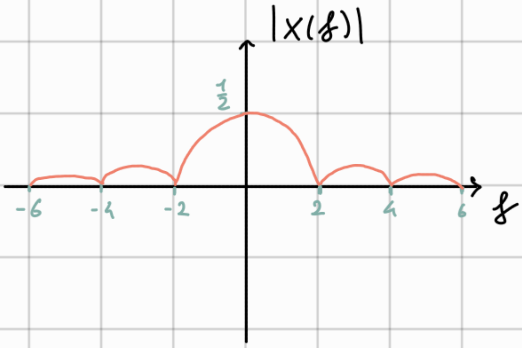
Esercizi sui segnali

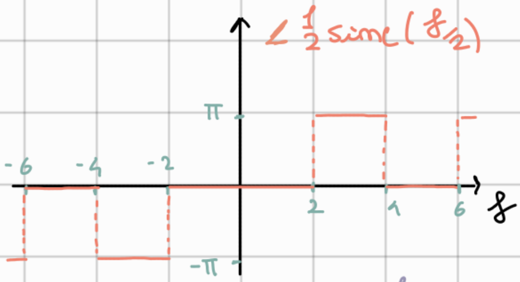
1. Disegnare lo spettro e la fase del segnale:

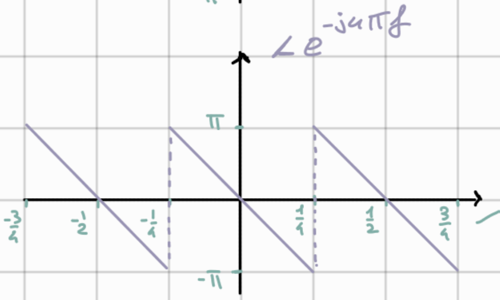
$$x(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t-t_o}{T}\right)$$

con $T = 0.5$ s e $t_0 = 2$ s.

$$X(f) = \frac{1}{2}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{f}{2}\right) e^{-j4\pi f} \quad \Rightarrow \quad \angle X(f) = \angle \frac{1}{2}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{f}{2}\right) + \angle e^{-j4\pi f}$$



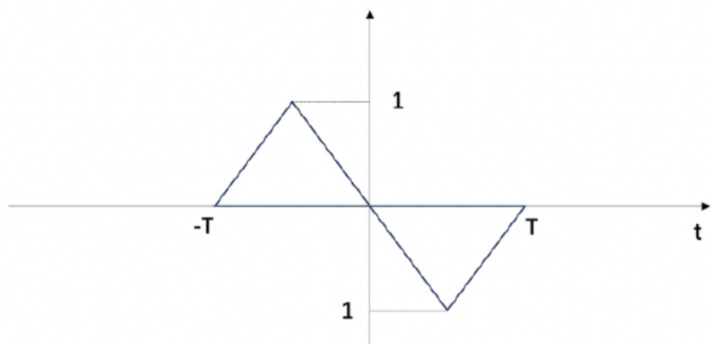




Attenzione alla scala

---

2. Calcolare la trasformata di Fourier del segnale riportato in figura.



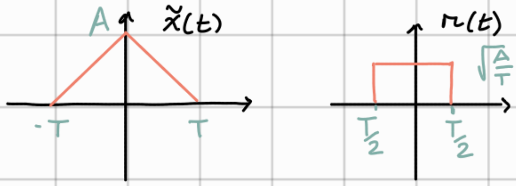
Sapendo che $A\,\mathrm{triang}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1+t & -T \le t \le 0 \\ 1-t & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \rightleftarrows AT\,\mathrm{sinc}^2(fT)$

allora $x(t) = \mathrm{triang}\left(\frac{t+\frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right) - \mathrm{triang}\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right)$

dunque $X(f) = \frac{T}{2}\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)e^{j\pi f T} - \frac{T}{2}\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)e^{-j\pi f T}$

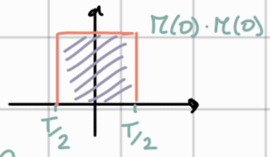
$$\stackrel{!}{=} T\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right)\left(\frac{e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}}{2}\right) = T\,\mathrm{sinc}^2\left(f\frac{T}{2}\right) j\sin(\pi f T)$$

In alternativa la prima parte si poteva fare sapendo che il segnale triangolare è il prodotto di convoluzione di due rect, in particolare:



→ $\frac{T}{2}$ perché T, la durata di $r(t) \otimes r(t)$, è la somma delle durate di $r(t)$ e $r(t)$

