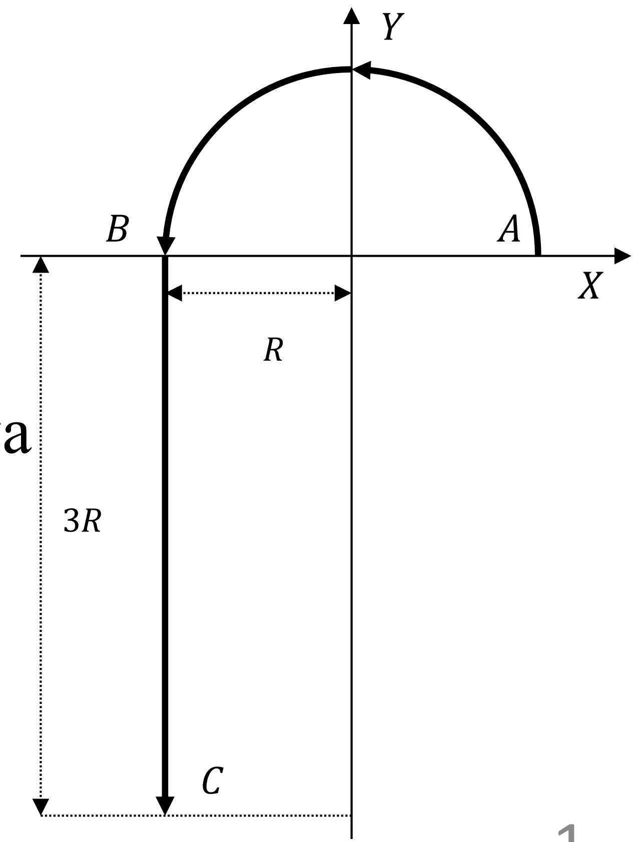
Esercizio 8). Un'automobile, che si muove nel piano xy, parte a $t = t_0 = 0$ dal punto $A = (R, 0)$ e percorre in verso antiorario la semicirconferenza di raggio $R = 1\ \text{km}$ e centro O fino al punto $B = (-R, 0)$. Poi prosegue in linea retta fino al punto C di coordinate $C = (-R, -3R)$ che raggiunge al tempo $t = t_f$; durante tutto il moto la velocità ha un modulo costante $V_0 = 20\ \text{m/s}$.

Calcolare:

i) $\int_0^{t_f} |\vec{V}| dt'$



Risposta.

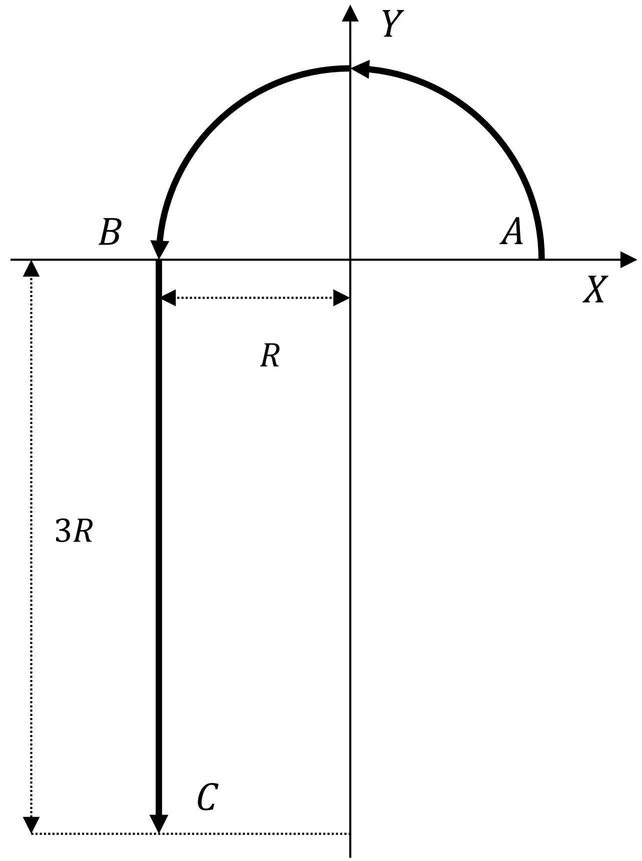
Questo integrale è per definizione la lunghezza della traiettoria $\Longrightarrow$

$$\int_0^{t_f} |\vec{V}| dt = \int_{\vec{R}(0)}^{\vec{R}(t_f)} |d\vec{R}| = \int_A^B |d\vec{R}| + \int_B^C |d\vec{R}|$$

$$= (\pi + 3)R = 6.14\ \text{km}$$

ii) Calcolare $\int_0^{t_f} \vec{V} dt$

Risposta.
Questo integrale, sempre per definizione, è lo spostamento dal punto iniziale a quello finale, per cui:



$$\int_0^{t_f} \vec{V} dt = \int_{\vec{R}(0)}^{\vec{R}(t_f)} d\vec{R} = \vec{R}(t_f) - \vec{R}(0) =$$

$$(-R, -3R) - (R, 0) = (-2R, -3R) =$$

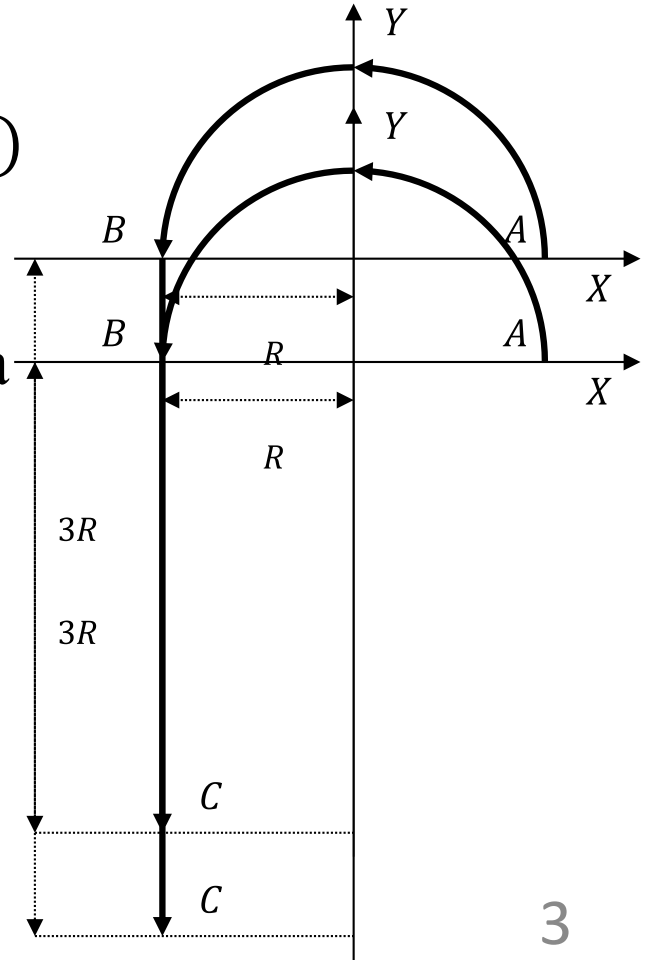
$$-R(2\hat{x} + 3\hat{y})$$

iii) Calcolare $\int_0^{t_f} \vec{a} dt$

Risposta.

Anche questo integrale ha un chiaro significato, essendo per definizione la variazione di velocità fra il punto iniziale A ed il punto finale C.

$$\int_0^{t_f} \vec{a} dt = \int_0^{t_f} \frac{d\vec{V}}{dt} dt = \int_{\vec{V}(0)}^{\vec{V}(t_f)} d\vec{V} = \vec{V}(t_f) - \vec{V}(0)$$



Poiché la velocità è sempre tangente alla traiettoria:

$\vec{V}(0) = \vec{V}_A = (0, V_0)$ e $\vec{V}(t_f) = \vec{V}_C = (0, -V_0)$

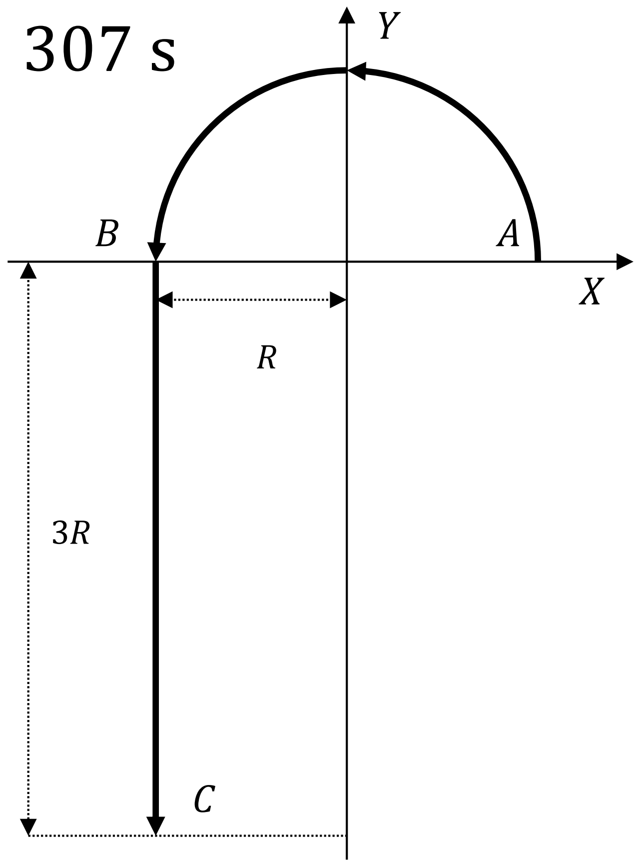
$$\int_0^{t_f} \vec{a} dt = \vec{V}(t_f) - \vec{V}(0)$$
$$= (0, -V_0) - (0, V_0) = -2V_0\hat{y}$$

iv) determinare il tempo $t_C(t_f)$ in cui l'auto raggiunge il punto C.

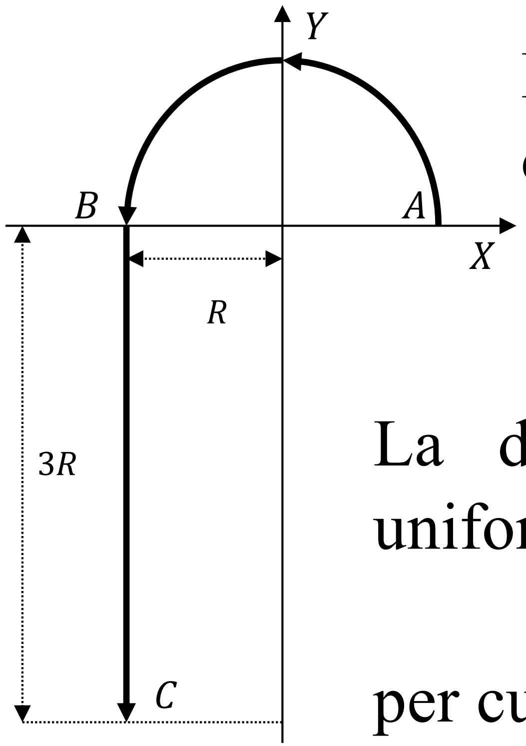
Risposta.

In base al risultato del punto i) sappiamo che la traiettoria ha lunghezza $(\pi + 3)R$. Poiché essa è percorsa a velocità costante si ha:

$$t_C = \frac{(\pi + 3)R}{V_0} = \frac{6.14\times10^3\ \text{m}}{20\ \text{m/s}} = 307\ \text{s}$$



v) determinare x(t) e *y(t)* (per $0<t<t_C$) e costruirne i grafici



L'automobile percorre inizialmente una circonferenza di moto circolare uniforme con $\omega=V_0/R$

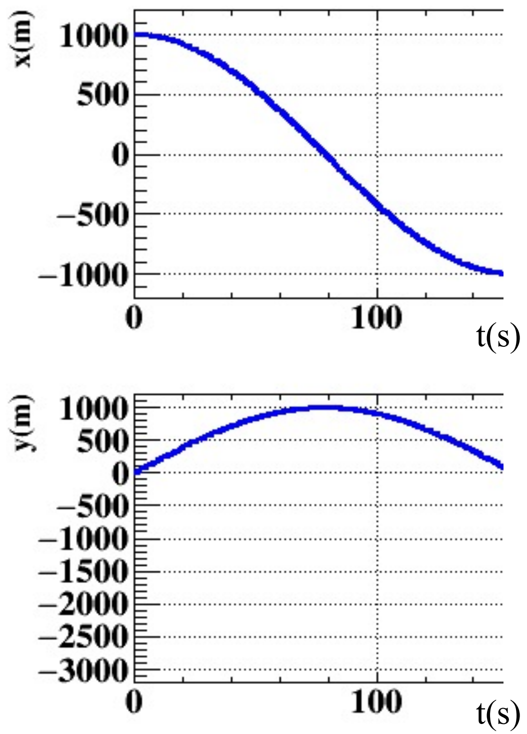
Nel primo tratto quindi le sue coordinate $x(t)$ e $y(t)$ compiono un moto armonico

La durata del tratto di moto circolare uniforme è

$$T = \frac{\pi R}{V_0}$$

per cui:

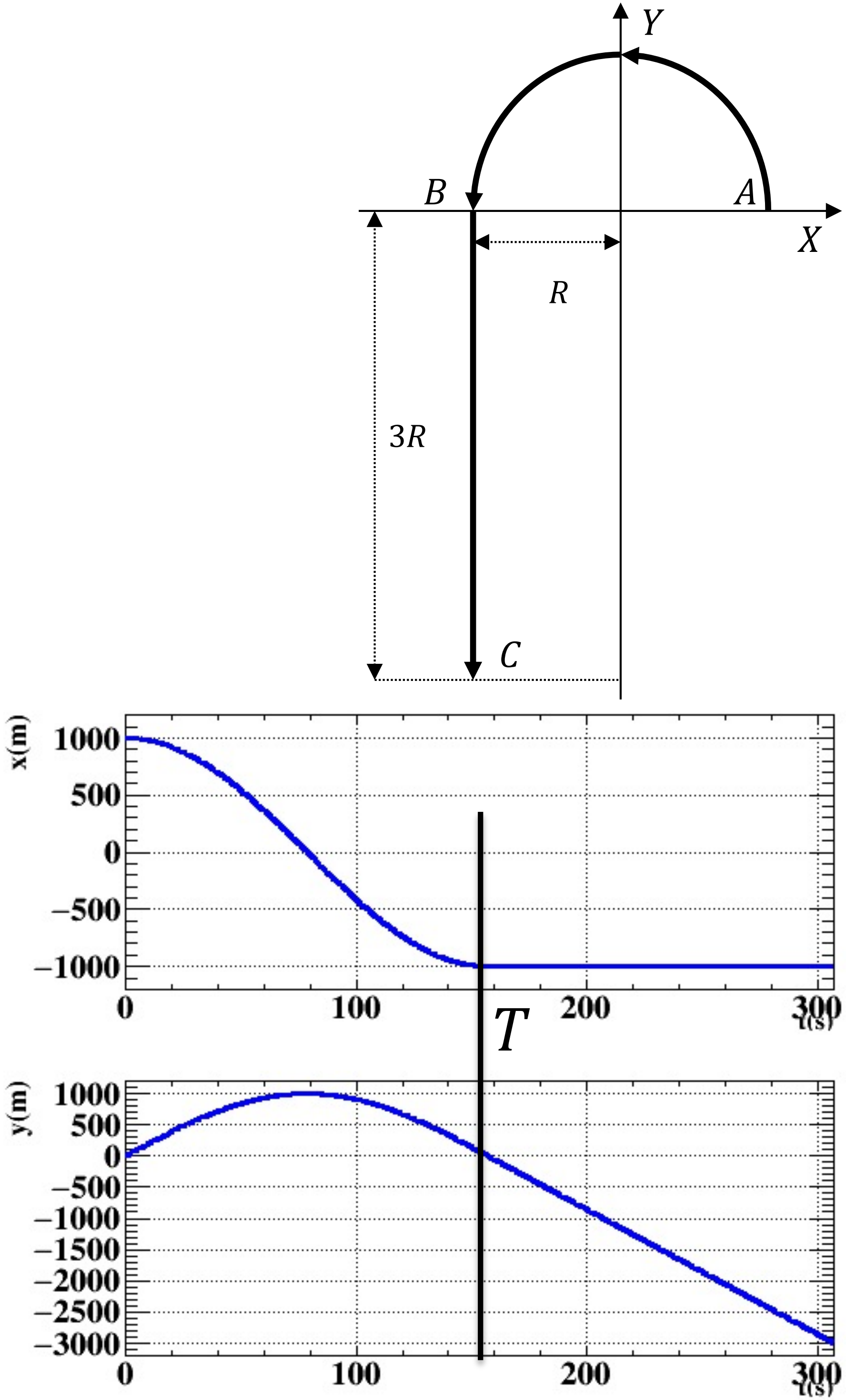
$$\text{per } 0 < t < T$$
$$\vec{R}(t) = \left(R\cos\left(\frac{V_0 t}{R}\right), R\sin\left(\frac{V_0 t}{R}\right)\right)$$



Nel tratto da B a C
la coordinata x è fissa e pari a -R mentre l'ungo l'asse y il moto è rettilineo uniforme con velocità $-V_0\hat{y}$.

