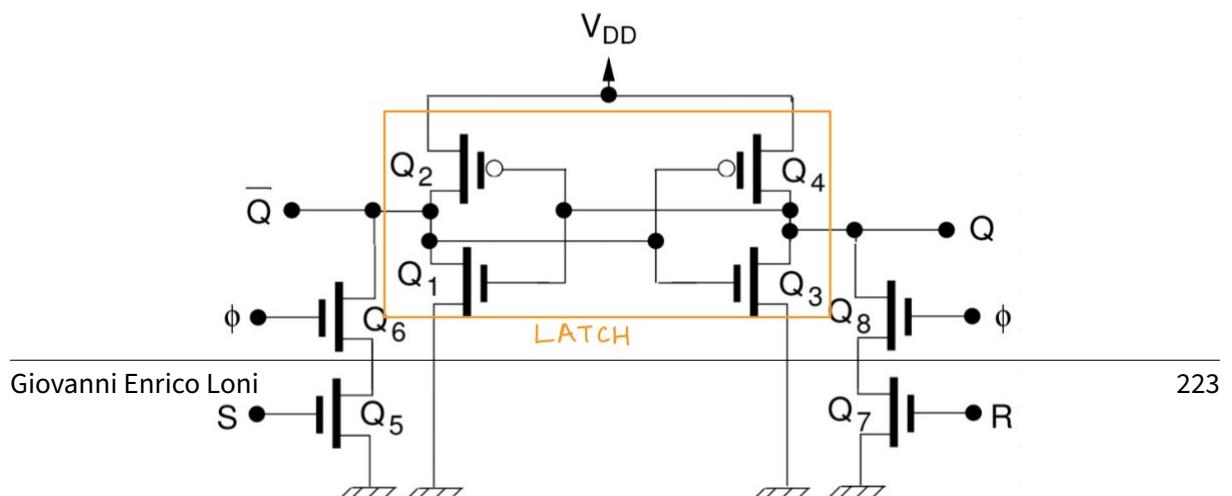
Osservando il circuito osservando le entrate e relative uscite, ricaviamo la seguente tabella di verità:

S	R	Q	$\bar{Q}$
0	0	$Q(N - 1)$	$\bar{Q}(N_1)$
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	0	0

Il primo stato, ovvero  $S = 0$  e  $R = 0$ , è quello di memorizzazione, mentre gli altri due sono gli stati di set e reset. L'ultimo stato, quello per cui  $S = 1$  e  $R = 1$ , è invece **proibito**, in quanto non è possibile avere entrambe le uscite a 0. Questo circuito è quindi in grado di memorizzare un bit di informazione, e di modificarlo tramite i segnali di set e reset.

**25.1.2.2 Realizzazione fisica del circuito**

Una possibile implementazione è quella vista in precedenza, con le porte NOR, ma è possibile anche utilizzare un'ulteriore versione che utilizza meno transistori:

**Figura 25.5:** Memoria dinamica

Il cuore del circuito è rappresentato dai due inverter, composti dai MOS  $Q_1, Q_2, Q_3$  e  $Q_4$ . Abbiamo poi collegati i MOS  $Q_6$  e  $Q_8$ , che svolgono la funzione di **enable**, indicata con  $\phi$ , ed ad essi collegati in serie rispettivamente  $Q_5$  e  $Q_7$ , che svolgono la funzione di **set** e **reset**. Il circuito è in grado di memorizzare un bit di informazione, e di modificarlo tramite i segnali di set e reset.

### 25.1.2.3 Fasi di funzionamento

La prima fase è quella di memorizzazione, in cui gli enabler sono spenti: qui i valori di S ed R sono ininfluenti, perché essendo collegati al latch tramite gli enabler, che sono OFF, non possono influenzare il circuito. La seconda fase è ovviamente quella in cui tutti gli enabler sono ON, per cui S ed R hanno un impatto sul funzionamento del circuito. Scriviamo due sistemi che riassumono il funzionamento del circuito:

$$\begin{cases} S = 0 \\ R = 1 \end{cases} \rightarrow Q_5 \text{ on}, Q_7 \text{ off} \rightarrow v_{\bar{Q}} = 0, v_Q = V_{DD}$$

$$\begin{cases} S = 1 \\ R = 0 \end{cases} \rightarrow Q_5 \text{ off}, Q_7 \text{ on} \rightarrow v_{\bar{Q}} = V_{DD}, v_Q = 0$$

### 25.1.2.4 Ipotesi di funzionamento

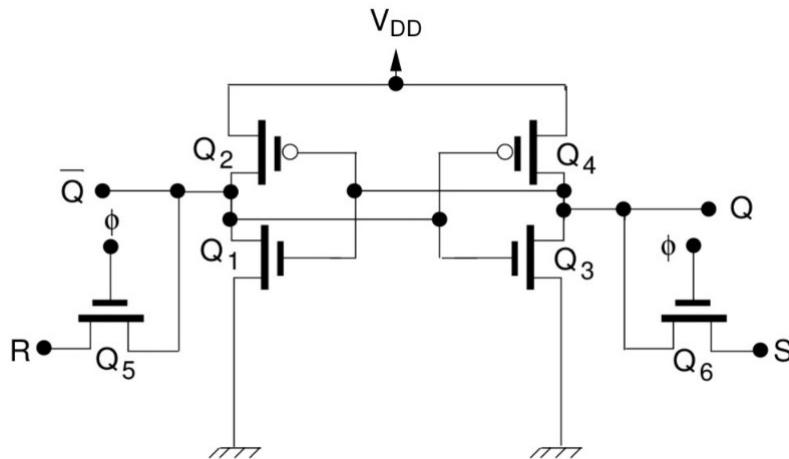
Per garantire il corretto funzionamento del circuito sono necessarie due ipotesi:

- S ed R devono **essere attivi** per un tempo sufficientemente lungo da permettere la commutazione del latch. Nello specifico, è sufficiente che si raggiunga  $\frac{V_{DD}}{2}$  poiché la reazione positiva del latch spingerà lo stesso a colllassare in uno stato stabile;
- $\frac{W}{L}$  dei MOS  $Q_5, Q_6, Q_7$  e  $Q_8$  deve essere **adeguato**. Ad esempio, attivando  $Q_2$ , avrei  $Q_2, Q_5$  e  $Q_6$  in serie, per cui scorrerà in essi la stessa corrente. Devo quindi trovare un fattore  $\frac{W}{L}$  tale che la tensione sia pari a  $\frac{V_{DD}}{2}$ .

### 25.1.2.5 Flip Flop semplificato

Un'altra versione del Flip Flop S-R è quella semplificata, ottenuta dalla precedente, ha il seguente schema:

Abbiamo utilizzato dei **pass-transistor** per l'enabler, sfruttando direttamente i valori delle variabili S ed R. In questo caso, però, abbiamo l'indeterminazione anche quando S ed R sono entrambi 0.



