

La fisica dei fenomeni Elettrici e Magnetici

(seconda parte del corso di fisica generale I)

Michele.virgilio@unipi.it

Dipartimento di Fisica Enrico Fermi, Largo Bruno Pontecorvo
Edificio C, piano terra stanza 44.



Testi consigliati:

Mazzoldi, Nigro, Voci

Elementi di Fisica Elettromagnetismo ed Onde (EdiSes)

R. Serway

Principi di Fisica (Volume Unico) Edises

R. Serway

Fisica per le Scienze e Ingegneria (Vol I e II) Edises

Ricevimento:

Lunedì ore 15 previa richiesta per mail

Programma del corso

Carica elettrica e legge di conservazione. Carica del protone e dell' elettrone. Forza di Coulomb. Principio di sovrapposizione. Forza totale esercitata da un sistema di cariche puntiformi. Proprietà di simmetria del campo elettrostatico. Campo elettrico generato da distribuzioni continue di cariche: sbarretta, anello, disco, piastra indefinita, filo indefinito.

Flusso del vettore di campo elettrico attraverso una superficie. Teorema di Gauss. Differenza di potenziale e potenziale elettrico. Esempi di calcolo del potenziale per anello, disco, sbarretta, dipolo elettrico. Linee di campo e superfici equipotenziali. Energia di un sistema di cariche puntiformi.

Conduttori ed isolanti. Condensatori e capacità. Esempi di condensatori a lastre piane parallele, sferici, cilindrici. Condensatori in serie e in parallelo. Dielettrici e meccanismi di polarizzazione. Energia immagazzinata in condensatori. Rottura di dielettrici.

Conduttori, flusso di cariche e densità di corrente. Resistività e legge di Ohm. Conduttori, isolanti, semiconduttori e superconduttori. Potenza elettrica ed effetto Joule. Resistenze in serie e in parallelo. Circuiti e leggi di Kirchoff. Carica e scarica di condensatori. Costante di tempo.

Generalità sul campo magnetico. Forza di Lorentz. Forza indotta da un campo magnetico su fili percorsi da corrente. Corrente come sorgente di campo magnetico. Legge di Biot-Savart. Esempi di calcolo di campi magnetici a partire da fili percorsi da corrente. Filo indefinito. Calcolo del campo prodotto da una spira circolare. Momento di dipolo magnetico di una spira.

Forza fra due conduttori percorsi da corrente. Legge di Ampere. Calcolo di campi magnetici mediante la legge di Ampere. Campo magnetico all' interno di un filo percorso da corrente. Campo prodotto da un toroide e da un solenoide. Concetto di flusso magnetico.

Legge di Faraday. Spire e sbarrette rotanti in campo magnetico. Legge di Lenz. Attrito elettromagnetico. Generatori e motori elettrici. Fenomeno dell' autoinduzione. Induttanza e calcolo dell' induttanza in un solenoide. Corrente di Ampere generalizzata e corrente di spostamento in un circuito oscillante LC. Circuiti RC, RL e LC. Carica e scarica di condensatori e induttanze. Legge di Ampere-Maxwell. Equazioni di Maxwell in formulazione integrale. Cenni sulle onde.

- Fenomeni elettrici.
- Carica elettrica.
- Legge di Coulomb.
- Campo Elettrostatico.
- Applicazioni.

La fisica dei fenomeni Elettrici e Magnetici

ELETTRONAGNETISMO

- Le manifestazioni di questi fenomeni sono molteplici
 - Fenomeni naturali, molto comuni e ‘visibili’



La fisica dei fenomeni Elettrici e Magnetici

ELETTRONAGNETISMO

- Le manifestazioni di questi fenomeni sono molteplici
 - Fenomeni naturali, molto comuni e ‘visibili’

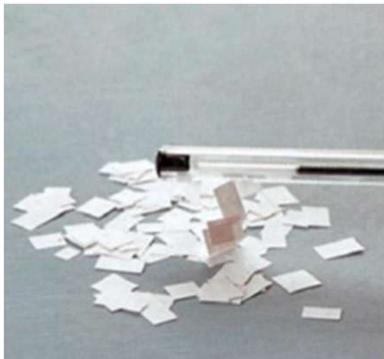


- Fenomeni naturali, molto comuni e ‘invisibili’ come la struttura della materia ordinaria: atomi , molecole, corpi solidi e strutture cristalline,
- Le forze elettromagnetiche agiscono a distanza

La fisica dei fenomeni Elettrici e Magnetici

ELETTRONAGNETISMO

- Le manifestazioni di questi fenomeni sono molteplici
 - Fenomeni naturali, molto comuni e ‘visibili’



- Fenomeni naturali, molto comuni e ‘invisibili’ come la struttura della materia ordinaria: atomi , molecole, corpi solidi e strutture cristalline,
- Le forze elettromagnetiche agiscono a distanza

- Oggi l’elettromagnetismo è stato compreso al punto da divenire fondamentale strumento di sviluppo tecnologico, sociale ed economico:
 - telecomunicazioni
 - medicina
 - elettronica di consumo
 - trasporti
 -
- ogni settore delle nostre quotidiane attività è regolata da strumenti (dispositivi) basati su fenomeni elettromagnetici

La Carica elettrica

- Alla base di tutti i fenomeni elettromagnetici c'è una proprietà della materia detta **Carica Elettrica**
 - è una proprietà che presenta due facce, vengono convenzionalmente chiamate Carica Elettrica **POSITIVA** e Carica Elettrica **NEGATIVA**
 - normalmente la materia è **NEUTRA**, ovvero contiene uguale quantità di cariche positive e negative;
 - Le cariche elettriche si **COMPENSANO** su scala microscopica (atomi, molecole)

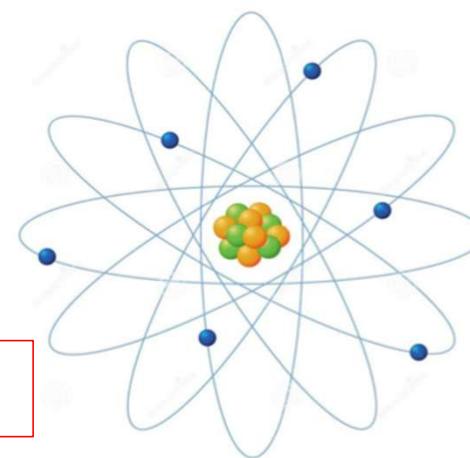
La Carica elettrica

- Alla base di tutti i fenomeni elettromagnetici c'è una proprietà della materia detta **Carica Elettrica**

- è una proprietà che presenta due facce, vengono convenzionalmente chiamate Carica Elettrica **POSITIVA** e Carica Elettrica **NEGATIVA**
- normalmente la materia è **NEUTRA**, ovvero contiene uguale quantità di cariche positive e negative;
 - Le cariche elettriche si **COMPENSANO** su scala microscopica (atomi, molecole)
- La carica elettrica è quantizzata: la materia è costituita da un numero intero di elettroni e protoni, per cui qualunque carica elettrica è sempre un multiplo intero della carica dell'elettrone o del protone

$$|q_e| = q_p = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

nel S.I. $C = \text{Coulomb}$

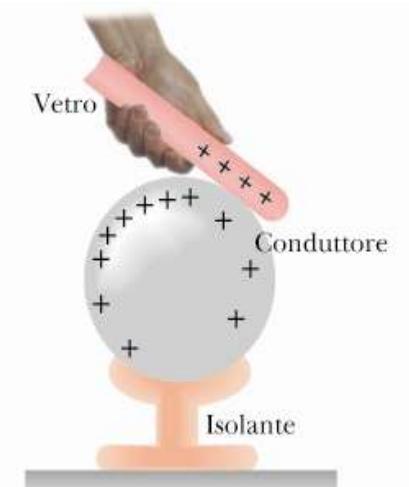
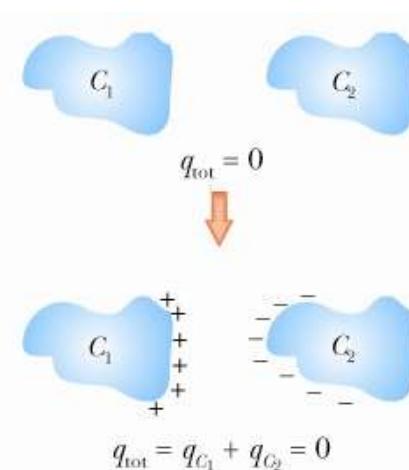
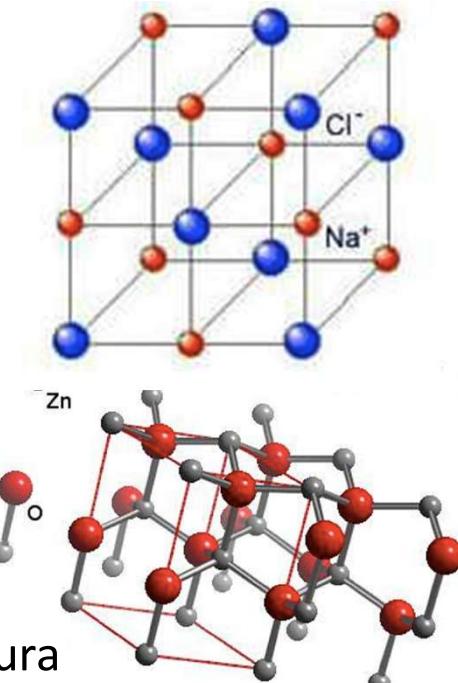


● Neutrone	$M_N = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	$q_N = 0$
● Protone	$M_P = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$	$q_P = +e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
● Elettrone	$M_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$	$q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

- Numero atomico Z : numero di protoni o elettroni
- Numero di massa $A=Z+N$ dove N è il numero di neutroni