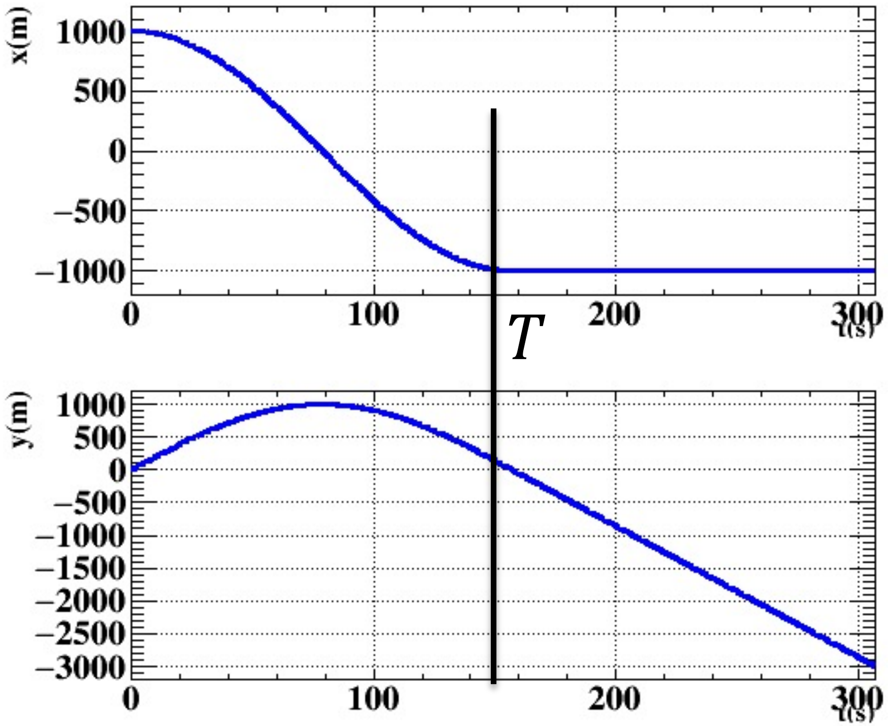
Per cui per $T < t < t_C = \frac{(3+\pi)R}{V_0}$

$$\vec{R}(t) = \left(-R, -V_0(t-T)\right)$$



Per cui riassumendo

$$\vec{R}(t) = \begin{cases} \left(R\cos\left(\frac{V_0 t}{R}\right),\ R\sin\left(\frac{V_0 t}{R}\right)\right) & per\ 0 < t < T = \frac{\pi R}{V_0} \\ \left(-R, -V_0(t-T)\right) & per\ T < t < t_C = \frac{(3+\pi)R}{V_0} \end{cases}$$



vi) determinare $|\vec{a}(t)|$

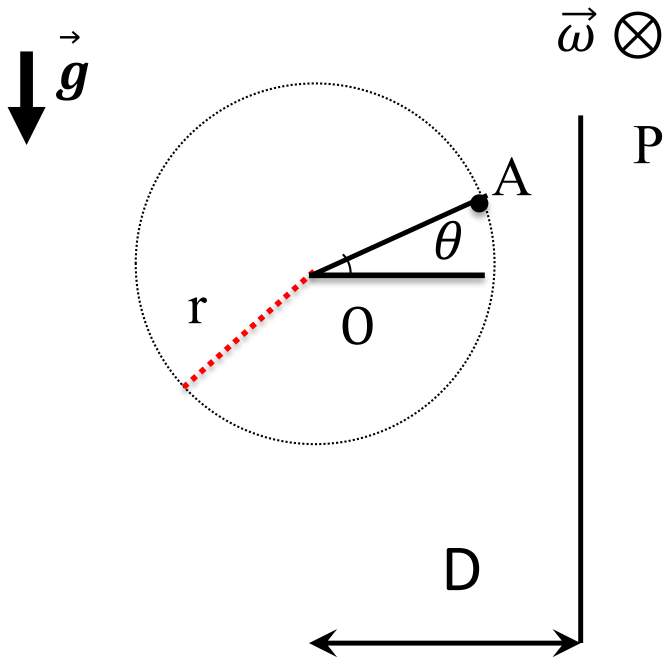
Risposta

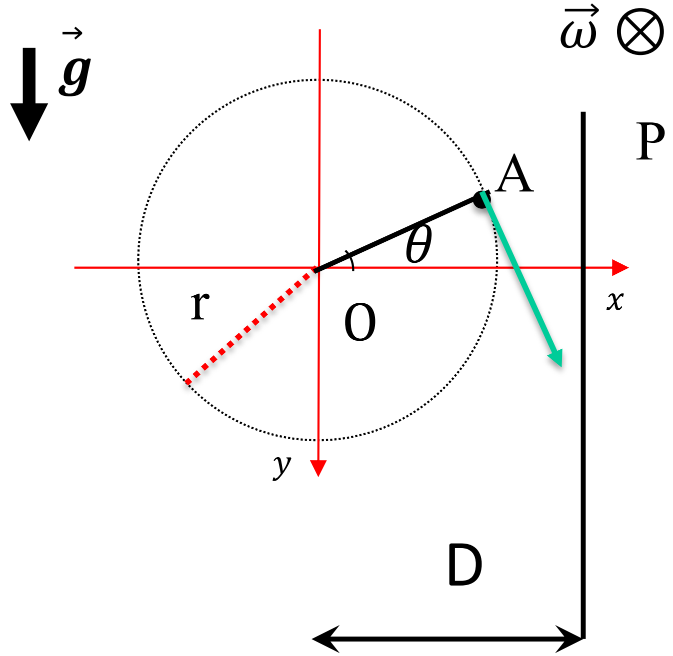
L'accelerazione è centripeta nel tratto di moto circolare uniforme e nulla nel tratto di moto rettilineo uniforme, per cui:

$$|\vec{a}(t)| = \begin{cases} \dfrac{V_0^2}{R} & per\ 0 < t < T \\ 0 & per\ T < t < t_C \end{cases}$$

Es. 1.19 Mazzoldi Saggion

Una ruota di raggio R=50 cm gira con moto uniforme con verso orario attorno a un'asse passante per il suo centro O ed ortogonale al piano della ruota con ω=4 rad/s. Nell'istante in cui il raggio OA forma l'angolo θ=30^0 con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che dopo un certo tempo colpisce una parete P distante D=1 m da O. Calcolare il tempo di volo t del punto e la sua velocità $\vec{V}$ nell'istante dell'urto.





Dati

r=50 cm

$|\vec{\omega}| = \omega = 4$ rad/s

$\theta = 30^0$

D=1 m

t_v ?

$\vec{V}(t_v)$?

- Prima del distacco: moto circolare uniforme per cui la velocità al tempo del distacco in A è

$$\vec{V}_A = \omega_z r\,\hat{\theta} \qquad |\vec{V}_A| = \omega r$$

inoltre $\vec{V}_A \perp \overrightarrow{OA}$ per cui $\vec{V}_A = |\vec{V}_A|\cos(\pi - {}^{\pi}/_2 - \theta)\,\hat{\imath} + |\vec{V}_A|\sin(\pi - {}^{\pi}/_2 - \theta)\hat{\jmath}$

mentre le coordinate del punto A sono $(x_A, y_A) = (r\cos(\theta), -r\sin(\theta))$

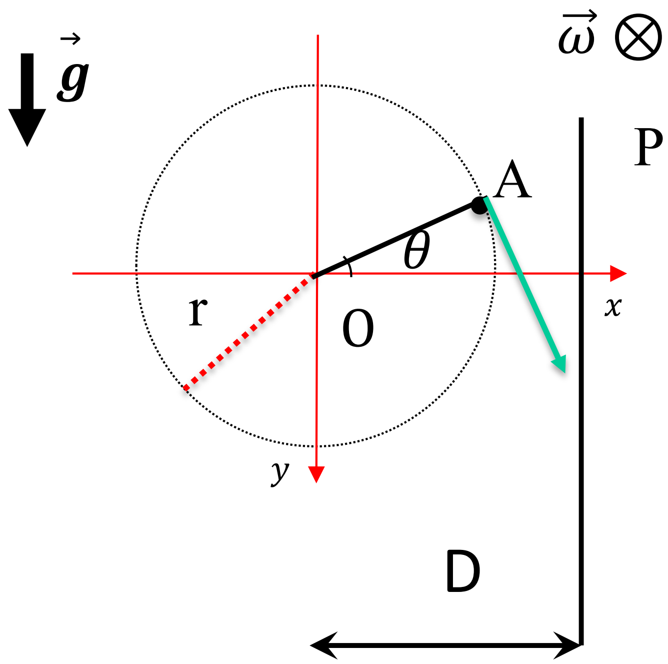
- Dopo il distacco moto rettilineo lungo x e uniformemente accelerato lungo y

per cui il vettore posizione è $\vec{R}(\mathrm{t}) = \left(x_A + |\vec{V}_A|\sin(\theta)t\,, y_A + |\vec{V}_A|\cos(\theta)t + \frac{1}{2}gt^2\right)$

- t tempotrascorso dal distacco

per cui le componenti della velocita $\vec{V}(t)$ in funzione del tempo dopo il distacco sono

$$\vec{V}(\mathrm{t}) = \left(|\vec{V}_A|\sin(\theta)\,, |\vec{V}_A|\cos(\theta) + gt\right)$$



Dati

r=50 cm=0.5m
$|\vec{\omega}| = \omega$ =4 rad/s
$\theta = 30^0$=π/6
D=1 m

$D.1\ \ t_v$?
$D.2\ \ \vec{V}\ (t_v\ )$?

$|\vec{V}_A| = \omega$r =2 m/s

$(x_A, y_A) = (r\cos(\theta), -r\sin(\theta))$= (0.43,-0.25)m

$$\vec{R}(\mathrm{t}) = \left(x_A + |\vec{V}_A|\sin(\theta)t\,, y_A + |\vec{V}_A|\cos(\theta)t + \frac{1}{2}gt^2\right)$$

$$\vec{V}(\mathrm{t}) = \left(|\vec{V}_A|\sin(\theta)\,, |\vec{V}_A|\cos(\theta) + gt\right)$$

$R.1$ Per $\mathrm{t} = t_v$

$$x(t_v) = D = x_A + |\vec{V}_A|\sin(\theta)t_v$$

$$t_v = \frac{D - x_A}{|\vec{V}_A|\sin(\theta)} = \frac{0.57}{1}\ \mathrm{s}$$

$R.2$ Per cui

$$\vec{V}(t_v) = \left(|\vec{V}_A|\sin(\theta)\,, |\vec{V}_A|\cos(\theta) + gt_v\right)$$
=(1,18.92) m/s

Es. 1.28 Mazzoldi Saggion

Descrivere il moto di un punto materiale le cui equazioni del moto sono

$$\begin{cases} r = r_0 \sin(\omega t) \\ \theta = \omega t \end{cases}$$

con $r_0 = 5 \times 10^{-2}\ m$ e $\omega = 2\pi\ {}^{rad}/_{s}$

Conviene per descrivere il moto (la traiettoria nel piano) usare coordinate cartesiane

$$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ y = r sin(\theta) \end{cases}$$

dove

$$\begin{cases} r = r_0 \sin(\omega t) \\ \theta = \omega t \end{cases}$$

Per cui

$$\begin{cases} x = r_0 \sin(\theta)\cos(\theta) \\ y = r_0 \sin(\theta)\, sin(\theta) \end{cases}$$

Ricordiamo che

$$\begin{cases} \sin(2\theta) = 2\ \sin(\theta)\cos(\theta)\,. \\ \cos(2\theta) = 1 - 2sin^2(\theta) \Rightarrow sin^2\ (\theta) = \dfrac{1-\cos(2\theta)}{2} \end{cases}$$

Sostituendo

$$\begin{cases} x = \dfrac{r_0}{2}\sin(2\theta) \\ y = \dfrac{r_0}{2}(1-\cos(2\theta)) \end{cases}$$

Che possiamo riscrivere

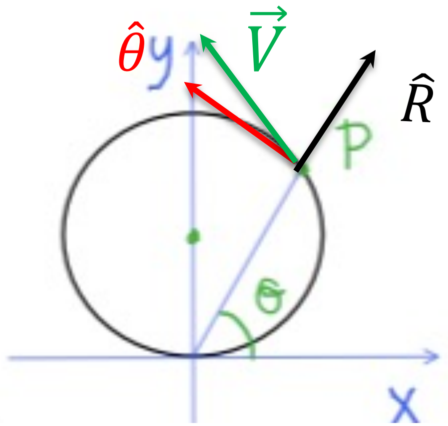
$$\begin{cases} x = \dfrac{r_0}{2}\sin(2\theta) \\ y - \dfrac{r_0}{2} = -\dfrac{r_0}{2}\cos(2\theta) \end{cases}$$

Quadrando e sommando le due equazioni osserviamo che la traiettoria nel piano xy è una circonferenza

$$(x-0)^2 + \left(y - \frac{r_0}{2}\right)^2 = \left(\frac{r_0}{2}\right)^2$$

con centro in C = $\left(0, \frac{r_0}{2}\right)$ e raggio R = $\frac{r_0}{2}$

quindi il moto è circolare



- Moto circolare

  - centro in $C = \left(0, \frac{r_0}{2}\right)$ e raggio $\frac{r_0}{2} = 2.5\times10^{-2} m$

  Coordinate polari di P: (R, θ)

La velocità è tangente alla traiettoria ma la stiamo determinando in coordinate polari ed ha una componente radiale e una tangenziale in queste coordinate:

$$\vec{V} = (V_r, V_\theta) \quad = V_r\,\hat{R} + V_\theta\hat{\theta} \quad = \dot{R}\hat{R} + \omega R\hat{\theta}$$

Ottenuta derivando il vettore posizione in coordinate polari $\vec{R} = \mathrm{R}\hat{R}$

nel nostro caso $\begin{cases} r = r_0\sin(\omega t) \\ \theta = \omega t \end{cases}$ $\begin{cases} V_r = \omega r_0\cos(\omega t) \\ V_\theta = \omega r_0\sin(\omega t) \end{cases}$

per cui $|\vec{V}| = \omega r_0 = 5\times10^{-2} \times 2\pi \frac{m}{s} = 0.31 \frac{m}{s}$

- Poichè il modulo della velocità è costante, il moto è circolare uniforme

⇒ l'accelerazione è centripeta e il suo modulo è $a = \frac{V^2}{(\frac{r_0}{2})} = 2\omega^2\, r_0$

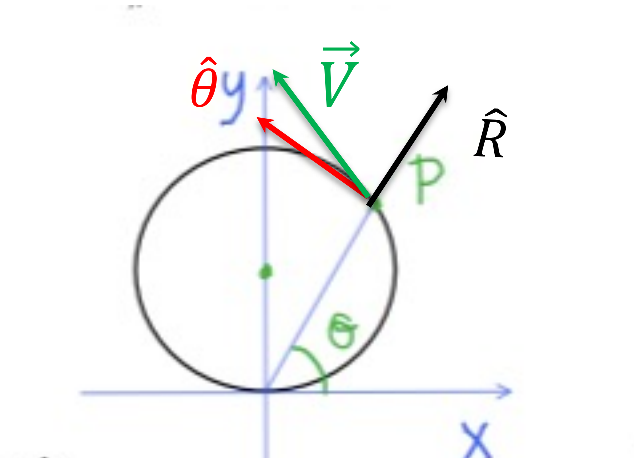
$$|\vec{V}| = \omega r_0 \qquad = \Omega \frac{r_0}{2}$$

- Poichè il raggio della circonferenza è $\frac{r_0}{2}$ la velocità angolare del punto materiale è

$$\Omega = 2\omega$$

$\Rightarrow$ il periodo del moto è

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \qquad = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega}$$

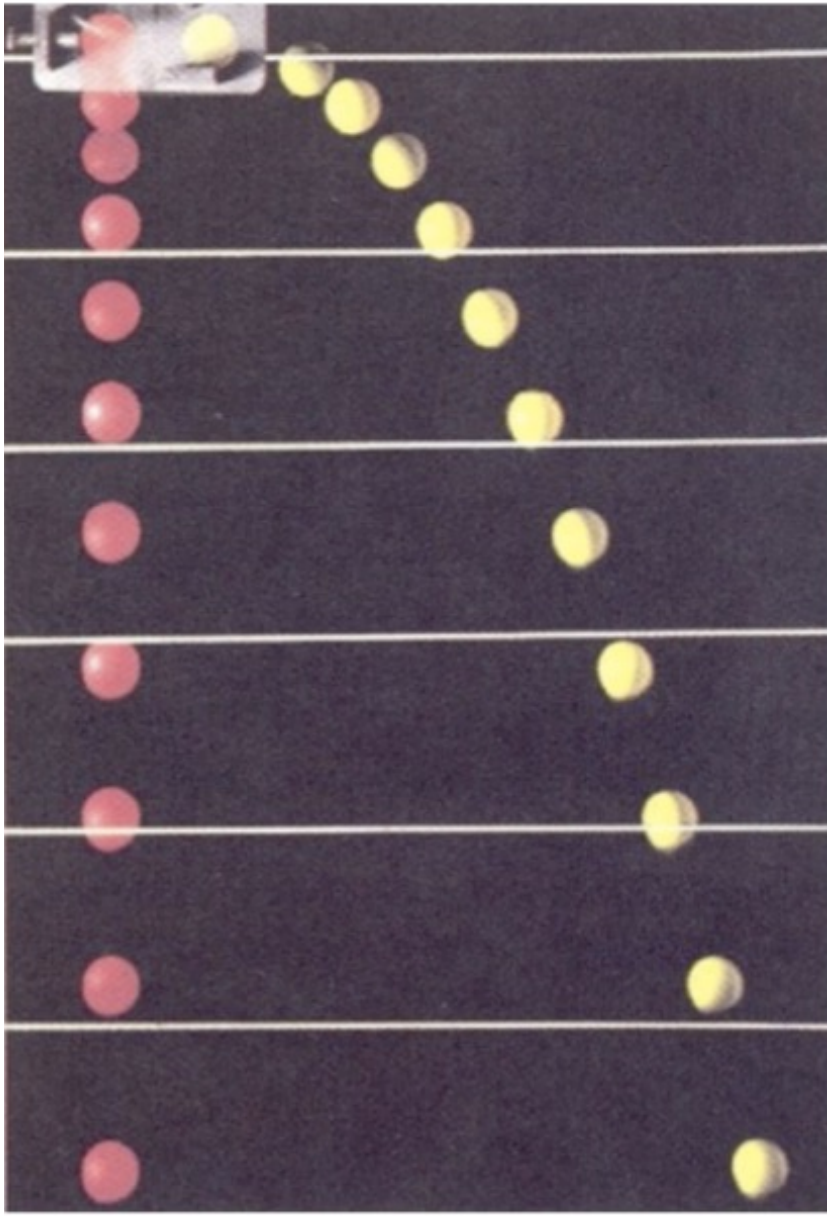


Moto dei proietti

- È il moto di particelle che vengono lanciate con velocità iniziale $\vec{v}_0$ e sono soggette alla sola accelerazione di gravità $\vec{g}$ supposta costante.

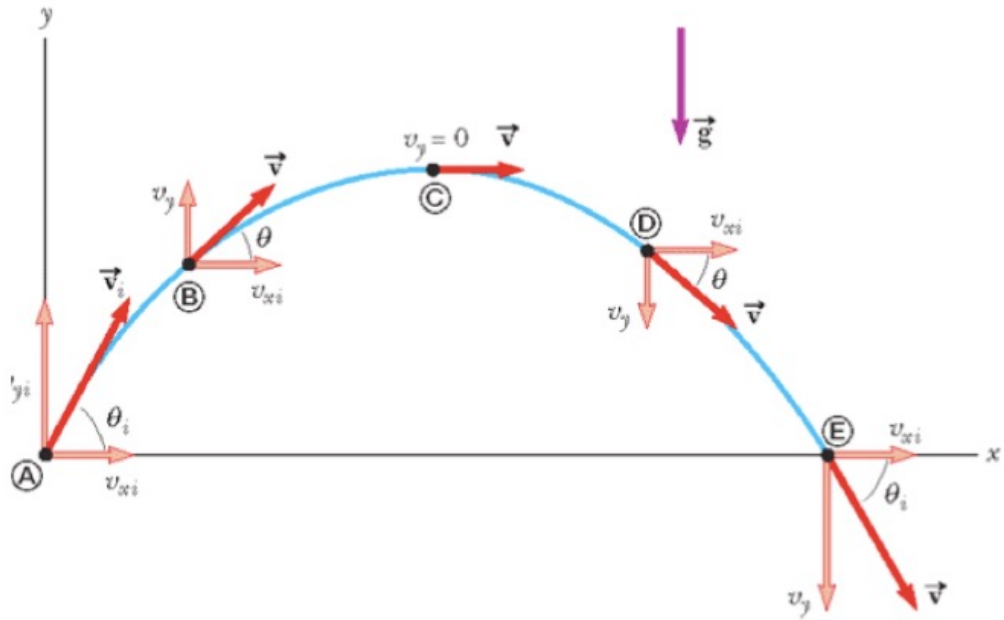
- La pallina rossa viene lasciata cadere da ferma nello stesso istante in cui l'altra è lanciata orizzontalmente verso destra con velocità $\vec{v}_0$.

- Osservazioni sperimentali:
  - gli spostamenti verticali delle due palline sono identici
  - Il moto orizzontale e il moto verticale sono indipendenti



Analisi del moto dei proietti

- Il moto può essere analizzato separatamente nelle sue componenti:
  – la componente orizzontale è descritta dalle relazioni cinematiche del moto rettilineo uniforme
  – quella verticale dalle relazioni del moto uniformemente accelerato.



- Il moto avviene nel piano individuato da $\vec{v}_0$ e $\vec{g}$:
- scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale orientando l'asse x orizzontalmente e l'asse y lungo la verticale, in cui giace il piano del moto.

