versione provvisoria

Prova scritta di Elettrotecnica

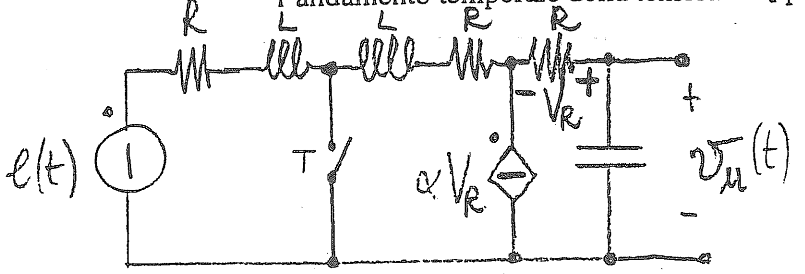
(A)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 27/06/03 Allievo: ....

1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si chiude.



$e(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega t$ [V]

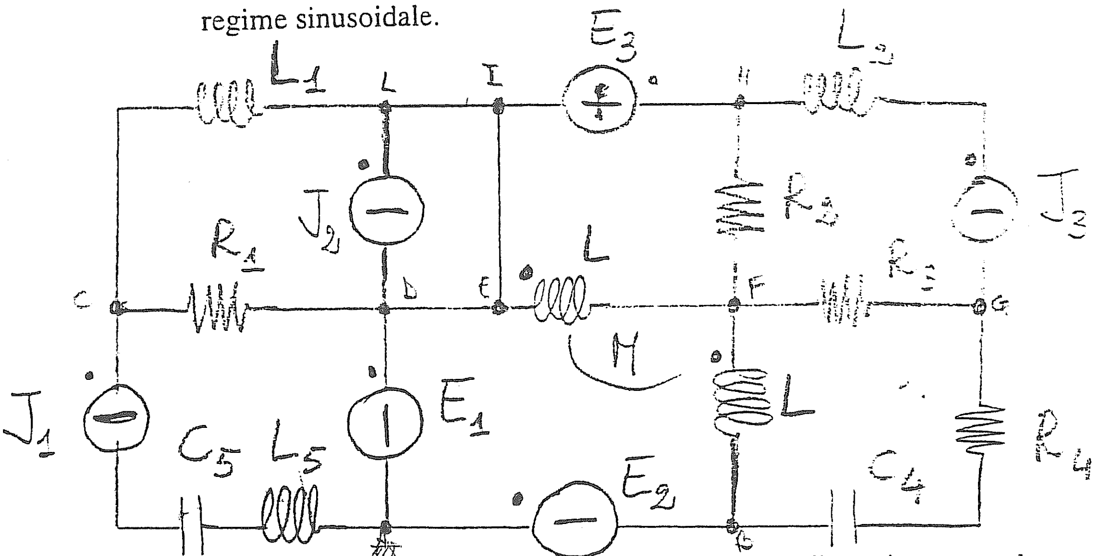
$R = 10\,\Omega$ | $f = 50$ Hz

$L = 10$ mH

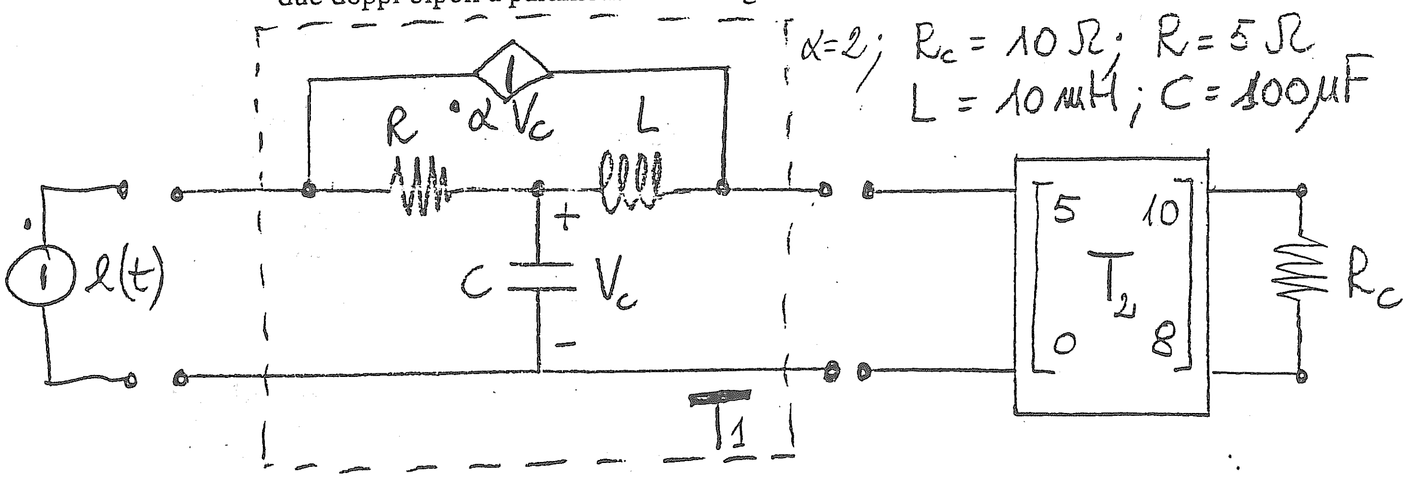
$C = 100\,\mu F$

$\alpha = 2$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle tensioni nodali, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Determinare la potenza erogata dal generatore di tensione quando a valle dei due doppi bipoli a parametri T è collegato il carico R_c.



$e(t) = 100\sqrt{2}\cos(100t)$ V

versione provvisoria

Prova scritta di Elettrotecnica

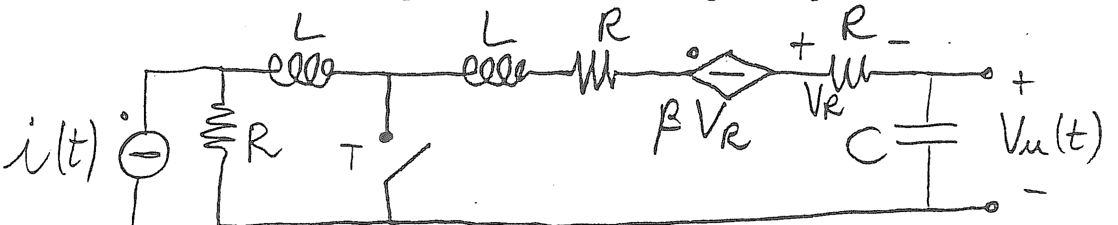
(B)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 27/06/03 Allievo: ....

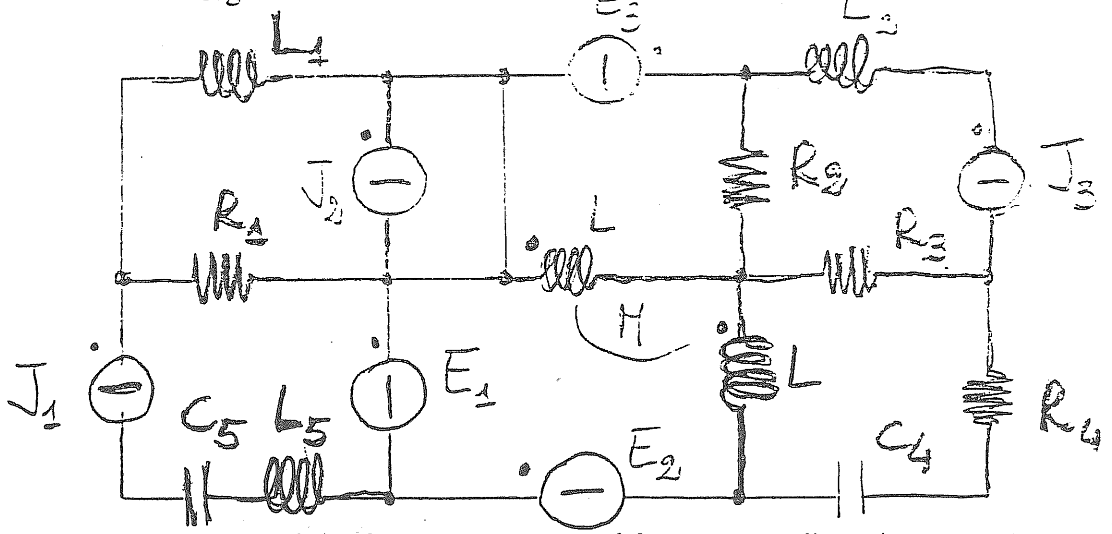
1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si chiude.



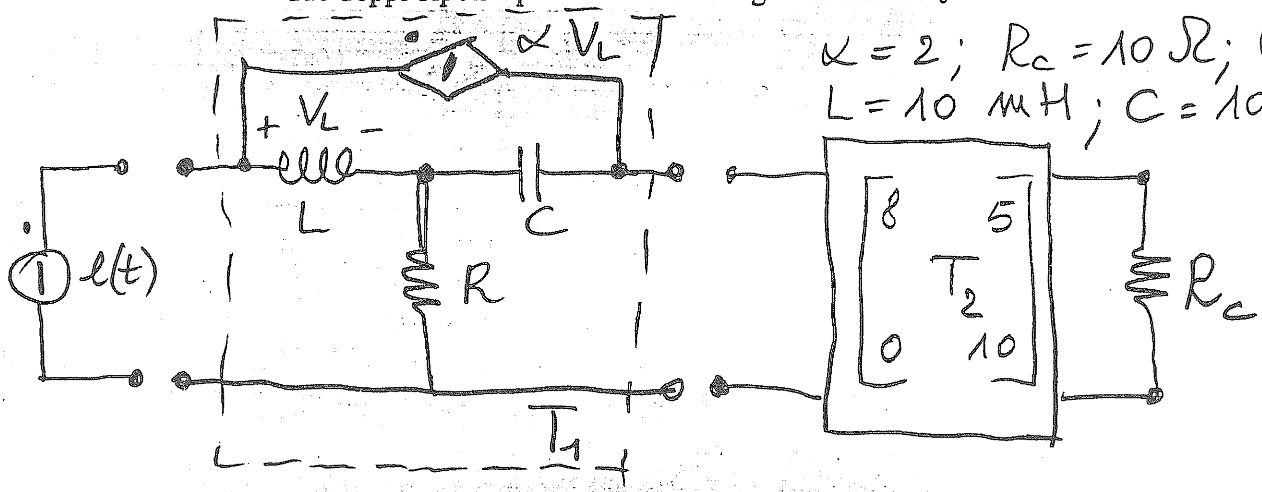
$i(t) = 10\sqrt{2}\sin\omega t$ A; $R = 10\,\Omega$; $L = 10$ mH; $C = 100\,\mu F$

$\beta = 2$;

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle correnti di maglia, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Determinare la potenza erogata dal generatore di tensione quando a valle dei due doppi bipoli a parametri T è collegato il carico R_c.



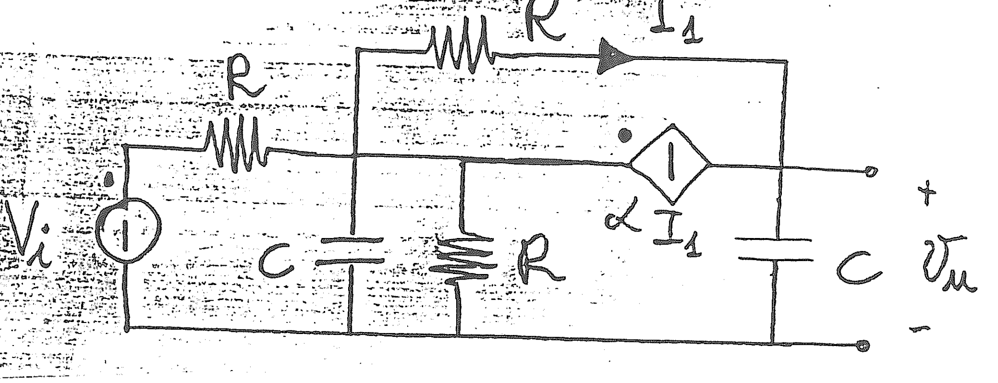
$\alpha = 2$; $R_c = 10\,\Omega$; $R = 5\,\Omega$