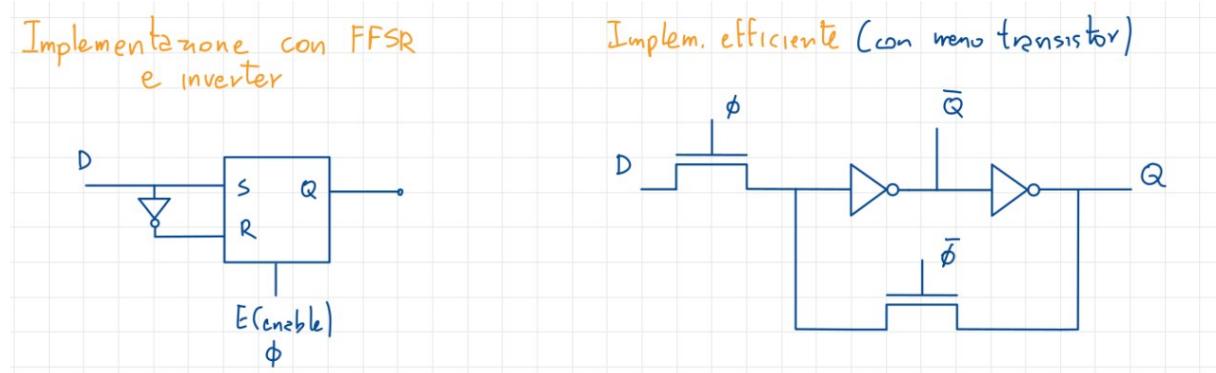
**Figura 25.6:** Circuito di un Flip Flop semplificato

### 25.1.3 Flip Flop D

Questo dispositivo viene utilizzato per caricare e mantenere l'informazione in un registro.

#### 25.1.3.1 Implementazione circuitale

Esistono due implementazioni: una usa il Flip Flop S-R con inverter, mentre l'altra, più efficiente, è originale e usa meno transistori. Le realizzazioni sono le seguenti:



**Figura 25.7:** Implementazioni di un Flip Flop D

I segnali  $\phi$  e  $\bar{\phi}$  sono **distinti**, e mai contemporaneamente ad 1. Esiste dunque un  $\Delta t$ , di solito minore di  $\frac{1}{10}T$ , in cui essi sono entrambi a 0. In questi momenti c'è una **completa trasparenza** tra D e Q, che è una condizione da evitare. Infatti con la sovrapposizione di valori tra Q e  $\bar{Q}$  entriamo in uno stato *metastabile* in cui  $Q_1$  e  $Q_2$  sono entrambi attivi, formando due possibili percorsi tra D e Q.

### 25.1.3.2 Funzionamento

Ciò che comanda le varie fasi di funzionamento del circuito è il segnale  $\phi$ , per cui abbiamo due possibili casi:

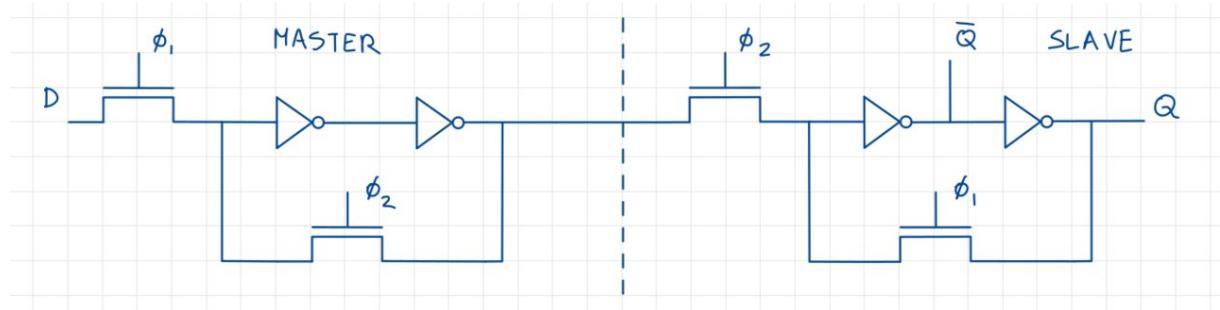
- $\phi = 1 \rightarrow \bar{\phi} = 0$ : interrompiamo l'anello di reazione del circuito. Il dato entra nel circuito, lo attraversa e ne esce inalterato;
- $\phi = 0 \rightarrow \bar{\phi} = 1$ : si va a formare un latch che mantiene il dato in uscita.

La capacità di ingresso degli inverter è ciò che rende possibile mantenere il dato in uscita quando si verifica la sovrapposizione di valori tra  $\phi$  e  $\bar{\phi}$ : da ciò deriva il bisogno di avere un  $\Delta t$  sufficientemente piccolo.

### 25.1.4 Flip Flop D edge-triggered

Questo flip-flop memorizza il valore in ingresso **solo durante una specifica transizione del clock**.

Può essere realizzato tramite una struttura *master-slave*, usando due FF-D in cascata, come mostrato in figura:



**Figura 25.8:** Schema master-slave

I segnali  $\phi_1$  e  $\phi_2$  sono due fasi del clock **non sovrapposte**, per le quali valgono i seguenti funzionamenti:

- $\phi_1$  scende e  $\phi_2$  sale: il master memorizza il valore di D subito prima della transizione, e lo slave, che è in trasparenza, lo lo riporta in uscita;
- $\phi_1$  sale e  $\phi_2$  scende: il master è in trasparenza e torna a seguire l'ingresso, mentre lo slave memorizza il dato che aveva in uscita prima della transizione.

In pratica viene *fotografato* l'ingresso al fronte di discesa di  $\phi_1$ , che viene mandato in uscita durante il fronte di salita di  $\phi_2$ , e mantenuto fino al clock successivo.

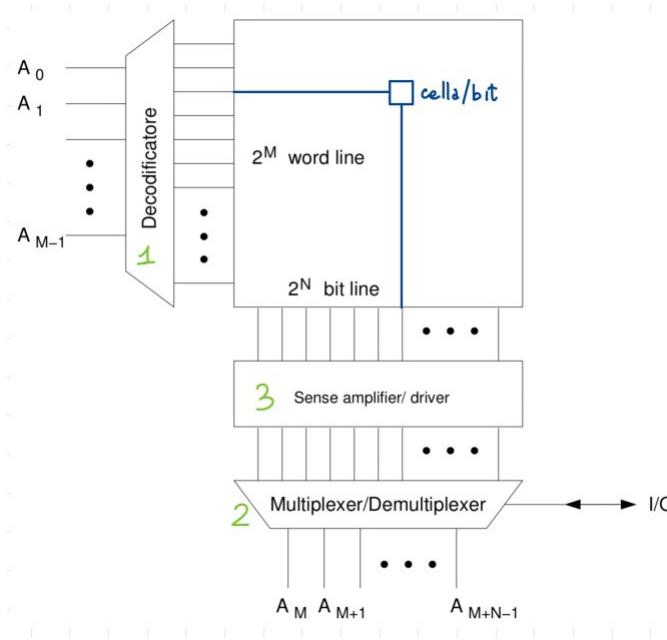
## 25.2 La memoria RAM

Le **Random Access Memory** sono memorie che consentono **non sequenziale** ai dati, per cui il tempo di accesso è indipendente dalla posizione del dato; sono realizzate tramite **matrici di celle di memoria**.