Analisi del moto dei proietti

Analizziamo il moto :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} = cost \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$v_{0x} = v_0 \cos\theta$ $\qquad$ $v_{0y} = v_0 \sin\theta$

- Determiniamo la traiettoria
  - luogo geometrico dei punti occupati dal vettore posizione $\vec{r}(t)$ nel corso del tempo.

Equazione della traiettoria

Eliminiamo t fra le equazioni del moto per x(t) e y(t):

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t \qquad \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{0x}}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow y(t) - y_0 = v_{0y}\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{x-x_0}{v_{0x}}\right)^2$$

Ponendo

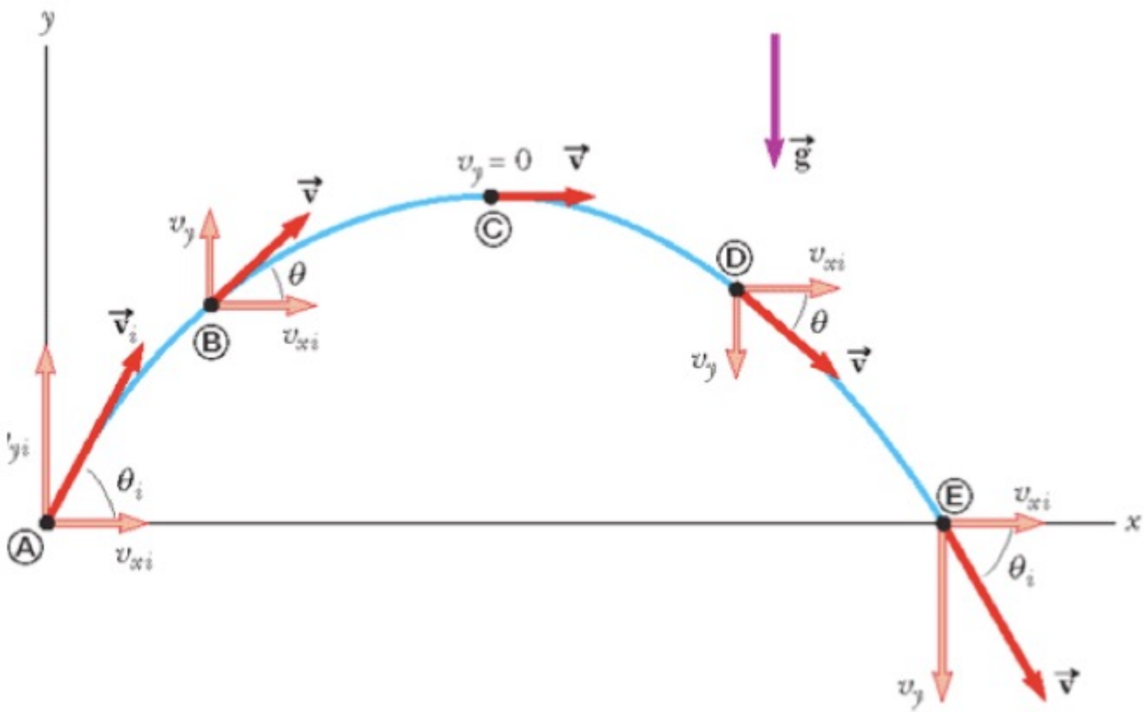
$$v_{0x} = v_0\cos\theta \qquad v_{0y} = v_0\sin\theta \qquad x_0 = 0 \ e \ y_0 = 0$$

otteniamo: $$y(x) = x tg\theta - \frac{g}{2(v_0\cos\theta)^2}x^2$$

- Questa è l'equazione di una parabola nel piano xy, con la curvatura rivolta verso il basso.
  - La traiettoria è quindi parabolica

Equazione della traiettoria (2)

$$y(x) = xtg\theta - \frac{g}{2(v_0 \cos\theta)^2}x^2$$



Gittata

- Distanza orizzontale coperta dal proietto all'istante t in cui tocca il suolo:

$$y(t) = v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

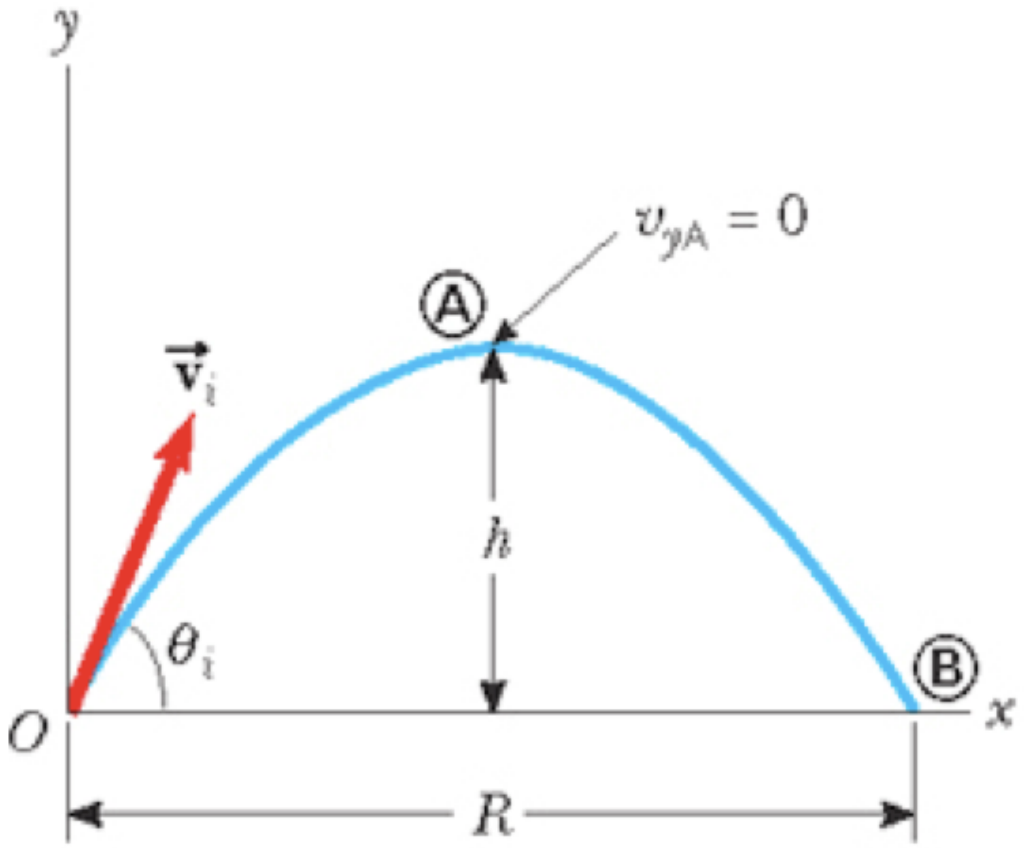
Soluzioni:

$$t = 0 \; e \; t = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g}$$

Sostituendo quest'ultimo in

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t$$

si trova la gittata R:



$$R \equiv x(t) - x_0 = v_{0x} t \quad = v_{0x} \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 {v_0}^2 \sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{{v_0}^2}{g} sin(2\theta)$$

(in alternativa, si può usare l'espressione della traiettoria prima ricavata, trovare il valore di x per cui y = 0)

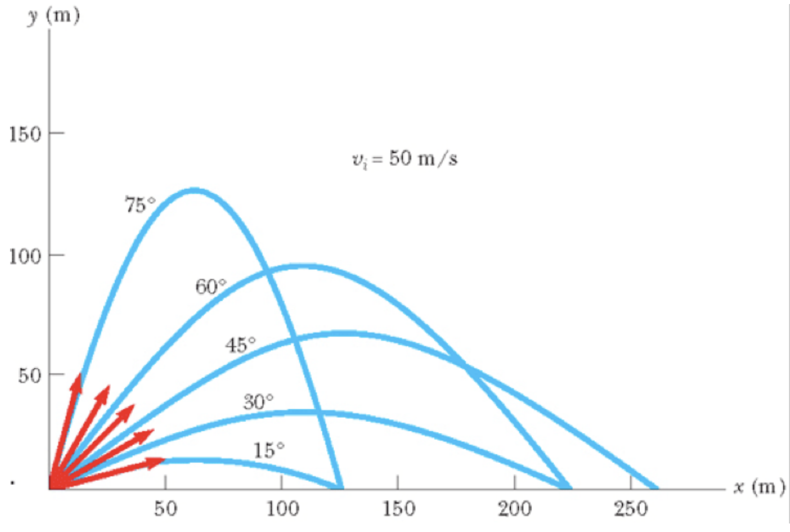
$$y(x) = x tg\theta - \frac{g}{2(v_0\cos\theta)^2} x^2$$

Gittata 2

La gittata R:

$$R = \frac{{v_0}^2}{g} sin(2\theta)$$

è massima per θ = 45°



L'altezza massima h si raggiunge quando la pendenza della traiettoria è nulla:

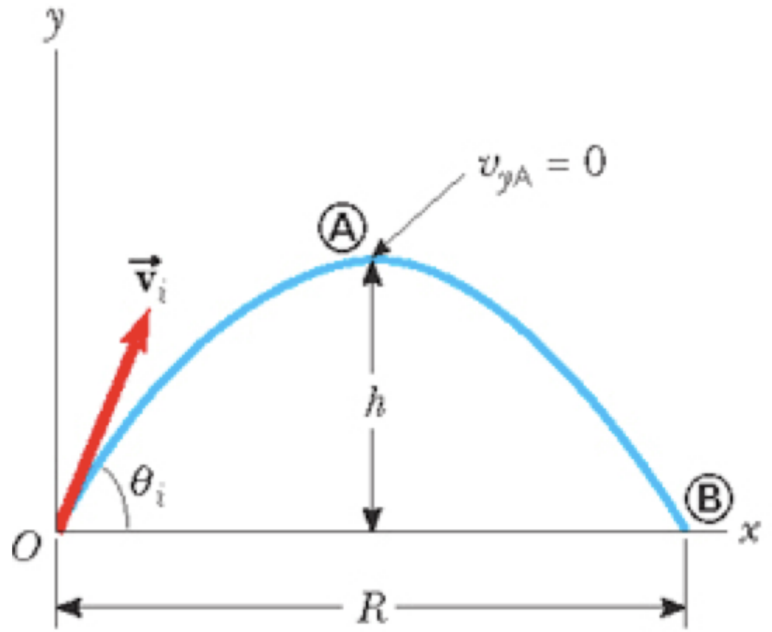
$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\theta - gt = 0$$

$$\Rightarrow \mathrm{t} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

Poichè

$$y = v_0 sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = v_0 sin\theta \frac{v_0 \sin\theta}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{{v_0}^2}{2g} \sin\theta^2$$



(in alternativa, si può usare l'espressione della traiettoria prima ricavata, trovare il valore x_{max} per cui dy/dx = 0, trovare poi y(x_{max}))

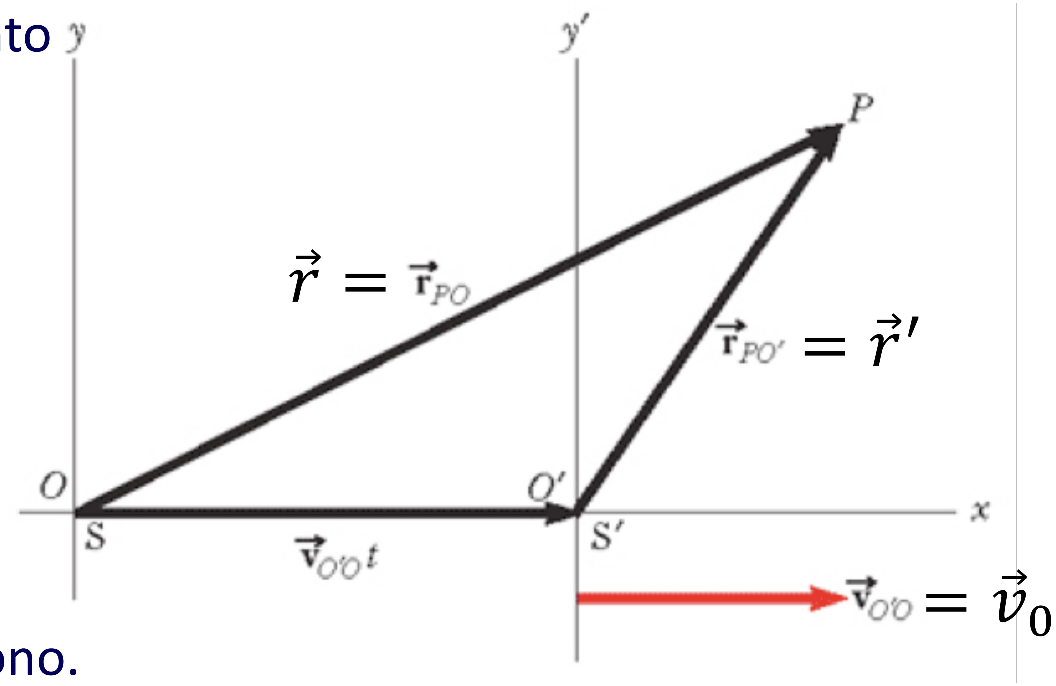
$$y(x) = x tg\theta - \frac{g}{2(v_0 \cos\theta)^2} x^2$$

Relatività galileiana

Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma

velocità assoluta, relativa e di trascinamento (1)

- Consideriamo due sistemi di riferimento (SDR) S e S'
  - Il sistema di riferimento S è stazionario o di laboratorio
  - Il sistema di riferimento S' è in movimento con velocità (detta di trascinamento) $\vec{v}_0$ costante.



Al tempo t = 0 le origini di S e S' coincidono.

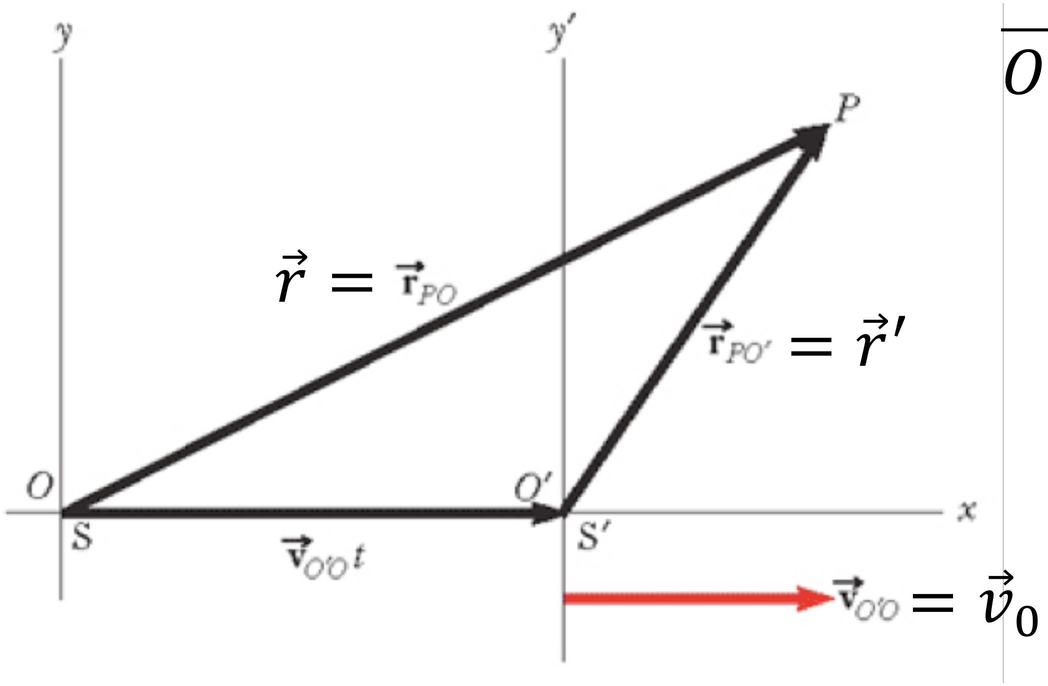
- Vale: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 t$
- Derivando tale relazione: (trasformazione di Galileo)

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

- Derivando nuovamente, poichè : $\vec{v}_0$ è costante

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

- $\vec{v}$ velocità assoluta
- $\vec{v}'$ velocità relativa
- $\vec{v}_0$ velocità di trascinamento



$\overrightarrow{OO'}=0 \qquad \vec{v}_0=0$

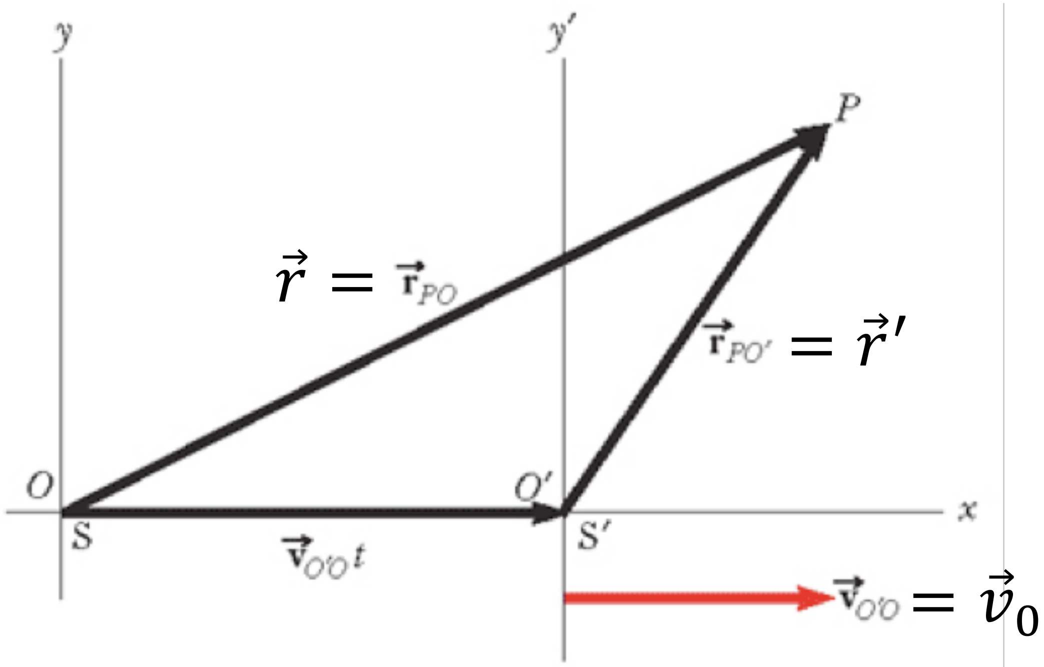
$\vec{r} = \vec{r}'$

$\vec{v} = \vec{v}'$

$\vec{a} = \vec{a}'$

SDR treno S': S e S' coincidono $\qquad \Delta\vec{r} = \overrightarrow{\Delta r'}$

Se sono su un treno fermo vedo le persone ferme o in movimento esattamente come le vedono le persone ferme sul marciapiede della stazione!