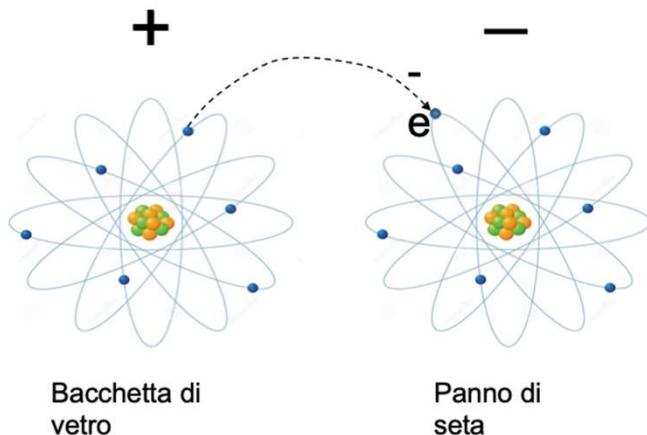
La Carica elettrica

- Qualsiasi sostanza solida, liquida o gassosa (incluso il nostro corpo) è nient'altro che un aggregato di cariche elettriche
 - la materia sta insieme grazie alle cariche elettriche ed alle loro interazioni reciproche
- Le forze elettriche sono estremamente intense;
 - se le particelle non fossero caricate, le stelle, i pianeti, e i corpi di qualsiasi natura non esisterebbero: l'universo sarebbe permeato da un pulviscolo di particelle elementari vaganti liberamente nello spazio
- La carica elettrica si conserva
- I corpi si dividono in isolanti e conduttori
- Atomi ionizzano positivamente o negativamente
- Nei conduttori la carica si distribuisce su tutta la superficie disponibile



ELETTRIZZAZIONE PER SFREGAMENTO

- Con un lavoro meccanico elementare (sfregamento) è possibile trasferire cariche elettriche tra corpi macroscopici differenti



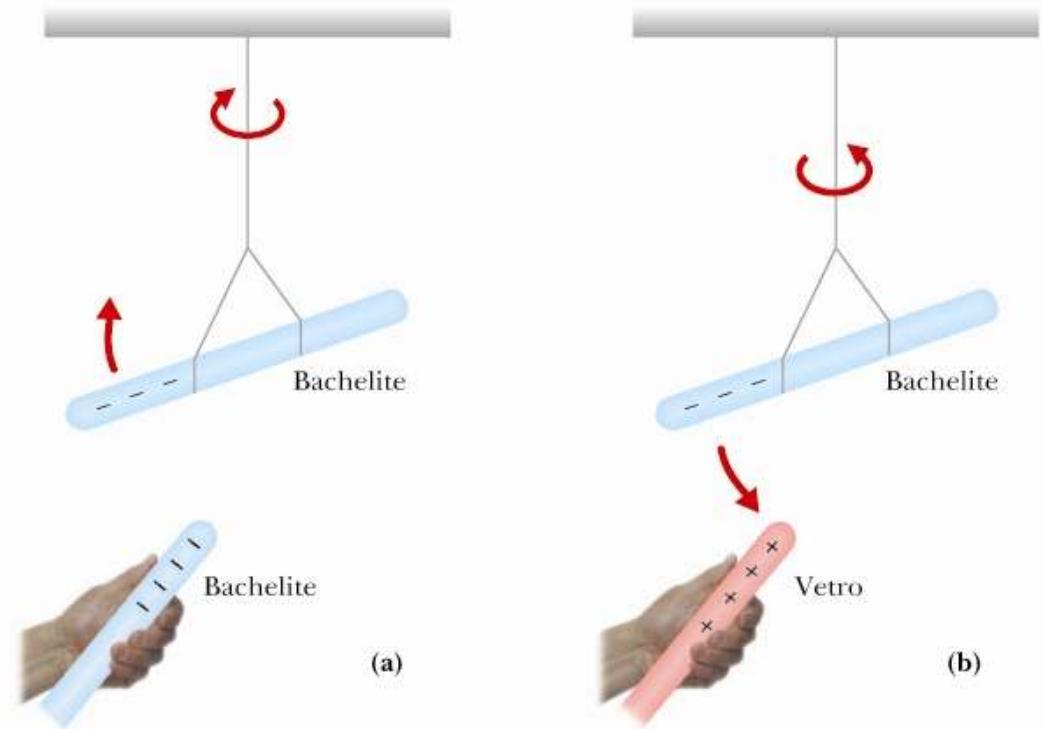
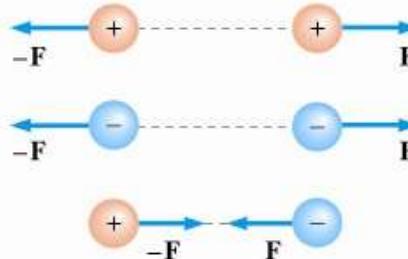
Verifica sperimentale



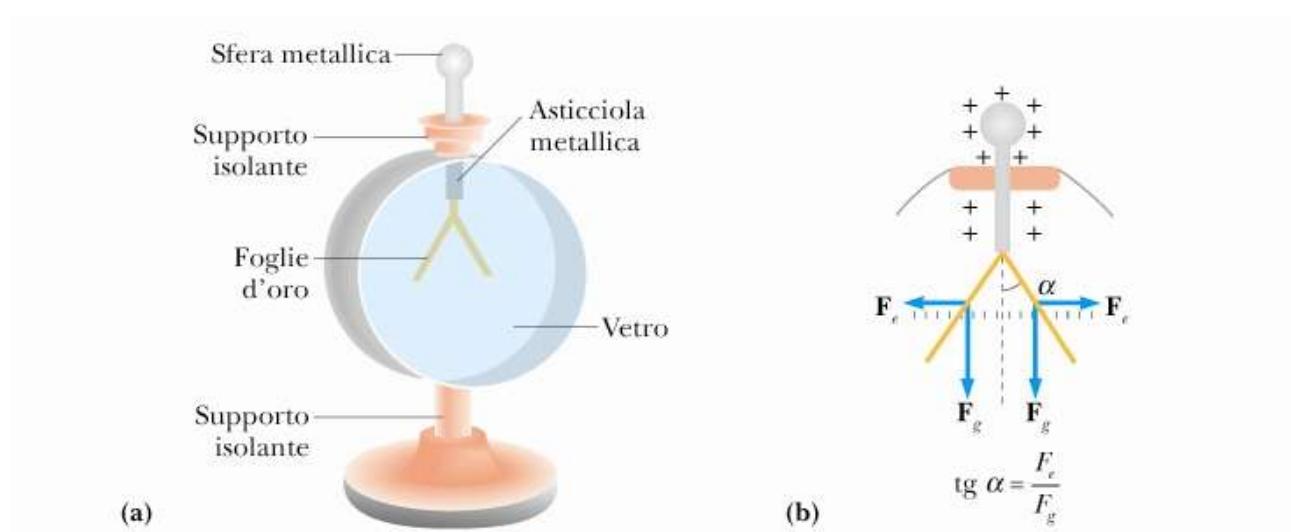
- Alla fine del procedimento troveremo una eccedenza di cariche negative sul panno di seta (*corpo carico negativamente*) ed una mancanza di cariche negative, eccedenza di cariche positive, sulla bacchetta di vetro (*corpo carico positivamente*)

Esperimenti con cariche: forza elettrica

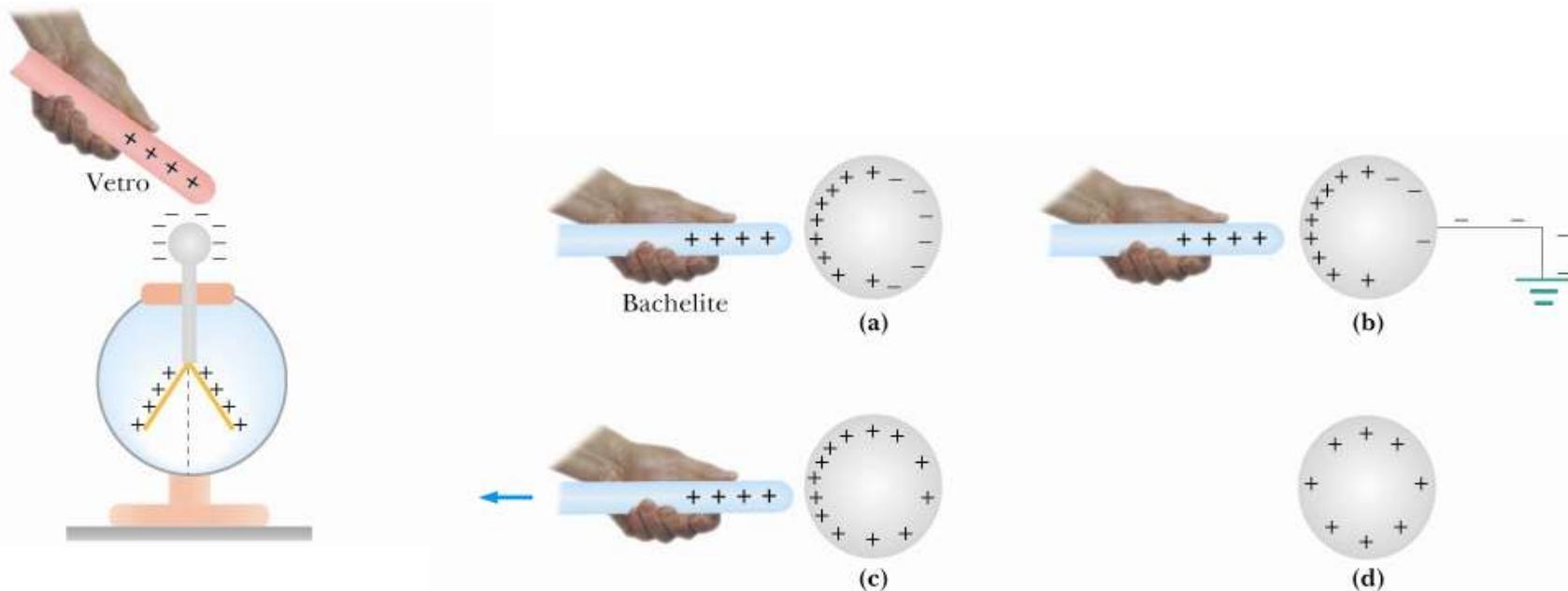
- Esperimenti con ‘pendolo di torsione’ rivela forze elettriche con caratteristiche bivalenti: ***attrattive e repulsive***
- Le forze agiscono ‘a distanza’, cioè senza un necessario contatto di materia
- Corpi preventivamente ‘caricati’ con sfregamento
 - Corpi consistenti dello stesso materiale registrano *forze repulsive*
 - Corpi di materiale differente possono sperimentare *forze attrattive*