Le due famiglie principali sono le RAM **non volatili** e **volatili**: le prime conservano i dati anche in assenza di alimentazione, mentre le seconde li perdono. Tra le non volatili abbiamo poi le **ROM**, ovvero le **Read Only Memory**, che contengono dati non modificabili scritti dal produttore in fabbrica, e le **PROM**, ovvero le **Programmable Read Only Memory**, che possono essere programmate dall'utente. Per quanto riguarda le memorie volatili, esse si dividono in ulteriori due categorie: le **SRAM**, ovvero le **Static Random Access Memory**, e le **DRAM**, ovvero le **Dynamic Random Access Memory**. Le prime necessitano di una semplice alimentazione costante, mentre le seconde hanno bisogno di un **refresh** periodico per mantenere i dati.

### 25.2.1 Architettura delle RAM

La loro struttura è **bidimensionale**, ed ogni bit è caratterizzato da una sorta di *coordinata*, come mostrato in figura:



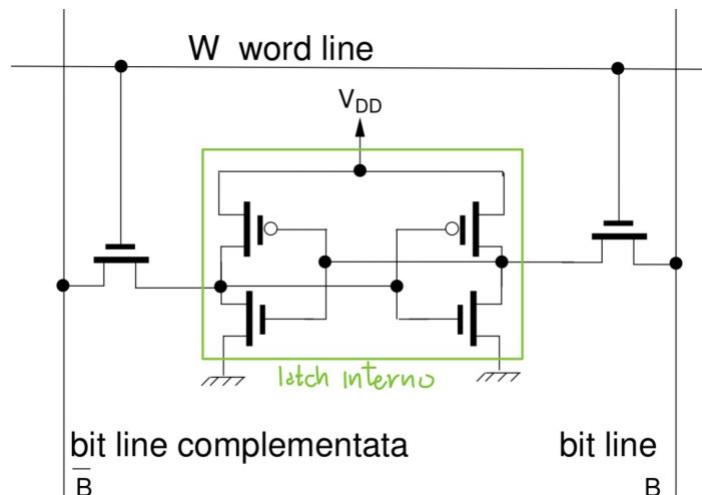
**Figura 25.9:** Schema generale di una RAM

Molto spesso abbiamo  $M = N$ , per cui la matrice è quadrata, ed ogni cella è individuata dall'incrocio di una *word line* con una *bit line*.

Nel decodificatore vanno in input i primi  $M$  bit di indirizzo, che selezionano la *word line*; il circuito 2 si comporta come **multiplexer** in caso di **lettura** dei dati, e da **demultiplexer** in caso di scrittura, portando il dato alla *bit line* di interesse. Il circuito 3 è invece un **amplificatore** in caso di lettura, mentre si comporta come un **driver** in caso di scrittura.

### 25.2.2 SRAM

La cella di memoria di una SRAM è composta da un Flip Flop SR a 6 transistor, esattamente come quello mostrato in precedenza, i cui ingressi sono collegati opportunamente alle *bit line*, diretta e complementare, alle *word line* e agli enabler. Il circuito è il seguente:



**Figura 25.10:** Cella di memoria di una SRAM

#### 25.2.2.1 Fase di scrittura di una SRAM

Ipotizziamo di voler scrivere un 1 nella cella di memoria. Le fasi sono le seguenti:

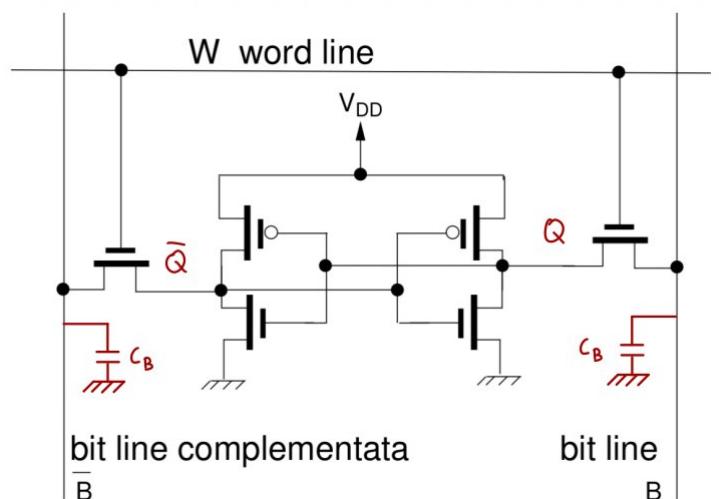
1. Prepariamo  $B$  a  $V_{DD}$  e  $\bar{B}$  a 0, connettendole a delle sorgenti di tensione;
2. Portiamo a 1 la *word line* di interesse, che determina la connessione tra la *bit line* e il latch interno;

3. Il Flip Flop così pilotato viene forzato nello stato corrispondente al valore che vogliamo scrivere, ovvero 1.

Per scrivere un 0, invece, si inverte la fase 1, ovvero si porta  $B$  a 0 e  $\bar{B}$  a  $V_{DD}$ . Ovviamente, sia in caso di scrittura di 1 che di 0, la *word line* deve essere portata a 1 per il tempo necessario ad innescare la commutazione del latch.

### 25.2.2.2 Fase di lettura di una SRAM

La lettura deve essere **non distruttiva**, ovvero non deve modificare il valore contenuto nella cella di memoria. Il circuito si mostra come segue:



**Figura 25.11:** Circuito durante la fase di lettura

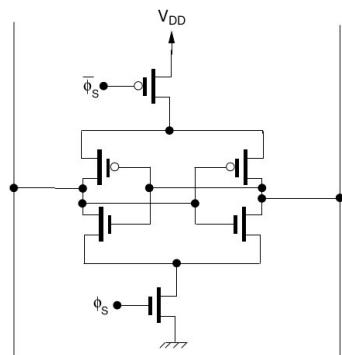
Le fasi sono le seguenti:

1. Precarichiamo le capacità di entrambe le *bit line*, ovvero  $B$  e  $\bar{B}$ , a  $\frac{V_{DD}}{2}$ . Si tratta di capacità parassite intrinseche del circuito, indicate nella figura precedente con  $C_B$ :
2. Portiamo a 1 la *word line* di interesse, collegando le uscite del Flip Flop a  $B$  e  $\bar{B}$ . Essa deve rimanere ad 1 per un tempo sufficiente a creare una differenza di tensione  $\Delta V$ , nell'ordine del centinaio di mV tra  $B$  e  $\bar{B}$ , in modo da discriminare il valore logico letto ed effettuare quindi una **lettura non distruttiva**.

Un caso di esempio è il seguente: supponiamo di avere  $Q = 1$  e  $\bar{Q} = 0$ . Con  $Q = 1$ , dopo un certo tempo, osserviamo che  $v_{BL} = \frac{V_{DD}}{2} + \Delta V$ , quindi trasferisco la carica della cella di memoria sulla *bit line* *B*, facendo aumentare la tensione. Contemporaneamente,  $\bar{Q} = 0$  implica  $v_{\bar{BL}} = \frac{V_{DD}}{2} - \Delta V$ .  $\bar{BL}$  infatti è collegata a *ground*, quindi la tensione diminuisce. In questo caso la lettura ha come risultato 1. Nel caso opposto, in cui  $Q = 0$  e  $\bar{Q} = 1$ , avremmo  $v_{BL} = \frac{V_{DD}}{2} - \Delta V$  e  $v_{\bar{BL}} = \frac{V_{DD}}{2} + \Delta V$ , per cui la lettura avrebbe come risultato 0. Il *sense amplifier* legge dunque la differenza di tensione nelle due *bit line*, pari a  $2\Delta V$ , e la trasforma in segnale elettrico a livello logico alto o basso, a seconda della lettura, che viene poi trasferito all'uscita nel multiplexer.