SDR treno S’

$$\vec{v}_{OO'} = \vec{v}_0 \quad \overrightarrow{OO'} = \vec{v}_0 \mathrm{t}$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_0 t$$

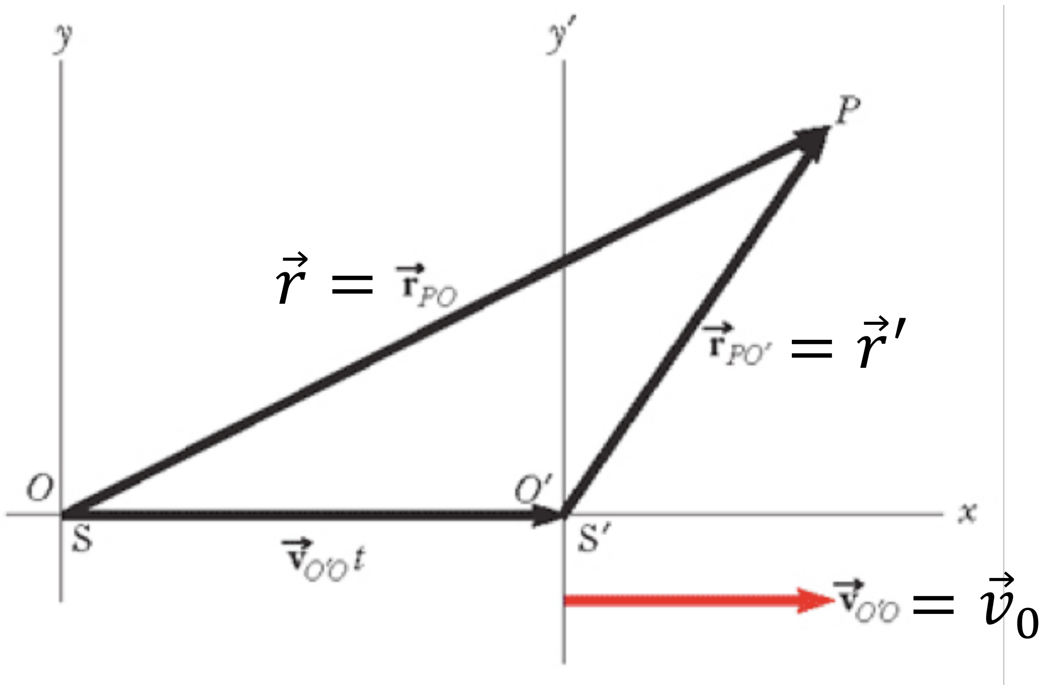
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Se sono su un treno che si sposta in avanti vedo gli alberi andare indietro!

$$\Delta\vec{r} - \vec{v}_0(t_2 - t_1) = \overrightarrow{\Delta r}'$$

Preso un albero nel sistema S $\Delta\vec{r}$=0!



$$\overrightarrow{OO'} = \vec{v}_0 \mathrm{t}$$

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_0 t$$

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0$$

$$\vec{a} = \vec{a}\,'$$

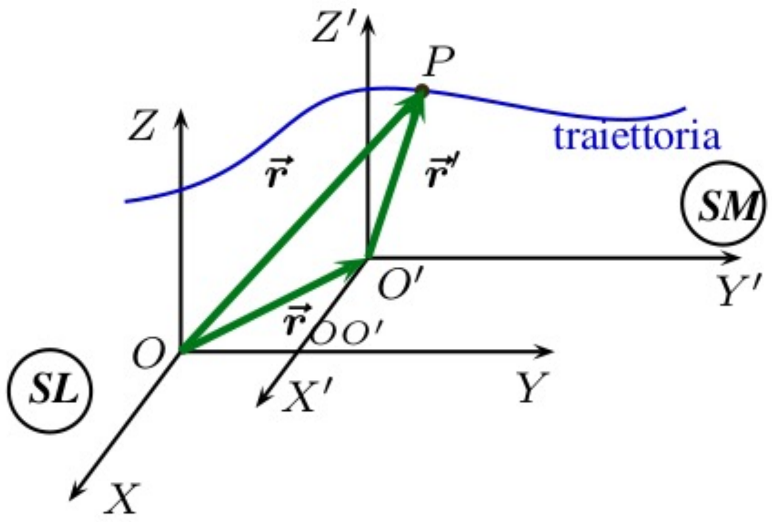
SDR treno S'

Se sono fermo su un treno, chi mi guarda dal marciapiede della stazione mi vede muovermi con la velocità del treno

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0 = \vec{v}_0$$

Velocità e accelerazione di trascinamento (2)

- Consideriamo ora il caso in cui il sistema di riferimento SM (sistema mobile) è in moto con velocità $\vec{v}_t$ e accelerazione $\vec{a}_t$ (che assumiamo costante) rispetto al sistema di riferimento SL del laboratorio



- La relazione fra le posizioni diventa

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_{OO'}(t)$$

- Derivando tale relazione:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_t \qquad \text{con } \vec{v}_t = \frac{d\vec{r}_{OO'}}{dt}$$

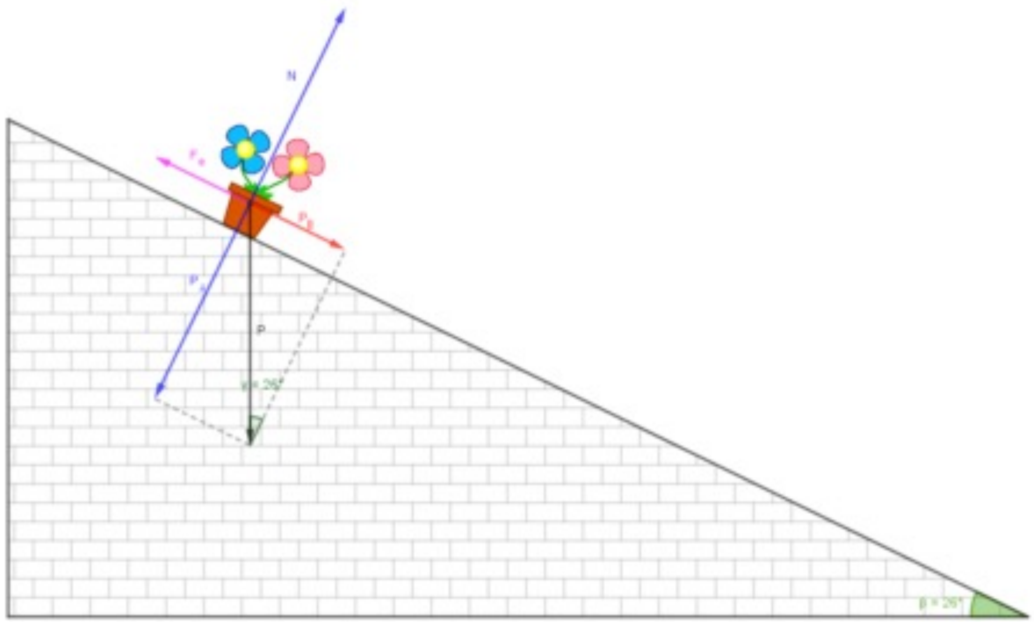
- Derivando nuovamente

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t \qquad \text{con } \vec{a}_t = \frac{d\vec{v}_t}{dt}$$

Dinamica: Forze e Moto, Leggi di Newton

- La Dinamica studia il moto dei corpi e pone in relazione il moto con le sue cause:

  - perchè e come gli oggetti si muovono



- La causa del moto è dovuta alla presenza di interazioni fra corpi che si manifestano come Forze

- Il moto dei corpi è determinato dalle Leggi di Newton

Ancora sui sistemi di riferimento (SDR)

- I concetti di **sistema di riferimento e di sistema di coordinate sono differenti**
  - il sistema di coordinate è solo uno degli elementi di un sistema di riferimento

- Un **sistema di riferimento** è costituito da
  - un sistema di coordinate (per es. cartesiane)
  - uno strumento per la misura delle distanze ("metro")
  - uno per la misura dei tempi ("orologio").

Validità della Meccanica Classica

- La meccanica classica e la relatività galileiana sono **valide se**
  - (I) le velocità sono piccole rispetto a quelle della luce $\left(|\vec{V}| \ll c\right)$
  - (II) i campi gravitazionali sono deboli $\left(\frac{|\phi_G - \phi_G(\infty)|}{c^2}\right) \ll 1$ (vedremo più avanti la definizione del potenziale gravitazionale ϕ_G)

- In questi casi, per esempio, il tempo scorre diversamente in due sistemi di riferimento diversi
  - occorre utilizzare la teoria della **relatività ristretta** (nel I caso)
  - della **relatività generale** (nel II)

Un Esempio in cui non vale la meccanica classica

- Dilatazione dei tempi di orologi in moto e dilatazione della vita media di particelle radioattive in moto a forte velocità (famoso paradosso dei gemelli) nel I caso.

Indichiamo con t' il indicato da un orologio in moto con velocità $V = 460\ m/s$ (quella di un punto all'equatore terrestre) e con t indicato da un orologio fermo al Polo Nord. Per la relatività ristretta (e confermata dagli esperimenti) vale :

$$\frac{t\prime}{t} = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2} \approx \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{V}{c}\right)^2\right) = 1.59 \times 10^{-13}$$

Per cui in un anno l'orologio all'equatore ridarda di 19 μs l'anno!

Definizione di Forza

La Forza è un'**azione (**altrimenti detta **interazione) fra due corpi** l'interazione può essere:

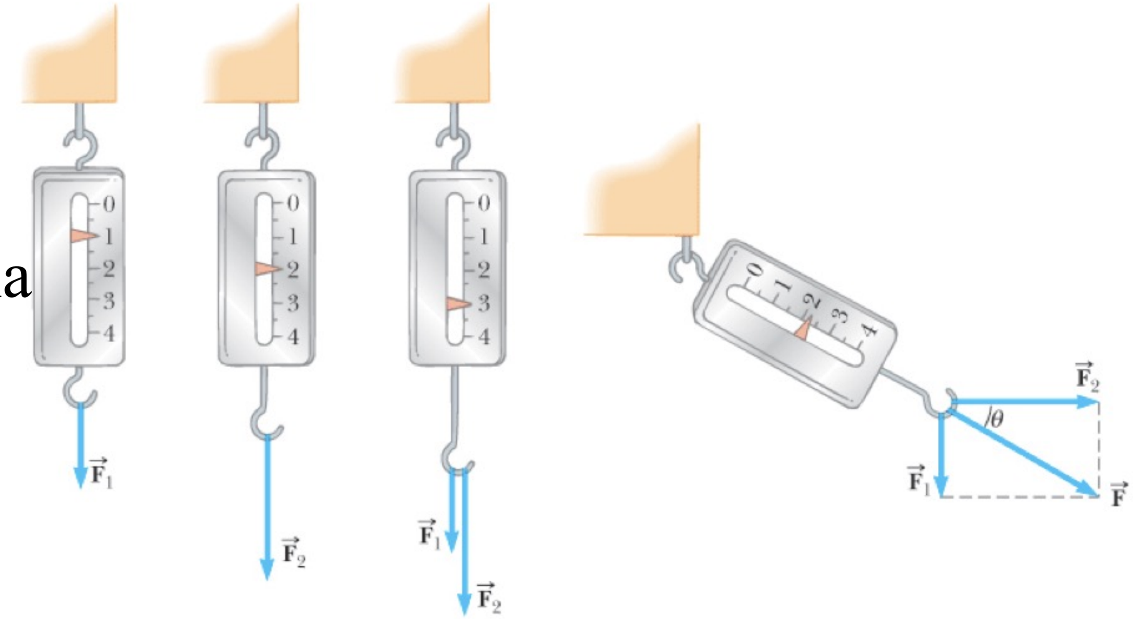
- **a distanza** (queste forze sono chiamate **forze fondamentali**: gravitazionali, elettriche, magnetiche, ...)

- **per contatto** (come attriti, reazioni di ganci, forze applicate da molle, fili...)

Le forze sono comunque **manifestazioni macroscopiche delle forze fondamentali** (tipicamente quelle elettromagnetiche) che **agiscono a livello microscopico**.

- le forze sono **grandezze fisiche vettoriali**

- seguono la regola di somma vettoriale (da cui deriva il **principio di sovrapposizione**)



- sono **misurabili staticamente** con un **dinamometro campione** (molla tarata)

- **se la risultante (somma vettoriale) di tutte le forze è zero e se il corpo è fermo, esso resta fermo ...lo vedremo tra poco**
  - (noto empiricamente ben prima di Galileo e Newton, per le costruzioni degli edifici, ad es. ponti romani, cattedrali, ...)

I Principio della dinamica (o Principio d'inerzia)

Detto anche prima Legge di Newton descrive cosa succede in assenza di interazioni forze:

- **Esiste almeno un sistema di riferimento in cui un corpo non soggetto a forze (oppure soggetto ad un sistema di forze a risultante nulla $\sum \vec{F} = \vec{0}$) prosegue nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme**.

- In altre "parole"

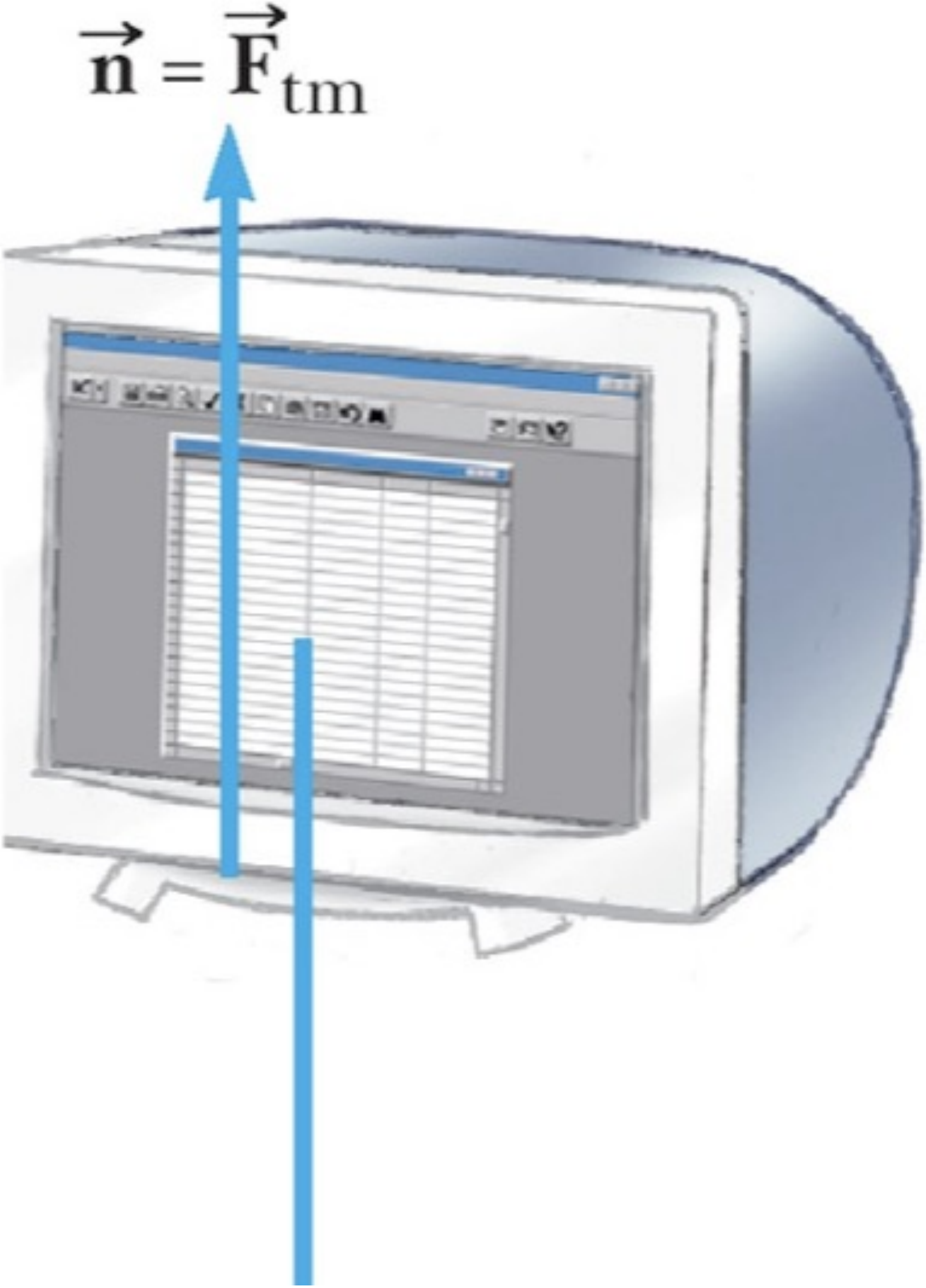
$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$$

Sistema di riferimento inerziale

È un sistema di riferimento **in cui vale il principio d'inerzia,** (e come conseguenza $\sum \vec{F} = m\vec{a}$).

- I sistemi di riferimento inerziali hanno una proprietà di **transitività**
  - se S è un sistema inerziale e S' è in moto rettilineo uniforme rispetto a S, anche S' è inerziale (vedi slide successiva)
  - se poi un terzo sistema S'' è in moto rettilineo uniforme rispetto a S', lo è anche rispetto a S, per cui anche S'' è inerziale

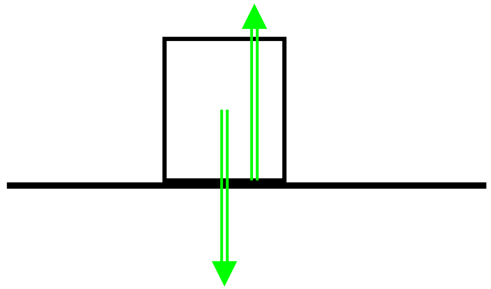
In altre parole i sistemi di riferimento inerziali formano una classe di sistemi, caratterizzati dal fatto di essere in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro.



nento inerziali

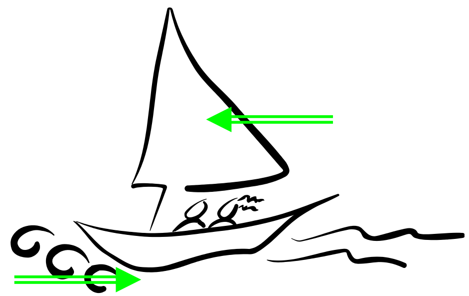
iano

za



ità costante

procede
el vento è
acqua.



Esempi di Sistemi di riferimento inerziali

- **la Terra è un buon sistema inerziale nei casi in cui si può trascurare la sua accelerazione.**

L'accelerazione

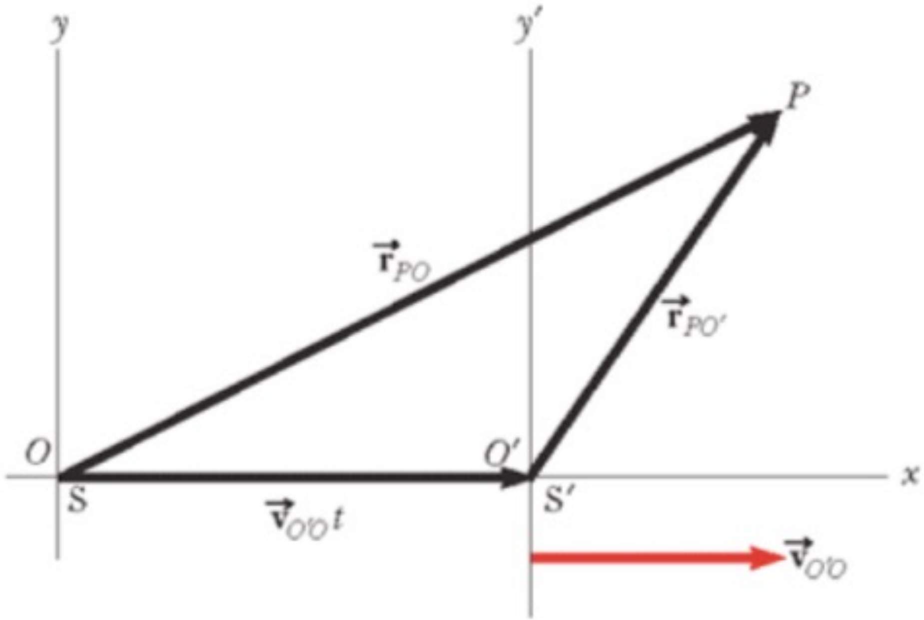
- della città di Pisa intorno all'asse di rotazione terrestre è $0.024\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $(\frac{a}{g} \approx 2.5 \times 10^{-3}$, vedi esercizio svolto a lezione)
- della Terra intorno al Sole è $0.006\ \mathrm{m/s^2}$

Quindi Terra si può considerare un buon sistema inerziale per **fenomeni di breve durata** o che **coinvolgono piccole distanze**, mentre **non lo è per fenomeni quali le correnti marine, i venti** etc.