L'elettroscopio a foglie



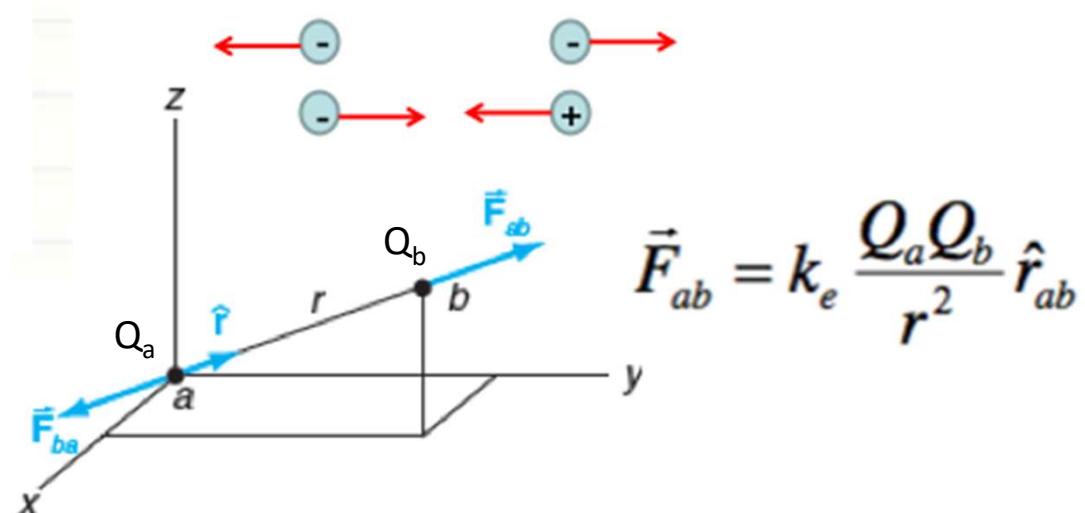
Induzione elettrostatica



- Nei conduttori la carica si distribuisce su tutta la superficie disponibile

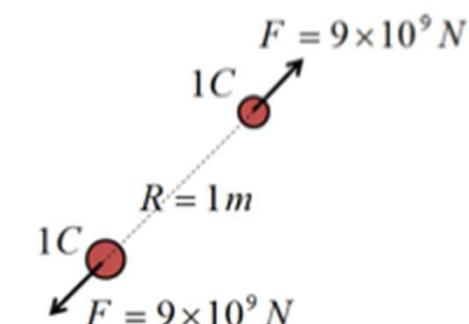
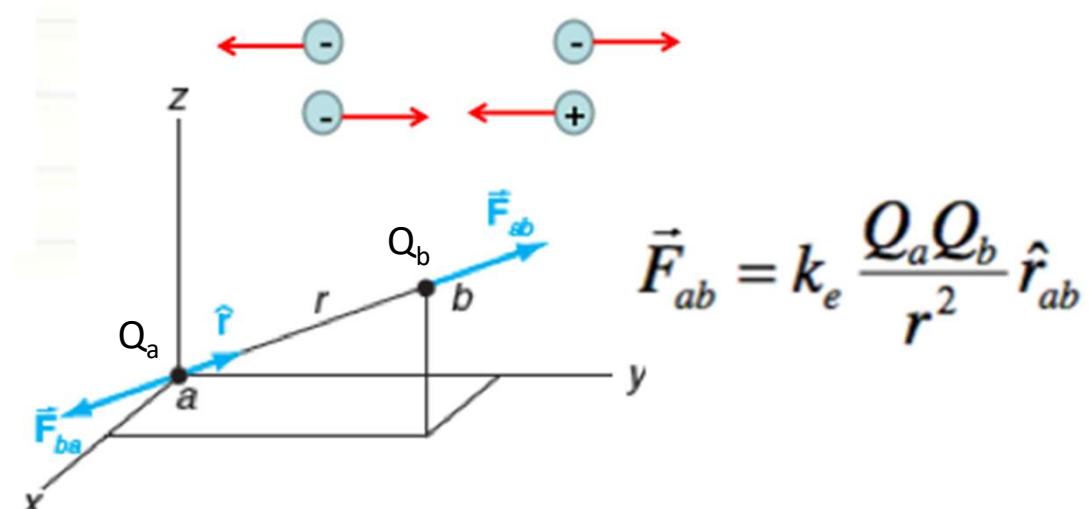
Legge di Coulomb

- Due punti materiali carichi (cariche *'Puntiformi'*) Q_a e Q_b , si attraggono o si respingono con
 - una forza che agisce a *distanza (r)*
 - direttamente proporzionale alle rispettive *cariche ($Q_a \times Q_b$)*
 - inversamente proporzionale al *quadrato della loro distanza (r^{-2})*
 - diretta lungo la retta *congiungente* le due cariche puntiformi
 - vale il *III principio* della dinamica



Legge di Coulomb

- Due punti materiali carichi (cariche *'Puntiformi'*) Q_a e Q_b , si attraggono o si respingono con
 - una forza che agisce a *distanza (r)*
 - direttamente proporzionale alle rispettive *cariche ($Q_a \times Q_b$)*
 - inversamente proporzionale al *quadrato della loro distanza (r^{-2})*
 - diretta lungo la retta *congiungente* le due cariche puntiformi
 - vale il *III principio* della dinamica
- Nel Sistema Internazionale (S.I.), la forza si misura in *Newton (N)*, la carica in *Coulomb (C)*, la distanza in *metri (m)* (1C è la carica trasportata in un secondo da una corrente di 1A)



$$q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} C$$

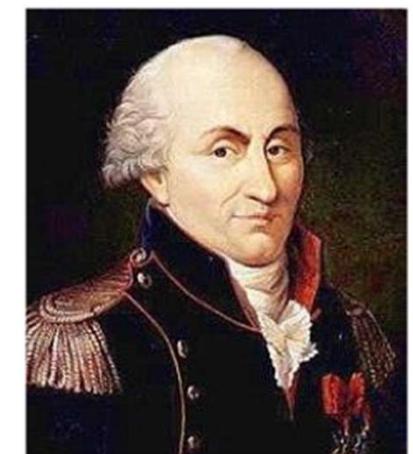
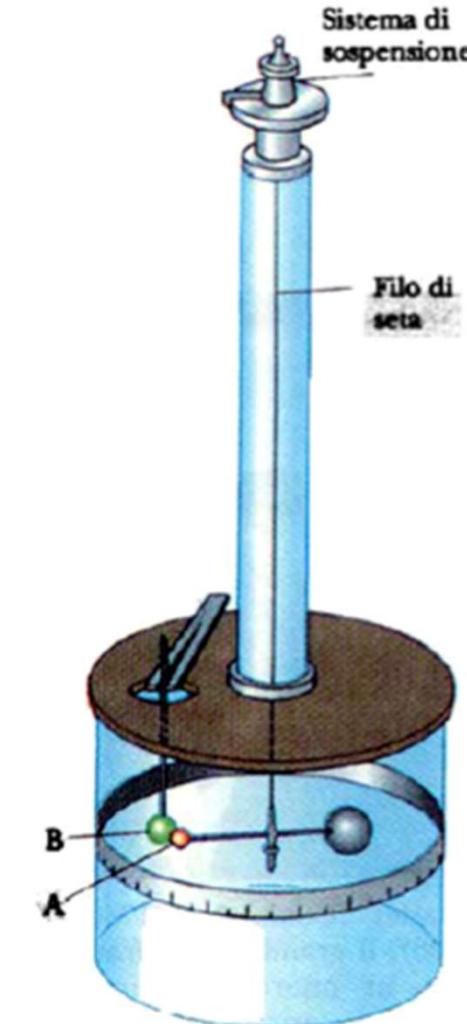
$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Permittività dielettrica del vuoto

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Legge di Coulomb

- Due punti materiali carichi (cariche '*Puntiformi*') Q_a e Q_b , si attraggono o si respingono con
 - una forza che agisce a *distanza (r)*
 - direttamente proporzionale alle rispettive *cariche ($Q_a \times Q_b$)*
 - inversamente proporzionale al *quadrato della loro distanza (r^{-2})*
 - diretta lungo la retta *congiungente* le due cariche puntiformi
 - vale il *III principio* della dinamica
- Nel Sistema Internazionale (S.I.), la forza si misura in *Newton (N)*, la carica in *Coulomb (C)*, la distanza in *metri (m)* (1C è la carica trasportata in un secondo da una corrente di 1A)



Charles Augustin
de Coulomb
Angoulême,
Francia,
1736-1806

\vec{r}_a
 \vec{r}_b
 \vec{r}
 Q_a
 Q_b
 \vec{F}_{ab}

$$\vec{F}_{ab} = k_e \frac{Q_a Q_b}{|\vec{r}_b - \vec{r}_a|^2} \frac{\vec{r}_b - \vec{r}_a}{|\vec{r}_b - \vec{r}_a|}$$