### 25.2.3 Il *sense amplifier*

Il circuito di *sense amplifier* è essenziale nella SRAM per amplificare e discriminare segnali deboli che rappresentano dati nelle celle di memoria. Svolge un ruolo cruciale nella lettura dei dati, garantendo alta velocità e tolleranza al rumore, operando in modalità differenziale tra la *bit line* e la sua complementare. Il circuito è il seguente:



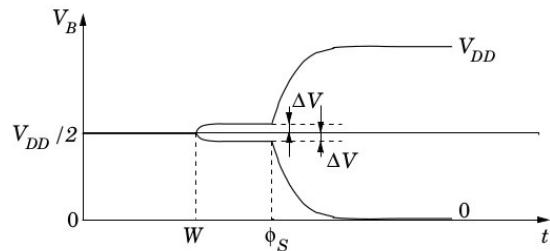
**Figura 25.12:** Circuito di *sense amplifier*

I due terminali di ingresso sono appunto collegati alla *bit line* diretta e la complementare. La particolarità è che il *sense amplifier* viene alimentato **solo all'occorrenza**, in quanto potrebbe creare malfunzionamenti durante la lettura, e anche per una questione di risparmio energetico: per far ciò si utilizza un NMOS per il collegamento a *ground*, e un PMOS per il collegamento a  $V_{DD}$ .

#### 25.2.3.1 Funzionamento in lettura

Vediamo il funzionamento del *sense amplifier* con un esempio: supponiamo che nella cella che vogliamo leggere ci sia un valore 1: sulla *Bit line* avremo una tensione di  $\frac{V_{DD}}{2} + \Delta V$ , mentre sulla sua complementare avremo una tensione di  $\frac{V_{DD}}{2} - \Delta V$ . Sfruttiamo il **punto metastabile del latch** per discriminare il valore letto: leggendo il segnale, è in grado di spostarsi in uno stato stabile

proprio grazie al  $\Delta V$ . In questo caso abbiamo un'evoluzione verso  $V_{DD}$  sulla bit line, mentre sulla complementare abbiamo un'evoluzione verso 0. Di seguito un grafico che mostra l'evoluzione dei segnali:



**Figura 25.13:** Grafico di evoluzione dei segnali

L'istante  $W$  indica il momento nel quale viene attivata la word line, che rimane alta solo per il tempo necessario affinché la tensione sulla bit line si modifichi di  $\Delta V$ , mentre  $\phi_S$  indica l'istante di attivazione del sense amplifier. Il segnale  $\phi_S$  è generato solo quando la word line è alta, in modo da risparmiare energia. Il segnale  $\phi_S$  è inoltre ritardato rispetto a  $W$  per evitare che il sense amplifier venga attivato prima che la tensione sulla bit line sia cambiata di  $\Delta V$ .

Il circuito è in grado di discriminare il valore letto, e di amplificarlo per poterlo trasferire all'uscita. Grazie a questa operazione possiamo effettuare una rigenerazione del valore logico letto, in quanto il segnale letto è molto debole e potrebbe essere soggetto a rumore. L'alimentazione del sense amplifier è data dal segnale  $\phi_S$  e il corrispettivo negato  $\overline{\phi_S}$ , che vengono generati solo una volta che la word line è stata portata a 1. Questo permette di risparmiare energia, in quanto il circuito è alimentato solo quando serve.

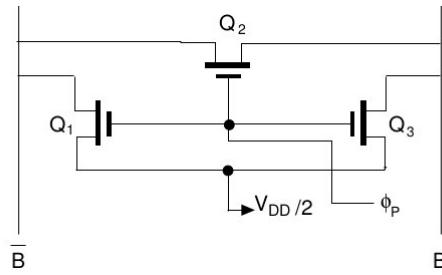
### 25.2.3.2 Funzionamento in scrittura

Un'operazione di scrittura è più semplice, dato che consiste nel fornire il dato e il suo complemento rispettivamente sulla bit line e sulla bit line complementata, attraverso il multiplexer di uscita che opera in questo caso in senso inverso, come un demultiplexer, dopodiché è sufficiente attivare la word line e il dato viene immagazzinato nella cella di memoria

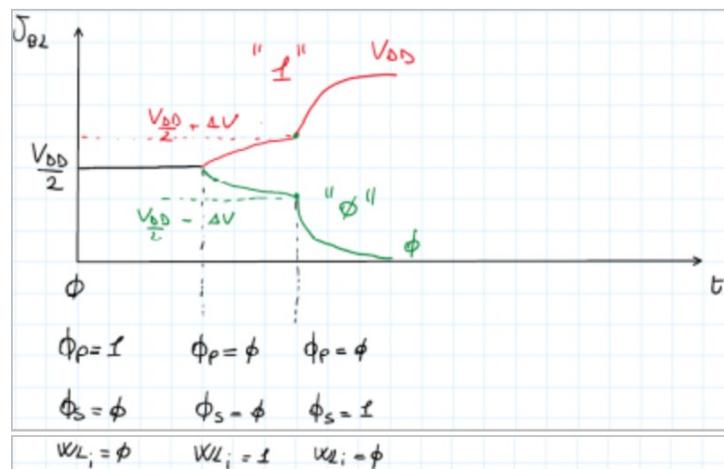
### 25.2.4 Circuito di pre carica

Il circuito di pre carica è un circuito ausiliario che serve per **preparare** le bit line e le word line prima di effettuare una lettura o una scrittura. Il circuito è il seguente:

È formato da tre MOS, dove  $Q_1$  e  $Q_3$  hanno il *gate* a comune. Il segnale di enable è  $\phi_P$ : quando esso viene attivato,  $Q_1$  e  $Q_3$  vengono portati in conduzione, applicando una tensione di  $\frac{V_{DD}}{2}$  alle bit line.

**Figura 25.14:** Circuito di pre carica

$Q_2$  entra anch'esso in conduzione, e viene utilizzato come elemento di *sicurezza*, nel senso che si assicura che entrambe le bit line si trovino alla stessa tensione. Finché il circuito di pre carica non viene attivato, la cella di memoria è isolata dalla bit line, e quindi non può essere letta o scritta. Dopo un certo intervallo spengo il circuito di pre carica, e attivo il circuito di *sense amplifier* con il segnale  $\phi_S$ . Dal punto di vista temporale, il funzionamento è il seguente:

**Figura 25.15:** Grafico di funzionamento del circuito di pre carica

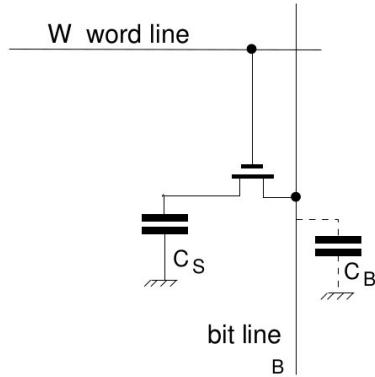
È essenziale che il circuito di pre carica venga spento prima di attivare  $\phi_S$ : se così non fosse leggerei una tensione di  $\frac{V_{DD}}{2}$  sulla bit line, perdendo quindi il valore logico.