Sistemi di riferimento inerziali

- Il sistema di riferimento $\mathcal{S}$ è *stazionario* o *di laboratorio*

- Il sistema di riferimento $\mathcal{S}'$ è in movimento con velocità (detta *di trascinamento*) $\vec{v}_0$ *costante*



- Al tempo $t = 0$ le origini di $\mathcal{S}$ e $\mathcal{S}'$ coincidono. Vale: $\boxed{\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{v}_0 t}$

- Derivando tale relazione: $\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0}$ (*trasformazione di Galileo*)

- Derivando nuovamente: $\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,'}$ perché $\vec{v}_0$ è costante

Sistemi di riferimento inerziali e i 3 principi della dinamica

- Insieme al I, il secondo e il III principio della dinamica valgono IN TUTTI i sistemi di riferimento inerziali
   - Infatti: l'accelerazione di un corpo è la stessa se misurata in un qualsiasi sistema inerziale!

Il Principio (o legge fondamentale della dinamica)

- La risultante di tutte le forze applicate ad un punto materiale è proporzionale all'accelerazione del punto in un sistema di riferimento inerziale.
  - La costante di proporzionalità si chiama massa inerziale e si indica con m

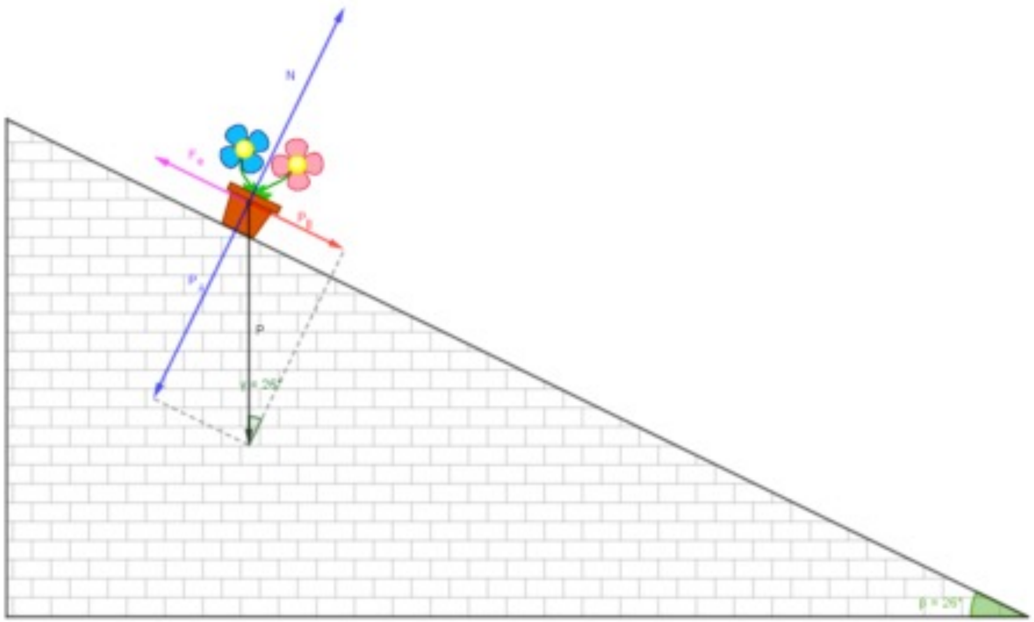
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Note

- a parità di forza maggiore è la massa più è piccola l'accelerazione "inerzia"
- La massa è una **proprietà intrinseca del corpo** (punto materiale) su cui agiscono le forze
- La **massa** è una **grandezza fisica scalare** : [m] = kg
- La **forza** è una **grandezza fisica vettoriale**. In MKSA essa si misura in Newton: $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\ m/s^2}$
- La presenza della sommatoria, cioè della risultante delle forze, è una conseguenza della regola di somma vettoriale, per cui **per le forze vale il principio di sovrapposizione**.

Il Principio (o legge fondamentale della dinamica)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

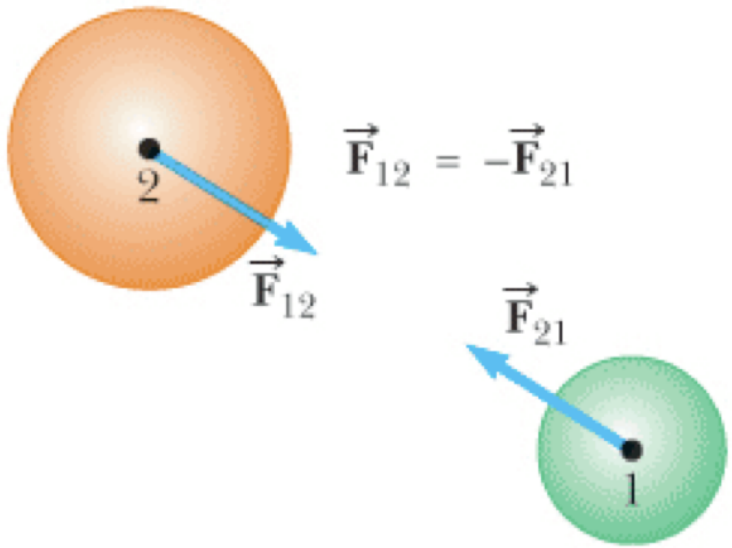


– La forza è quindi la causa del cambiamento del moto, e questo è misurato dall'accelerazione

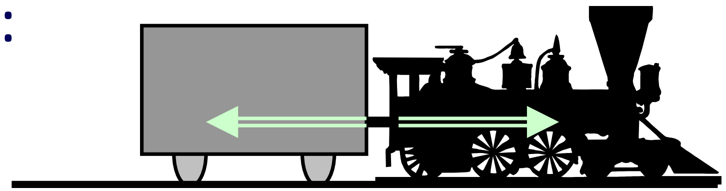
III Principio (o principio di azione e reazione)

Se il corpo 1 esercita sul corpo 2 una forza $\vec{F}_{12}$, il corpo 2 esercita sul corpo 1 una forza di modulo e direzione uguale e verso opposto:

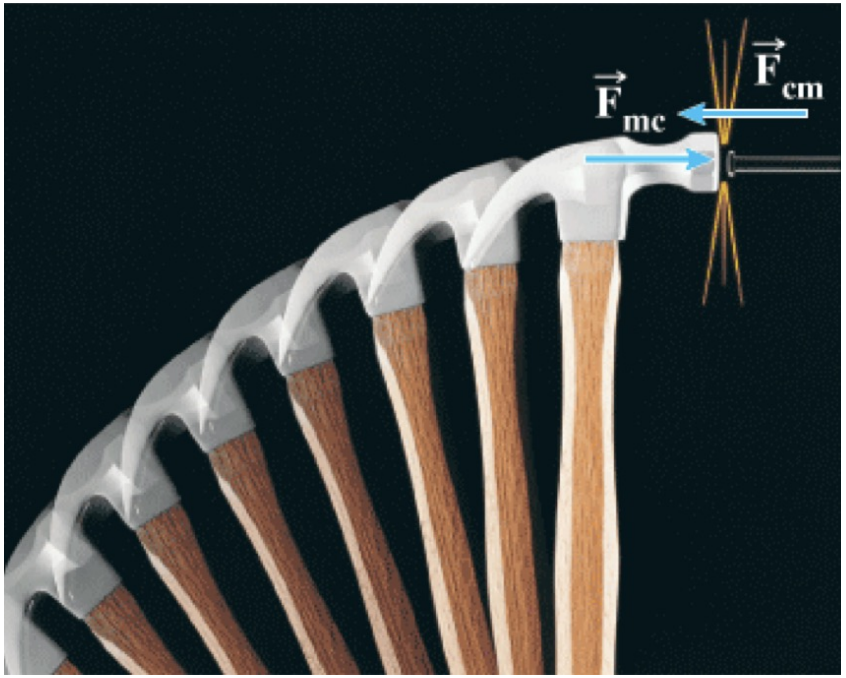
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



- Il significato profondo della terza legge è che le forze sono dovute ad interazioni fra i corpi:
  - Le forze sono sempre presenti a coppie
  - Una forza singola isolata non può esistere
  - Le forze di azione e di reazione agiscono su oggetti differenti



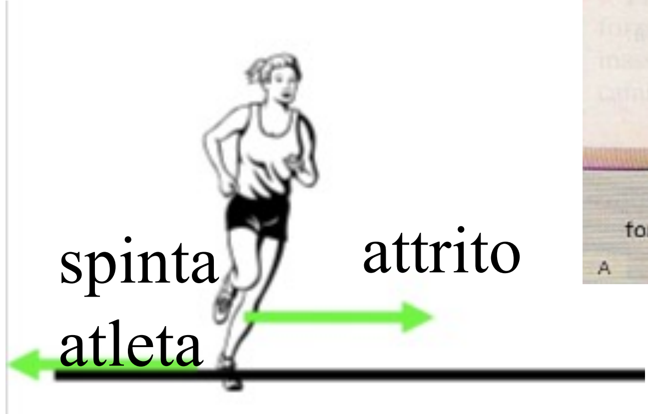
Esempi di forze di azione e reazione

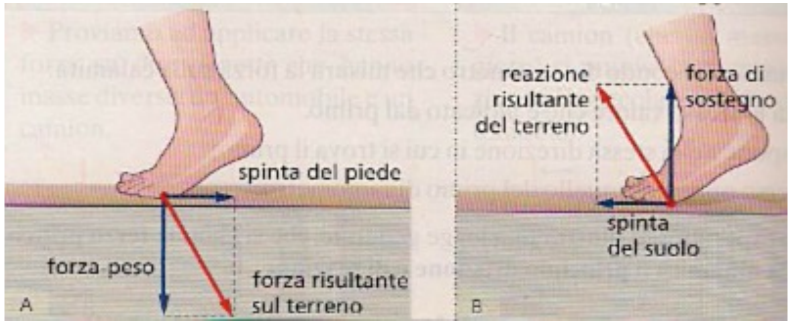


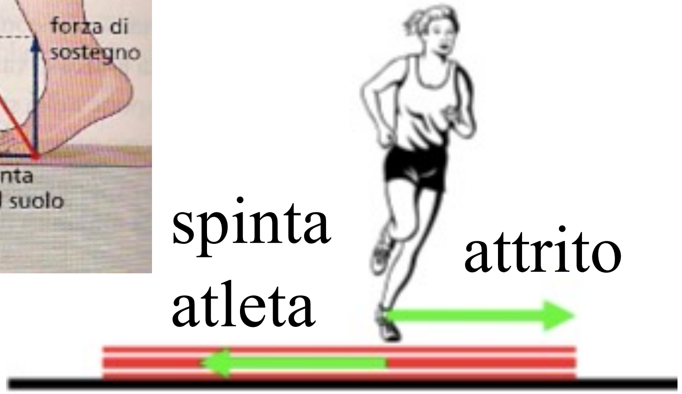
- La forza che il martello esercita sul chiodo (azione) è uguale e contraria alla forza (reazione) che il chiodo esercita sul martello

  - lo stesso vale per la forza che il chiodo esercita sul muro e viceversa

Le forze di azione e di reazione agiscono su oggetti differenti







Massa atleta: $M = 60$ kg; l'atleta esercita una forza di modulo $F = 120$ N.

- Attrito tra atleta e pavimento
  - a causa dell'attrito, l'atleta ha un'accelerazione:
    $$A = \frac{F}{M} = 2\ \mathrm{m/s^2}\ \text{(rispetto a terra)}$$
  - a causa della forza che l'atleta esercita sul pavimento la terra ha un'accelerazione
    $$A = -\frac{F}{\infty} = 0$$

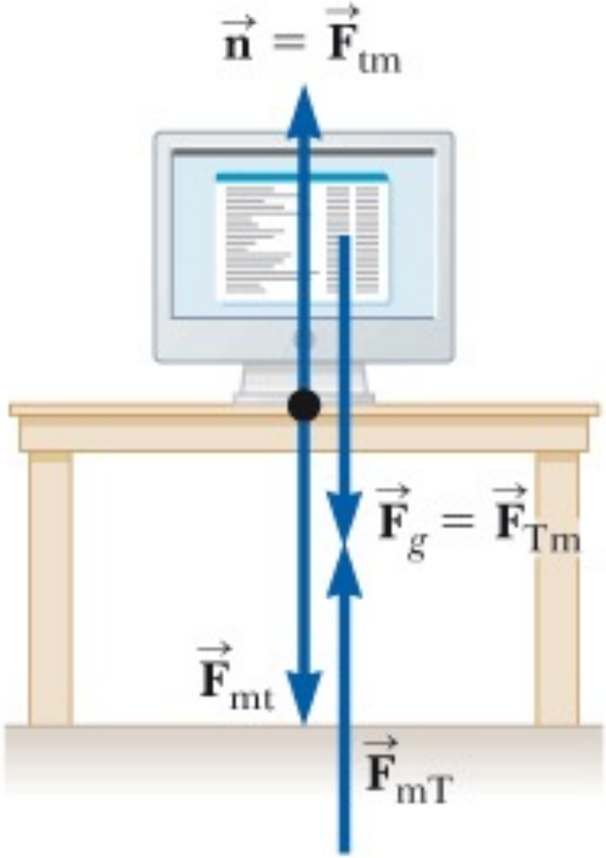
- Attrito tra atleta e tappeto, nessun attrito tra tappeto-pavimento (tappeto massa 2 Kg)
  - a causa dell'attrito, l'atleta ha un'accelerazione:
    $$A = \frac{F}{M} = 2\ \mathrm{m/s^2}\ \text{(rispetto al tappeto)}$$
  - a causa della forza che l'atleta esercita sul tappeto esso ha un'accelerazione
    $$A = -\frac{F}{(2\ \mathrm{kg})} = -\ 60\ \mathrm{m/s^2}\ !!$$

Esempi di forze di azione e reazione

- Sul monitor fermo sul tavolo, agisce la forza gravità $\vec{F}_g$ e la reazione normale $\vec{n}$ (prodotta dal tavolo).

- La reazione a $\vec{n}$ è la forza $\vec{F}_{mt}$ esercitata dal monitor sul tavolo.

- La reazione a $\vec{F}_g$ è la forza $\vec{F}_{mT}$ esercitata dal monitor sulla terra



- Diagramma delle forze agenti sul monitor (ovvero diagramma di corpo libero) e sua rappresentazione in approssimazione di punto materiale

Come risolvere problemi di dinamica

- Schematizzare il problema – fare un diagramma
- Analizzare e classificare il problema:
  – Equilibrio ($\sum_i \vec{F}_i = 0$) o Seconda Legge di Newton ($\sum_i \vec{F}_i = m\,\vec{a}$)?

- Disegnare diagrammi di corpo libero per ogni oggetto, includendo tutte e sole le forze che agiscono su quell'oggetto!

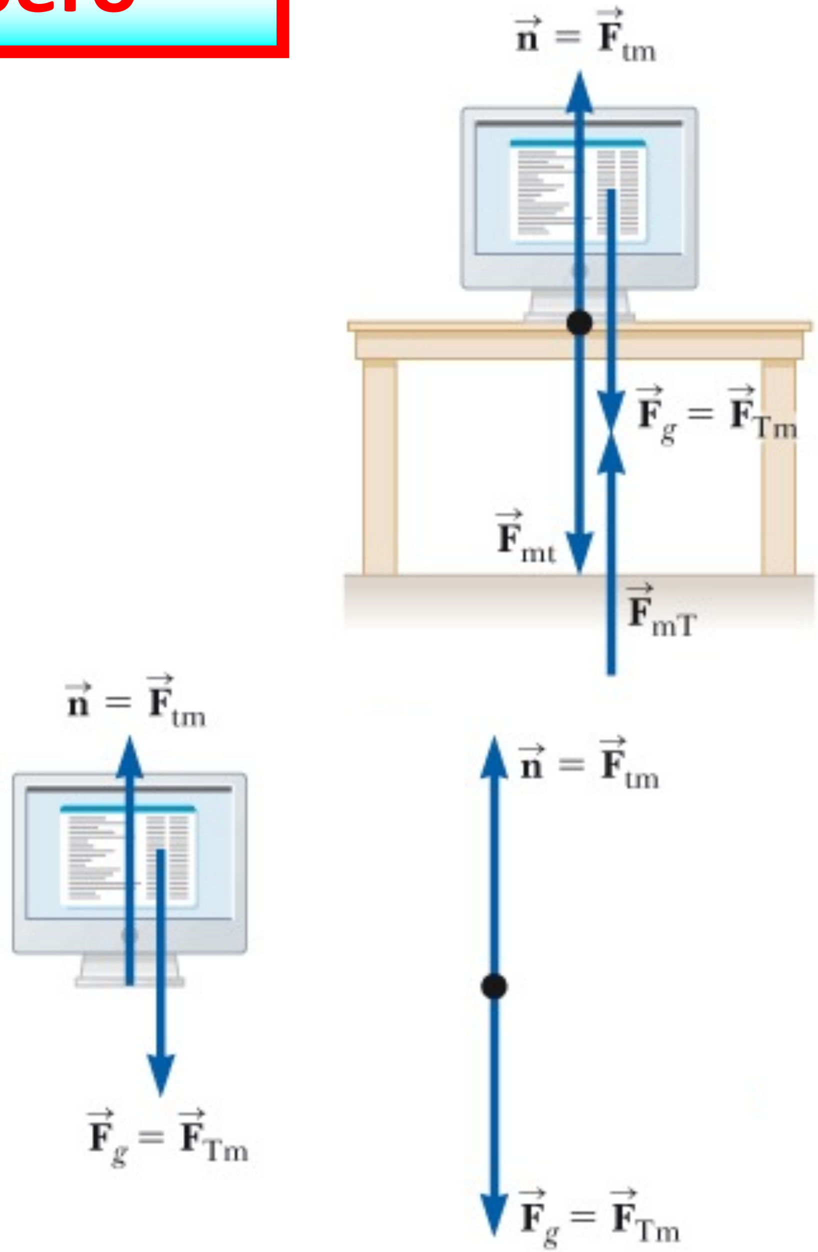
- Scegliere un sistema di coordinate appropriato
  - applicare la o le equazioni appropriate in forma di componenti
  - assicurarsi che le unità siano consistenti
  - risolvere per la o le incognite.

- Verificare
- la consistenza dei risultati con i diagrammi di corpo libero
- verificare i casi limite

Diagramma di Corpo Libero

In un diagramma di corpo libero, si raffigurano solo le forze che agiscono su di un particolare oggetto.