→ $\sqrt{\frac{A}{T}}$ perché $r(t) \otimes r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(\tau)\,r(t-\tau)\,d\tau$ per $t=0$ è l'area di



dunque $A = T\,r(0)^2 \Rightarrow r(0) = \pm\sqrt{\frac{A}{T}}$ ~> ovviamente scegliamo il +

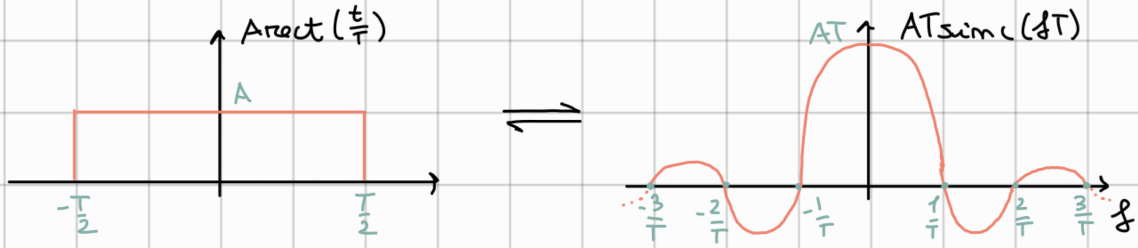
$AT\,\mathrm{sinc}(fT)$

Allora $\tilde{X}(f) = R(f)R(f) = \sqrt{\frac{A}{T}}^2 T^2\,\mathrm{sinc}(fT) = AT\,\mathrm{sinc}^2(fT)$ ~> stesso risultato trovato sopra!

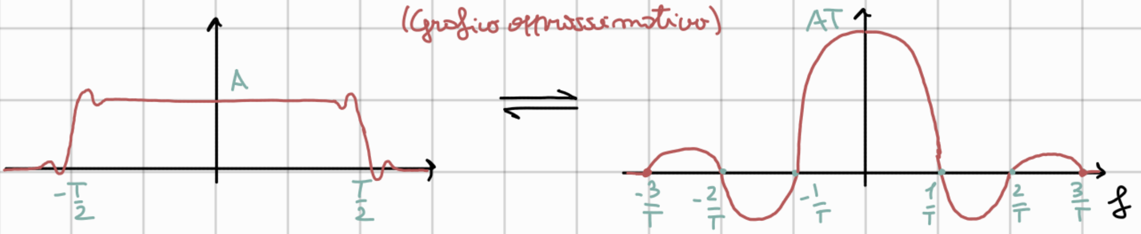
---

3. Convincere il lettore della veridicità dell'affermazione: '*Le componenti ad alta frequenza sono necessarie per la ricostruzione delle variazioni veloci (brusche) del segnale temporale*'.

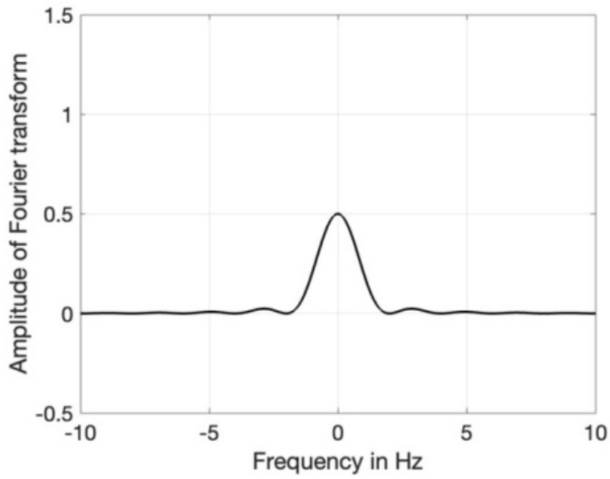
Consideriamo lo spettro di una rect, un segnale che varia istantaneamente in $\pm\frac{T}{2}$:

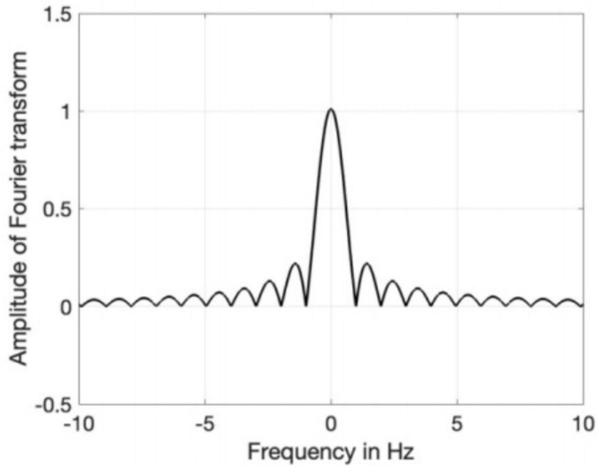


Si può osservare che togliendo le alte frequenze (troncando la sinc) ed antitrasformando non si ottiene più una rect precisa, ma compaiono degli errori proprio in presenza delle variazioni veloci!