$L = 10$ mH; $C = 100\,\mu F$

27/6/03

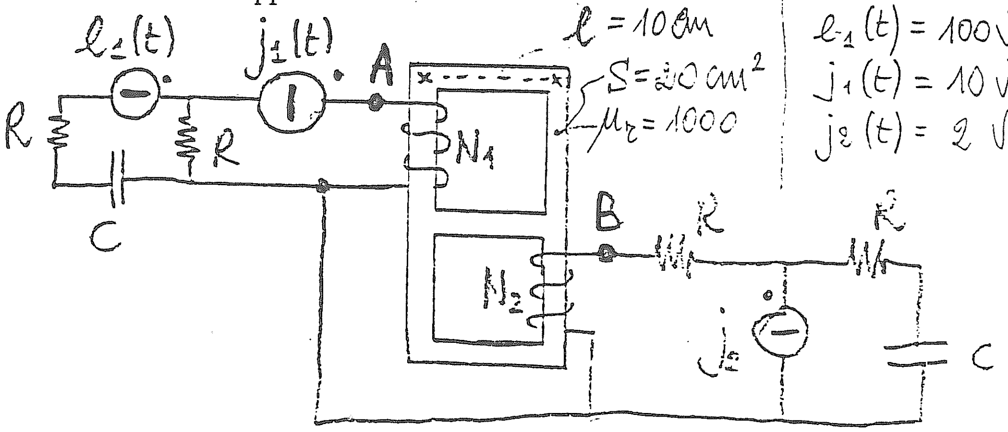
versione provvisoria

4) Determinare la funzione di trasferimento V_u/V_i per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



$\alpha = 0.5$
$R = 10\ \Omega$
$L = 10\ mH$
$C = 500\ \mu F$

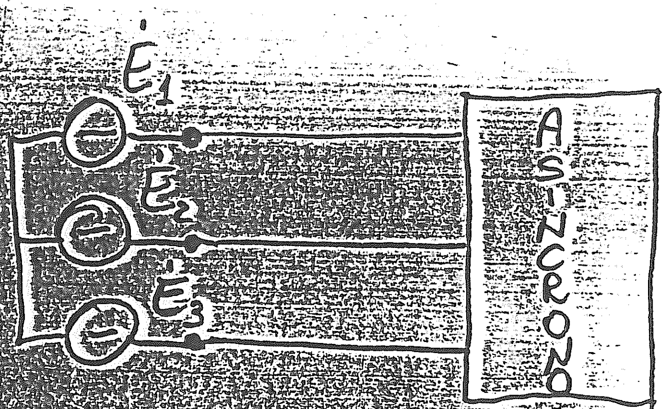
5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della tensione V_{AB} e l'energia elettromagnetica media immagazzinata nei due induttori mutuamente accoppiati.



$e_1(t) = 100\sqrt{2}\cos(500t)$
$j_1(t) = 10\sqrt{2}\sin(500t)$
$j_2(t) = 2\sqrt{2}\cos(500t + \frac{2}{3}\pi)$

$R = 10\ \Omega$
$C = 100\ \mu F$
$N_1 = 100$
$N_2 = 50$

6) Nel sistema trifase di figura, determinare il valore del generatore di tensione da applicare al motore asincrono affinchè esso eroghi una potenza meccanica all'asse di W con uno scorrimento s = 0.75. Si determinino inoltre le perdite nel ferro del motore quando è alimentato dal generatore.



$K = 0.5$ $(E_1^A = K E_2^A)$

Resistenza statorica per fase $R_{1s} = 1.12\ \Omega$

Reattanza statorica per fase $X_{1s} = 1.3\ \Omega$

Prova a vuoto:

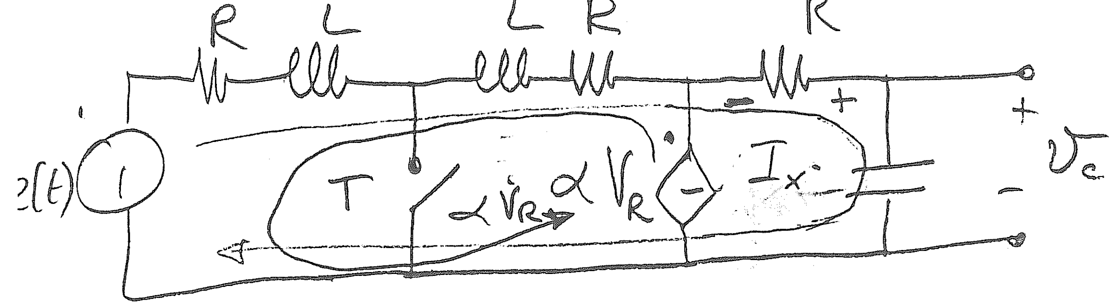
$V_{10} = 400$ V
$I_{10} = 10$ A
$P_{10} = 1000$ W

Prova in c.c.

$V_{1cc} = 30$ V
$I_{1cc} = 6$ A
$P_{1cc} = 150$ W

Es 1 del 27/6/03A versione provvisoria

①



Per $t<0$; $\dot{E} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100$ V

$$\begin{cases} \dot{E} = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right]\dot{I}_x - 2(R + j\omega L)\alpha \dot{V}_R \\ \dot{V}_R = -R I_x \end{cases}$$

$$\dot{E} = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + 2\alpha R^2 + 2\alpha j\omega L R\right]\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{E}}{R[3+2\alpha] + 2j\omega L(1+\alpha R) + \frac{1}{j\omega C}} = 0.47 - j0.67 \text{ A}$$

$$\dot{I}_L = \dot{I}_x + \alpha R \dot{I}_x = (1+\alpha R)\dot{I}_x = 9.85 - j14 \text{ A}$$

$$i_L(t) = 17.2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 0.96) \text{ A}$$

$$\boxed{i_L(0) = -19.9 \simeq -20 \text{ A}}$$

$$\dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_x = -21.3 - j15 \text{ V}$$

$$v_C(t) = 26\sqrt{2}\sin(\omega t - 2.53) \text{ V}$$

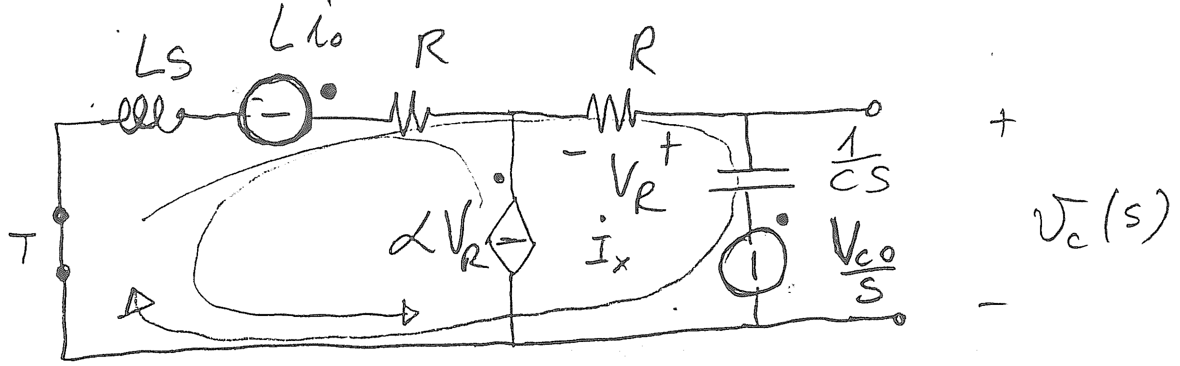
$$\boxed{v_C(0) = -21.11 \text{ V}}$$

versione provvisoria

Es 1A (2)

27/6/03

Per $t > 0$



$$-\frac{V_{co}}{s} + Li_o = \left[2R + Ls + \frac{1}{cs}\right] I_x - (R + Ls)\,\alpha V_R$$

$$V_R = -R I_x$$

$$-\frac{V_{co}}{s} + Li_o = \left(2R + Ls + \frac{1}{cs} + \alpha R^2 + \alpha RLs\right) I_x$$

$$I_x(s) = \frac{\left[-\frac{V_{co}}{s} + Li_o\right] cs}{LCs^2(1+\alpha R) + RCs(2+\alpha R) + 1}$$

$$v_c(s) = \frac{1}{cs} I_x(s) + \frac{V_{co}}{s}$$

$$= \frac{-V_{co}}{s[\quad]} + \frac{Li_o}{[\quad]} + \frac{V_{co}}{s}$$

$$v_c(s) = +\frac{21.11}{s(2.1\cdot10^{-5}s^2 + 22\cdot10^{-3}s + 1)} - \frac{0.20}{(\quad)} - \frac{21.11}{s}$$

27/6/03

ls 1A

3

$$v_c(s) = \frac{1}{2.1\cdot10^{-5}} \cdot \frac{-V_{co} + L i_{L0} s + V_{co}\cdot\left[2.1\times10^{-5}s^2 + 22\cdot10^{-3}s + 1\right]}{s\left(s^2+1047.6s+4.762\cdot10^{4}\right)}$$

$$v_c(s) = -21.11 \cdot \frac{\cancel{s}(s+1496.9)}{\cancel{s}(s+1000)(s+47.6)}$$

$$v_c(s) = \frac{A}{s+1000} + \frac{B}{s+47.6}$$

$$A = \left.\frac{(s+1496.9)\cancel{(s+1000)}}{\cancel{(s+1000)}(s+47.6)}\right|_{s=-1000} = -0.5218$$

$$B = \left.\frac{(s+1496.9)\cancel{(s+47.6)}}{(s+1000)\cancel{(s+47.6)}}\right|_{s=-47.6} = 1.5218$$

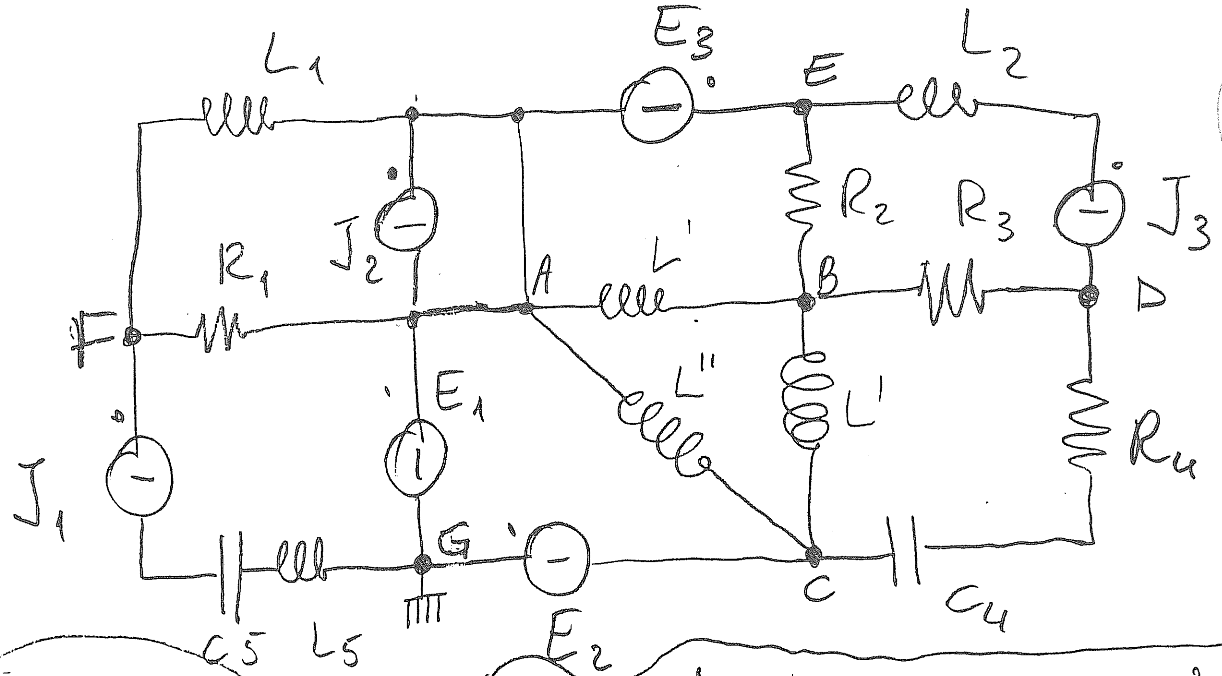
$$v_c(t) = -21.11\left[-0.5218\cdot e^{-1000t} + 1.5218\cdot e^{-47.6t}\right]u(t)$$