Esempio: la forza normale e la forza di gravità sono le sole forze che agiscono sul monitor. Tutte le altre forze in gioco agiscono su altri oggetti



Forze

Le forze in natura sono di due tipi

- Forze Fondamentali

  - sono dovute a "campi di forze"

  si suddividono in:

  gravitazionali

  elettromagnetiche

  deboli

  forti

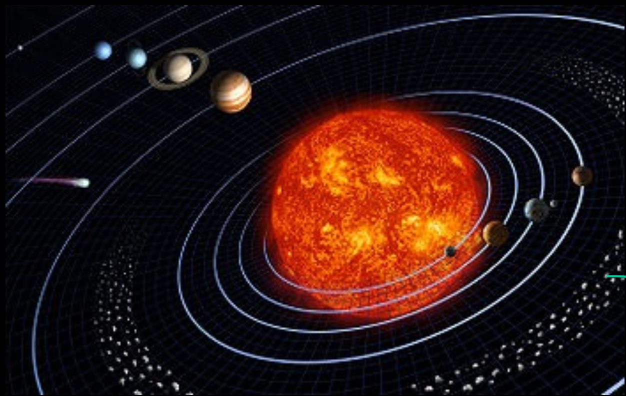
- Forze per contatto

  - manifestazioni macroscopiche delle interazioni elettromagnetiche

    - implicano il contatto macroscopico tra due corpi

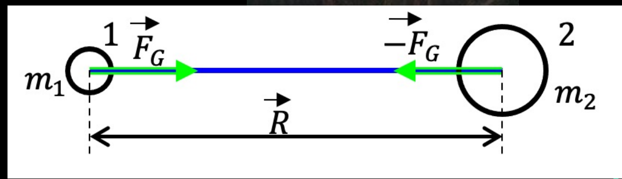
Forze Fondamentali : Gravità

Isac Newton (1642 - 1727)

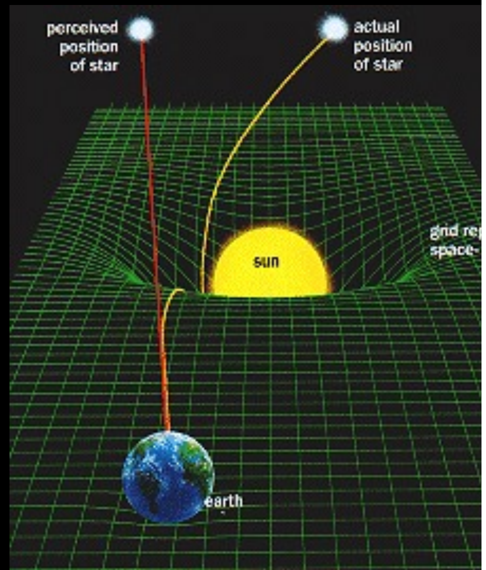


Gravitazione celeste

Gravitazione terrestre



Legge di Newton
della gravitazione
universale



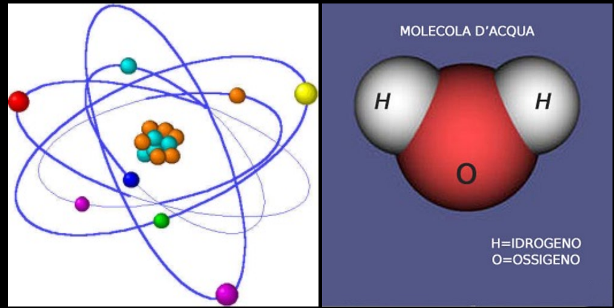
Teoria generale
della relatività

$$\vec{F}_G = -G\frac{m_1 m_2}{R^2}\hat{R}_{1\to 2} = \vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$$

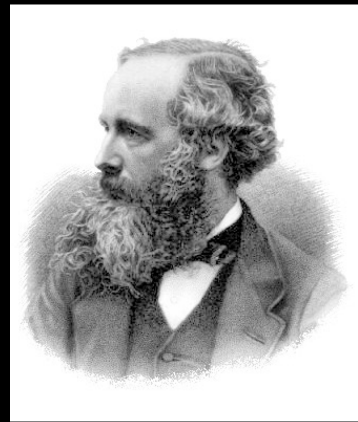
$$G = 6.67\times 10^{-11}\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

Forze Fondamentali: Forza elettromagnetica

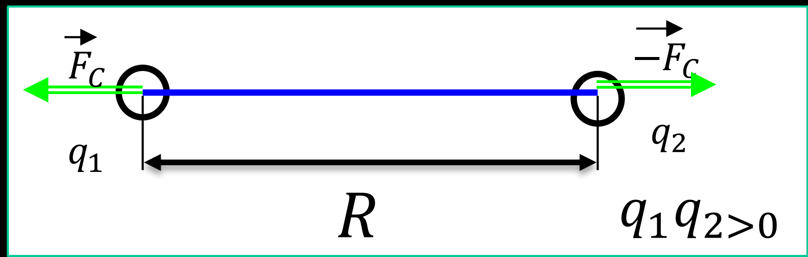
Elettricità



Chimica



Maxwell (1831 - 1879)



Magnetismo

$$\vec{F}_C = +\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{R}_{1\to 2} = \vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$$

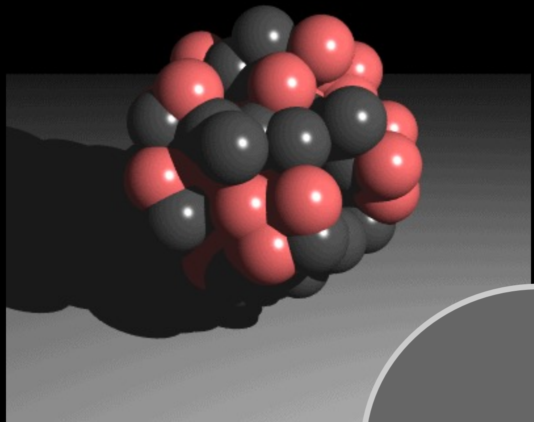
Luce

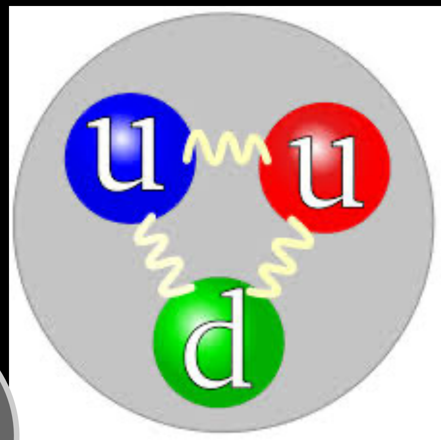
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}$$

Forze Fondamentali: Forza Nucleare

Lega i protoni e i neutroni nei nuclei atomici

Lega i quark nel protone e in altre particelle composte da quark



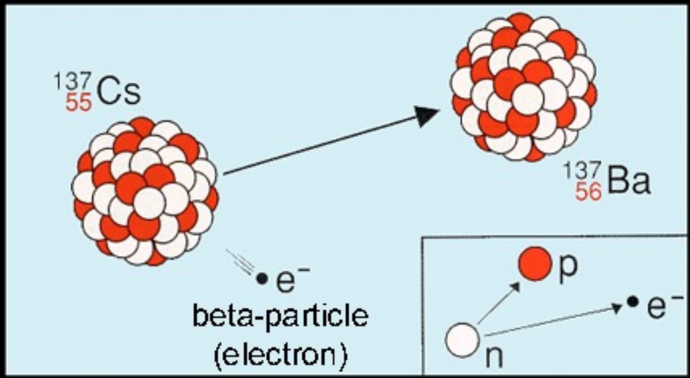


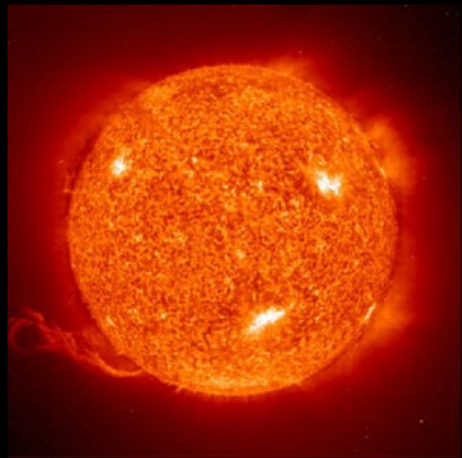
La forza nucleare Forte

• I quark e i gluoni interagiscono per questa forza

• Forza a corto range 10^{-15} m

Forze fondamentali: Forza Nucleare Debole





Spiega il decadimento beta nucleare

…che accende il sole e le altre stelle

Enrico Fermi
(1901 - 1954)

L a Forza Nucleare Debole

- Tutte le particelle risentono di questa forza
- **Forza a cortissimo range 10^{-18} m**

Forze di contatto (non fondamentali)

1.Tra corpi rigidi

Forze vincolari:
- **normali** fra due superfici
- ganci o fili inestensibili
- cerniere
- ....

Attriti:
- **statico**
- **dinamico**

(paralleli alla superficie di contatto)

2. Fra corpi deformabili

Forze **elastiche**

Forze **anelastiche**

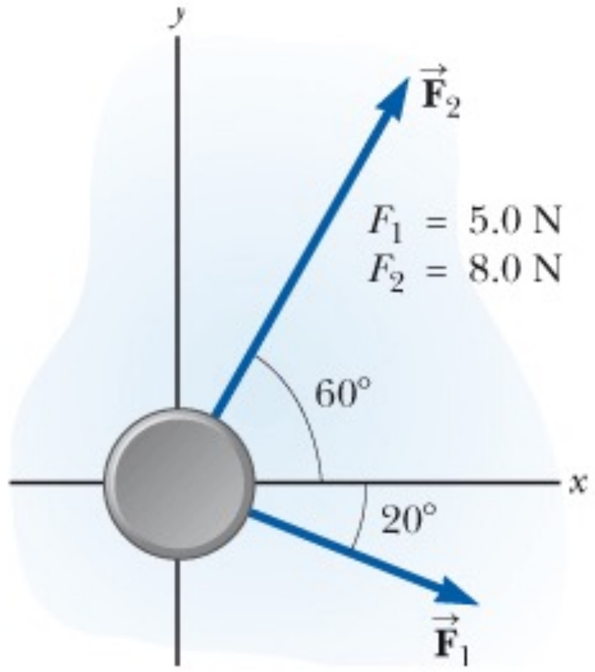
3. Fra un corpo solido ed un fluido

Attrito viscoso

Forze **di pressione**
Un caso particolare notevole è la **spinta di Archimede**

Oggetti sottoposti ad una forza totale non nulla

- Se un oggetto subisce un'accelerazione, ci deve essere una forza totale non nulla che agisce su di esso
  - Disegnate un diagramma di corpo libero
  - Applicate la Seconda Legge di Newton a tutte le componenti vettoriali



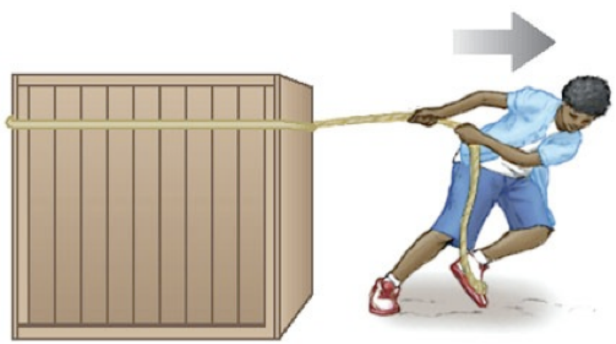
- Esempio: Disco di massa m = 0.30 kg: accelerazione?

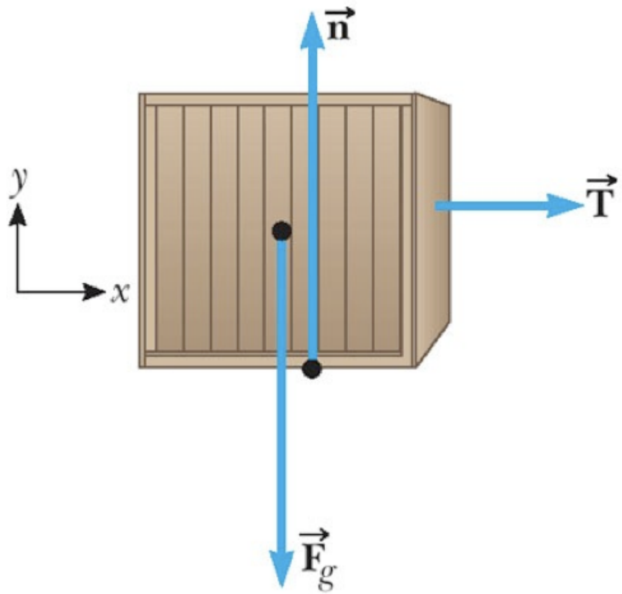
$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} x: \quad F_{1x} + F_{2x} = ma_x \\ y: \quad F_{1y} + F_{2y} = ma_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{F_{1x} + F_{2x}}{m} = 29\, {}^{m}/{}_{s^2} \\ a_y = \dfrac{F_{1y} + F_{2y}}{m} = 17\, {}^{m}/{}_{s^2} \end{cases}$$

$$|\vec{a}| = 34\, {}^{m}/{}_{s^2} \qquad \theta = arctan\frac{a_y}{a_x}$$

Esempio (senza attrito)

- Forze agenti sull'oggetto:
  - La tensione $\vec{T}$ della corda
  - La forza gravitazionale, $\vec{F}_g$
  - La forza normale, $\vec{n}$, esercitata dal pavimento
- Applicare la seconda legge di Newton alle componenti, e risolvere





$$\sum_i F_{ix} = T = ma_x$$

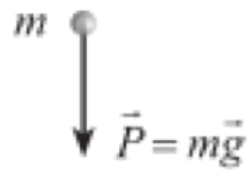
$$\sum_i F_{iy} = n - mg = 0 \qquad \Rightarrow n = mg$$

Se $\vec{T}$ è costante, anche $\vec{a}$ lo è, e il moto è uniformemente accelerato

Forza gravitazionale nei "pressi" della terra

- Tra corpi materiali si esercita una forza di attrazione: la forza gravitazionale

- Se consideriamo la terra uno dei due corpi, essa produce su tutti gli oggetti sulla sua superficie una forza di attrazione diretta verso il centro della terra detta **gravità**.



- Con peso di un corpo si intende la forza con cui la Terra attira il corpo quando questo è nelle immediate vicinanze della superficie terrestre.

Nel caso della forza peso chi subisce la forza è il corpo di cui stiamo osservando il moto, l'origine della forza peso è la Terra

- Galilei, ha mostrato sperimentalmente che tutti i corpi nelle immediate vicinanze della superficie terrestre cadono con una accelerazione pari a $\vec{g}$ diretta come la verticale locale.

Forza gravitazionale nei “pressi” della terra

- quindi il peso $\vec{P}$ sarà dato da: $\vec{P} = m\vec{g}$

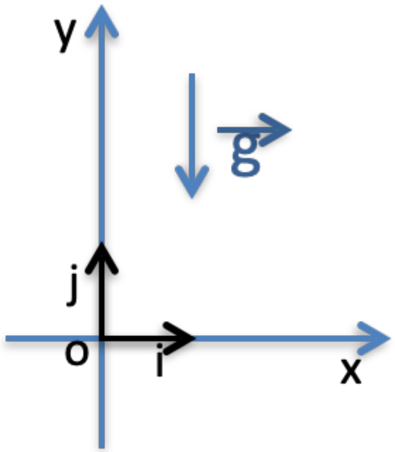
- Massa (inerziale) e peso di un corpo sono due cose diverse:
  - la massa è uno scalare
  - il peso è un vettore.

- Inoltre la massa è una proprietà intrinseca del corpo, è sempre la stessa qualunque sia la posizione occupata nell'universo.

- Viceversa
  - il peso rappresenta l'interazione tra il corpo e la terra e quindi dipende dalle posizioni relative della Terra e del corpo.

Forza di attrazione terrestre: peso

- Nei pressi della superficie terrestre la terra attrae un corpo di massa inerziale *m* con una forza costante ed uniforme, è responsabile del moto accelerato che può essere:
  - 1-D, il moto si sviluppa lungo la direzione della forza
  - 2-D, il moto è comunemente detto "moto dei proiettili"



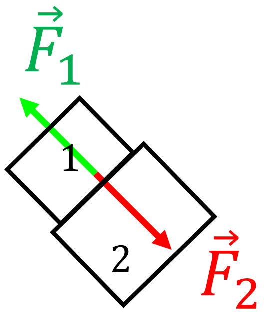
$$\vec{P} = \vec{F}_p = m\vec{g}$$

- Per il ***III principio*** alla terra viene applicata una forza di azione-reazione ma l'accelerazione risultante è trascurabile

$$|\vec{a}_T| = \frac{m}{M_T} g \qquad M_T = 6\times10^{24}\ \text{kg!}$$

Forze di contatto: Forze normali $(\vec{N})$ fra superfici

- la forza è diretta **perpendicolarmente alle superfici** (e solo in compressione)

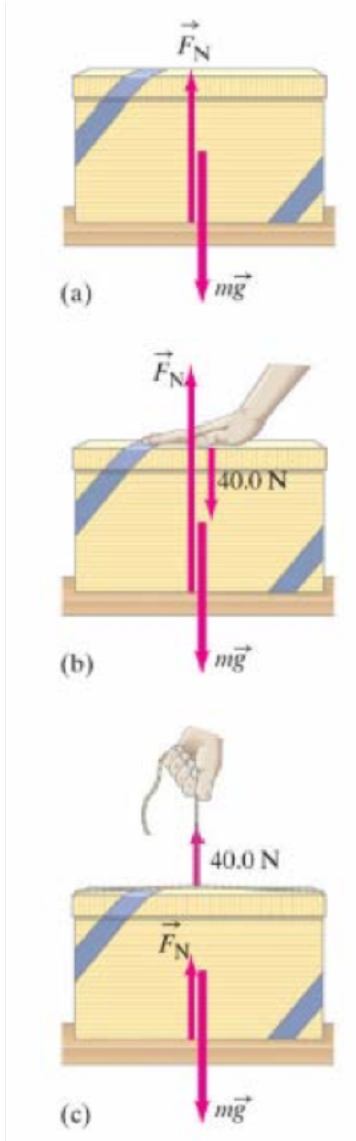


Es. di reazione vincolare $\vec{N}$:
$\vec{N}$ non sempre bilancia $m\vec{g}$

La **forza normale** **NON** è necessariamente uguale al **peso**

y

esempio: scatola a riposo su tavolo: $\sum F_y = 0$



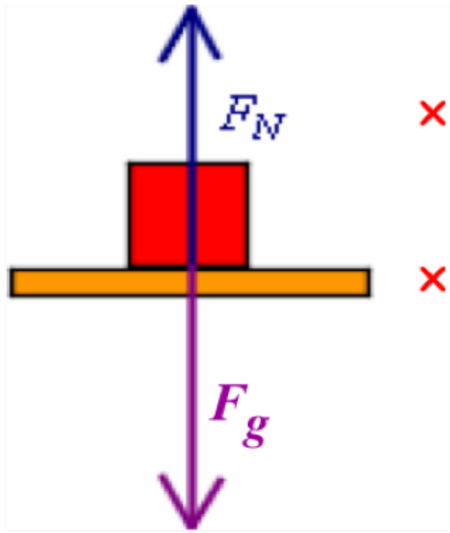
$$\sum F_y = N - mg = 0$$
$$N = mg$$

$$\sum F_y = N - mg - 40N = 0$$
$$N = mg + 40N$$

$$\sum F_y = N - mg + 40N = 0$$
$$N = mg - 40N$$

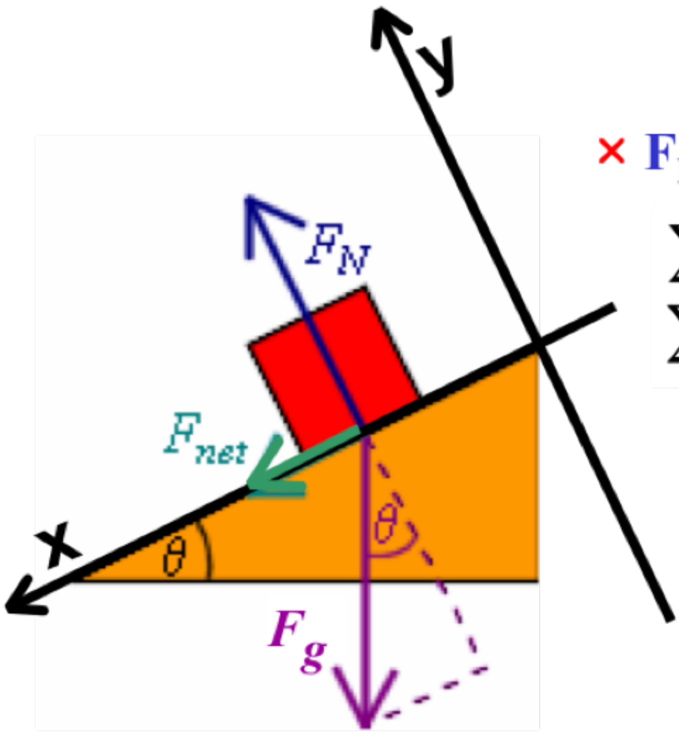
La **forza normale NON** è necessariamente **verticale** !