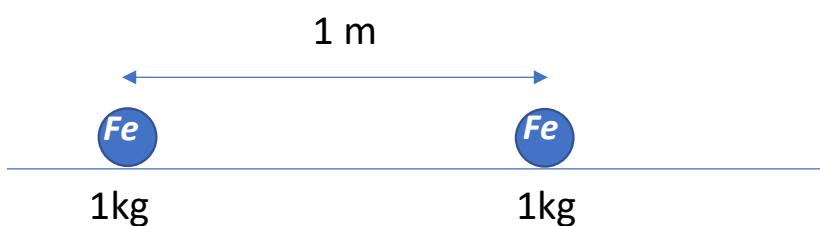
$$\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}_b - \vec{r}_a}{|\vec{r}_b - \vec{r}_a|}$$

$$\vec{r} + \vec{r}_a = \vec{r}_b$$

Esempio

- Due sfere di Ferro : Fe A=55 , Z=26 (26 p^+ , 26 e^- , 29 n)



Calcolare la forza repulsiva se la carica del neutrone fosse 10^{-9} quella del protone

$$N_p = N_e = \frac{1 \text{ kg}}{55 \cdot m_p} \cdot 26 = \frac{1 \text{ kg}}{55 \cdot 1,7 \text{ kg}} \cdot 10^{27} \cdot 26 \sim 10^{26}$$

$$N_n = N_p \cdot \frac{29}{26} \sim 10^{26}$$

$$q_n \sim 10^{26} \cdot 10^{-9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ C}$$

$$F \sim 10^{10} \frac{N \text{ m}^2}{\text{C}^2 \cdot 1.44 \pi^2} \cdot 10^{-6} \text{ C}^2 \sim 10^6 \text{ N}$$

● Neutrone
 $M_N = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ $q_N = 0$

● Protone
 $M_P = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$
 $q_P = +e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

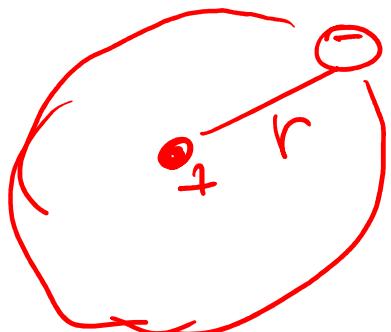
● Elettrone
 $M_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$
 $q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Legge di Coulomb/Gravitazione: Atomo di idrogeno

Verificare che il rapporto tra forza gravitazionale ed elettrostatica nell'atomo H è dell'ordine di 2×10^{-39}



$$r \sim 10^{-10} \text{ m}$$

$$F_g \approx G \cdot \frac{m_e m_p}{r^2}$$

$$F_e \sim k_e \frac{q_e q_p}{r^2}$$

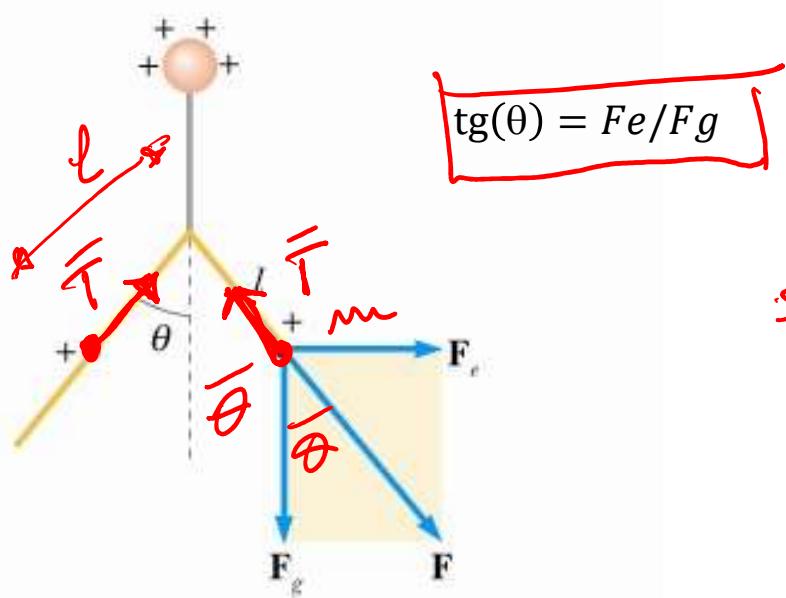
$$\frac{F_g}{F_e} \sim \frac{G}{k_e} \frac{\frac{m_e m_p}{r^2}}{\frac{q_e q_p}{r^2}} = \frac{6 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-30} \text{ kg}^2}{10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot 3.6 \cdot 10^{-38}} =$$

$$\frac{8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}}{G = 6,674,30(15) \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}}$$

- Neutrone
 $M_N = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ $q_N = 0$
- Protone
 $M_P = 1.7 \times 10^{-27} \text{ Kg}$
 $q_P = +e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Elettrone
 $M_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$
 $q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Misura della carica elettrica con elettroscopio



$$\boxed{\tan(\theta) = F_e/F_g}$$

$$F_e = \frac{k_e q^2}{(2 \cdot l \sin\theta)^2}$$

$$F_g = mg$$

$$\theta \ll 1 \text{ rad}$$

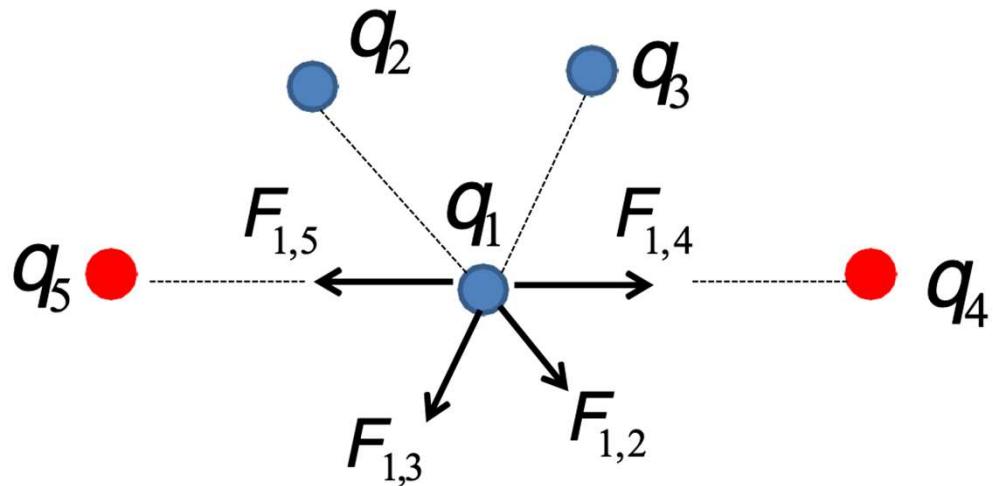
$$\tan \theta = \frac{k_e q^2}{4 l^2 \sin^2 \theta \cdot mg}$$

$$\theta = \frac{k_e q^2}{4 l^2 \sin^2 \theta \cdot mg} \Rightarrow$$

$$q = \sqrt{\frac{4 l^2 \cdot mg}{k_e}} \theta^{3/2}$$

Principio di sovrapposizione

- Forza elettrostatica agente sulla carica q_1



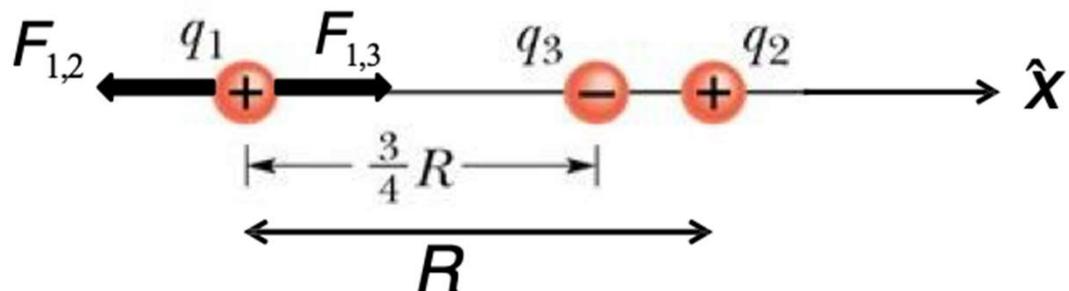
- Nell'esempio in figura, le cariche
 - blu positive
 - rosse negative
- Agiscono con forze presenti *contemporaneamente* sulla carica q_1

- Vale il principio di **sovrapposizione**

$$\vec{F}_{1,tot} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{1,4} + \vec{F}_{1,5} + \dots + \vec{F}_{1,n}$$

Forze elettrostatiche su cariche puntiformi

- Tre cariche $q_1 = 1.6 \cdot 10^{-19} C$, $q_2 = 3.2 \cdot 10^{-19} C$, $q_3 = -3.2 \cdot 10^{-19} C$ sono allineate lungo l'asse x
- le distanze sono indicate in figura
- sia $R = 2 \text{ cm}$
- Determinare il vettore forza su q_1

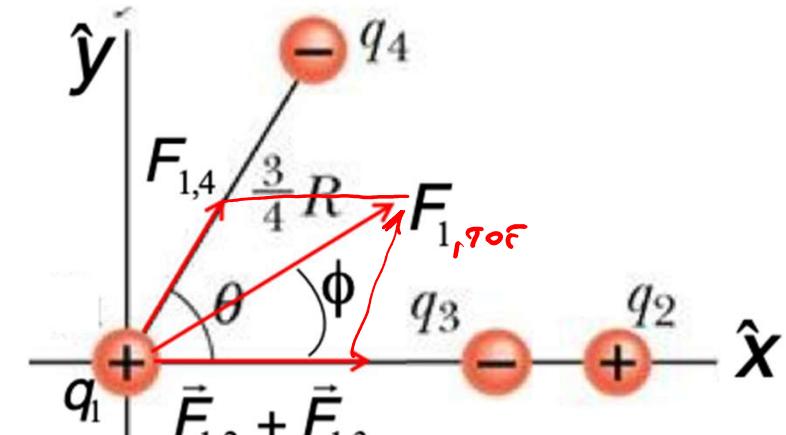


$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1,\text{TOT}} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3} = -\frac{k_e \hat{x} q_1 q_2}{R^2} + \frac{k_e \hat{x} q_1 |q_3|}{\frac{9}{16} R^2} = \hat{x} \frac{k_e q_1}{R^2} \left[-q_2 + \frac{|q_3|(6)}{9} \right]$$

$$\vec{F}_{\text{TOT}} = \hat{x} 0.83 \cdot 10^{-24} N$$

Forze elettrostatiche su cariche puntiformi

- Inseriamo una quarta carica $q_4 = -3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ad una distanza $3/4 R$ da q_1 lungo una direzione che forma un angolo $\theta = 60^\circ$ con l'asse x
- Determinare il vettore forza agente su q_1



$$\vec{F}_{1,\text{TOT}} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{1,4}$$

$$\vec{F}_{1,4} = F_{1,4x} \hat{x} + F_{1,4y} \hat{y} = F_{1,4} \cdot \cos\theta \hat{x} + F_{1,4} \sin\theta \hat{y}$$