4. Quali considerazioni possono essere fatte dall'analisi spettrale dei grafici riportati sotto. Calcolare inoltre il valor medio di ciascun segnale.





I segnali sono reali perché hanno spettro di ampiezza pari, il segnale a sinistra varia, nel tempo, più lentamente di quello a destra in quanto ha banda più compatta

Il valore medio si calcola con $\frac{X(0)}{\text{Durata } x(t)}$ ⇝ Integrale del segnale nel tempo ⇝ non ci viene fornita

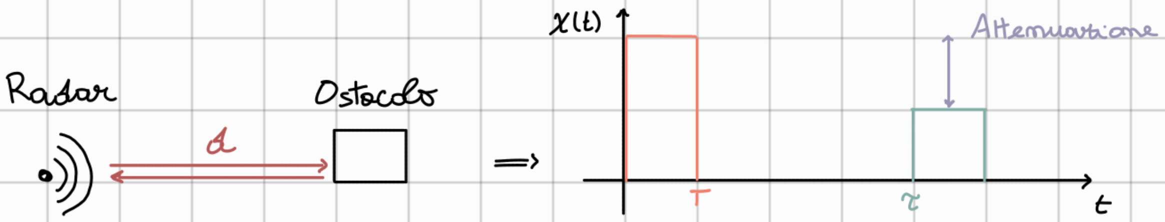
5. Descrivere l'importanza del teorema della modulazione in un sistema radar.

I sistemi radar rilevano gli ostacoli trasmettendo impulsi ad altissima frequenza (THz) (questo perché più un segnale è ad alta frequenza più viene riflesso meglio dalle superfici) e vedendo se, e dopo quanto, questi tornano. Per generare impulsi con spettro di ampiezza dell'ordine dei THz

10^{-12}

mi serve che questi abbiano durata dell'ordine dei ps, fisicamente difficili da realizzare, quello che mi consente di fare il teorema della modulazione è generare gli impulsi a GHz, perché mi serve comunque farli piccoli (~ms), (altrimenti non faccio in tempo a mandarlo che è già tornato) e poi modularli a THz

$\tau = \frac{2d}{c} \Rightarrow$ se $d = 15$ m $\tau = 100$ ms $\Rightarrow$ voglio $T \ll \tau$



---

6. Descrivere l'importanza del teorema della modulazione in un sistema di comunicazione.

Supponiamo di essere una stazione radio e di voler trasmettere un segnale, dobbiamo per forza modularlo per due motivi:

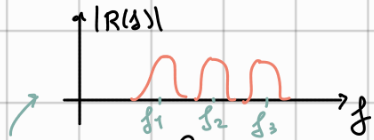
→ Se tutti trasmettessero in banda base non si capirebbe niente (tutte le radio si parlerebbero sopra) giusto per fare un esempio

→ Un segnale audio ha una banda di circa 20 KHz, se volessimo trasmetterlo in banda base si può dimostrare che servirebbero antenne grosse ~ 4 Km

Adesso che sappiamo che prima o poi il segnale va modulato allora possiamo fare due cose: o lo generiamo direttamente modulato, oppure lo generiamo in banda base e poi lo moduliamo. Tra queste si preferisce la seconda perché:

→ L'hardware per generare il segnale in banda base è indipendente dalla frequenza di modulazione e dunque più facile da realizzare (ed utilizzabile da più radio diverse)

→ Se si generasse il segnale audio già modulato allora questo, per il teorema del campionamento sarebbe più complicato da maneggiare



Supponiamo adesso di essere un ricevitore radio, di vedere vari segnali e di volerci sintonizzare su uno, innanzitutto osserviamo che prima o poi

dobbiamo per forza filtrarlo, altrimenti introduciamo frequenze che non ci interessano e potrebbero disturbare i componenti elettronici, e demodularlo, perché voglio riottenere il segnale originale, abbiamo dunque due opzioni: prima filtrare e poi demodulare oppure prima demodulare e poi filtrare.
Fra le due si preferisce la seconda perché costruire un filtro che faccia passare una piccola fetta di banda, ogni volta diversa a nostro piacere, ad una frequenza portante » di tale banda è complicato, mentre riportare il segnale in banda base e poi applicare un filtro passa basso è semplice

---

7. Supponendo di volere trasmettere a divisione di frequenza i segnali $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_3(t)$ di banda 5 MHz, 10 MHz, 20 MHz su una frequenza portante di f_c = 3 GHz. Calcolare banda minima necessaria.

