I Diagrammi di Nyquist

I Diagrammi di Nyquist

Born	February 7, 1889 Nilsby, Stora Kil, Värmland, Sweden
Died	April 4, 1976 (aged 87) Harlingen, Texas, U.S.
Nationality	Swedish
Citizenship	Swedish / American
Alma mater	Yale University University of North Dakota
Known for	Nyquist–Shannon sampling theorem Nyquist rate Johnson–Nyquist noise Nyquist stability criterion Nyquist ISI criterion Nyquist plot Nyquist frequency Nyquist filter Fluctuation dissipation theorem
Awards	IEEE Medal of Honor (1960) Stuart Ballantine Medal (1960) Rufus Oldenburger Medal (1975)
Scientific career	
Fields	Electronic engineer
Institutions	Bell Laboratories

Harry emigrated to the United States in 1907 and attended Yale University.

He attended the University of North Dakota, from 1912 to 1915 and received the B.S. and M.S. degrees in electrical engineering in 1914 and 1915, respectively. He attended Yale University, from 1915 to 1917, and was awarded the Ph.D. degree in 1917

Nyquist began working with the AT&T Company in 1917 and went on to produce 138 patents in the area of telephone and television transmission, as well as collecting many honors and awards.

He is also credited with the Nyquist diagram for defining stable conditions in negative feedback systems and the Nyquist sampling theory in digital communications.

Founding father of digital communications

I Diagrammi di Nyquist - SISO

Rappresentano la forma polare della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento di un sistema lineare G(s)

Costruiamo una curva nel piano complesso parametrizzata dalla pulsazione (o dalla frequenza)

- L'asse delle ascisse riporta i valori di *Re(G(jw))*
- L'asse delle ordinate riporta i valori di *Im(G(jw))*
- Tutti gli assi sono espressi in scala lineare

Il diagramma di Nyquist non prevede l'additività dei termini elementari. Per pulsazioni elevate non riesce a specificare nel dettaglio l'andamento della risposta armonica quando il modulo tende a diventare piccolo.

I Diagrammi di Nyquist - SISO

Rappresentano la forma polare della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento di un sistema lineare $G(s)$

I Diagrammi di Nyquist - SISO

- I diagrammi sono graduati in funzione della pulsazione *w*
- I diagrammi polari sono molto importanti per lo studio della stabilità dei sistemi in retroazione (criterio di stabilità di Nyquist)
- Se conosciamo la funzione di trasferimento $G(s)$, il diagramma polare si può tracciare per punti separando le parti reali e immaginarie di $G(jw)$ e determinandone i valori corrispondenti a vari valori di *w*

I Diagrammi di Nyquist - SISO

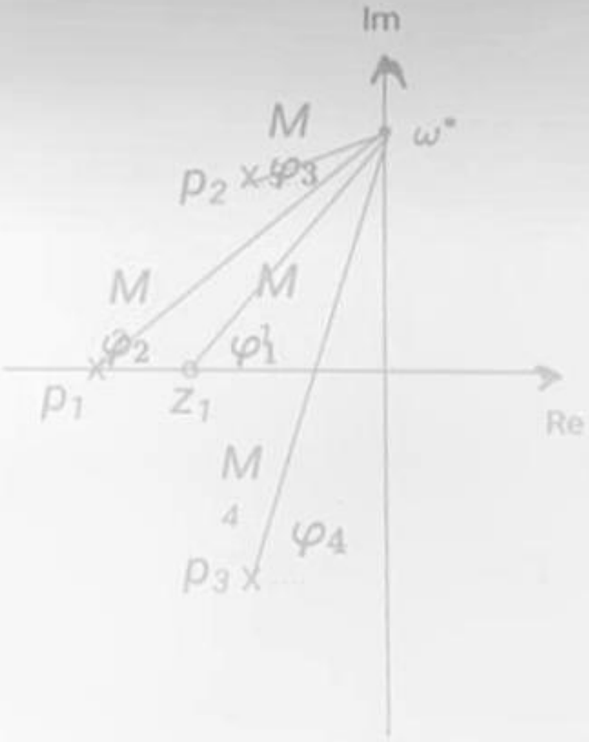
- I diagrammi sono graduati in funzione della pulsazione *w*
- I diagrammi polari sono molto importanti per lo studio della stabilità dei sistemi in retroazione (criterio di stabilità di Nyquist)
- Se conosciamo la funzione di trasferimento *G(s)*, il diagramma polare si può tracciare per punti separando le parti reali e immaginarie di *G(jw)* e determinandone i valori corrispondenti a vari valori di *w*