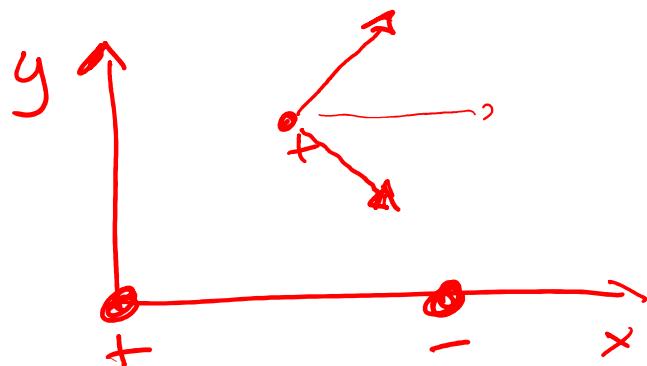
$$|\vec{F}_{1,4}| = |\vec{F}_{1,3}|$$

$$\tan\phi = \frac{F_{1,\text{tot},y}}{F_{1,\text{tot},x}}$$

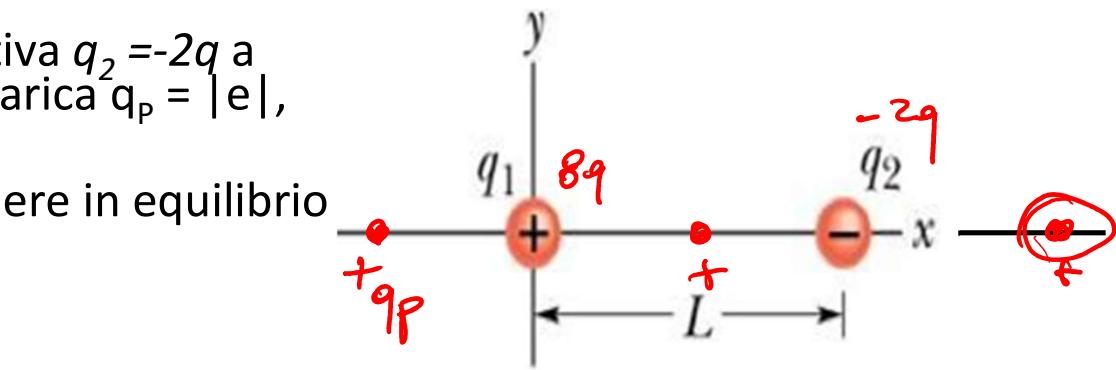
$$\vec{F}_{1,\text{TOT}} = [F_{1,2} + F_{1,3} + \frac{F_{1,4}}{F_{1,4}} (\cos\theta) \hat{x} + \frac{F_{1,4}}{F_{1,4}} \sin\theta \hat{y}]$$

Forze elettrostatiche su cariche puntiformi

- Date due cariche, una positiva $q_1 = +8q$ e una negativa $q_2 = -2q$ a distanza relativa L . Consideriamo un protone p di carica $q_p = |e|$, posizionato sull'asse x .
- Si calcoli la posizione x_p che p deve avere per rimanere in equilibrio
 - (forze $F_{p,1}$ ed $F_{p,2}$ esercitate da q_1 e q_2)



$$\frac{2q}{(x_p - L)^2} = \frac{8q}{x_p^2} \Rightarrow x_p = 2L$$



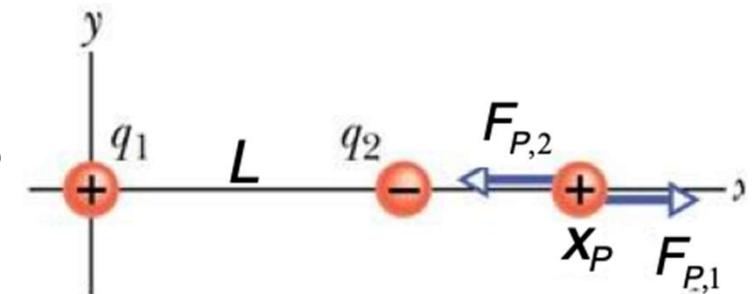
$$\vec{F}_{q_2} = k_e \frac{-q_p \cdot |q_2| \hat{x}}{(x_p - L)^2}$$

$$\vec{F}_{q_1} = k_e \frac{q_p \cdot q_1 \hat{x}}{x_p^2} \Rightarrow \vec{F}_{q_1} + \vec{F}_{q_2} = 0$$

$$\frac{q_p \cdot |q_2|}{(x_p - L)^2} = \frac{q_p \cdot q_1}{x_p^2}$$

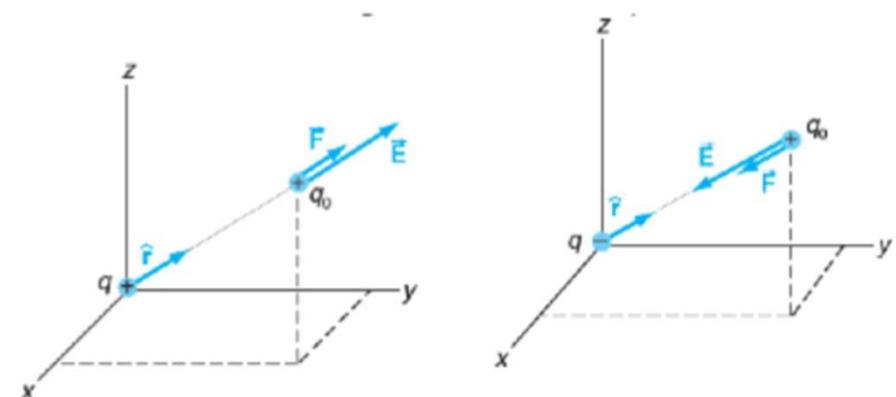
Forze elettrostatiche su cariche puntiformi

- Date due cariche, una positiva $q_1 = +8q$ e una negativa $q_2 = -2q$ a distanza relativa L . Consideriamo un protone p di carica $q_p = |e|$, posizionato sull'asse x.
- Si calcoli la posizione x_p che p deve avere per rimanere in equilibrio
 - (forze $F_{P,1}$ ed $F_{P,2}$ esercitate da q_1 e q_2)



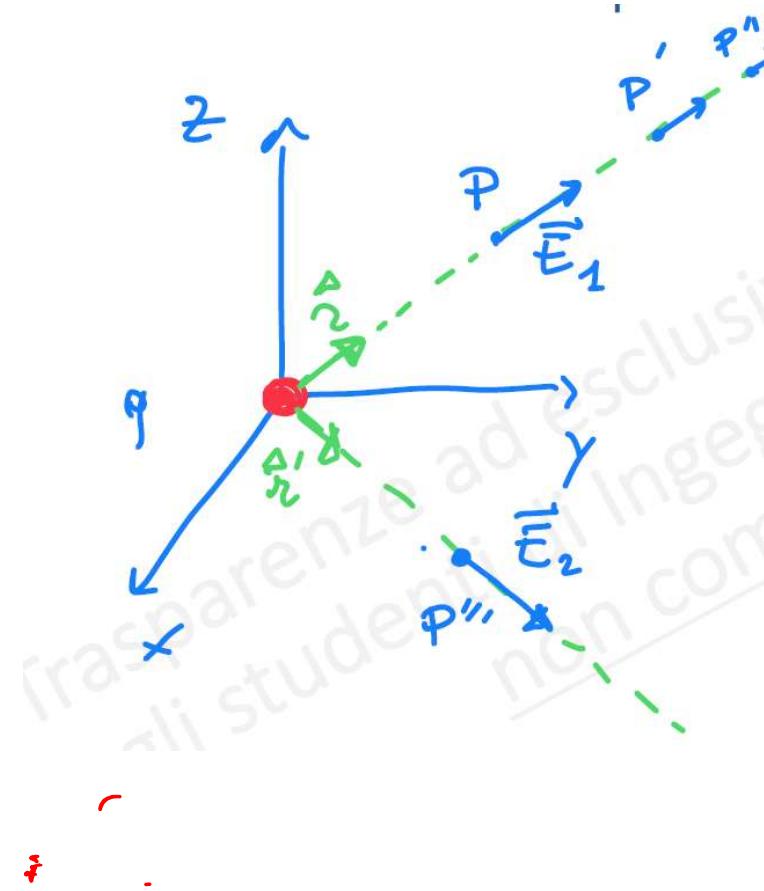
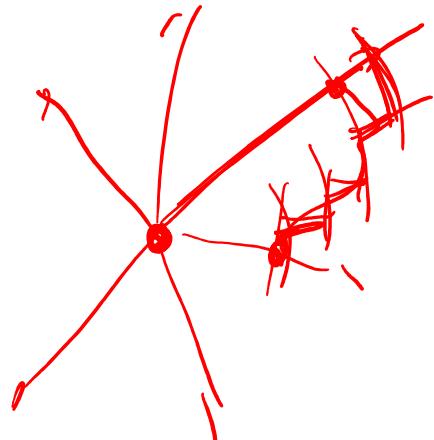
Il Campo Elettrico (E): cariche sorgenti