è diretta **perpendicolarmente alle superfici**



× $\mathbf{F_N}$ è sempre **perpendicolare** alla superficie di **appoggio**

× $\mathbf{F_g}$ è sempre **perpendicolare** alla superficie della **terra**



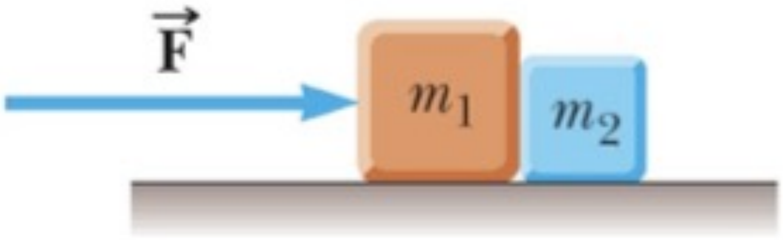
× $\mathbf{F_N}$ **non** sempre bilancia $\mathbf{F_g}$

$$\sum F_x = F_g \sin\theta = ma_x \neq 0$$
$$\sum F_y = F_N - F_g \cos\theta = 0$$

$\mathbf{F_N}$ bilancia **SOLO** componente di $\mathbf{F_g}$ normale al piano di appoggio

Esempio : un’oggetto ne spinge un’altro

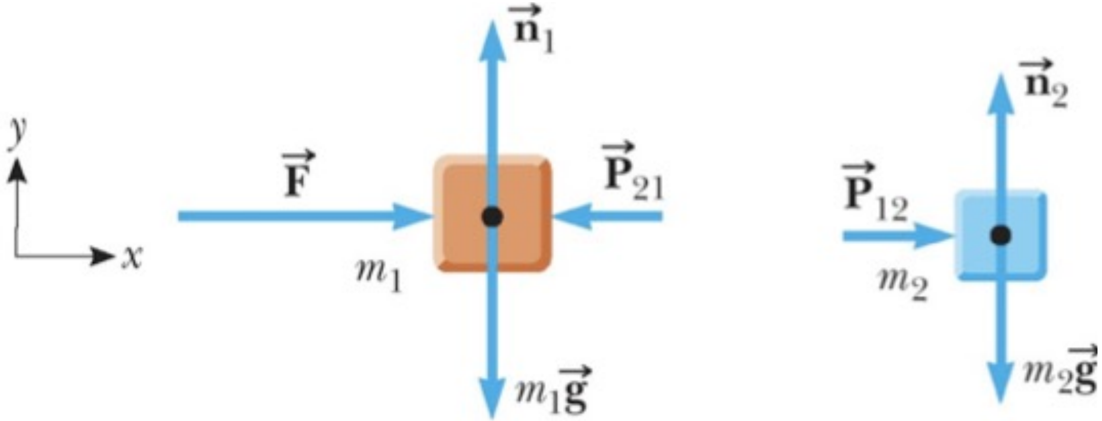
- Consideriamo per prima cosa il sistema nel suo insieme:



(a)

$$\sum F_x = m_{tot} a_x$$

- Facciamo il diagramma delle forze agenti sui singoli corpi



- Risolviamo le incognite

- Verifica: $\vec{P}_{21} = -\vec{P}_{21}$ (è una coppia azione-reazione)

Esempio : un'oggetto ne spinge un'altro

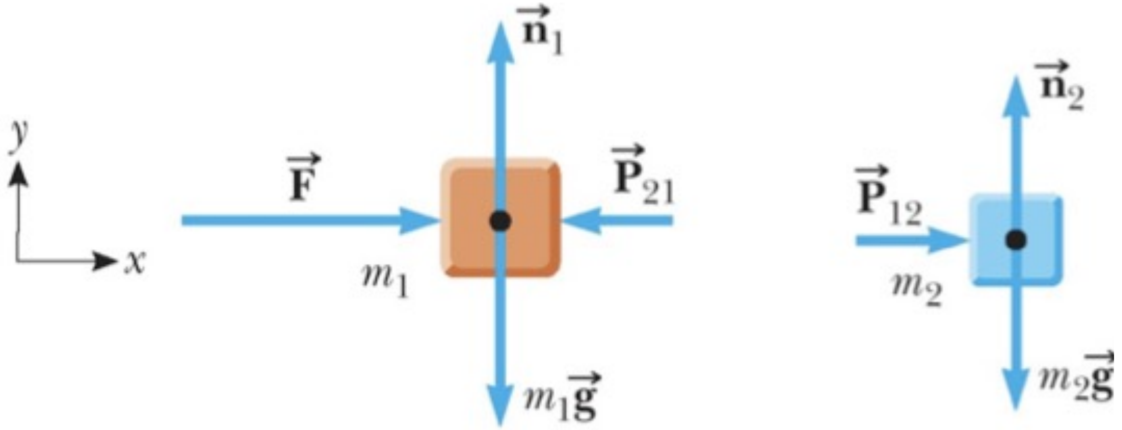
Per il sistema nel suo insieme:

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

(come per un blocco unico di massa $m_1 + m_2$)

Per il blocco 2: $P_{12} = m_2 a_x$,
da cui

$$P_{12} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$



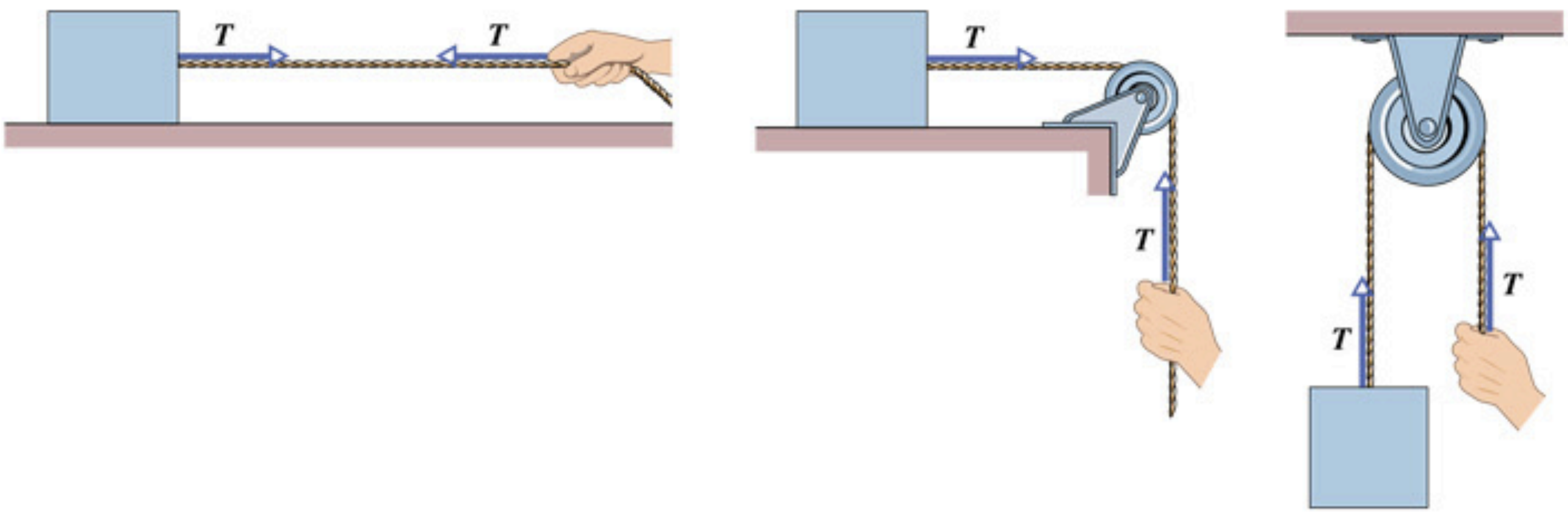
Per il blocco 1:

$$F - P_{21} = m_1 a_x \qquad \Rightarrow P_{21} = F - m_1 a_x = F - m_1 \frac{F}{m_1 + m_2}$$

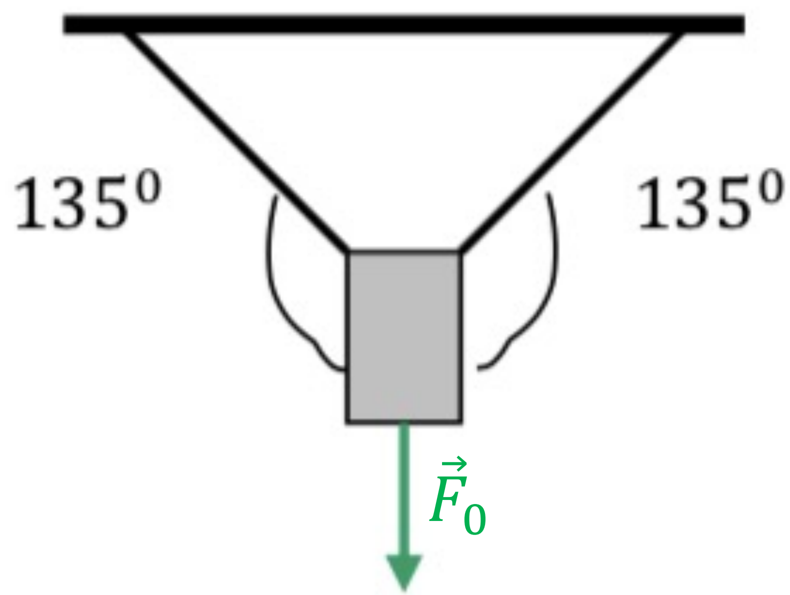
da cui $P_{21} = P_{12}$

Funi e corde

- Sono vincoli 1-D che in genere consideriamo:
  - Privi di massa inerziale
  - Inestensibili
    - Trasferiscono la forza, tensione T, tra gli estremi.



Esercizio 1). Su un punto materiale il peso esercita verso il basso una forza $\vec{F}_0$ di modulo 100 N. Il corpo è fermo ed è attaccato con due fili al soffitto: ognuno dei due fili forma un angolo di $135°$ rispetto alla direzione verticale. Calcolare il modulo della forza che ciascun filo esercita sul corpo.



D.1 modulo della forza che ciascun filo esercita sul corpo?

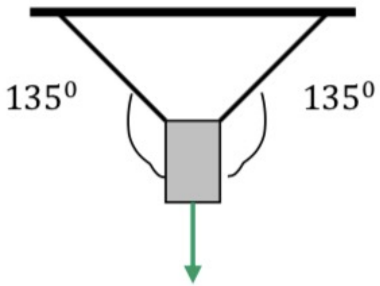
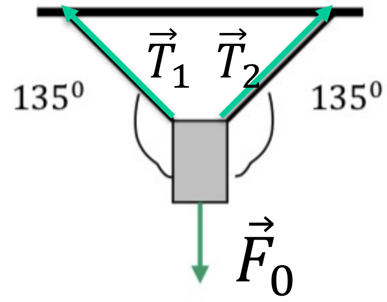
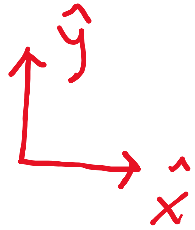


Diagramma di corpo libero
per il corpo





Indichiamo con $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ le forze ("forze di tensione") esercitate dai fili. Poiché il corpo è in equilibrio

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \qquad \Rightarrow \vec{F}_0 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

Le due tensioni sono eguali in modulo per simmetria. $T_1 = T_2$

Utilizzando un sistema di assi cartesiani standard (x, y) e ricordando che $\sin(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ si ha:

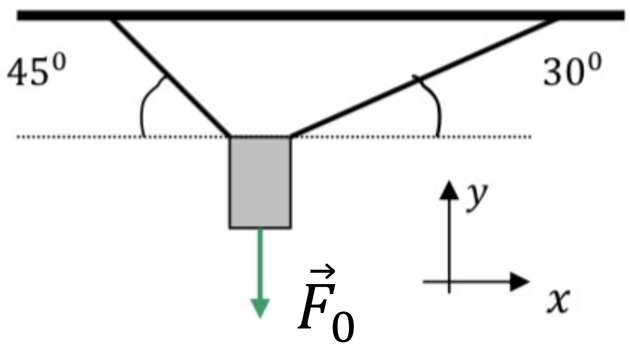
$$\begin{cases} y: \;\; 1)\; T_1 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + T_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2} - F_0 = 0 \\ x: \;\; 2)\; -T_1 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + T_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$

dalla 2) $T_1 = T_2$

dalla 1) sostituendo T_2 con T_1

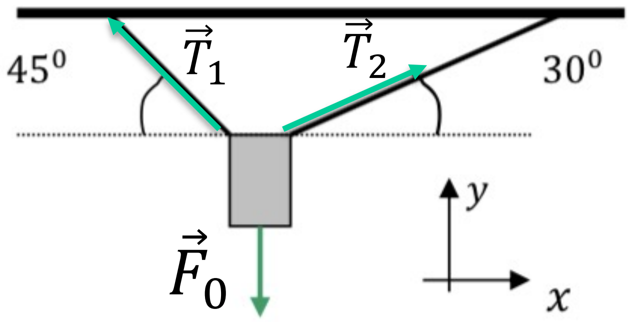
otteniamo $T_1 = \frac{F_0}{\sqrt{2}} = 71\ N$

Esercizio 2). Su un punto materiale il peso esercita verso il basso una forza $\vec{F}_0$ di modulo 100 N. Il corpo è fermo ed è attaccato con due fili al soffitto. Il primo filo forma un angolo di 45° rispetto alla direzione orizzontale, il secondo di 30°. Calcolare il modulo della forza e la forza che ciascun filo esercita sul corpo.



D.1 modulo della forza e la forza che ciascun filo esercita sul corpo?

Diagramma di corpo libero
per il corpo



Ricordando che

$$\sin(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin(30^o) = \frac{1}{2}, \cos(30^o) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

imponendo la condizione di equilibrio si ha:

$$\begin{cases} x: \ -T_1\frac{\sqrt{2}}{2} + T_2\frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \\ y: \ +T_1\frac{\sqrt{2}}{2} + T_2\frac{1}{2} - F_0 = 0 \end{cases}$$

da cui:

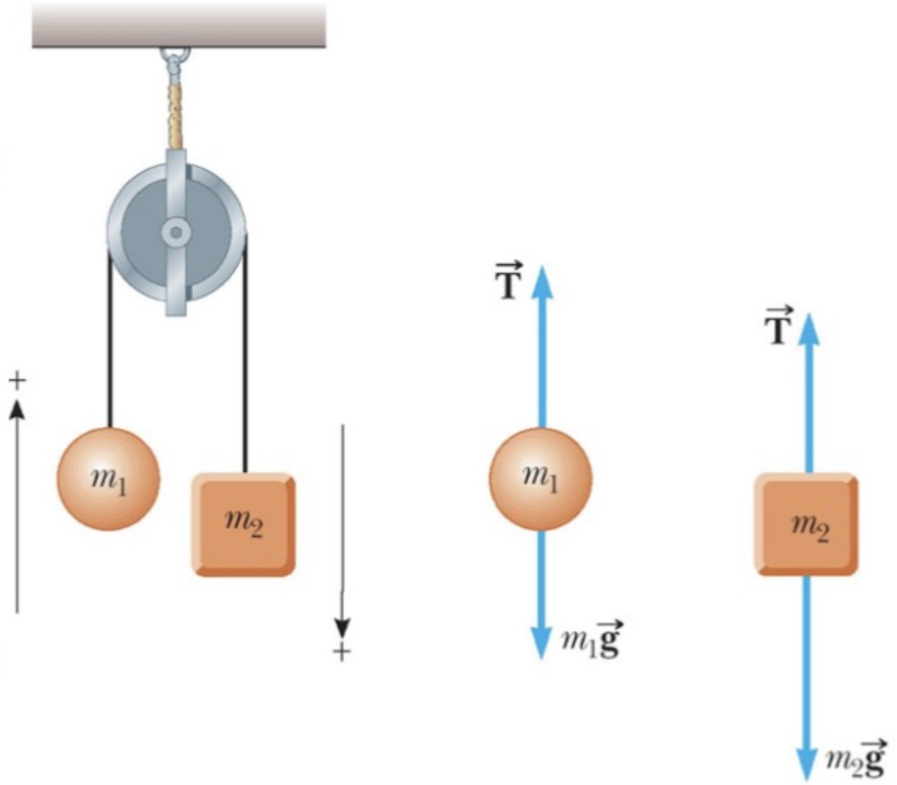
$$\vec{T}_1 = \left(-\frac{F_0\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}, \frac{F_0\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}, 0\right);$$

$$\vec{T}_2 = \left(\frac{F_0\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}, \frac{F_0}{1+\sqrt{3}}, 0\right)$$

$$\vec{T}_1 = (-63.4\ N, +63.4\ N, 0) \qquad \vec{T}_2 = (+63.4\ N, +36.6\ N, 0)$$

Esempio: macchina di Atwood

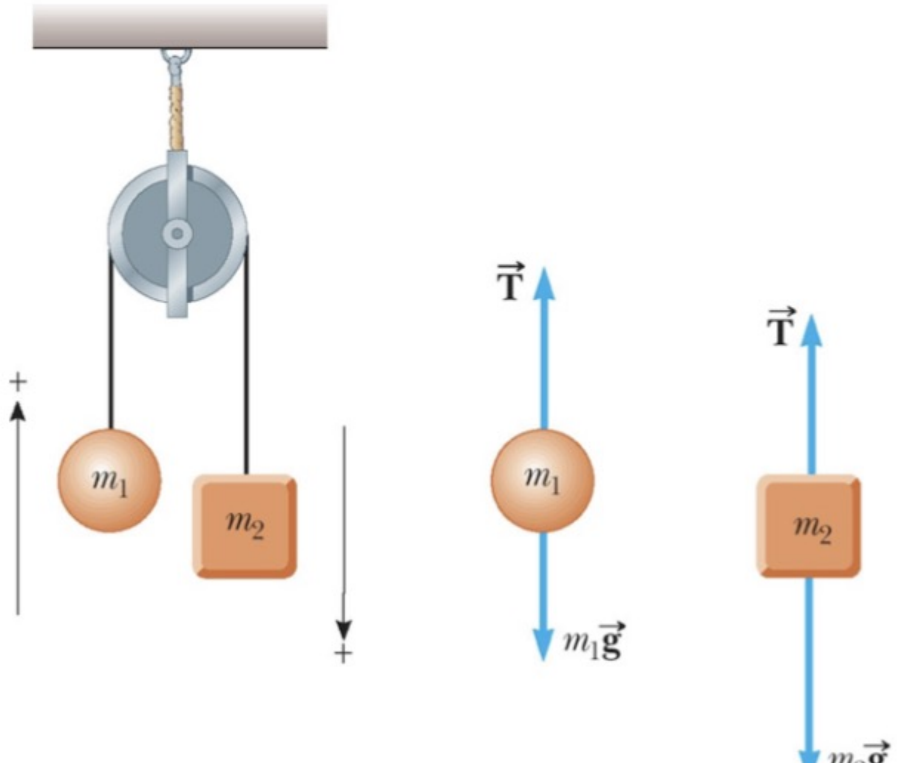
- Forze agenti sugli oggetti:
  - Tensione $\vec{T}$ (la stessa per i due oggetti: un solo filo)
  - Forza gravitazionale
- Ogni oggetto ha la stessa accelerazione in quanto connesso dal filo all'altro



- Soluzione: Disegnare il diagramma di corpo libero, applicare legge di Newton, risolvere per le incognite.