### 25.2.5 DRAM

La DRAM si basa sul concetto di **memoria dinamica**, ovvero una memoria che perde il contenuto se non viene rinfrescata periodicamente. Questo è dovuto al fatto che la cella di memoria è formata da un condensatore, che perde carica nel tempo. La lettura è inoltre distruttiva, per cui è necessario un meccanismo di riscrittura del dato letto.

### 25.2.5.1 La cella di memoria

La cella di memoria è più semplice rispetto a quella della SRAM, ed è formata da un condensatore e da un MOS, che viene utilizzato per leggere e scrivere il valore logico. Il condensatore è poi collegato alla bit line tramite un NMOS, secondo il seguente schema:



**Figura 25.16:** Cella di memoria DRAM

Si noti come non sia presente la bit line complementare, assenza atta a minimizzare lo spazio occupato, che collima con la minore aria occupata dalla cella di memoria rispetto alla SRA. Infine, la bit line ha inoltre una capacità parassita, indicata con  $C_B$ .

### 25.2.5.2 Scrittura in DRAM

Il condensatore può essere caricato fino alla tensione  $V_{DD} - V_T$  e scaricato completamente dal NMOS: supponendo di voler scrivere 1, poniamo la bit line a  $V_{DD}$  e la word line a 1. Carico  $C_S$  fino a  $V_{DD} - V_T$ , limite già visto nella logica pass-transistor negli NMOS. La scelta è fatta in termini di risparmio: è più accettato avere un valore logico *non pieno*, piuttosto che inserire un PMOS che lo garantirebbe. La scrittura avviene per semplice carica del condensatore, per cui bisogna tenere la word line attiva per un tempo sufficiente affinché il condensatore si carichi. Nel caso di scrittura di 0 il concetto è simile: si porta la bit line ad una tensione nulla, e si attiva la word line: anche qui è necessario attendere un tempo sufficiente affinché il condensatore si scarichi completamente.

### 25.2.5.3 Lettura in DRAM

La lettura è concettualmente simile a quella della SRAM, con la differenza che in questo contesto la lettura è **distruttiva**, per cui è necessario riscrivere il dato letto. Il primo passo è sempre quello di pre caricare la bit line a  $\frac{V_{DD}}{2}$ , per poi attivare la word line. Il condensatore  $C_S$  viene messo a contatto con

il condensatore della bit line: avverrà un trasferimento di carica tra questi condensatore, che spiega il fatto che la lettura sia distruttiva. Si noti la differenza tra le due capacità: la  $C_B$  è molto più grande, nell'ordine dei  $pF$ , rispetto a  $C_S$ , che è pari a qualche decina di  $fF$ . È quindi necessario riscrivere il dato letto, per evitare che tale dato venga perso. Il valore letto viene discriminato dallo spostamento della tensione sulla bit line, dovuto dalla lettura di un valore logico nella cella. Dato che la carica totale prima e dopo il trasferimento deve essere la stessa, si ha che:

$$C_S V_{CS} + C_b \frac{V_{DD}}{2} = (C_S + C_B) \left( \frac{V_{DD}}{2} + \Delta V \right)$$

dove  $\Delta V$  è la tensione di spostamento. Si ha quindi che:

$$\Delta V = \frac{C_S}{C_S + C_B} \left( V_{CS} - \frac{V_{DD}}{2} \right) \approx \frac{C_S}{C_B} \left( V_{CS} - \frac{V_{DD}}{2} \right)$$

dove l'ultima approssimazione è giustificata dai diversi ordini di grandezza delle due capacità. Dato che dobbiamo considerare sia il caso di un condensatore pieno, quindi valore logico 1, sia il caso di un condensatore scarico, quindi valore logico 0, possiamo costruire il sistema:

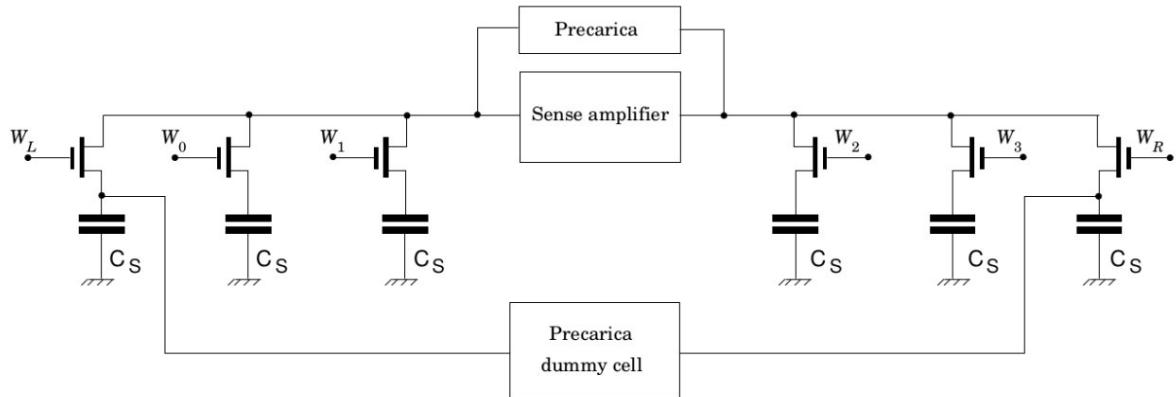
$$\begin{cases} \Delta V(1) \approx \frac{C_S}{C_B} \left( V_{DD} - \frac{V_{DD}}{2} \right) \\ \Delta V(0) \approx \frac{C_S}{C_B} \left( -\frac{V_{DD}}{2} \right) \end{cases}$$

#### 25.2.5.4 La procedura di *rinfresco*

Essa viene effettuata ponendo la bit line a  $V_{DD}$ , nel caso in cui sia stato letto 1, oppure a *potenziale di massa* nel caso in cui sia stato letto 0. Viene quindi riattivata la word line, permettendo al condensatore di ricaricarsi al valore opportuno. Dato che viene letta una riga alla volta, la procedura di rinfresco viene effettuata per ogni riga della matrice. Visto è necessario effettuare un rinfresco ogni pochi millisecondi, durante il tempo di rinfresco, pari a circa il 2% del tempo totale, non è possibile effettuare operazioni di lettura o scrittura.

#### 25.2.5.5 Sense amplifier e pre carica per DRAM

I circuiti di pre carica e di sense amplifier sono del tutto analoghi a quelli visti per la SRAM, con la differenza dell'assenza della bit line complementare: per ovviare a questo fatto, si divide la bit line in due parti, e si pone il sense amplifier al centro, con gli ingressi connessi a ciascuna delle estremità esterne della bit line. Viene inoltre inserita una *dummy cell* a ciascuna di queste estremità esterne, come visibile in figura:



**Figura 25.17:** Sense amplifier per DRAM

I condensatori delle dummy cell vengono caricati a  $\frac{V_{DD}}{2}$ : al momento dell'attivazione della word line della cella target, viene attivata la dummy cell di destra nel caso in cui la cella da leggere si trovi a sinistra nella bit line, e viceversa. In questo modo agli ingressi del sense amplifier viene presentato un segnale differenziale, che consiste nella differenza tra la tensione determinata in lettura sulla bit line e la tensione di pre carica, che è pari a  $\frac{V_{DD}}{2}$ : questa differenza è pari a  $\Delta V$ , come visto in precedenza. Il sense amplifier è quindi in grado di discriminare il valore letto, e di amplificarlo per poterlo utilizzare.