- La forza elettrostatica tra cariche è una forza che agisce a distanza
- Descriviamo in maniera alternativa l'interazione tra le cariche:
 - Possiamo dire che una carica genera un 'Campo di Forze'
 - Posizionata (fissata) una carica (q) nello spazio, in ogni punto dello spazio circostante è istantaneamente presente un vettore
 - **CAMPO ELETTRICO E**
 - La carica è detta **CARICA SORGENTE (q) del campo elettrico E**
 - Posizioniamo una seconda carica (q_0) in un punto dello spazio (x,y,z) in cui è presente il CAMPO ELETTRICO E generato dalla q , si registra una forza F tra le due cariche



Campo di una carica puntiforme isolata

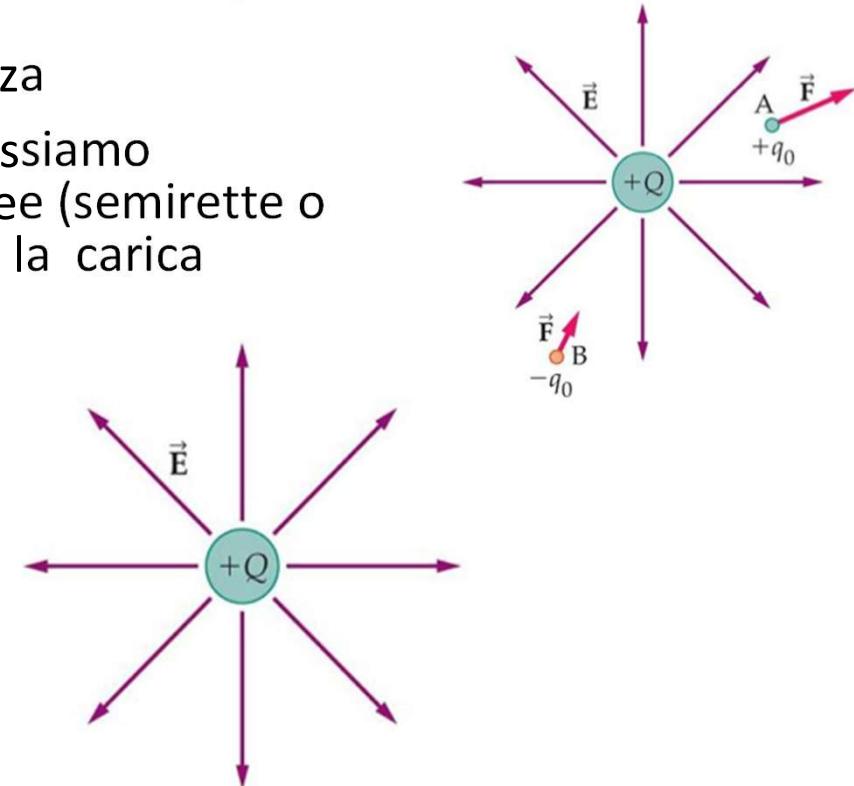
1 -



Il campo ha simmetria sferica
Radiale uscente per q positiva
Radiale entrante per q negativa

Il Campo Elettrico di una carica puntiforme: linee di forza o linee di campo E

- Rappresentazione grafica del campo elettrico: le linee di forza
- Consideriamo una carica puntiforme isolata nello spazio. Possiamo rappresentare graficamente il campo elettrico con delle linee (semirette o curve) che hanno origine nel punto in cui si trova localizzata la carica
- Linee di forza del campo E devono rappresentarne **direzione, verso, intensità:**
 - Sono orientate (convenzione): escono da $+q$, entrano in $-q$
 - sono tracciate in numero proporzionale al valore della carica
 - Il campo elettrico in ogni punto delle linee di forza è rappresentato da un vettore tangente alla linea
 - non si incrociano mai
- In questo caso semplice le linee di campo sono dirette lungo le varie direzioni radiali tracciabili, con centro nella carica. Le linee di campo sono riproducibili (sovrapponibili) con una rotazione arbitraria intorno alla carica: carica sorgente, campo e linee di campo soddisfano o possiedono la simmetria sferica

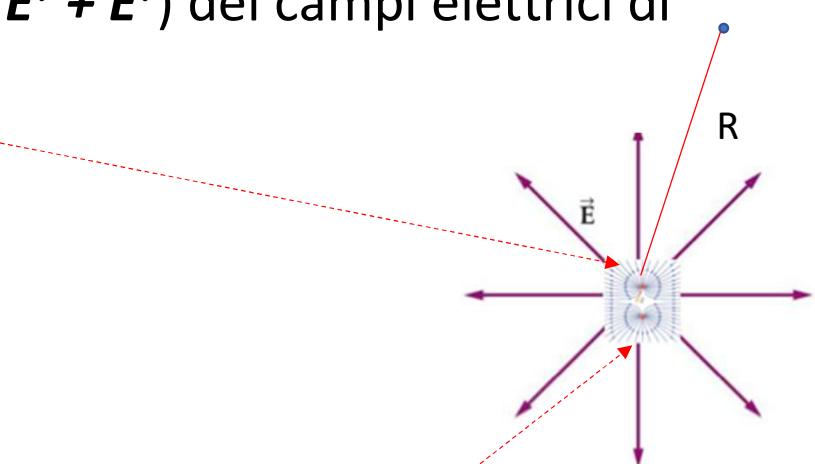
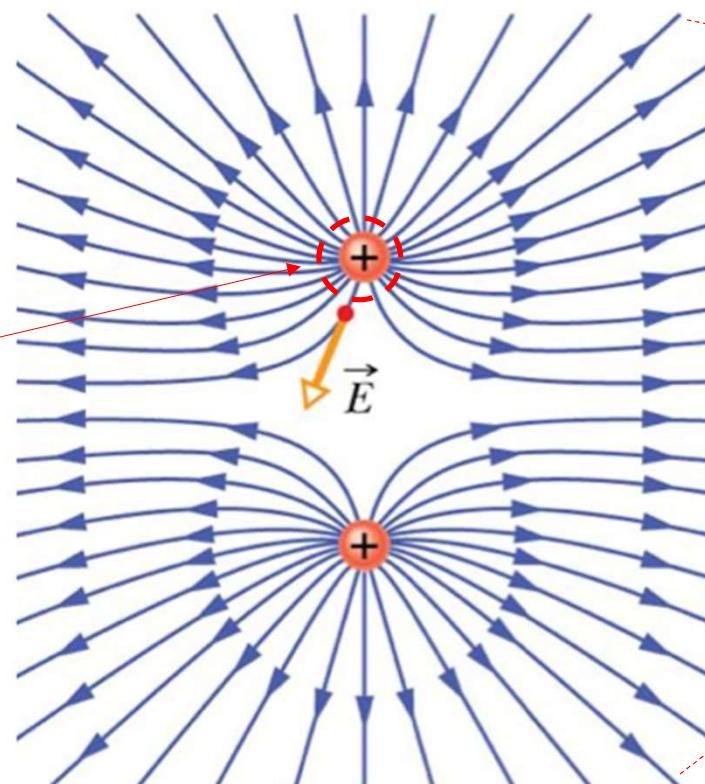


Linee del campo elettrico: sovrapposizione

- Coppia di cariche positive identiche, fissate nello spazio. Le linee di campo E rappresentano la sovrapposizione (vettoriale $\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^+$) dei campi elettrici di ciascuna carica

- Nelle immediate vicinanze di ciascuna carica il campo E sarà poco modificato dalla presenza della seconda carica:

- per $R \ll d$ le linee di campo saranno simili a quelli di una carica singola di valore $+q$



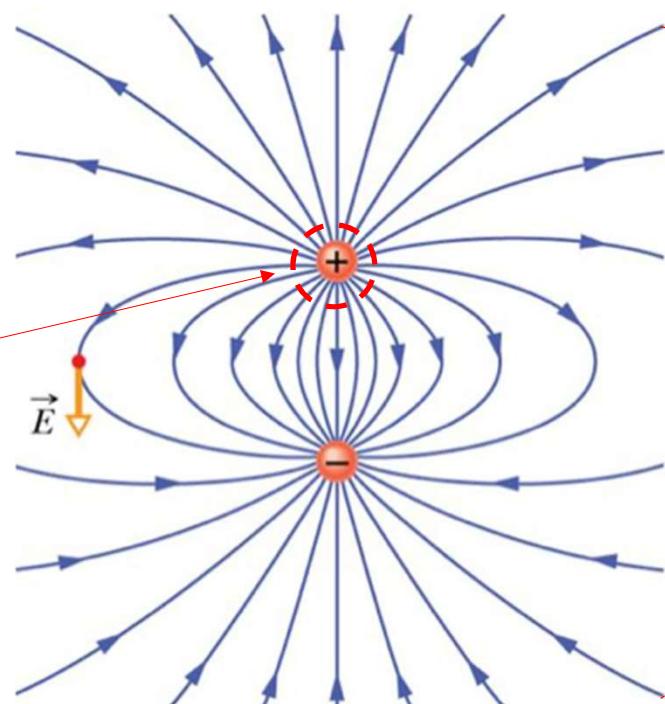
- A grande distanza dalla coppia di cariche la separazione relativa d diventa via via più trascurabile.
- Da molto lontano le due cariche assomiglieranno ad una singola carica di valore doppio.
 - Le linee di campo saranno quindi ($R \gg d$) radiali come nel caso di una carica puntiforme

Linee del campo elettrico: sovrapposizione

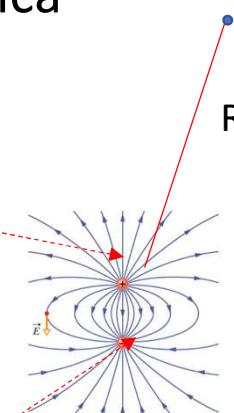
- Coppia di cariche opposte , fissate nello spazio. Le linee di campo \vec{E} rappresentano la sovrapposizione (vettoriale $\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^-$) dei campi elettrici di ciascuna carica

- Nelle immediate vicinanze di ciascuna carica il campo E sarà poco modificato dalla presenza della seconda carica:

- per $R \ll d$ le linee di campo saranno simili a quelli di una carica singola di valore $+q$



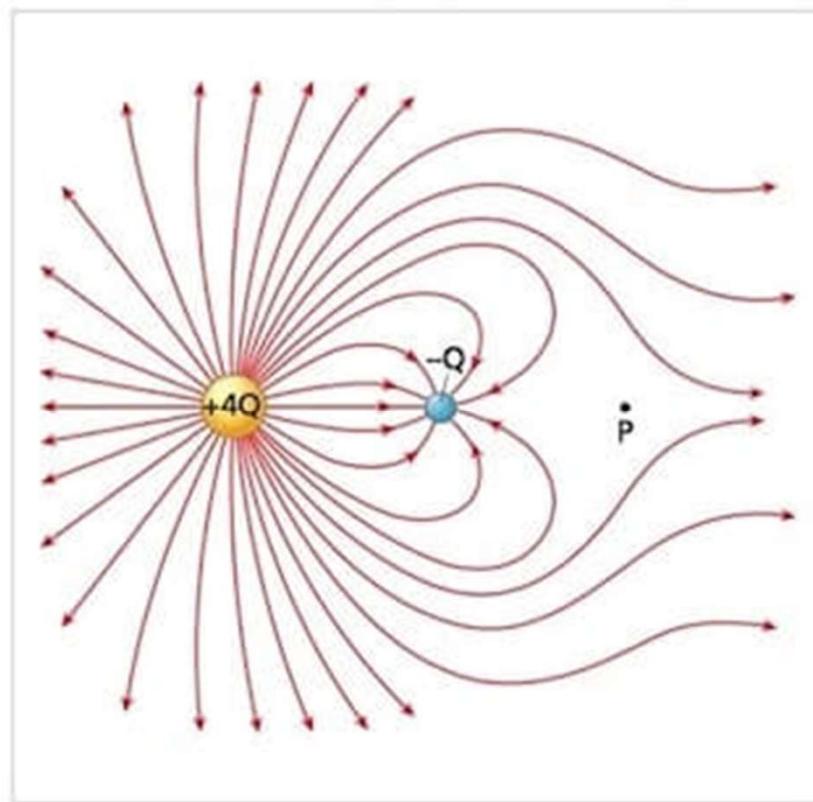
- A grande distanza dalla coppia di cariche la separazione relativa d diventa via via più trascurabile.
- Da molto lontano le due cariche assomiglieranno ad una singola carica nulla.
 - Non esisteranno linee di campo radiali



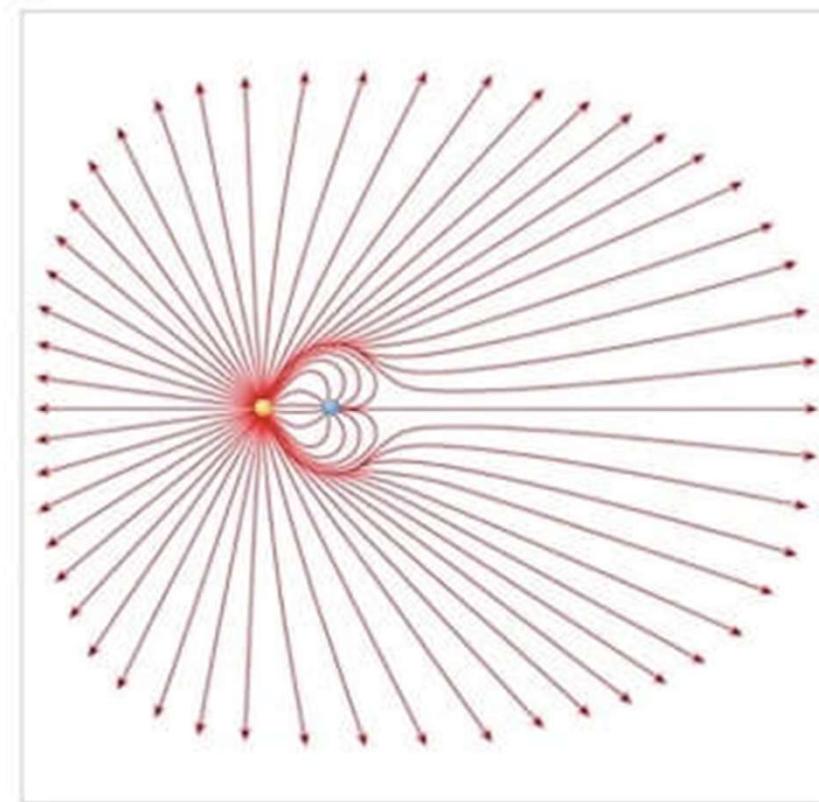
Linee del campo elettrico: sovrapposizione

- Una carica $+4Q$ distante d da una carica $-Q$

$$R \sim d$$

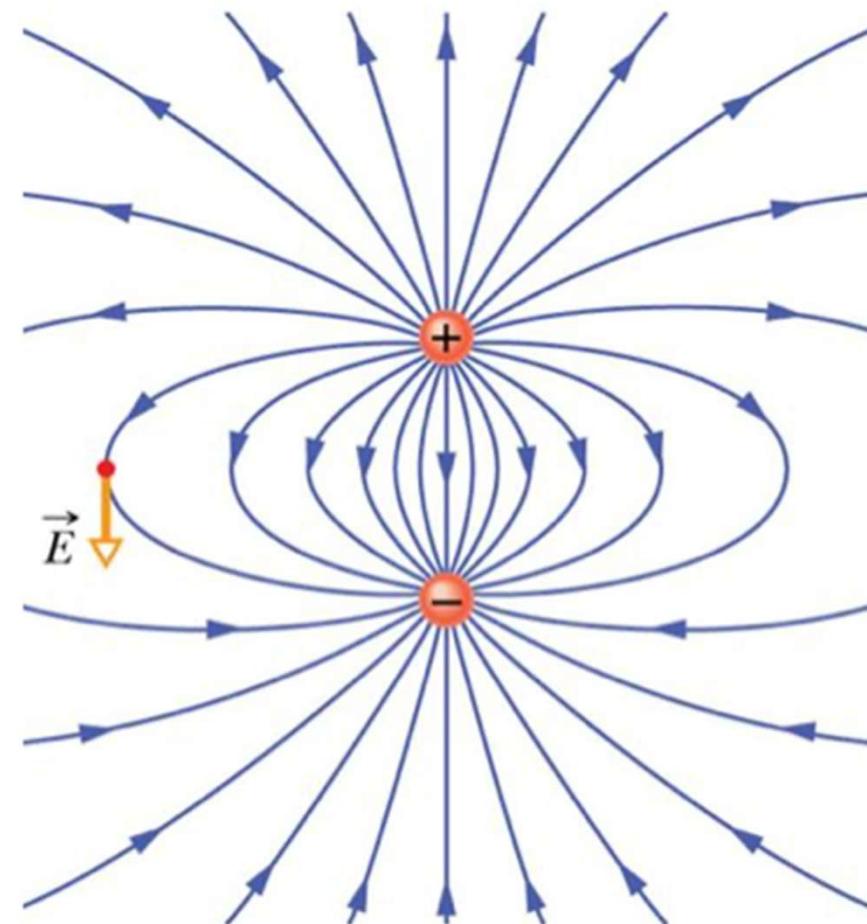
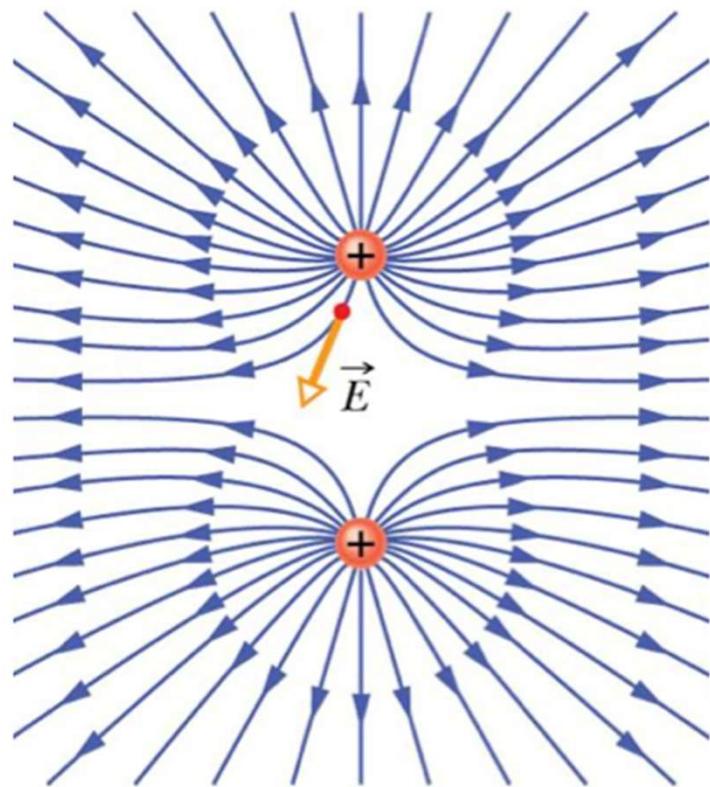