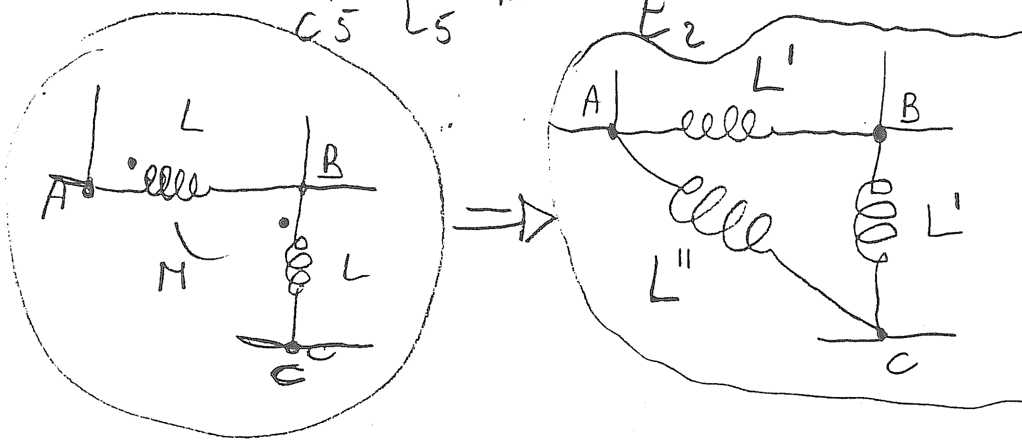
VERIFICA:

$$v_c(0) = -21.11 \quad V$$

$$v_c(\infty) = 0 \quad V$$

CS 2A 27/6/03 (4) Metodo tensioni nodali





$$L' = \frac{L^2 - M^2}{L + M}$$

$$L'' = -\frac{L^2 - M^2}{M}$$

N° eq: $N - 1 - n_{gt.\ ideali} = 7 - 1 - 3 = \underline{3\ eq}$

nodo di riferimento: nodo G

$$\dot{V}_A = \dot{E}_1 \; ; \quad \dot{V}_C = -\dot{E}_2 \; ; \quad \dot{V}_E = \dot{E}_1 + \dot{E}_3 \; ;$$

Nodo B) $$0 = \left[\frac{2}{j\omega L'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right]\dot{V}_B - \frac{\dot{V}_A}{j\omega L'} - \frac{\dot{V}_E}{R_2} - \frac{\dot{V}_C}{j\omega L'} - \frac{\dot{V}_D}{R_3}$$

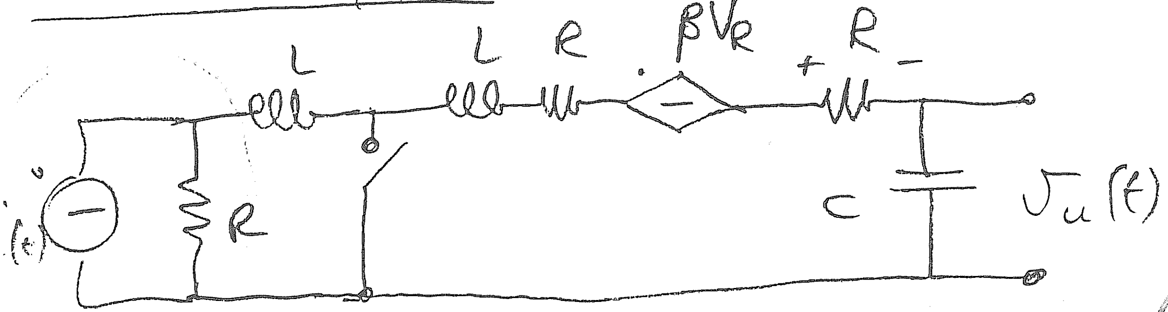
Nodo D) $$-\dot{J}_3 = \left[\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}\right]\dot{V}_D - \frac{\dot{V}_B}{R_3} - \frac{\dot{V}_C}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}$$

Nodo F) $$J_1 = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1}\right]\dot{V}_F - \frac{\dot{V}_A}{j\omega L_1} - \frac{\dot{V}_A}{R_1}$$

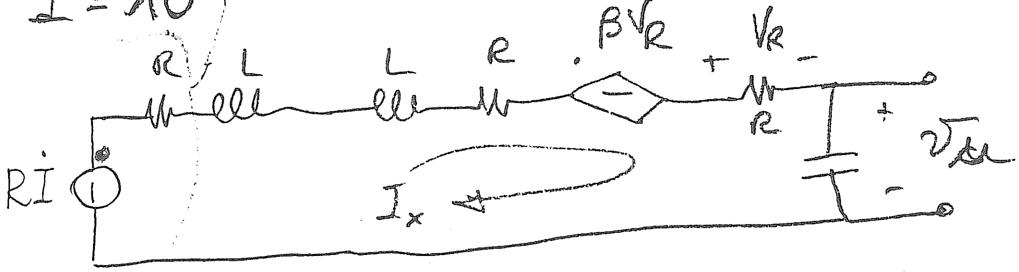
S 1B 27/6/03

versione provvisoria

5



$\dot{I} = 10$



$V_R = R I_x$

$$R\dot{I} - \beta R I_x = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right] \dot{I}_x$$

$$R\dot{I} = \left[R(3+\beta) + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right] I_x$$

$$I_x = \frac{R\dot{I}}{(3+\beta)R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 1.58 + j\,0.84 \text{ A}$$

$$i_x(t) = 1.78 \cdot \sqrt{2}\,\sin(\omega t + 0.47) \text{ A}$$

$$i_L(t) = i_x(t) \Rightarrow \boxed{i_L(0) = 1.146 \text{ A}}$$

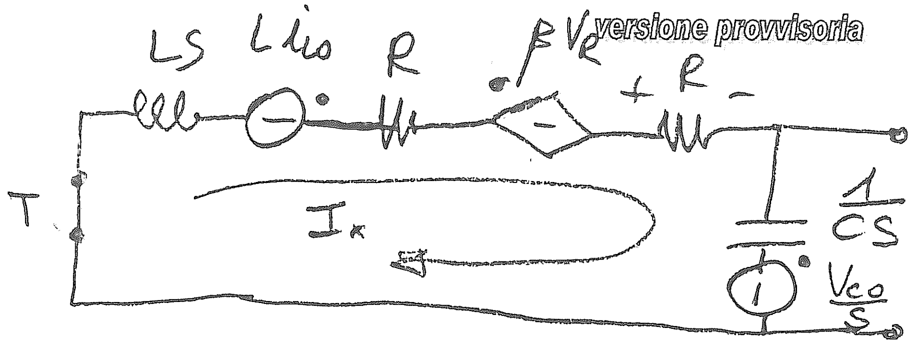
$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_x \cong 25.8 - j\,50.5 \text{ V}$$

$$v_c(t) = 56.7 \cdot \sqrt{2}\,\sin(\omega t - 1.09) \text{ V}$$

$$\boxed{v_c(0) = -71.4 \text{ V}}$$

ES 1B

27/6/03



$$Li_{Lo} - \frac{V_{co}}{S} - \beta R I_x = \left[2R + LS + \frac{1}{CS}\right] I_x$$

$$I_x = \frac{Li_{Lo} - \frac{V_{co}}{S}}{R(\beta+2) + LS + \frac{1}{CS}} = \frac{\left[Li_{Lo} - \frac{V_{co}}{S}\right] CS}{LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1}$$

$$v_u(s) = \frac{1}{CS} I_x + \frac{V_{co}}{S} = \frac{Li_{Lo}S - V_{co}}{S\left[LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1\right]} + \frac{V_{co}}{S}$$

$$= \frac{Li_{Lo}\cancel{S} - \cancel{V_{co}} + V_{co}LCS^{\cancel{2}} + V_{co}RC\cancel{S}(\beta+2) + \cancel{V_{co}}}{\cancel{S}\left[LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1\right]}$$

$$v_u(s) = \frac{V_{co}LCS + V_{co}RC(\beta+2) + Li_{Lo}}{LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1}$$

$$v_u(s) = \frac{V_{co}\cancel{LC}}{\cancel{LC}} \frac{S + \frac{(V_{co}RC(\beta+2) + Li_L)}{V_{co}LC}}{S^2 + \frac{RC(\beta+2)}{LC} S + \frac{1}{LC}} = -71.4 \cdot \frac{S + 3.84 \cdot 10^3}{(S+3732)(S+267.9)}$$

$$v_u(S) = \frac{A}{(S+3732)} + \frac{B}{S+267.9}; \quad A = v_u(s) \cdot (S+3732)\Big|_{S=-267.9} = 2.2052$$

$$= v_u(s) \cdot (S+267.9)\Big|_{S=-3732} = -73.5979; \quad \boxed{v_c(t) = \left[2.2052 \cdot e^{-3732t} - 73.5979\, e^{-267.9t}\right] u(t)}$$

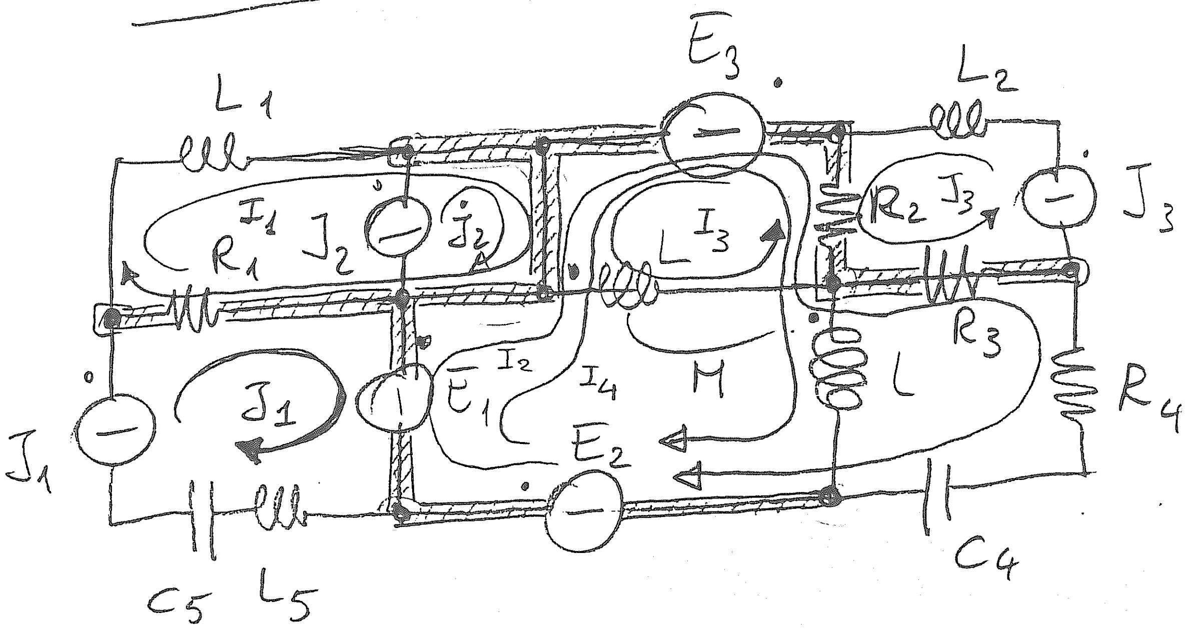
VERIFICA: $v(0) = -71.4$ V; $v(\infty) = 0$

S 2B 27/6/03

versione provvisoria

Correnti di maglia

7



$$n^\circ \, eq = r - n + 1 - n_{gc} = 13 - 7 + 1 - 3 = 4 \, eq$$

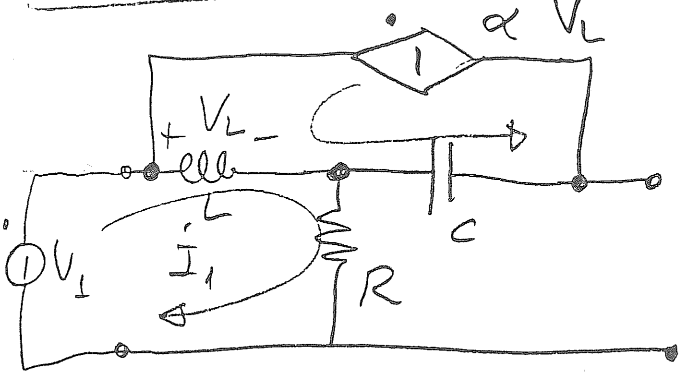
$$0 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - R_1 \dot{J}_1$$

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = \left(R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)\dot{I}_2 - R_2 \dot{I}_3 + R_2 \dot{I}_4 + R_2 \dot{J}_3 + R_3 \dot{J}_3$$

$$\dot{E}_3 = (R_2 + j\omega L)\dot{I}_3 - R_2(\dot{J}_3 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4) + j\omega M \dot{I}_4$$

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = (R_2 + j\omega L)\dot{I}_4 + R_2(\dot{J}_3 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3) + j\omega M \dot{I}_3$$

ES 3B 27/6/03 versione provvisoria (8) ~~1~~



$$\frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1}\Bigg|_{I_2=0} ; \qquad \frac{1}{C} = \frac{V_2}{I_1}\Bigg|_{I_2=0}$$

$$\dot{V}_1 = (R + j\omega L)\dot{I}_1 + j\omega L \alpha V_L ; \qquad V_L = j\omega L I_1 + j\omega L \alpha V_L$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{V}_1 = \left[R + j\omega L - \frac{\alpha \omega^2 L^2}{1 - j\omega L \alpha}\right] I_1 \qquad V_L(1 - j\omega\alpha L) = j\omega L I_1$$

$$\boxed{V_L = \frac{j\omega L}{1 - j\omega L \alpha} I_1}$$

$$\dot{I}_1 = V_1 \cdot \frac{1 - j\omega L \alpha}{R - j\omega L \alpha R + j\omega L + \cancel{\omega^2 L^2 \alpha} - \cancel{\omega^2 L^2 \alpha}}$$

$$I_1 = \dot{V}_1 \cdot \frac{1 - j\omega L \alpha}{R + j\omega L(1 - \alpha R)}$$

$$V_2 = R I_1 - \frac{1}{j\omega C} \cdot \alpha \frac{j\omega L}{1 - j\omega L \alpha} I_1 = \left[R - \frac{\alpha j\omega L}{(1 - j\omega\alpha L)(j\omega C)}\right] I_1$$