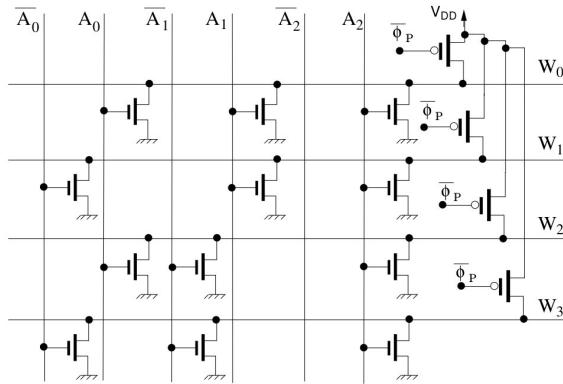
## 25.2.6 Decoder e multiplexer

### 25.2.6.1 Decoder

Il decoder è un circuito realizzato ad hoc per la decodifica di un indirizzo, per il semplice fatto che una rete combinatoria sarebbe troppo ingombrante rispetto alla grandezza della memoria. Per capire come viene costruito questo circuito, consideriamo un esempio in cui la word line è indirizzabile con 3 bit, quindi 8 word line. Le prime tre word line possono essere indirizzate utilizzando queste tre espressioni logiche:

$$\begin{cases} W_0 = \overline{A_0} \cdot \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} = \overline{A_0 + A_1 + A_2} \\ W_1 = \overline{A_0} \cdot \overline{A_1} \cdot A_2 = \overline{\overline{A_0} + A_1 + A_2} \\ W_2 = \overline{A_0} \cdot A_1 \cdot \overline{A_2} = \overline{\overline{A_0}} + \overline{A_1} + A_2 \end{cases}$$

L'obiettivo è quello di realizzare il circuito in forma **wired NOR**, mostrato in figura:

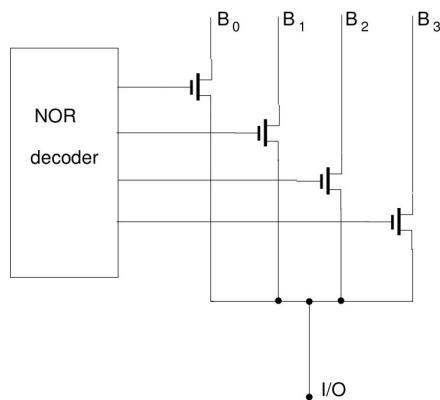


**Figura 25.18:** Decoder wired NOR

Il PMOS viene messo in conduzione dal segnale  $\bar{\phi}_P$  del circuito di pre carica, in modo da caricare tutte le word line; successivamente tutte, meno quella di interesse, verranno scaricate, evitando significative dissipazioni di potenza.

### 25.2.6.2 Multiplexer

Il circuito utilizzato è analogo a quello già visto: esso piloterà i **transistori di passo**, che mettono in connessione il terminale di I/O con la bit line prescelta. Il circuito è mostrato in figura:



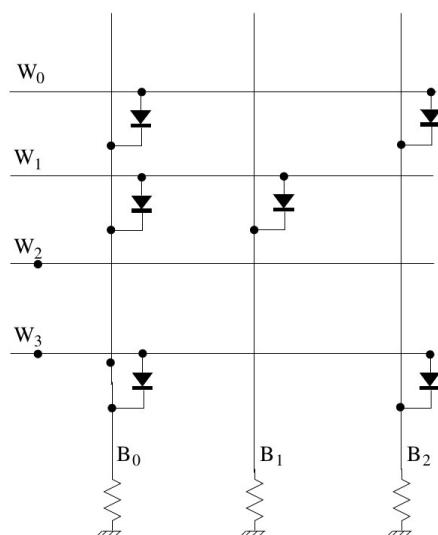
**Figura 25.19:** Multiplexer

## 25.3 Memorie ROM

Le memorie ROM sono memorie di sola lettura, ovvero memorie in cui è possibile solo leggere i dati, ma non scriverli; la sua *programmazione* viene effettuata durante la fabbricazione.

### 25.3.1 Memorie ROM con diodi

Concettualmente, è una memoria ancora più semplice della RAM, in quanto consistente di una matrice di bit line e word line, tra le quali viene **inserito un diodo nel caso si voglia scrivere un valore logico 1**: in assenza del diodo, il valore logico è 0. Il circuito è mostrato in figura:



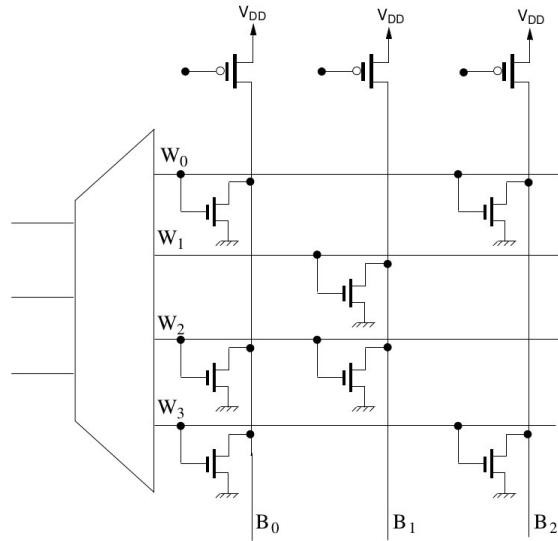
**Figura 25.20:** Memoria ROM a diodi

L'anodo del diodo viene connesso alle word line, mentre il catodo viene connesso alle bit line: quando la word line viene attivata, se il diodo è presente, entra in conduzione, attivando la bit line. Se invece non è presente il diodo, la bit line rimane a potenziale di massa. La scelta dei diodi è dovuta al fatto che sono elementi unidirezionali: se ad esempio usassi una resistenza, ponendo il caso di avere più celle ad 1 sulla stessa riga, si creerebbe un corto circuito tra le due bit line di interesse.

### 25.3.2 Memorie ROM con MOS

La modalità a diodi non è l'unico modo per costruire una ROM: infatti, per le implementazioni di una ROM in circuiti integrati, sono preferiti i MOS.