Dato che i segnali vanno trasmessi a $f_0 = 3\,GHz$, e che modulandoli me si raddoppia la banda, allora la banda minima è $10 + 20 + 40 = 70\,MHz$

---

8. Descrivere le operazioni necessarie per modulare e demodulare un segnale di banda B = 5 MHz su una frequenza portante di f_c = 2.4 GHz.

Dato che, per il th. della modulazione, $x(t)\cos(2\pi f_0 t) \rightleftarrows \frac{1}{2}\left[X(f-f_0) + X(f+f_0)\right]$, allora per modulare $x(t)$ basta moltiplicarlo per $\cos(2\pi f_c t)$

Per quanto detto nell'esercizio 6 per recuperare il segnale originale bisogna demodularlo e poi filtrarlo, in questo caso con un filtro passa basso da 5 MHz

Se per modulare un segnale l'ho moltiplicato per un coseno allora per demodularlo dovrei dividerlo per lo stesso coseno, dal punto di vista fisico però fare questo è complicato, si può dimostrare che basta invece moltiplicarlo nuovamente per lo stesso coseno moltiplicato 2, infatti:

somma di n segnali modulati a varie frequenze

$$r(t) = x_1(t)\cos(2\pi f_1 t) + \dots + x(t)\cos(2\pi f_c t) + \dots + x_m(t)\cos(2\pi f_m t)$$

$$\Longrightarrow 2\,r(t)\cos(2\pi f_c t) = 2(\dots + x(t)\cos(2\pi f_c t) + \dots)\cos(2\pi f_c t)$$

supponiamo che ci interessi quello modulato al f_c

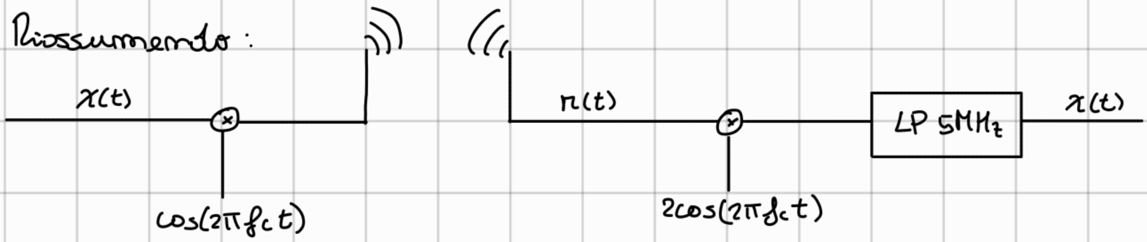
$$= \dots 2\,x(t)\cos^2(2\pi f_c t) \dots \qquad \cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$$

$$= \dots x(t)\,2\cdot\tfrac{1}{2}(1+\cos(2\cdot 2\pi f_c t))$$

$$= \dots \boxed{x(t)} + \underbrace{x(t)\cos(4\pi f_c t) + \dots}_{\text{filtro}}$$

Di conseguenza $x(t)$, che mi interessava, l'ho spostato in banda base, dove agisce il filtro, e a $\pm 2f_c$, gli altri segnali li ho invece spostati a $f \pm f_c$ (è come se li avessi ri-modulati ad una f diversa)

Riassumendo:



---

9. Dimostrare la relazione ingresso uscita di un sistema lineare e stazionario.

$\delta(t)$ è invariante alla convoluzione

$$y(t) = T[x(t)] = T[x(t) \otimes \delta(t)] = T\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} T[x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau]$$

(l'operatore $\int$ lo è sempre)

In un sistema LTI l'operatore $T[\cdot]$ è lineare

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\,T[\delta(t-\tau)]\,d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,d\tau = x(t) \otimes h(t) = X(f)H(f)$$

è costante per $T[\cdot]$

$h(t) = T[\delta(t)]$

Teorema del prodotto

Di conseguenza se conosco la risposta impulsiva di un sistema LTI allora riesco a calcolarne l'uscita per ogni $x(t)$

---

10. Dato un sistema lineare e stazionario:

a. Derivare una condizione sufficiente per la causalità;
b. Derivare una condizione sufficiente per la stabilità in senso BIBO.