Esempio: macchina di Atwood (2)

- Oggetto 1: $T - m_1 g = m_1 a_y$
- Oggetto 2: $m_2 g - T = m_2 a_y$
- Sommiamo le due equazioni: $-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$ da cui



$$a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

- Sostituendo l'ultima equazione nella prima:

$$T = m_1 g + m_1 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{m_1(m_1 + m_2) + (m_2 - m_1)m_1}{m_1 + m_2} g$$

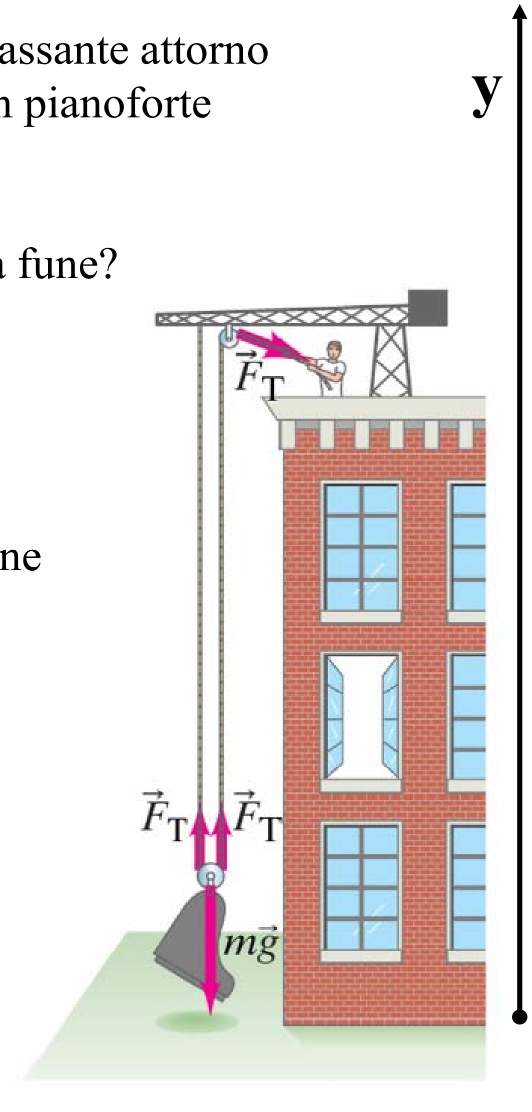
$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

applicazione: utilità di una carrucola

Un facchino impiega una fune passante attorno a **due carrucole** per sollevare un pianoforte del peso di 2000 N.

Quale forza deve esercitare sulla fune?

N.B.
Per fune di massa trascurabile il modulo della forza **tensione** è lo stesso in ogni punto della fune



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{T} + \vec{T} + \vec{F}_g$$

$$ma = 2T - mg$$

Per far muovere il pianoforte con velocità costante:

$$ma = 2T - mg = 0$$

$$T = mg/2$$

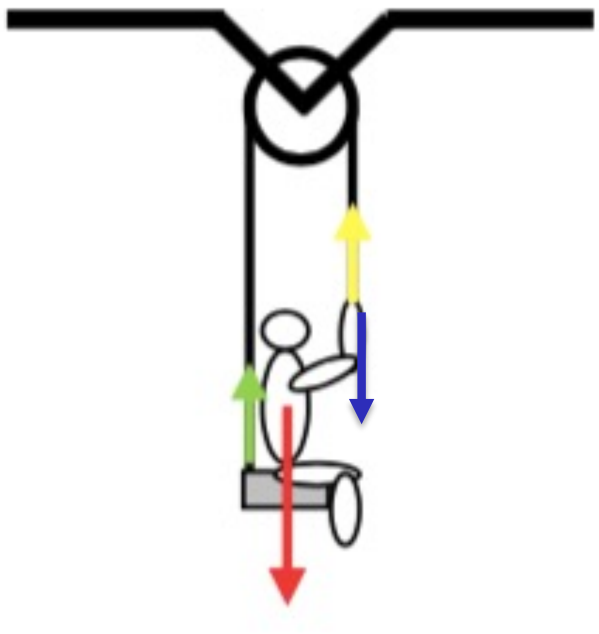
► la carrucola fornisce un **vantaggio meccanico** pari a **2**

► senza la carrucola T = mg

- Con una sola carrucola e gancio sul pianoforte ?

T=mg=2000 N

Esercizio. Mostrare che un uomo seduto su un seggiolino, utilizzando una carrucola, può salire verticalmente applicando una forza inferiore al suo peso più quello del seggiolino. Calcolare la sua accelerazione in funzione della forza da lui esercitata.

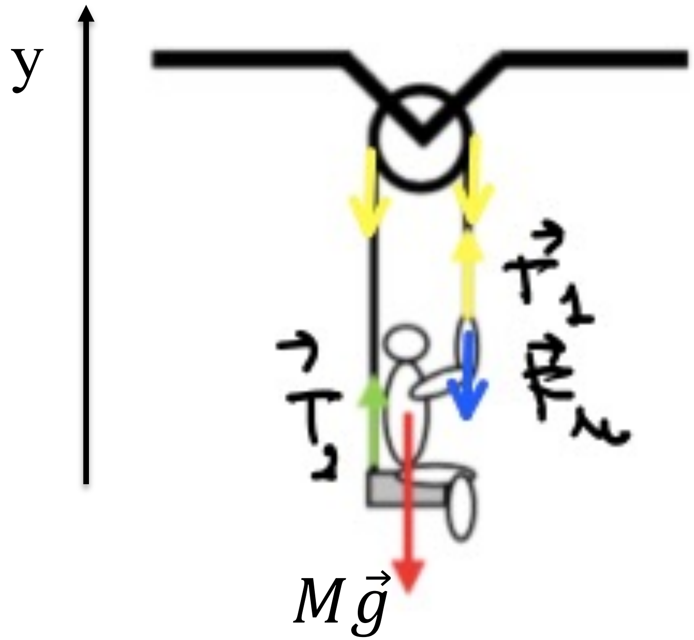


L'uomo tira verso il basso con $\vec{F}_U$

Sull'uomo il filo tira verso $\mathrm{l'alto\ con\ forza}\ \vec{T}_1$

$\vec{T}_1 = \vec{T}_2 = \vec{T} = -\vec{F}_u$

Per far salire seggiolino e uomo (massa totale M) con velocità costante:



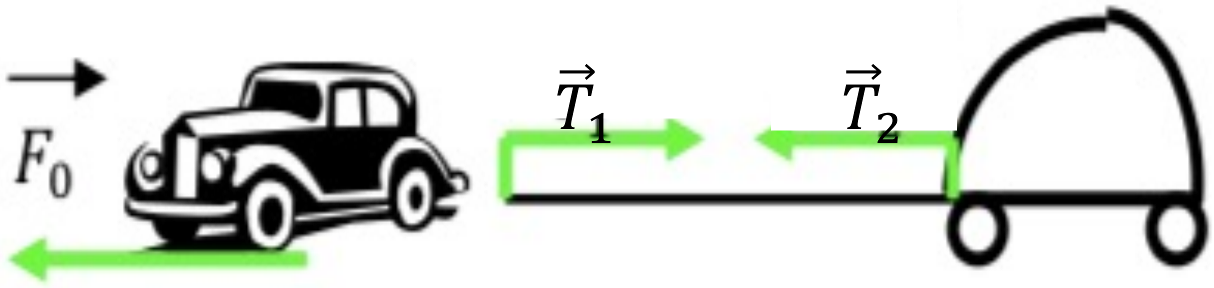
$$M\vec{g} + 2\vec{T} = M\vec{g} - 2\vec{F}_u = 0$$

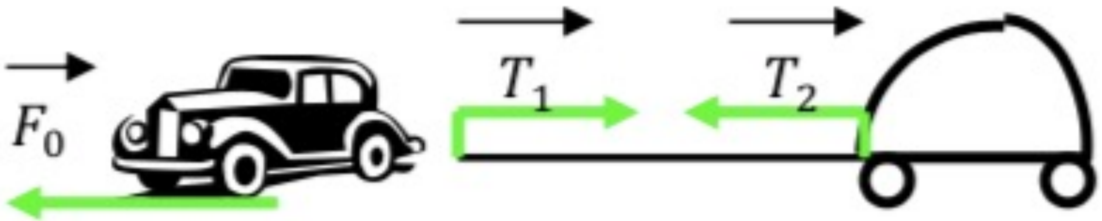
$$-Mg + 2F_u = Ma = 0 \quad \Rightarrow F_u = \frac{Mg}{2}$$

- Il sistema seggiolino più uomo può salire verticalmente applicando una forza inferiore al peso e con velocità non costante a patto che:

$$-Mg + 2F_u = Ma \quad \Rightarrow a = \frac{2F_u}{M} - \mathrm{g}$$

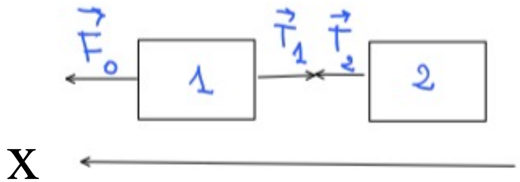
Esercizio. Un'automobile (massa $M_1 = 1500\,\mathrm{kg}$) traina una roulotte (massa $M_2 = 500\,\mathrm{kg}$) su una strada orizzontale. La forza esercitata dalle ruote dell'automobile parallelamente alla strada ha modulo $|\vec{F}_0| = 1000\,\mathrm{N}$. (Poiché i pesi dei veicoli sono bilanciati dalla reazione sulle ruote, si possono considerare solo le forze parallele alla strada.) Si calcoli l'accelerazione dell'automobile (che è uguale a quella della roulotte) e la forza sul gancio fra auto e roulotte.





$$\vec{T}_1 = -\vec{T}_2 \quad \Longrightarrow \left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right|$$

per il principio di azione e reazione.



$\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$

I corpi hanno la stessa accelerazione (filo teso)

Sul corpo 1

① $\vec{F}_0 + \vec{T}_1 = M_1 \vec{a}$

Sul corpo 2

② $\vec{T}_2 = M_2 \vec{a}$

sostituendo $\vec{T}_2$ con $-\vec{T}_1$

e sommando la ① e la ②

$\vec{F}_0 = (M_1 + M_2)\vec{a}$

$$a = \frac{F_0}{M_1 + M_2}$$

Inoltre dalla ②

$T_2 = M_2 a$

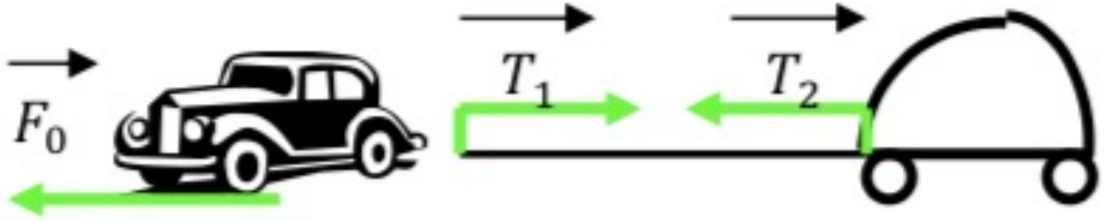
Si calcoli l'accelerazione dell'automobile (che è uguale a quella della roulotte) e la forza sul gancio fra auto e roulotte.

$\vec{a}$? $\vec{T}_1$? $\vec{T}_2$?

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_0}{(M_1+M_2)} = \frac{1000}{1500+500}\frac{m}{s^2}\hat{x} = 0.5\hat{x}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\vec{T}_2 = M_2\vec{a} = \left(\frac{M_2}{M_1+M_2}\right)\vec{F}_0 = \left(\frac{500}{1500+500}\right)\times 1000\mathrm{N}$$
$$= 250\hat{x}\ \mathrm{N}$$

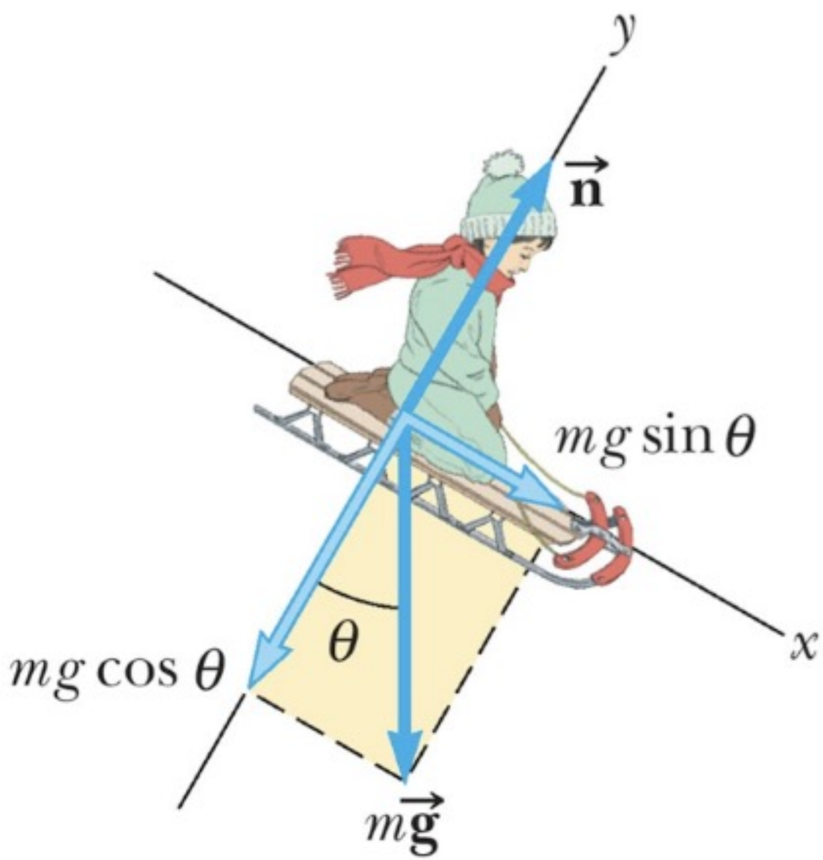
$$\vec{T}_1 = -\vec{T}_2 = -250\hat{x}\ \mathrm{N}$$



Piano inclinato

Forze agenti sull'oggetto:

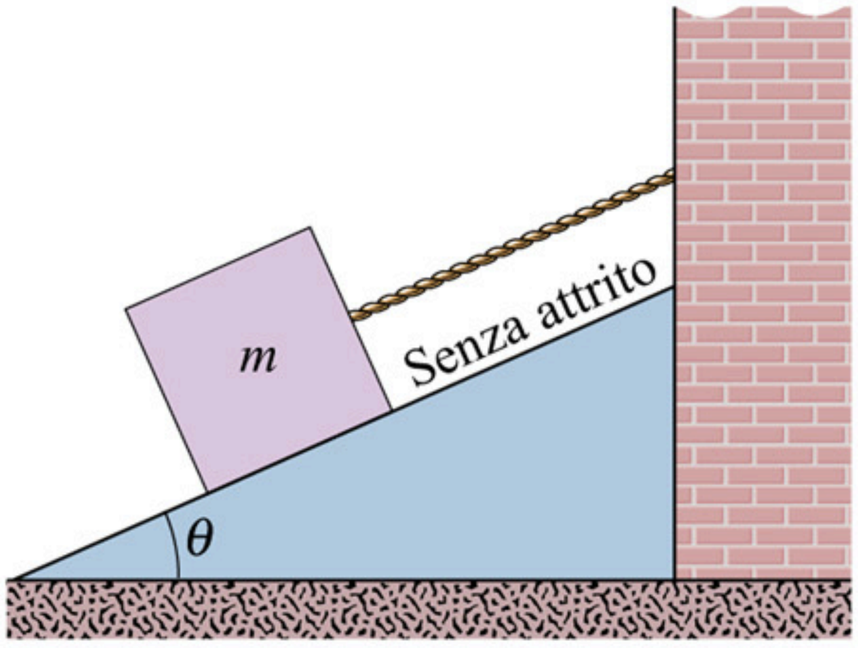
- La forza normale agisce in direzione *perpendicolare* al piano
- La forza gravitazionale agisce in direzione *verticale*
- Conviene scegliere x lungo il piano inclinato, y perpendicolare al piano, scomporre la forza di gravità in component x e y

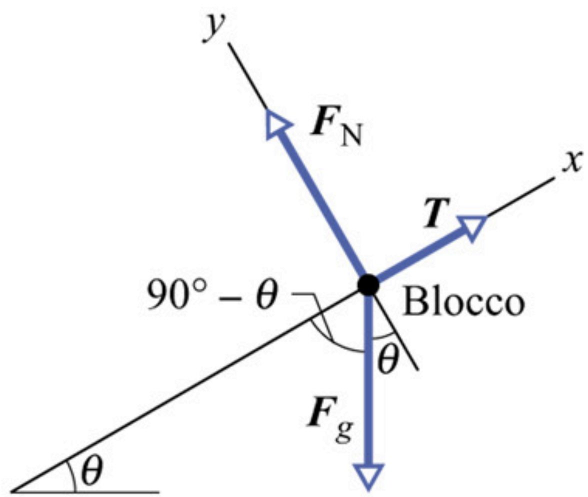


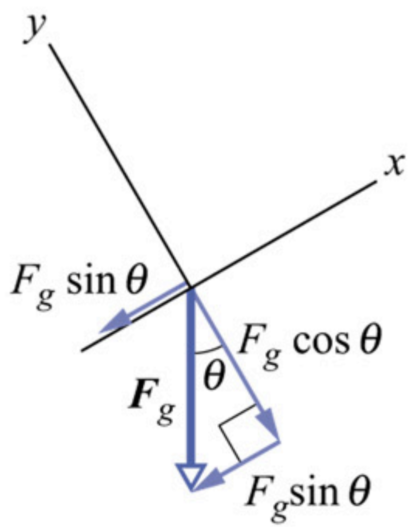
$$n - mg\cos\theta = 0, \qquad mg\sin\theta = ma_x$$

da cui $\boxed{a_x = g\sin\theta}$

Es. Equilibrio su piano inclinato







$$\vec{F}_N + \vec{T} + \vec{F}_g = m\vec{a} = 0$$

Lungo l'asse x $\quad -F_g \operatorname{sen}\theta + T = 0$

Lungo l'asse y $\quad -F_g \cos\theta + F_N = 0$