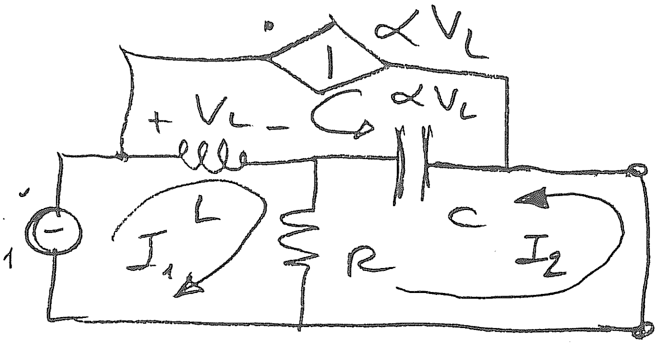
$$\frac{1}{C} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1} = R - \frac{\alpha L/C}{1 - j\omega\alpha L} = -35 - j80 \qquad \Rightarrow \boxed{C = -0.0046 + j0.0105}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left[R - \frac{\alpha L/C}{1 - j\omega\alpha L}\right] \cdot \left[\frac{1 - j\omega\alpha L}{R + j\omega L(1 - \alpha R)}\right] = -8.35 - j17$$

$\Rightarrow \boxed{A = \ldots}$

$\frac{ES\ 3B}{27/6/03}$ ~~2~~ 9

$$\frac{1}{B} = -\frac{I_2}{V_1}\Big|_{V_2=0} \; ; \quad \frac{1}{D} = -\frac{I_2}{I_1}\Big|_{V_2=0}$$



$$\dot V_L = j\omega L \dot I_1 + j\omega L \alpha \dot V_L$$

$$\Downarrow$$

$$\dot V_L = \frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} \dot I_1$$

$$\dot V_1 = \dot V_L + R(\dot I_1 + \dot I_2)$$

$$0 = \left[R + \frac{1}{j\omega C}\right] \dot I_2 + R \dot I_1 - \frac{\alpha V_L}{j\omega C}$$

$$0 = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C} I_2 + \left[R - \frac{\alpha}{j\omega C} \cdot \frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha}\right] \dot I_1$$

$$[5 - j100] \dot I_2 = [35 + j80] \dot I_1 \Rightarrow \frac{1}{D} = \frac{-\dot I_2}{\dot I_1} = -\frac{35 + j80}{5 - j100} = +0.78 - j0.39$$

$$\boxed{D = +1.026 + j0.511}$$

$$\dot V_1 = \left\{\left[\frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} + R\right]\left[-\frac{(1 + j\omega RC)(1 - j\omega L\alpha)}{j\omega RC(1 - j\omega L\alpha) - \alpha j\omega L}\right] + R\right\} \dot I_2$$

$$\dot V_1 = 0.3816 - j2.55 \; \dot I_2 \Rightarrow \frac{1}{B} = -\frac{I_2}{V_1} = \frac{1}{-0.3816 + j2.55}$$

$$\boxed{B = -0.3816 + j2.55}$$

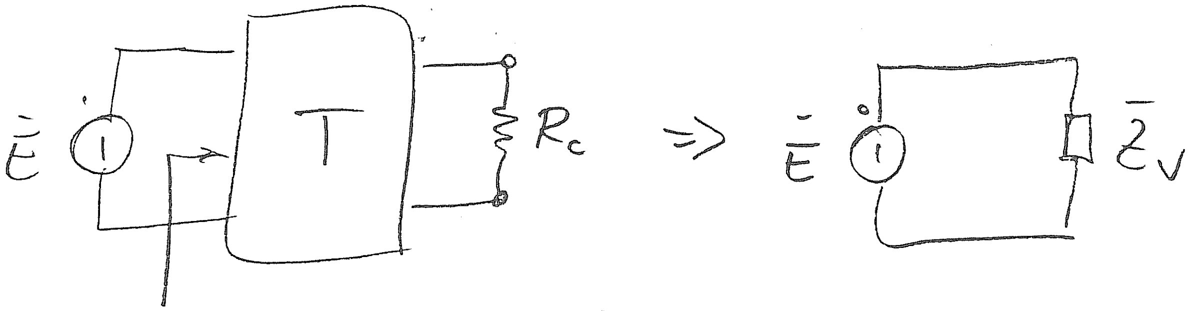
ES 3B
27/6/03

3

10

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & 5 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} -0.0232 + j0.0473 & -0.3816 + j2.55 \\ -0.0046 + j0.0105 & +1.026 + j0.511 \end{bmatrix}$$



$$\bar{Z}_V = \frac{A \cdot R_c + B}{C R_c + D} = 0.90 + j2.44 \ \Omega$$

$$\dot{E} = 100$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\bar{Z}_V} = 13.26 - j\,36.03 \ A$$

$$\bar{S} = \dot{E} \cdot \dot{I}^* = 1.32 + j\,3.6 \ KVA$$

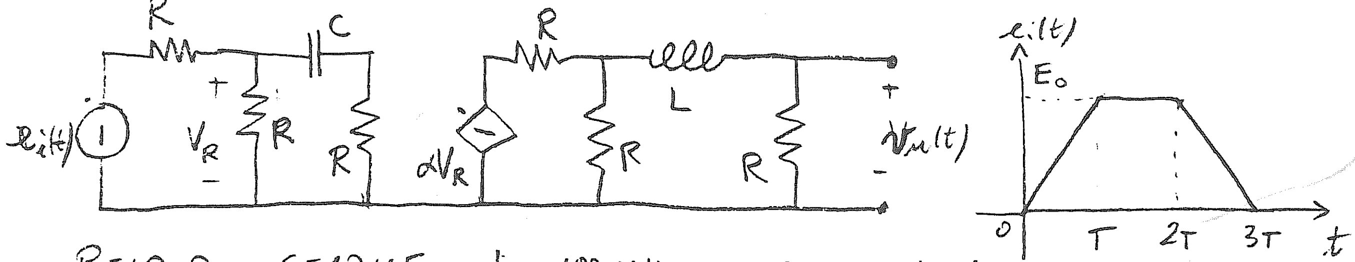
$$\boxed{\begin{aligned} P &= 1.32 \ KW \\ Q &= 3.6 \ KVAR \end{aligned}}$$

Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (Test A)
(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 14/02/03 Allievo: ....

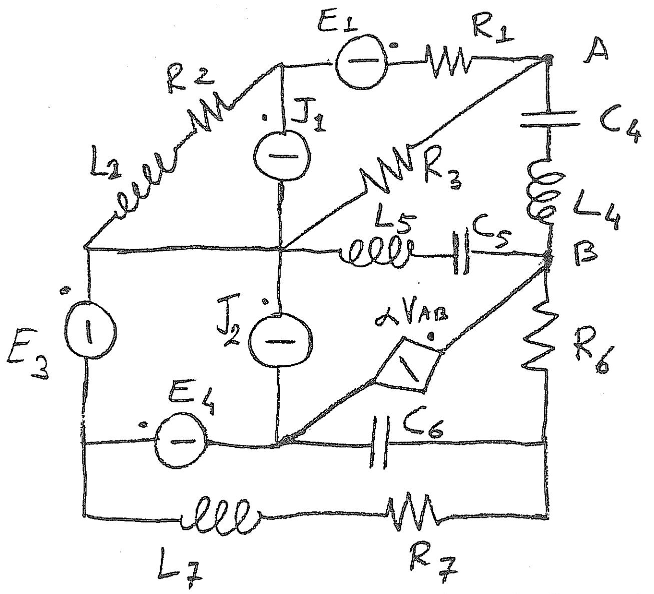
1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione Vu per t>0 quando il circuito è sollecitato dalla forma d'onda in ingresso indicata in figura.



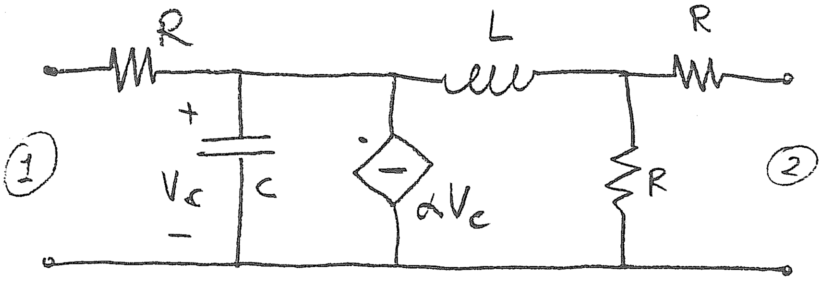
$R = 10\,\Omega$ $C = 10\,\mu F$ $L = 100\,\mu H$ $\alpha = 2$ $E_0 = 10\,V$

$T = 5\,ms$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice di ammettenza.



$R = 5\,\Omega$ $C = 100\,\mu F$ $L = 10\,mH$ $\alpha = 7$

$\omega = 500$ rad/sec

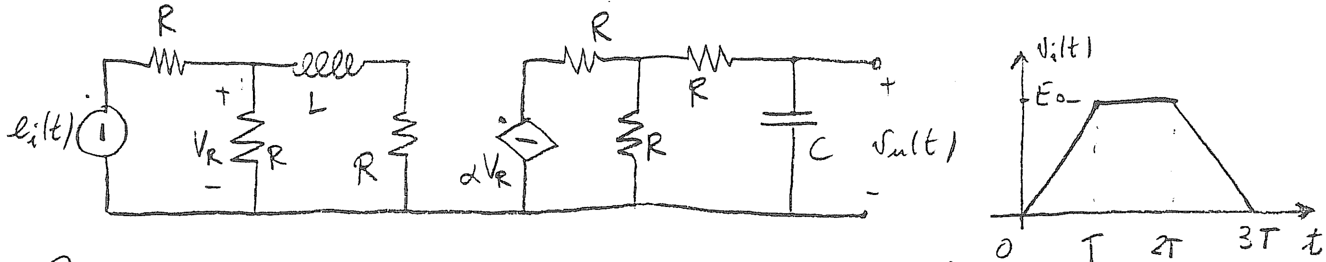
Prova scritta di Elettrotecnica (Testo B)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

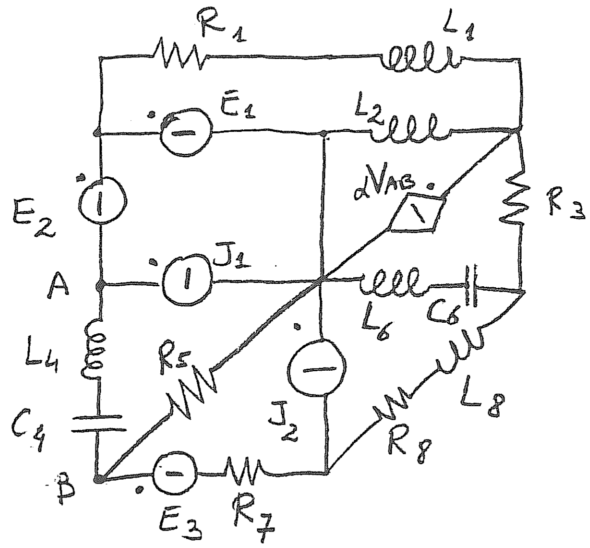
Pisa 14/02/03 Allievo: ....

1) b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione Vu per t>0 quando il circuito è sollecitato dalla forma d'onda in ingresso indicata in figura.

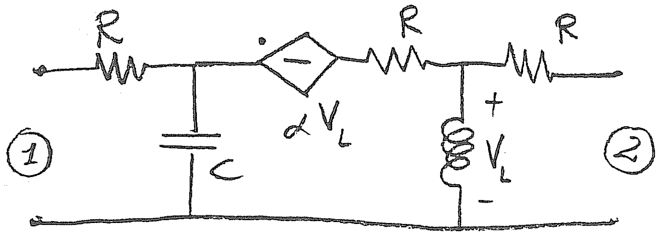


$R = 10\,\Omega$ $C = 10\,\mu F$ $L = 100\,\mu H$ $\alpha = 2$ $E_0 = 10\,V$
$T = 5\,ms.$

2) b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.