I transistori PMOS hanno la funzione di **pull-up** per la bit line, che viene invece portata al livello logico basso se nell'intersezione tra word line e bit line è presente un transistor NMOS. Il dispositivo NMOS viene realizzato con un rapporto  $\frac{W}{L}$  molto maggiore rispetto a quello del PMOS, in modo da forzare la funzione di pull-down e farla prevalere su quella di pull-up. Il circuito è mostrato in figura:



**Figura 25.21:** Memoria ROM con MOS

### 25.3.2.1 Modalità a pre carica

Un'altra modalità di funzionamento che sfrutta sempre i MOS, e che presenta una minore dissipazione oltre che una minore complessità, consiste nel pre caricare la bit line a  $\frac{V_{DD}}{2}$  tramite il PMOS. Lui stesso verrà poi interdetto prima che venga attivata la word line di interesse: in questo modo, se è presente un NMOS nell'incrocio tra word line e bit line, la bit line verrà scaricata a massa, avendo come risultato di uscita uno 0 logico. Se invece non è presente un NMOS, la bit line rimarrà a  $\frac{V_{DD}}{2}$ , avendo come risultato di uscita uno 1 logico.

### 25.3.2.2 Fabbricazione di una ROM

La fabbricazione, e quindi anche la programmazione, non può avvenire posizionando ogni singolo NMOS in ogni singolo incrocio desiderato. Il processo consiste quindi nel posizionare **ad ogni incrocio** un MOS, salvo poi utilizzare una maschera che farà in modo di collegare alla bit line e alla word line **solo gli incroci desiderati**. Tramite questa strategia è possibile abbattere i costi di produzione di questi dispositivi, perché la fase di ‘personalizzazione’ della memoria è effettivamente l’ultima da

effettuare, e quindi è possibile produrre un unico tipo di memoria, che poi verrà programmata in base alle esigenze.

## 25.4 ROM programmabili

Rappresentano una versione alternativa alle ROM, in cui è possibile programmare la memoria anche dopo la sua fabbricazione. Ne esistono di tre tipi:

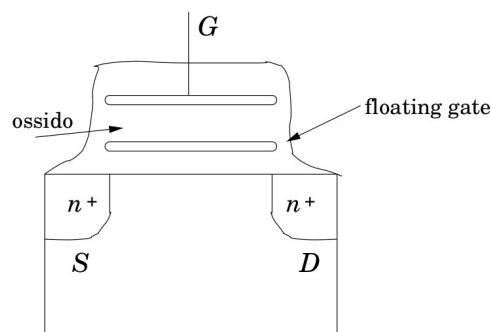
- **PROM:** Programmable ROM, che consentono di programmare la memoria una sola volta;
- **EPROM:** Erasable PROM, memorie programmabili elettricamente che possono essere cancellate e programmate più volte;
- **EEPROM:** Electrically Erasable PROM, memorie programmabili elettricamente che possono essere cancellate e programmate più volte, ma che non richiedono l'utilizzo di radiazioni UV per la cancellazione.

### 25.4.1 PROM

La realizzazione di una PROM è molto semplice: essa consiste di una matrice di MOS, in cui ogni NMOS è collegato alla relativa word line e alla bit line tramite un fusibile. Facendo scorrere una corrente elevata, il fusibile si rompe, interrompendo la connessione tra NMOS e bit line.

### 25.4.2 EPROM

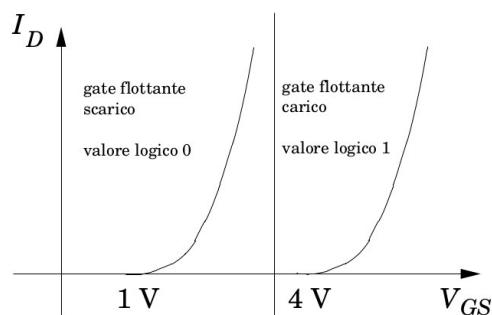
Le EPROM hanno struttura equivalente a quella di una ROM a MOS, ma ne utilizza alcuni particolari, che hanno **due gate sovrapposti**:



**Figura 25.22:** MOS con gate sovrapposti

Il gate superiore è collegato al terminale esterno di gate, e svolge la normale funzione di gate. Il secondo gate, chiamato *floating gate*, è posizionato all'interno dell'ossido di gate ed è isolato dal resto del dispositivo. Tali gate vengono realizzati in *polisilicio*, vale a dire silicio policristallino fatto crescere sull'ossido, che, opportunamente drogato, ha un comportamento simile ad un conduttore dal punto di vista elettrico, pur rimanendo più semplice da depositare rispetto al metallo.

Se il floating gate viene portato ad un potenziale negativo, è in grado di **spostare verso destra la trans-caratteristica** del MOS: gli elettroni immagazzinati in tale gate respingeranno quelli che dovrebbero formare il canale, per cui è necessaria una tensione positiva più elevata per far sì che il canale si formi.



**Figura 25.23:** Variazione del comportamento della tensione

Un caricamento del floating gate porta quindi ad un aumento della tensione di soglia  $V_T$  del dispositivo.

#### 25.4.2.1 Carica del floating gate

Come possiamo caricare il floating gate? Si impongono tensioni  $V_{DS}$  e  $V_{GS}$  piuttosto elevate, in particolare  $V_{DS} = 18V$  e  $V_{GS} = 25V$ , che porta la formazione, nel canale, dei cosiddetti *hot electron*, ovvero elettroni con un'energia molto superiore a quella del reticolo cristallino. In virtù di questa energia, essi riescono ad abbandonare il canale e penetrare l'ossido di gate, raggiungendo il floating gate. Se normalmente questa situazione è da evitare nei classici MOS, perché andremmo a danneggiare l'ossido e modificare la carica in esso intrappolata, facendo quindi variare le caratteristiche del dispositivo, in questo caso ciò viene sfruttato per trarne vantaggio, facendo arrivare questi elettroni al floating gate tramite *effetto tunnel*. Questo effetto è in realtà una proprietà che nasce dalla natura ondulatoria delle particelle, che consente loro di superare, con una probabilità non nulla, una barriera di potenziale, anche se non hanno energia sufficiente per superarla. Tale probabilità dipende dalla differenza tra l'altezza della barriera e l'energia dell'elettrone, e dalla larghezza della barriera. La combinazione tra tensioni usate e proprietà costruttive del

dispositivo fanno sì che la probabilità di effetto tunnel sia molto elevata, e quindi che gli elettroni riescano ad arrivare al floating gate.

#### 25.4.2.2 Scarica del floating gate

Quando le tensioni  $V_{DS}$  e  $V_{GS}$  tornano a valori normali, gli elettroni rimangono intrappolati nel floating gate, aumentando la tensione di soglia del dispositivo. Per permettere a questi elettroni di uscire dal floating gate, è necessario sottoporre il dispositivo ad una radiazione UV, che permette di rimuovere gli elettroni dal floating gate, riportando il dispositivo alle condizioni iniziali. Il procedimento prevede il prelievo della ROM, la sua esposizione alla radiazione UV a lunghezza d'onda pari a 253.7 nm, e la sua rimontaggio. Questa è un'operazione abbastanza complicata che richiede costose operazioni ausiliarie, e che quindi rende le EPROM poco adatte ad essere utilizzate in ambito industriale.

#### 25.4.2.3 Lettura di una EPROM

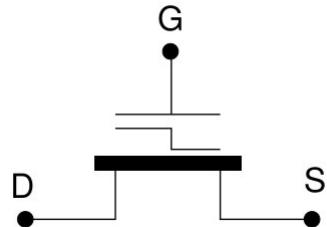
La word line alla quale è connesso il gate della cella alla quale siamo interessati viene pre caricata a una tensione intermedia tra la  $V_{T0}$ , che si ha a floating gate scarico, e la  $V_{T1}$ , per floating gate carico: in questo modo, se il floating gate è scarico, il transistore conduce e la corrispondente bit line viene posta a livello logico basso; viceversa, se è carico, il transistore non conduce e la corrispondente bit line rimane al livello logico alto al quale era stata pre caricata.