$$R \gg d$$



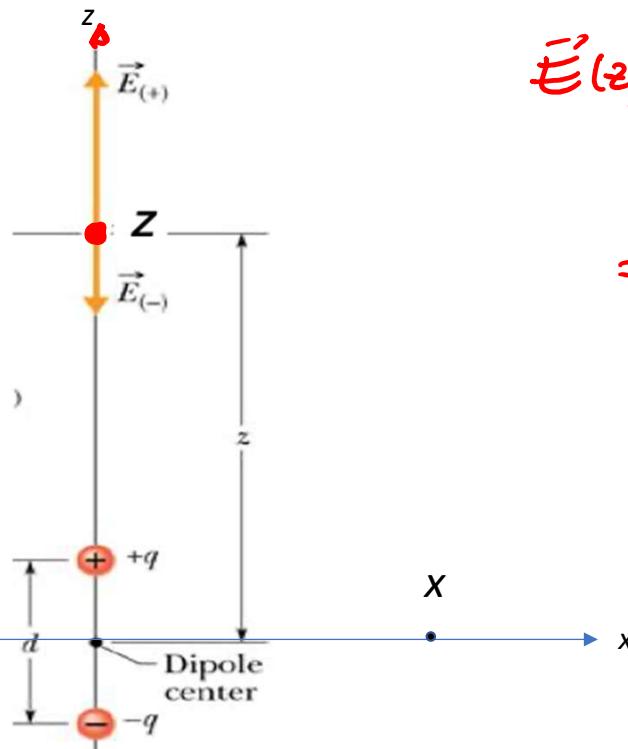
Simmetrie di sorgenti e campi elettrici

- Cerchiamo di analizzare le simmetrie degli esempi precedenti



Calcolo del campo E di un dipolo elettrico p

- Campo di dipolo elettrico: in un punto a distanza generica z sull'asse z



$$\vec{E}_+(z) = \vec{E}_+(0,0,z) = \hat{z} \frac{k_e q}{(z-d_{12})^2}$$

$$\vec{E}_-(z) = -\frac{k_e \hat{z} q}{(z+d_{12})^2}$$

$$\vec{E}(z) = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = K_e \hat{z} q \left(\frac{1}{(z-d_{12})^2} - \frac{1}{(z+d_{12})^2} \right)$$

$$= \frac{k_e \hat{z} q}{z^2} \left(\frac{1}{(1-\frac{d}{2z})^2} - \frac{1}{(1+\frac{d}{2z})^2} \right) =$$

DIPOLO ELETTRICO

$$\boxed{\vec{p} = d \cdot q \hat{z}}$$

$$= \frac{k_e \hat{z} q}{z^2} \left[1 + \frac{z \cdot d}{2z} - \left(1 - \frac{z \cdot d}{2z} \right) \right] = (1 + \epsilon)^{\alpha} \approx$$

$$= \frac{k_e q}{z^2} \cdot \frac{z \cdot d}{z} \hat{z} = \frac{z \hat{z} q \cdot d k_e}{z^3} = \frac{z \vec{p} k_e}{z^3}$$

$q > 0$

$z \gg d$

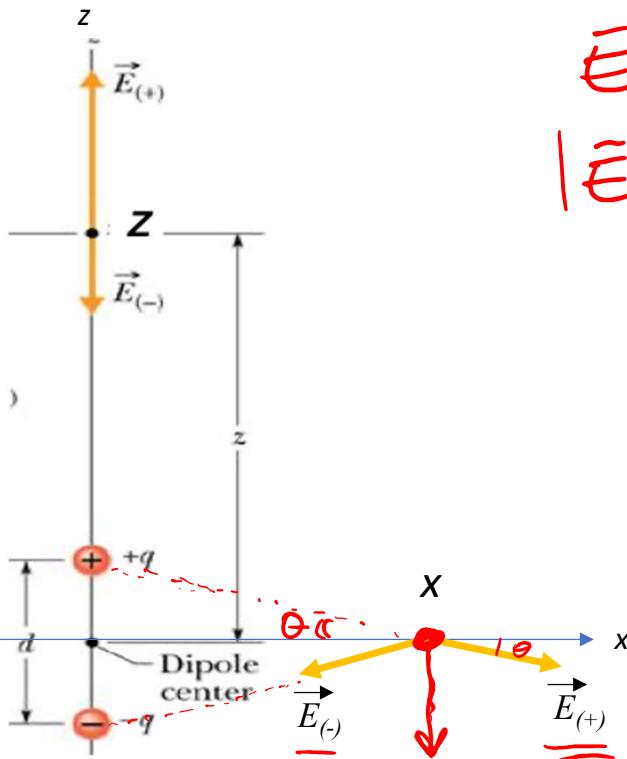
$(1 + \epsilon) \approx$

$1 + \alpha \epsilon$

Calcolo del campo E di un dipolo elettrico p

- Campo di dipolo elettrico: in un punto a distanza generica X sull'asse x

$$\vec{E}(x) = \vec{E}(x, 0, 0) = \vec{E}_+(x) + \vec{E}_-(x)$$



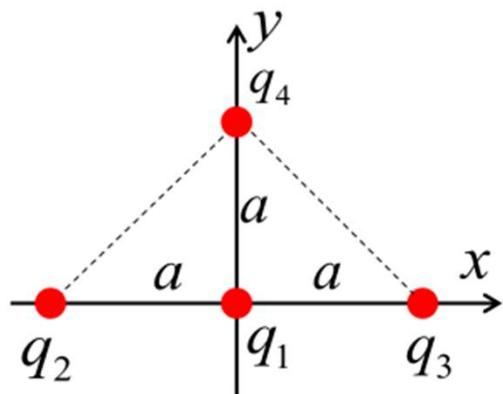
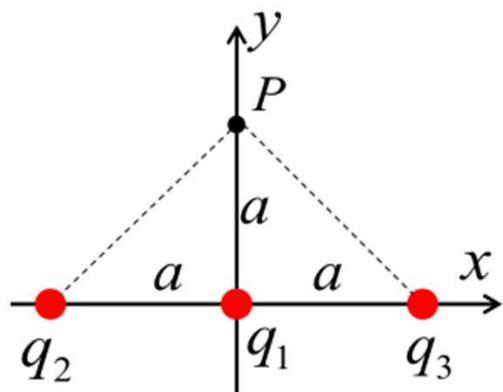
$$\vec{E}(x) \cdot \hat{x} = 0$$

$$|\vec{E}_+| = \frac{k_e \cdot q}{(\frac{d}{2})^2 + x^2}$$

$$E_{+,z} = -E_x \cdot \cos\theta = -E_x \left(\frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + x^2}{d^2} \right)^{-1}$$

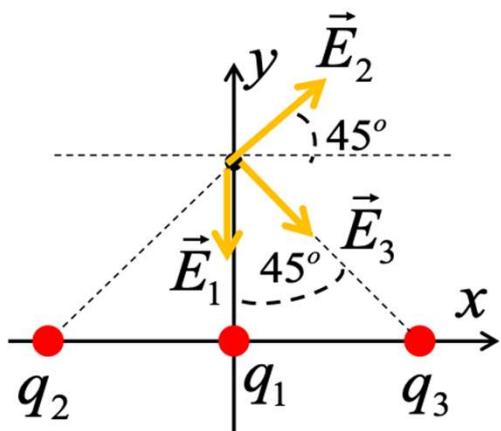
$$\begin{aligned} \vec{E}(x) &= -\frac{\hat{z} \cdot 2 k_e q}{\frac{d^2}{4} + x^2} \left[\left(\frac{d^2}{4} + x^2 \right)^{1/2} \right]^{-1} \\ &= -\frac{k_e q \hat{z}}{2 \cdot \left(\frac{d^2}{4} + x^2 \right)^{3/2}} = \frac{-k_e \vec{p}}{(d^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Forze tra cariche puntiformi



Consideriamo 3 cariche in figura con $q_1 = -q$, $q_2 = 2q$, $q_3 = -2q$, $q = 1 \mu\text{C}$; sia $a = 3 \text{ cm}$.

- Calcolare le componenti lungo gli assi E_x , E_y del campo elettrico totale generato dalle 3 cariche nel punto P ($x=0$, $y=a$)
- Poniamo una quarta carica nel punto P , $q_4 = 3q$; calcolare le componenti lungo gli assi F_x , F_y della forza esercitata dal campo elettrico sulla carica q_4 .
- Di questa forza, calcolare modulo F e angolo α che la forza forma con l'asse x .
- Disegnare con una freccia la forza in figura, indicando approssimativamente direzione e verso.



La geometria ci dice che:

$$r_1 = a; \quad r_2 = \sqrt{2}a; \quad r_3 = \sqrt{2}a$$

Il campo totale in coordinate cartesiane è quindi:

$$\vec{E} = k \frac{\sqrt{2}q}{a^2} \hat{x} - k \frac{q}{a^2} \hat{y}$$

Consideriamo separatamente i campi generati nel punto P dalle 3 cariche, espressi in coordinate cartesiane:

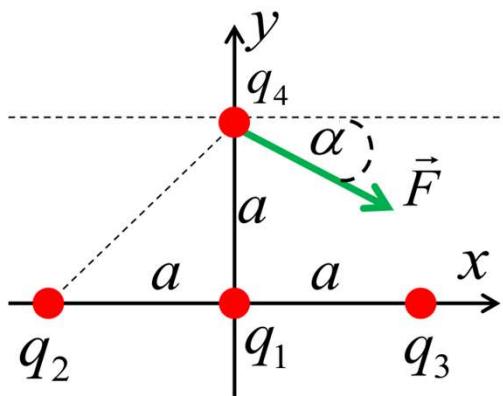
$$\vec{E}_1 = -k \frac{q}{a^2} \hat{y}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{2q}{2a^2} \cos(45^\circ) \hat{x} + k \frac{2q}{2a^2} \sin(45^\circ) \hat{y}$$

$$\vec{E}_3 = k \frac{2q}{2a^2} \cos(45^\circ) \hat{x} - k \frac{2q}{2a^2} \sin(45^\circ) \hat{y}$$

$$E_x = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{\sqrt{2}\mu C}{(3cm)^2} = 1.41 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_y = -9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{1\mu C}{(3cm)^2} = -1.0 \times 10^7 \frac{N}{C}$$



Forza sulla carica q_4 in coordinate cartesiane:

$$F_x = q_4 E_x = 3 \mu C \times 1.41 \times 10^7 \frac{N}{C} = 42.3 N$$

$$F_y = q_4 E_y = -3 \mu C \times 1.0 \times 10^7 \frac{N}{C} = -30 N$$

$$F = \sqrt{4.23^2 + 3^2} \times 10 N = 51.9 N$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_y}{F_x} = -0.71 \Rightarrow \alpha = -35.3^\circ$$