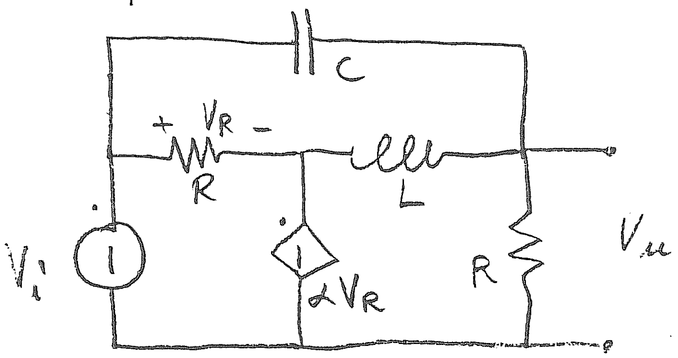


3) b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice di ammettenza.



$R = 5\,\Omega$ $C = 100\,\mu F$ $L = 10\,mH$ $\alpha = 7$
$\omega = 500$ rad/sec

4) Determinare la funzione di trasferimento Vu/Vi per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



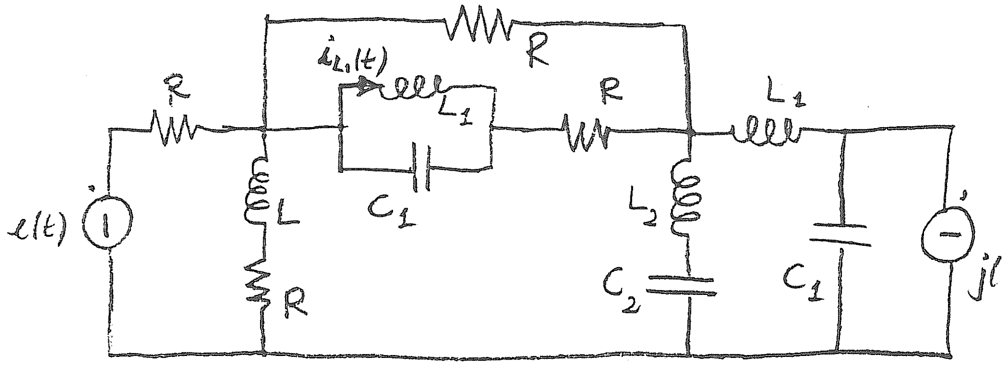
$R = 10\ \Omega$

$C = 100\ \mu F$

$L = 1\ mH$

$\alpha = 8$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della corrente $i_{L_1}(t)$ e l'energia elettromagnetica magnetica media immagazzinata nel gruppo L_2 C_2.



$e(t) = 100 \operatorname{sen}(1000t + \frac{\pi}{4})$

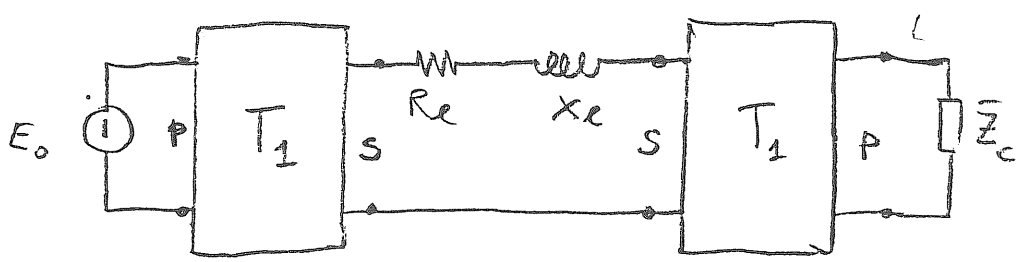
$j(t) = 5 \operatorname{sen}(500t + \frac{\pi}{3})$

$L_1 = 10 mH$, $C_1 = 100 \mu F$

$L_2 = 20 mH$, $C_2 = 200 \mu F$

$R = 10 \Omega$ $L = 25 mH$

6) Nel sistema monofase contenente due trasformatori identici come indicato in figura determinare la potenza attiva e quella reattiva sulla linea ($\overline{Z}_l = 0.1 + j0.3$) quando il secondario del tasformatore più a valle è collegato all'inpedenza di carico $\overline{Z}_c = 0.8 + j0.4$ ed il sistema è alimentato alla tensione Eo=220 V. Si discuta inoltre la dipendenza del risultato calcolato dal rapporto spire dei trasformatori.



$V_{10} = 220\ V$ $I_{10} = 0.8 A$ $P_{10} = 30 W$

$V_{1cc} = 15 V$ $I_{1cc} = 12 A$ $P_{1cc} = 50 W$

$N_1/N_2 = 0.01$

Prova scritta del 14/02/03 (T)

Esercizio 1a

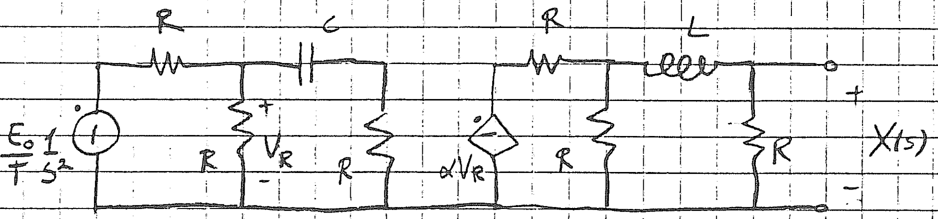
La forma d'onda $e_i(t)$ può essere riscritta come:

$$e_i(t) = \frac{E_0}{T}\Big[\,t\,u(t) - (t-T)u(t-T) - (t-2T)u(t-2T) + (t-3T)u(t-3T)\Big]$$

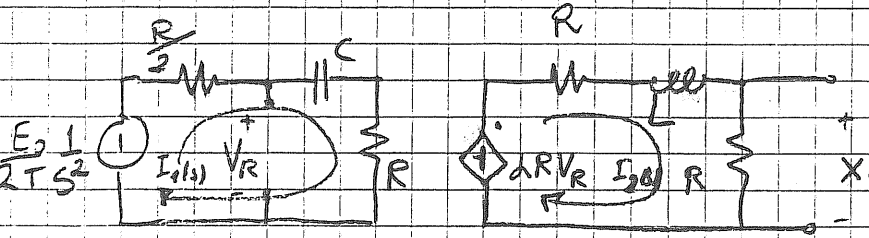
Essendo il circuito lineare e tempo invariante basta determinare la risposta $x(t)$ alla sollecitazione $\frac{E_0}{T}\,t\,u(t)$ e utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti.

Le condizioni iniziali sono tutte nulle.

Il circuito trasformato è:



Utilizzando il teorema di Thevenin nella parte sinistra e trasformando il generatore di corrente controllato in uno di tensione nella parte destra del circuito si ha:



$$V_R(s) = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_1(s)$$

$$I_1(s) = \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{s^2}}{\frac{3R}{2} + \frac{1}{Cs}}$$

$$V_R(s) = \frac{RCs+1}{\cancel{Cs}} \cdot \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{s^2}}{\frac{3RCs+2}{2\cancel{Cs}}} = \frac{E_0}{2T}\,\frac{1}{s^2}\,\frac{RCs+1}{3RCs+1}$$

14/02/03 2

$$I_2(s) = \frac{\alpha R V_R}{2R + Ls}$$

$$X(s) = R I_2(s) = \frac{\alpha R^2}{2R + Ls} \cdot \frac{E_0}{2T} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{RCs + 1}{3RCs + 2} =$$

$$= \frac{E_0}{2T} \alpha R^2 \frac{RCs + 1}{s^2 (Ls + 2R)(3RCs + 2)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T} \alpha R^2 \frac{\cancel{RC}}{L \cdot 3\cancel{RC}} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 \left(s + \frac{2R}{L}\right)\left(s + \frac{2}{3RC}\right)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T} \frac{\alpha R^2}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 \left(s + \frac{2R}{L}\right)\left(s + \frac{2}{3RC}\right)} =$$

$$= 2 \cdot 10^9 \frac{s + 10^4}{s^2 (s + 2 \cdot 10^5)(s + 6.67 \cdot 10^3)} =$$

$$= k \frac{s + s_{z_1}}{s^2 (s + s_{p_1})(s + s_{p_2})}$$

Per antitrasformare occorre scomporre in fratti semplici:

$$X(s) = k \left[\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s + s_{p_1}} + \frac{D}{s + s_{p_2}} \right]$$

$$A = \left. \frac{s + s_{z_1}}{(s + s_{p_1})(s + s_{p_2})} \right|_{s=0} = 7.5 \cdot 10^{-6}$$

$$B = \left. \frac{d}{ds} \left[\frac{s + s_{z_1}}{(s + s_{p_1})(s + s_{p_2})} \right] \right|_{s=0} =$$

$$= \left. \frac{(s + s_{p_1})(s + s_{p_2}) - (s + s_{z_1})[(s + s_{p_1}) + (s + s_{p_2})]}{(s + s_{p_1})^2 (s + s_{p_2})^2} \right|_{s=0} = -4.125 \cdot 10^{-10}$$

14/02/03

3

$$C = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p1}} = 2.457\cdot 10^{-11}$$

$$D = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p2}} = 3.873\cdot 10^{-10}$$

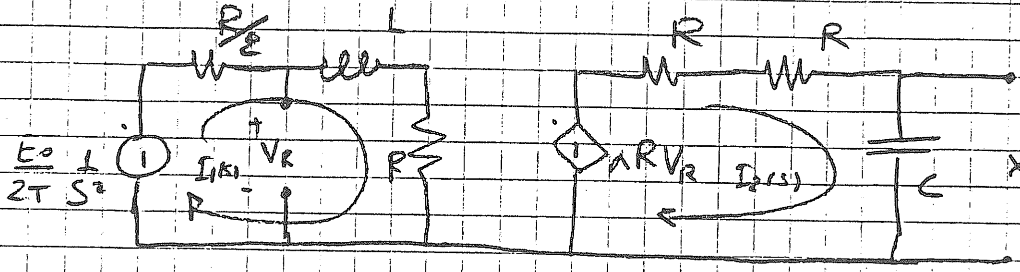
$$x(t) = \left[7.5\cdot 10^{3}\, t - 0.4125 + 0.0246\cdot e^{-2\cdot 10^{5} t} + 0.3873\cdot e^{-6.667\cdot 10^{3} t}\right] u(t)$$

$$v_u(t) = x(t) - x(t-T) - x(t-2T) + x(t+3T).$$

Prova scritta del 19/02/03 (4)

Esercizio 1b

Con le stesse considerazioni preliminari relative all'esercizio 1a si ottiene il circuito trasformato:



$$I_1(s) = \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{s^2}}{\frac{3}{2}R + Ls}$$

$$V_R(s) = (R+Ls)I_1(s) = \frac{E_0}{2T}\frac{1}{s^2}\frac{R+Ls}{\frac{3}{2}R+Ls}$$

$$X(s) = \frac{1}{Cs}I_2(s) = \frac{1}{Cs}\frac{\alpha R V_R}{2R+\frac{1}{Cs}} =$$

$$= \frac{1}{\cancel{Cs}}\frac{\alpha R}{\frac{2RCs+1}{\cancel{Cs}}}V_R = \frac{\alpha R}{2RCs+1}\frac{E_0}{2T}\frac{1}{s^2}\frac{R+Ls}{\frac{3}{2}R+Ls} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\alpha R\frac{R+Ls}{s^2(2RCs+1)(Ls+\frac{3}{2}R)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\alpha \cancel{R}\frac{\cancel{L}\left(s+\frac{R}{L}\right)}{2\cancel{R}C\cdot \cancel{L}\, s^2\left(s+\frac{1}{2RC}\right)\left(s+\frac{3}{2}\frac{R}{L}\right)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\frac{\alpha}{2C}\frac{s+\frac{R}{L}}{s^2\left(s+\frac{1}{2RC}\right)\left(s+\frac{3}{2}\frac{R}{L}\right)} =$$

$$= K\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p1})(s+s_{p2})}$$

$K = 1\cdot10^8$ $\quad s_{z1} = 1\cdot10^5$

$s_{p1} = 5\cdot10^3$ $\quad s_{p2} = 1.5\cdot10^5$

per poter antitrasformare occorre scomporre in fratti semplici

$$X(s) = k\left[\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+s_{p1}} + \frac{D}{s+s_{p2}}\right]$$

14/02/03

5

$$A = \left.\frac{s+s_{z1}}{(s+s_{p1})(s+s_{p2})}\right|_{s=0} = 1.33\cdot 10^{-4}$$

$$B = \frac{d}{ds}\left.\left[\frac{s+s_{z1}}{(s+s_{p1})(s+s_{p2})}\right]\right|_{s=0} = -2.622\cdot 10^{-8}$$

$$C = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p1}} = 2.6207\cdot 10^{-8}$$

$$D = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p1})}\right|_{s=-s_{p2}} = 1.533\cdot 10^{-11}$$

$$x(t) = \left[1.33\cdot 10^{4}t - 2.6222 + 2.6207\,e^{-5\cdot 10^{3}t} + 1.5\cdot 10^{3}\,e^{-1.5\cdot 10^{5}t}\right]u(t)$$

$$v_u(t) = x(t) - x(t-T) - x(t-2T) + x(t-3T)$$

Prova scritta del 14/02/03 ; Esercizio 2a

6

Nel circuito assegnato sono presenti: 7 nodi, 13 rami, 3 generatori ideali di corrente e 2 generatori ideali di tensione; un terzo generatore reale di tensione (E_1 con in serie la resistenza R_1) è presente nella rete.