### 25.4.3 EEPROM

Il grande vantaggio delle EEPROM rispetto alle EPROM è che non richiedono l'utilizzo di radiazioni UV per la cancellazione, ma dei semplici segnali elettrici.

#### 25.4.3.1 I FLOTOX MOS

Le EEPROM devono la loro esistenza al **FLOTOX MOS**, ovvero il *Floating Gate Thin Oxide MOS*, che è un dispositivo MOS con un floating gate, ma con un ossido di gate molto più sottile rispetto a quello delle EPROM, nell'ordine della decina di  $nm$ . Il suo simbolo circuitale è il seguente:

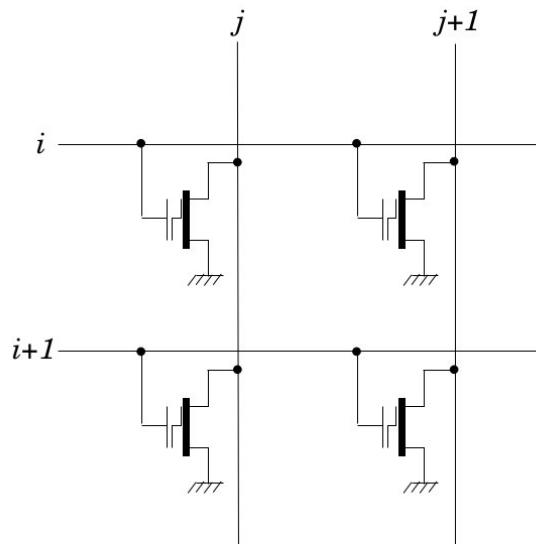


**Figura 25.24:** FLOTOX MOS

Questo permette di ottenere un effetto tunnel molto più marcato, e soprattutto mi permette di utilizzare le tensioni negative per rimuovere gli elettroni dal floating gate, e quindi di cancellare il dispositivo. Questo è possibile perché, invertendo la carica il floating gate stesso si scarica, e l'ossido sottile permette il passaggio di essi dal floating gate al canale.

#### 25.4.3.2 Schema di una EEPROM

**25.4.3.2.1 Problemi in scrittura** Lo schema di una EEPROM che utilizza i FLOTOX MOS sarebbe il seguente:



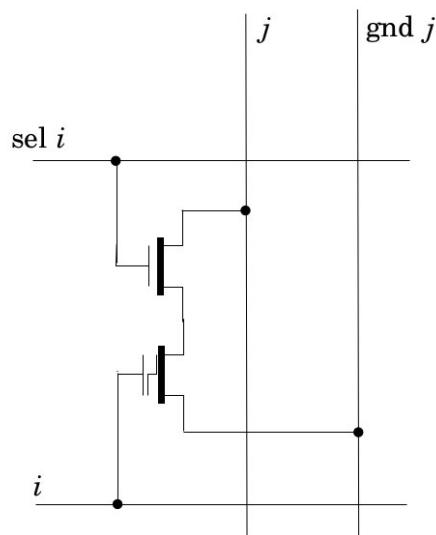
**Figura 25.25:** EEPROM

In realtà usando questa configurazione andiamo incontro ad alcuni problemi. Supponiamo di voler programmare la cella  $(i, j)$ : dobbiamo portare una tensione di  $18V$  sulla word line  $i$ , e una di  $0V$  sulla bit line  $j$ . Per evitare la scrittura indesiderata della cella  $(i, j + 1)$  dobbiamo porre la bit line  $j + 1$  a

$18V$  e, per evitare che venga scritta anche la cella  $(i + 1, j)$ , dobbiamo porre la word line  $i + 1$  a  $0V$ . Avendo quindi la word line  $i + 1$  e la bit line  $j + 1$  a  $18V$ , abbiamo una cancellazione indesiderata della cella  $(i + 1, j + 1)$ . Inoltre, avendo  $V_{DS} = 18V$  e  $V_{GS} = 18V$ , abbiamo una dissipazione non indifferente di potenza.

**25.4.3.2.2 Problemi in cancellazione** Un problema uguale ed opposto si verifica in fase di cancellazione della medesima cella. Devo infatti imporre  $i$  a  $0V$ , e  $j$  a  $18V$ . Per non cancellare anche  $(i, j + 1)$ , devo porre  $j + 1$  a  $0V$ , e per non cancellare anche  $(i + 1, j)$ , devo porre  $i + 1$  a  $18V$ , che implica una scrittura indesiderata di  $(i + 1, j + 1)$ .

**25.4.3.2.3 Soluzione** Per risolvere questi problemi, si utilizza una configurazione basata su una cella elementare più complessa, che è la seguente:



**Figura 25.26:** EEPROM

Viene introdotto un secondo transistore, che svolge la funzione di *enabler* della cella, per il quale risulta necessario raddoppiare sia il numero di word line, per l'aggiunta della linea di *sel*, sia il numero di bit line, per la connessione a *ground*. Sebbene quindi l'architettura sia più complessa, il vantaggio è che la scrittura e la cancellazione di una cella non influisce sulle altre. Facciamo un esempio per avallare la nostra ipotesi: volendo programmare la cella  $(i, j)$ , pongo  $i$  a  $18V$ ,  $j$  a  $0V$  e  $sel$  a  $18V$ , lasciando  $j$  a *ground*, ad esempio con una tri-state, caricando il floating gate di  $(i, j)$ . Per evitare la cancellazione su  $(i, j + 1)$ , pongo  $sel$  di  $i + 1$  a  $0V$ , e per evitare la scrittura su  $(i + 1, j)$ , interdicendo il transistore di enable. Inoltre, mettendo  $j + 1$  a *gnd* si evita una dissipazione di potenza indesiderata nel transistore in  $i, j+1$ . Per quanto riguarda la lettura, sempre della stessa cella, pongo  $j$  a *gnd*,  $sel$  di  $i$

solo a  $5V$ , e  $i$  a  $2.5V$ : questo si fa perché tale valore è intermedio tra i due valori di  $V_T$ . Su  $j$  otterremo il valore contenuto nella cella  $(i, j)$ . Infine, pongo  $j + 1$  a  $gnd$  per evitare la lettura indesiderata di  $(i, j + 1)$ .

#### 25.4.3.3 Flash EEPROM

Nelle EEPROM, la scrittura e la cancellazione avvengono su singole celle, mentre nelle Flash EEPROM avvengono su blocchi di celle: la scrittura e la cancellazione avvengono sempre per effetto tunnel, ottenendo un numero illimitato, in realtà pari a  $10^4 \div 10^4$  di cicli di scrittura e cancellazione. La lettura avviene invece su singole celle, come nelle EEPROM. Con l'evoluzione questo numero tende a crescere, ma si scontra col fatto che si aumentano le memorie con la conseguenza della diminuzione dello spazio.

### 25.5 Convertitori A/D e D/A

Si faccia riferimento alle dispense di Piotto