Partiamo dalla corrispondente funzione di risposta armonica di G(s)

$$G(j\omega) = K_1 \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2)\dots(j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\dots(j\omega - p_n)}$$

I Diagrammi di Nyquist - SISO

$$G(j\omega) = K_1 \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2)\dots(j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\dots(j\omega - p_n)}$$



esempio: uno zero e tre poli

$$G(j\omega) = K_1 \frac{(j\omega - z_1)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)(j\omega - p_3)}$$

$$= K_1 \frac{M_1}{M_2 M_3 M_4} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4)}$$

I moduli M_i e le fasi sono determinabili facilmente anche per via grafica

Per ogni valore di pulsazione *w=w** e' allora possibile ricavare il modulo e la fase di *G(jw*)*

I Diagrammi di Nyquist - SISO

$$G(j\omega) = K_1 \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2)\ldots(j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\ldots(j\omega - p_n)}$$

Un altro modo per disegnare il diagramma di Nyquist consiste nello scomporre il numero complesso G(jw) nella sua parte reale e immaginaria, valutando quindi le coppie di valori:

$$\Big[Re(G(j\omega)), Im(G(j\omega))\Big]$$

al variare della pulsazione *w*.

(Metodo analitico)

I Diagrammi di Nyquist - tracciare solo qualche punto

$$G(s) = k_1 \cdot \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + s^m}{s^h \cdot (a_h + a_{h-1} s + a_{h-2} s^2 + \cdots + s^{n-h})}$$

Supponiamo che il sistema sia di tipo 0 (h=0), non ci sono poli nell'origine

$$G(0) = \lim_{\omega \to 0} G(j\omega) = k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} \qquad \text{con fase:} \begin{cases} \varphi_{\omega \to 0} = 0 & \text{se } k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} > 0 \\ \varphi_{\omega \to 0} = -\pi & \text{se } k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} < 0 \end{cases}$$

I Diagrammi di Nyquist - tracciare solo qualche punto

$$G(s) = k_1 \frac{b_0 + \cancel{b_1 s} + \cancel{b_2 s^2} + \cdots + \cancel{s^m}}{s^h \cdot (a_h + \cancel{a_{h-1} s} + \cancel{a_{h-2} s^2} + \cdots + \cancel{s^{n-h}})}$$

Sistema tipo 0 (h=0), non ci sono poli nell'origine

$$G(0) = \lim_{\omega \to 0} G(j\omega) = k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} \qquad \text{con fase:} \begin{cases} \varphi_{\omega \to 0} = 0 & \text{se } k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} > 0 \\ \varphi_{\omega \to 0} = -\pi & \text{se } k_1 \cdot \frac{b_0}{a_0} < 0 \end{cases}$$

Sistema NON tipo 0 ($h \neq 0$), ci sono poli nell'origine

$$\lim_{\omega \to 0} |G(j\omega)| = \infty, \quad \text{con fase} \quad \angle G(j\omega) = \frac{1}{s^h} \quad \boxed{= -h \cdot \frac{\pi}{2}}$$

Se $K_1 > 0$

I Diagrammi di Nyquist - tracciare solo qualche punto

$$G(s) = k_1 \cdot \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + s^m}{s^h \cdot (a_h + a_{h-1} s + a_{h-2} s^2 + \cdots + s^{n-h})}$$

$\omega \to \infty$

$$G(\infty) = \lim_{\omega \to +\infty} G(j\omega) = \begin{cases} 0 & \text{se } n > m \\ k_1 & \text{se } n = m \end{cases}$$

$n > m$: $G(s) \approx \frac{s^m}{s^n} = \frac{1}{s^{n-m}}$.

$n = m$: $G(s) \approx \frac{k_1 s^m}{s^m} = k_1$. $\longrightarrow$ e la fase di K_1

Se n>m

con fase corrispondente alla fase di

$$\frac{1}{s^{n-m}},$$

se k_1 ha segno positivo.