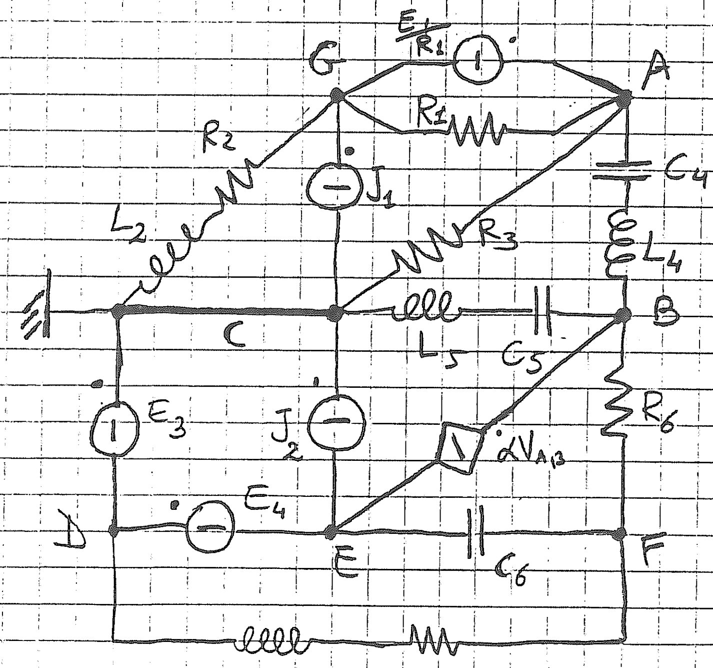
Il numero di equazioni alle maglie è

$$n_{maglie} = 13 - 7 + 1 - 3 = 4$$

Il numero di equazioni ai nodi (trasformando E_1 nel suo equivalente di corrente) è:

$$n_{nodi} = 7 - 1 - 2 = 4$$

Analizziamo il circuito con quest'ultimo metodo:



Assumendo il nodo C come riferimento per le tensioni si ha:

A) $$\frac{\dot E_1}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{\frac{1}{j\omega C_4}+j\omega L_4}\right)\dot V_A - \frac{1}{j\omega L_4+\frac{1}{j\omega C_4}}\dot V_B - \frac{1}{R_1}\dot V_G$$

B) $$\alpha \dot V_{AB} = -\frac{1}{j\omega L_4+\frac{1}{j\omega C_4}}\dot V_A + \left(\frac{1}{j\omega L_4+\frac{1}{j\omega C_4}}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{j\omega L_5+\frac{1}{j\omega C_5}}\right)\dot V_B +$$
$$-\frac{1}{R_6}\dot V_F$$

D) $$\dot V_D = -\dot E_3$$

E) $$\dot V_E = -\dot E_3 - \dot E_4$$

F) $$0 = -\frac{1}{R_6}\dot V_B - \frac{1}{R_7+j\omega L_7}\dot V_D - j\omega C_6 \dot V_E +$$
$$+\left(\frac{1}{R_6}+j\omega C_6+\frac{1}{R_7+j\omega L_7}\right)\dot V_F$$

G) $$\dot J_1 - \frac{\dot E_1}{R_1} = -\frac{1}{R_1}\dot V_A + \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+j\omega L_2}\right)\dot V_G$$

$$\dot V_{AB} = \dot V_A - \dot V_B$$

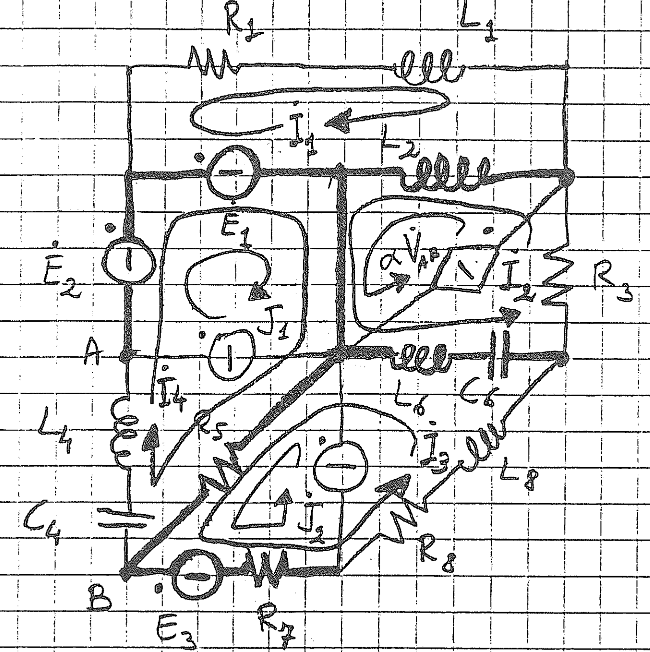
Prova scritta del 14/02/03

8

Esercizio 2b

Valgono le stesse considerazioni preliminari fatte per l'esercizio 2a.

Analizziamo il circuito con il metodo delle correnti di maglia.



Utilizzando l'albero evidenziato in figura si ha:

$$\dot{E}_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_2\right)\dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \alpha \dot{V}_{AB}$$

$$0 = j\omega L_2 \dot{I}_1 + \left(R_3 + j\omega L_2 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{I}_2 + \\ - \left(j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{I}_3 + j\omega L_2 \alpha \dot{V}_{AB}$$

$$-\dot{E}_3 = -\left(j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{I}_2 + \left(R_8 + j\omega L_8 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + R_5 + R_7\right)\dot{I}_3 + \\ + R_5 \dot{I}_4 + \left(R_5 + R_7\right)\dot{J}_2$$

$$E_2 + E_1 = R_5 \dot{I}_3 + \left(j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4} + R_5\right)\dot{I}_4 + R_5 \dot{J}_2$$

$$\dot{V}_{AB} = -\left(j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)\dot{I}_4$$

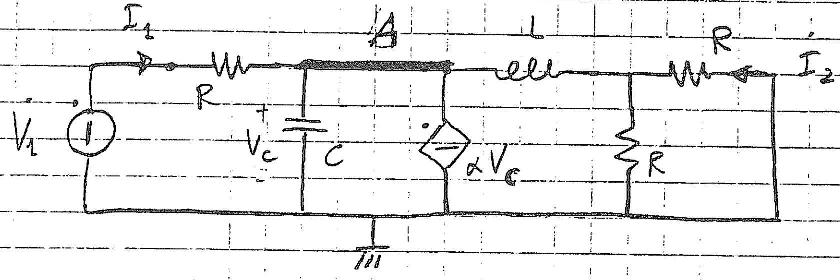
Prove scritte del 15/02/03

Esercizio 3 a

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$



La resistenza equivalente $\frac{R}{2}$ è in serie ad L

L'equazione al nodo A $(\dot V_A = \dot V_c)$ è:

$$\alpha \dot V_c = \dot V_c \left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L} \right) - \frac{1}{R} \dot V_1$$

$$\frac{1}{R} \dot V_1 = \dot V_c \left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{2}{R + j2\omega L} - \alpha \right)$$

$$\frac{1}{\cancel{R}} \dot V_1 = \dot V_c \, \frac{R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L) + 2R}{\cancel{R}(R + j2\omega L)}$$

$$\dot V_c = \dot V_1 \, \frac{R + j2\omega L}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

$$\dot I_1 = \frac{\dot V_1 - \dot V_c}{R} = \frac{1}{R}(\dot V_1 - \dot V_c) = \dot V_1 \frac{1}{R} \, \frac{(j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L) + 2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

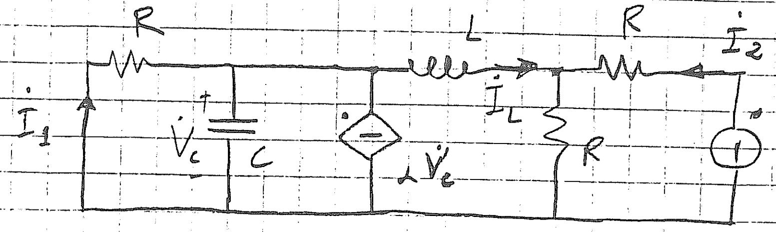
$$\dot I_2 = -\frac{1}{2} \, \frac{V_c}{\frac{R}{2} + j\omega L} = -\frac{\dot V_1}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

14/02/03 10 B

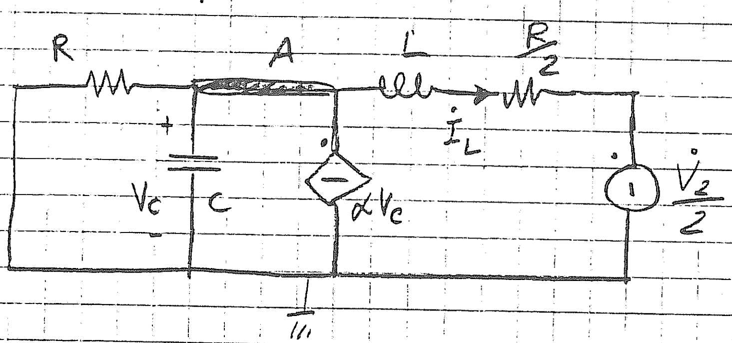
$$\dot{I}_1 = (0.206 - j0.0001)\dot{V}_1 \qquad \dot{I}_2 = (0.0012 - j0.0024)\dot{V}_1$$

$$\bar{Y}_{11} = 0.206 - j0.0001 \ \mho \qquad \bar{Y}_{21} = 0.0012 - j0.0024 \ \mho$$

$$\bar{Y}_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0} \qquad \bar{Y}_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0}$$



Il circuito può essere riscritto come:



Equazione al nodo A $(V_A = V_c)$

$$\alpha\dot{V}_c = \dot{V}_c\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L}\right) - \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L}\dot{V}_2$$

$$\dot{V}_2\frac{2}{R + j2\omega L} = \dot{V}_c\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{2}{R + j2\omega L} - \alpha\right)$$

$$\dot{V}_2\frac{2}{\cancel{R + j2\omega L}} = \dot{V}_c\frac{R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j2\omega L) + 2R}{R(\cancel{R + j2\omega L})}$$

$$\dot{V}_c = \dot{V}_2\frac{2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j2\omega L)} = (-0.0115 + j0.024)\dot{V}_2$$

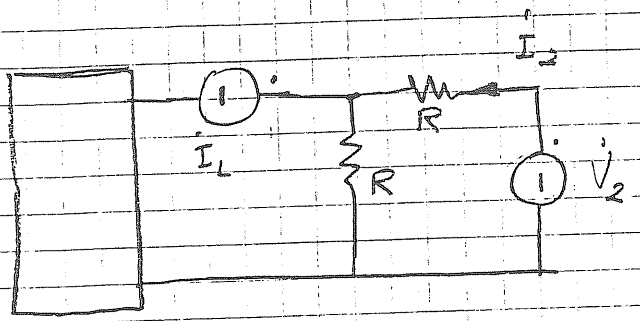
$$I_1 = -\frac{\dot{V}_c}{R} = -\dot{V}_2\frac{2}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j\omega L)} = (0.0023 + -j0.0048)\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_C - \dot{V}_2/2}{\frac{R}{2} + j\omega L} =$$

$$= \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L}\,\dot{V}_2\left(\frac{2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j2\omega L)} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$= (-0.037 + j0.084)\,\dot{V}_2$$