(a) Un sistema LTI è causale sse $h(t)=0 \ \forall t<0$:

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) u(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$\Rightarrow$ $y(t)$ dipende solo da ciò che succede fino a t

(b) Un sistema LTI è BIBO stabile sse $h(t)$ è assolutamente integrabile:

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$\Rightarrow |y(t)| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau \right| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(\tau)||h(t-\tau)| d\tau \leq M \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t-\tau)| d\tau = M \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt \leq K$$

e questo è vero sse $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt \neq \infty$ ($h(t)$ assolutamente integrabile)

---

11. Definizioni di risposta in frequenza di un filtro LTI.

Se conoscessi la risposta impulsiva di un sistema LTI allora riuscirei a calcolarne l'uscita per ogni $x(t)$, tuttavia generare un ingresso a $\delta(t)$ è fisicamente impossibile, nella pratica posso fare tre cose:

1) Metodo esponenziale $\left(x(t) = e^{j2\pi f_0 t}\right)$ sono un cos e sin, facili da realizzare

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{j2\pi f_0 (t-\tau)} d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f_0 t} h(\tau) e^{-j2\pi f_0 \tau} d\tau = e^{j2\pi f_0 t} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f_0 \tau} d\tau = x(t) H(f_0)$$

dunque $H(f_0) = \dfrac{y(t)}{x(t)}$ se $x(t) = e^{j2\pi f_0 t}$

devo fare tante prove per stimare $H(f) \ \forall f$

2) Cercare di approssimare $\delta(t)$ con un segnale reale di breve durata ed

osservare l'uscita del sistema, eventualmente applicandone la trasformata di Fourier per ottenere $H(f)$

3) Sapendo che $Y(f) = X(f)H(f)$ allora basta calcolare $H(f)$ come rapporto tra la TCF di un'uscita nota e la TCF dell'ingresso che l'ha generata (non potevo fare lo stesso ragionamento perché c'era di mezzo la convoluzione)

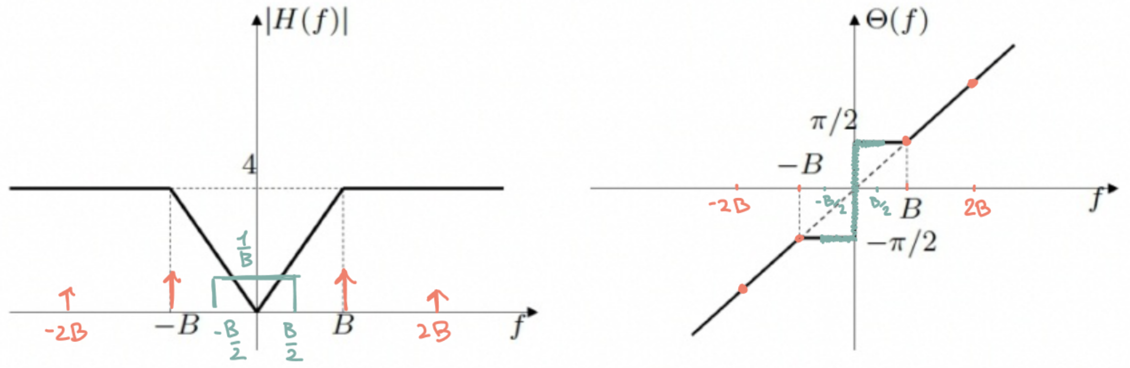
Trasformata continua di Fourier

---

12. Dati i seguenti segnali:

$$x_1(t) = 2\cos(2\pi Bt) + \sin(4\pi Bt)$$
$$x_2(t) = \mathrm{sinc}(Bt)$$

stabilire se vengono distorti o meno da un filtro con risposta in frequenza illustrata in figura.