Usando il principio di sostituzione al circuito originario si ha:



$$\dot{I}_2 = \frac{1}{2R}\dot{V}_2 - \frac{1}{2}\dot{I}_L = (0.118 - j0.042)\,\dot{V}_2$$

$$\bar{Y}_{12} = 0.0023 - j0.0048 \quad \mho$$

$$\bar{Y}_{22} = 0.118 - j0.042 \quad \mho$$

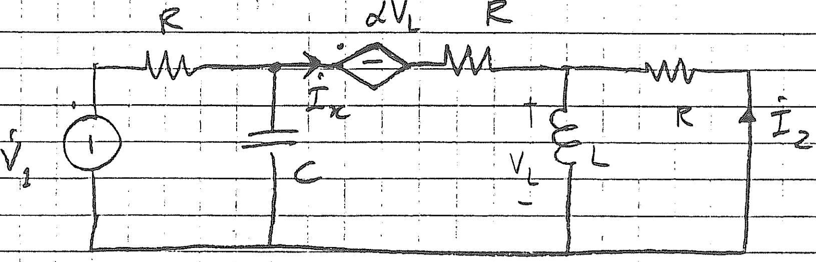
12

Prova scritta del 14/02/03

Esercizio 3b

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

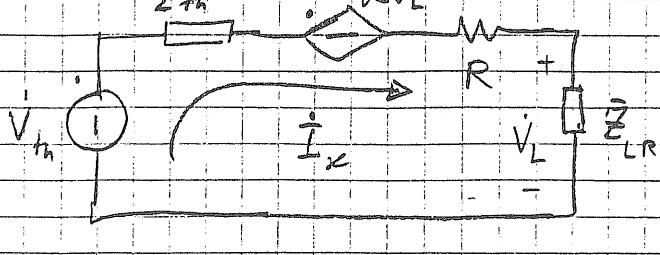


Usando il teorema di Thevenin in seguenza si ha:

$$\dot V_{th} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot V_1 = \frac{1}{1+j\omega RC}\dot V_1 = (0.94 - j0.24)\dot V_1$$

$$\bar Z_{th} = \frac{R\,\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1+j\omega RC} = 4.7 - j1.18\ \Omega$$

$$Z_{RL} = \frac{j\omega L R}{R+j\omega L} = 0.96 + j0.19\ \Omega$$



$$\dot V_L = \bar Z_{LR}\,\dot I_1$$

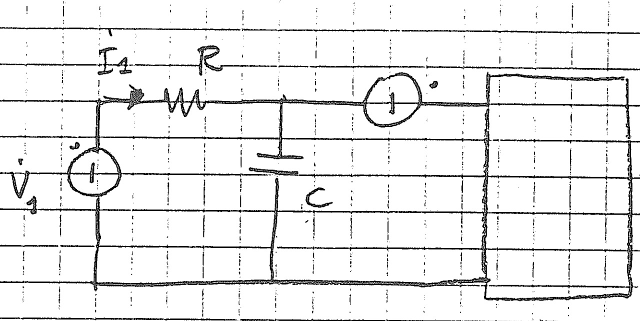
$$\dot{V}_{th} - \alpha \dot{V}_L = \left(\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} \right) \dot{I}_x$$

$$\dot{V}_{th} = \left(\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} + \alpha \bar{Z}_{RL} \right) \dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{V}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL}(\alpha + 1)} = \left(0.054 - j0.0146 \right) \dot{V}_1$$

$$\dot{I}_2 = - \dot{I}_x \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = -(0.034 + j0.0196) \dot{V}_1$$

Per il calcolo di $\dot{I}_1$ si può utilizzare il principio di sostituzione



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \dot{I}_x \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \left(0.059 + j0.021 \right) \dot{V}_1$$

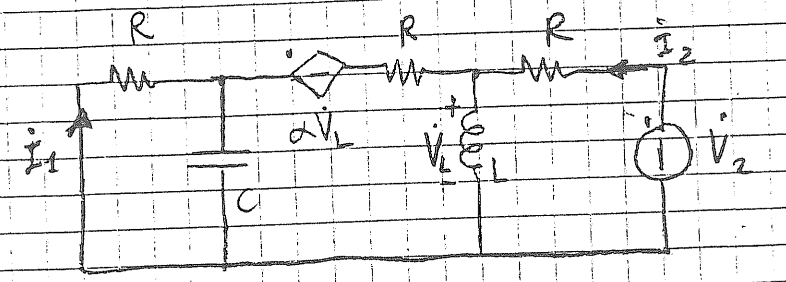
$$\bar{Y}_{11} = 0.059 + j0.021 \ \mho$$

$$\bar{Y}_{21} = -(0.034 + j0.0196) \ \mho$$

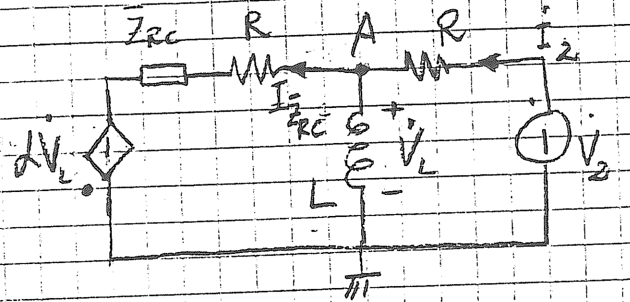
$$Y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{V_1=0} \qquad Y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{V_1=0}$$

14/02/03

14



Il circuito può essere ridisegnato, scambiando di posto αV_L con l'impedenza equivalente del parallelo fra R e C, come:



$$\bar{Z}_{RC} = \frac{R}{1+j\omega RC} = 4.7 - j1.176\ \Omega$$

L'equazione al nodo A ($V_A = V_L$)

$$0 = \dot{V}_L\left(\frac{1}{\bar{Z}_{RC}+R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}\right) + \frac{1}{\bar{Z}_{RC}+R}\,\alpha \dot{V}_L - \frac{1}{R}\dot{V}_2$$

$$\frac{1}{R}\dot{V}_2 = \dot{V}_L\left(\frac{\alpha+1}{\bar{Z}_{RC}+R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}\right)$$

$$\dot{V}_L = \dot{V}_2\,\frac{1}{\cancel{R}}\,\frac{j\omega L\cancel{R}(\bar{Z}_{RC}+R)}{(\alpha+1)j\omega LR + R(\bar{Z}_{RC}+R) + j\omega L(\bar{Z}_{RC}+R)} = (0.442 + j\,220)\,\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_2 - \dot{V}_L}{R} = (0.112 - j\,0.044)\,\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_{\bar{Z}_{RC}} = \frac{\dot{V}_2 + \alpha\dot{V}_L}{R + \bar{Z}_{RC}} = (0.338 + j\,0.222)\,\dot{V}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_{\bar{Z}_{RC}} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = -\dot{I}_{\bar{Z}_{RC}} \frac{1}{1 + j\omega RC} =$$

$$= -(0.37 + j0.13)\dot{V}_2$$

$$\bar{Y}_{12} = -(0.37 + j\,0.13) \quad \mho$$

$$\bar{Y}_{22} = 0.112 - j\,0.044 \quad \mho$$

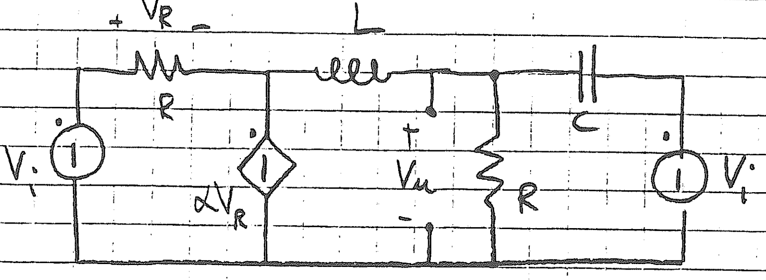
CS

a.c.

Prova scritta del 14/02/03

Esercizio n°4

Il generatore V_i può essere sdoppiato.



Dalla maglia più a sinistra si ha:

$$V_R = V_i - \alpha V_R \qquad V_R = \frac{1}{1+\alpha} V_i$$

Il teorema di Millmann (analisi nodale) applicato alla parte destra consente di scrivere:

$$V_u = \frac{\frac{1}{Ls}\alpha V_R + sC V_i}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} + Cs} = \frac{\frac{1}{Ls}\frac{\alpha}{1+\alpha} + sC}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} + Cs} V_i =$$

$$= \frac{\frac{\alpha + LC(1+\alpha)s^2}{(1+\alpha)\cancel{Ls}}}{\frac{R + Ls + LCRs^2}{R\cancel{Ls}}} V_i = \frac{R}{1+\alpha}\,\frac{LC(1+\alpha)s^2 + \alpha}{LCRs^2 + Ls + R} V_i$$

$$W(s) = \frac{V_u}{V_i} = \cancel{\frac{R}{1+\alpha}}\,\cancel{\frac{LC(1+\alpha)}{RLC}}\,\frac{s^2 + \frac{\alpha}{1+\alpha}\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

$$= \frac{s^2 + \frac{\alpha}{1+\alpha}\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{s^2 + 8.8889\cdot 10^6}{s^2 + 1000s + 10^7} =$$

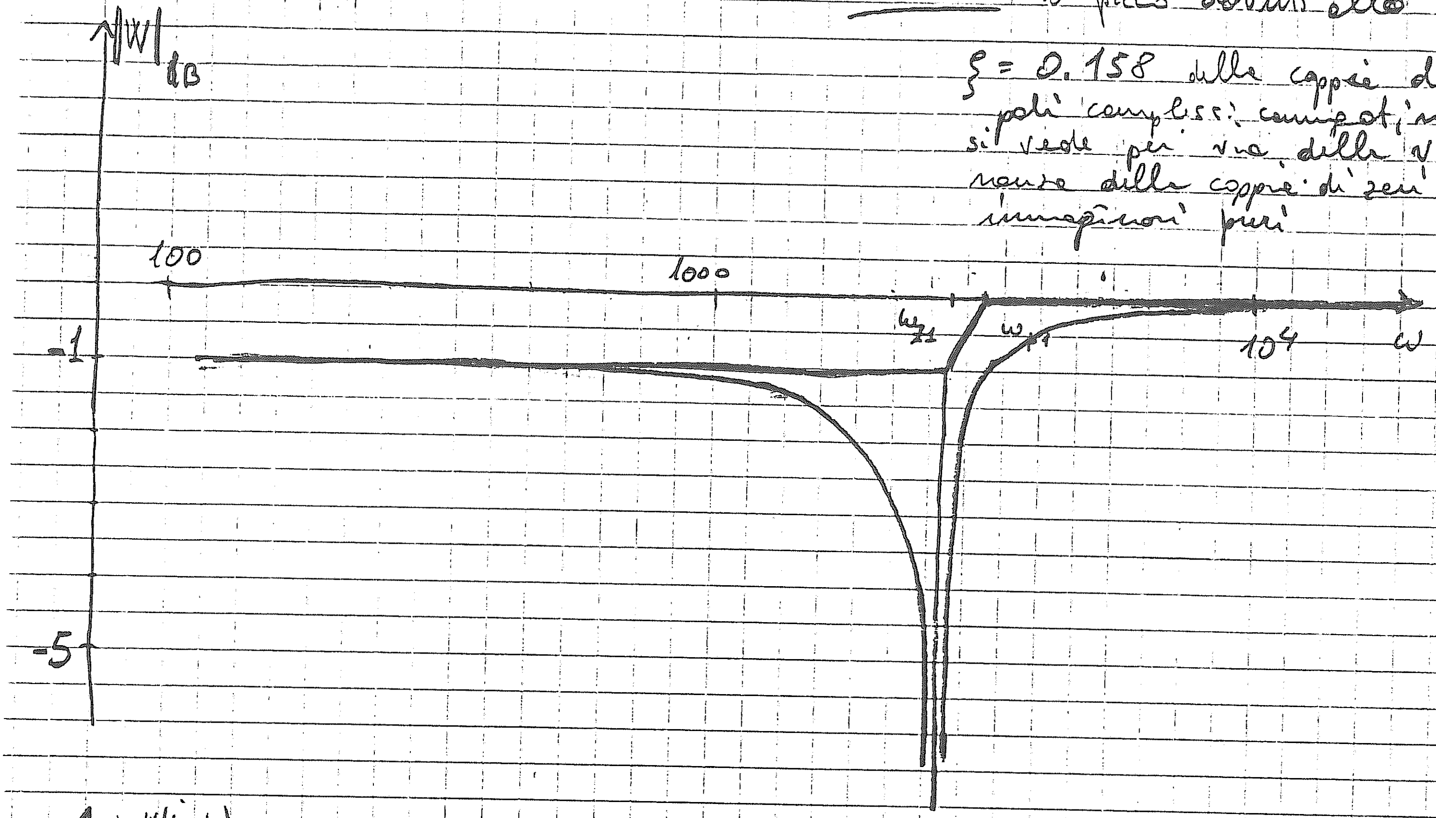
$$= \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + 2\xi_{p1}\omega_{p1}s + \omega_{p1}^2}$$

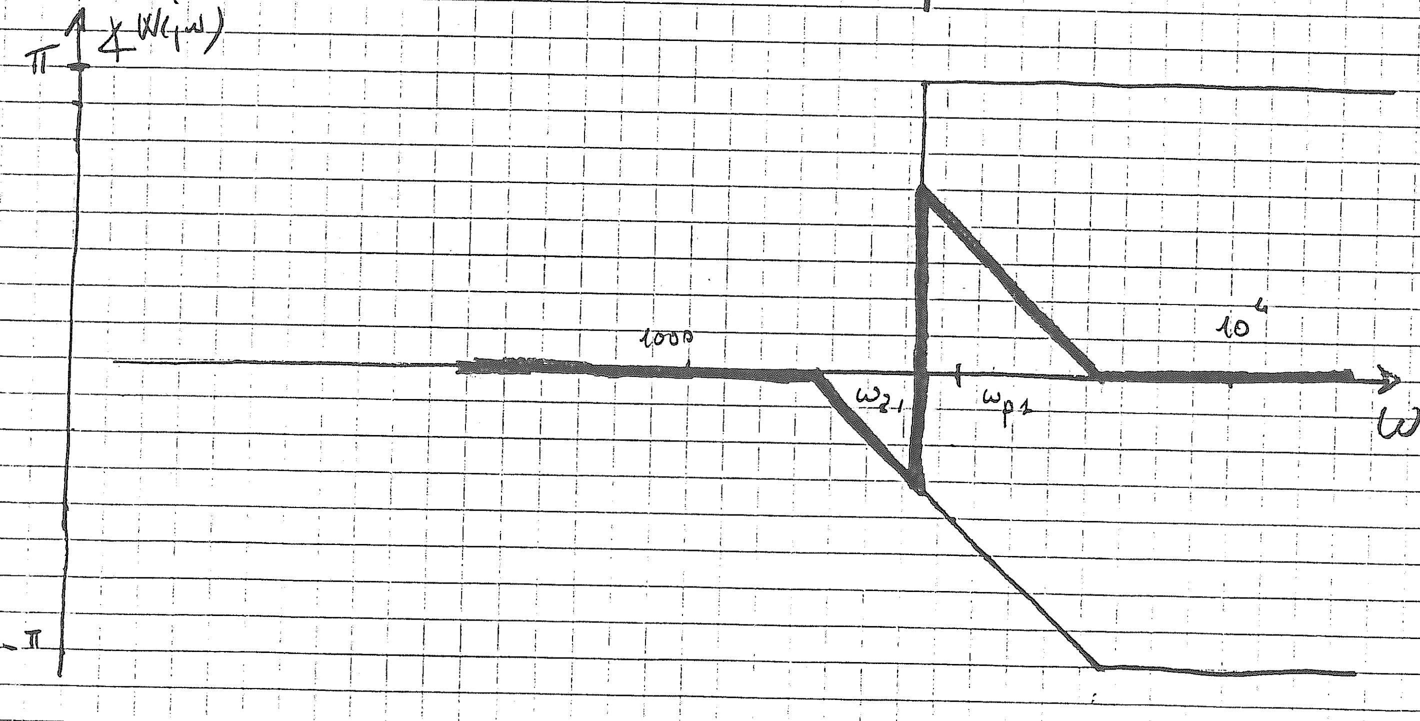
$\omega_{z1} = 2.98\cdot 10^3$

$\omega_{p1} = 3.162\cdot 10^3$

$\xi_{p1} = 0.158$

N.B. il picco dovuto alla $\xi = 0.158$ della coppia di poli complessi coniugati non si vede per via della vicinanza della coppia di zeri immaginari puri





Prova scritta del 14/02/03

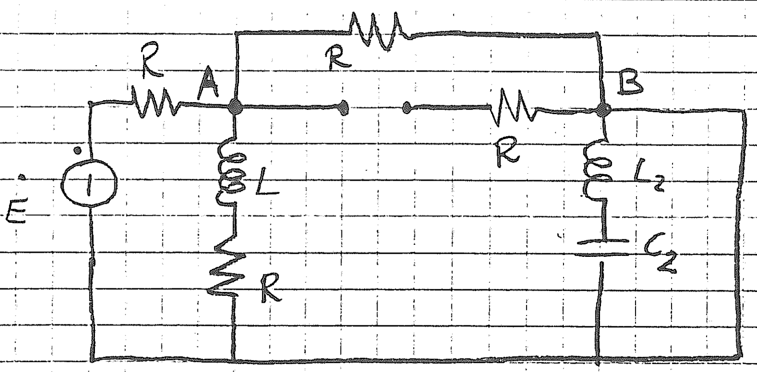
(18)

Esercizio 5

I generatori che sollecitano la rete hanno pulsazioni diverse. Si utilizza il principio di sovrapposizione degli effetti.

Agisce $e(t)$ (pulsazione 1000 rad/sec)

I gruppi $L_1 C_1$ serie e parallelo sono in risonanza comportandosi agli effetti esterni come un corto circuito e come un circuito aperto.



$$\dot{E} = 100\, e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{1000} = 0 \qquad \dot{V}_{C_2}^{1000} = 0$$

Per il calcolo di $\dot{I}_{L_1}^{1000}$ occorre calcolare $\dot{V}_{L_1}^{1000} = \dot{V}_{AB}^{1000}$.

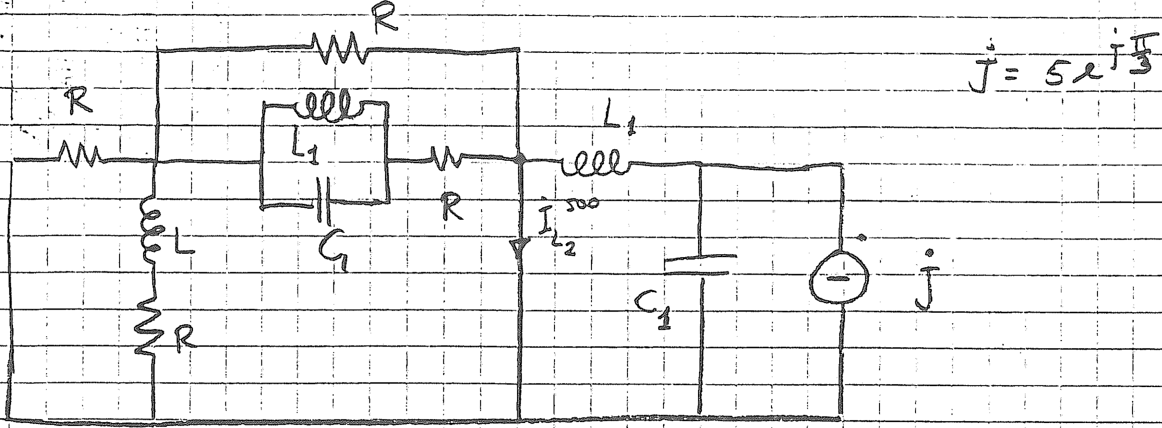
Detta

$$\bar{Z}_1 = \left.\frac{(R + j\omega L)R}{2R + j\omega L}\right|_{\omega = 1000} = 8.05 + j\,2.44 \ \Omega$$

$$\dot{V}_{AB}^{1000} = \dot{E}\,\frac{\bar{Z}_1}{R + \bar{Z}_1} = 27.04 + j\,37.44 \ \text{V}$$

$$\dot{I}_{L_1}^{1000} = \frac{\dot{V}_{L_1}^{1000}}{j\omega L_1} = 3.74 - j\,2.70 \ \text{A}$$

Agisce $j(t)$ (pulsazione $\omega = 500$ rad/sec)



Il gruppo $L_2 C_2$ è in risonanza serie, comportandosi agli effetti esterni da corto circuito.

$$\dot{I}_{L_1}^{500} = \emptyset$$

$$\dot{I}_{L_2}^{500} = \dot{J} \left. \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \right|_{\omega=500} = 3.33 + j\,5.77 \text{ A}$$

$$i_{L_1}(t) = 4.62 \sin(1000t - 0.6255) \text{ A}$$

$$W_{L_2C_2} = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} L_2 \left(\frac{I_{L_2}^{500}}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] = 0.444 \text{ J}$$

Essendo il gruppo $L_2 C_2$ in risonanza (serie) la sua energia media può essere valutata moltiplicando per due quella immagazzinata in uno solo degli elementi reattivi.

Prova scritta del 14/02/03

20

Esercizio n° 6

Determinazione circuito equivalente del trasformatore

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 1.86 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$Y_m = \frac{V_{10}}{I_{10}} = 3.63 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 3.12 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$\bar{Y}_m = G_m - j\,B_m$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = 141 + j\,236.5\ \Omega$$

$$R_{cc} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = 0.35\ \Omega$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{1cc}} = 1.25\ \Omega$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = 1.2\ \Omega$$

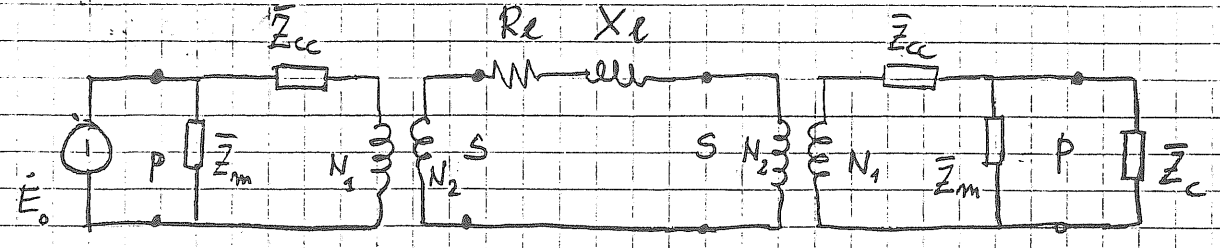
$$\bar{Z}_{cc} = 0.35 + j\,1.2\ \Omega$$

Dal testo si vede che il trasformatore a destra (identico a quello a sinistra) è alimentato dal lato secondario, mentre il carico è collegato fra i morsetti del primario.

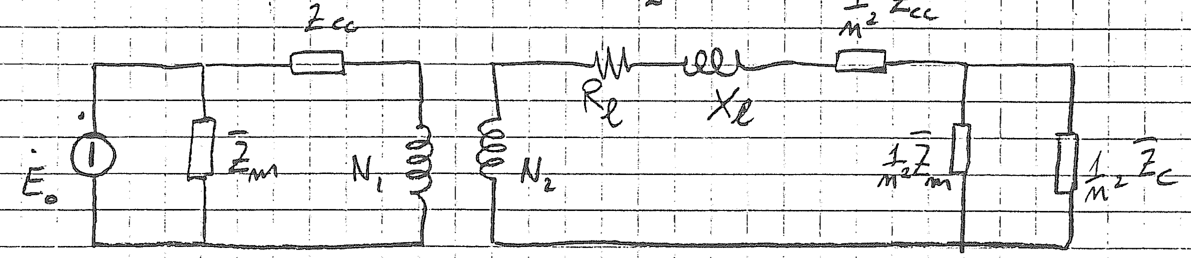
Nel testo gli avvolgimenti primari sono contrassegnati con "p"; quelli secondari con "s".

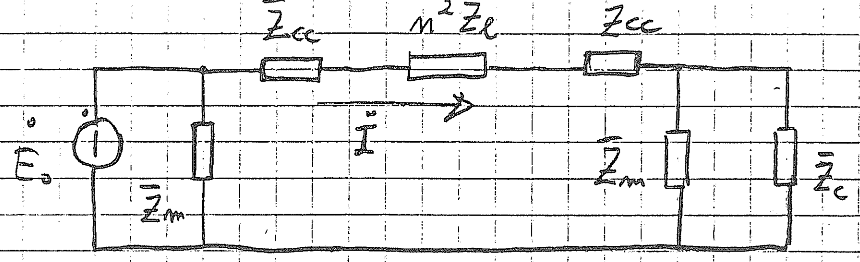
21

Il circuito equivalente del sistema è:



$$\dot{E}_0 = 220 \cdot e^{j0} \qquad n = \frac{N_1}{N_2}$$





Le impedenze $\bar{Z}_m$ possono essere trascurate

$$\dot{I} \simeq \frac{\dot{E}_0}{2\bar{Z}_{cc} + n^2\bar{Z}_\ell + \bar{Z}_c} = \frac{\dot{E}_0}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_\ell) + j(2X_{cc} + X_c + n^2X_\ell)}$$

$$I^2 = \frac{E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_\ell)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_\ell)^2}$$

$$P_\ell = n^2R_\ell I^2 = \frac{n^2R_\ell E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_\ell)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_\ell)^2}$$

$$Q_\ell = n^2X_\ell I^2 = \frac{n^2X_\ell E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_\ell)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_\ell)^2}$$

Dall'esame delle relazioni scritte si vede che le potenze impegnate sulla linea possono essere ridotte scegliendo n opportunamente piccolo.
Scegliere $n < 1$ significa far funzionare il primo trasformatore come "elevatore" di tensione ed il secondo come "riduttore", ottenendo così una tensione sul carico $\bar{Z}_c$ approssimativamente uguale a E_o ma con una riduzione delle correnti, e quindi delle perdite, sulla linea.

$$P_l = 0.048 \ W$$

$$Q_l = 0.144 \ VAR$$