Un filtro è detto non distorcente, relativamente ad un particolare segnale, se nella banda occupata dal segnale ha modulo costante e fase lineare, di conseguenza:

→ Per x_1: $X_1(f) = \delta(f-B) + \delta(f+B) - j\frac{1}{2}\delta(f-2B) + j\frac{1}{2}\delta(f+2B)$
il filtro è non distorcente

→ Per x_2: $X_2(f) = \frac{1}{B}\mathrm{rect}\left(\frac{f}{B}\right)$ il filtro è distorcente (entrambe le condizioni sono violate)

13. Sia $x(t) = 2B\text{sinc}(2Bt)$, $h_1(t) = 2B_1\text{sinc}(2B_1 t)$ con $B_1 = 2B$ e $h_2(t) = \text{rect}(t/T_2)$ con $1/T_2 = B$.

a. Nell'ipotesi in $h_1(t)$ e $h_2(t)$ siano collegati in serie, calcolare e disegnare l'uscita $y(t)$.
b. Nell'ipotesi in $h_1(t)$ e $h_2(t)$ siano collegati in parallelo, calcolare e disegnare l'uscita $y(t)$.

Innanzitutto: $x(t) = 2B\,\text{sinc}(2Bt)$, $h_1(t) = 4B\,\text{sinc}(4Bt)$, $h_2(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{1/B}\right)$

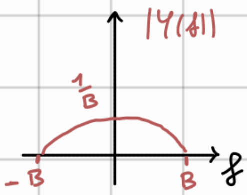
$$\updownarrow \qquad\qquad \updownarrow \qquad\qquad \updownarrow$$

$X(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$ $\quad H_1(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{4B}\right)$ $\quad H_2(f) = \frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}f\right)$

(a) Quando $h_1(t)$ ed $h_2(t)$ sono in serie

$$Y(f) = X(f)H_1(f)H_2(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)\text{rect}\left(\frac{f}{4B}\right)\frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}f\right) = \frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}f\right) \quad \text{per } -B \le f \le B$$

$\Rightarrow$



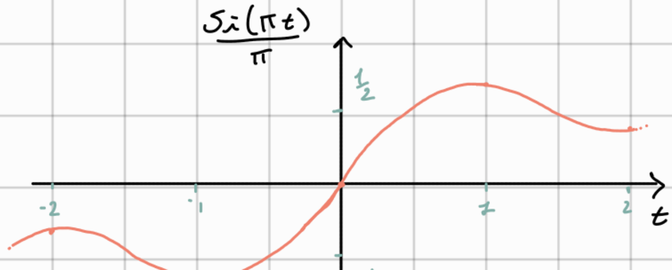
dunque intuitivamente $y(t)$ dovrebbe venire come quando proviamo a ricostruire male la rect, proviamo a calcolarla:

$$Y(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)\frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}(f)\right) \Rightarrow y(t) = 2B\,\text{sinc}(2Bt) \otimes \text{rect}\left(\frac{t}{1/B}\right)$$

$$\Rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\text{rect}(\tau B)\, 2B\,\text{sinc}(2B(t-\tau))\,d\tau = 2B\int_{-\frac{1}{B}}^{\frac{1}{B}}\text{sinc}(2Bt-2B\tau)\,d\tau \qquad \begin{cases} x = 2Bt - 2B\tau & a = 2Bt+2 \\ dx = -2B\,d\tau & b = 2Bt-2 \end{cases}$$

$$= -\int_{2Bt+2}^{2Bt-2}\text{sinc}(x)\,dx = \int_{2Bt-2}^{2Bt+2}\text{sinc}(x)\,dx = \left.\frac{Si(\pi x)}{\pi}\right|_{2Bt-2}^{2Bt+2} = \frac{Si(2\pi Bt+2\pi)}{\pi} - \frac{Si(2\pi Bt-2\pi)}{\pi}$$

Dato che:



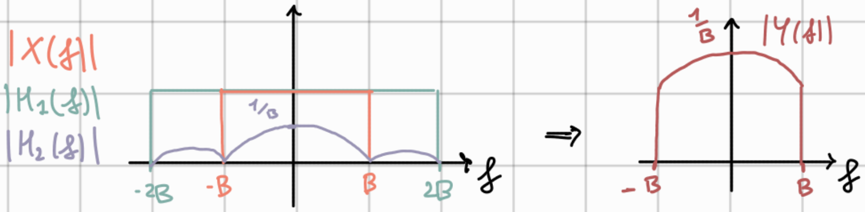
Allora $y(t)$ approssimativamente viene:

e torna con quanto previsto sopra

(b) Quando $h_1(t)$ ed $h_2(t)$ sono in parallelo

per $-B \le f \le B$

$$Y(f) = X(f)H_1(f) + X(f)H_2(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)\cdot \cancel{\text{rect}\left(\frac{f}{4B}\right)} + \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)\cdot \frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}f\right) = 1 + \frac{1}{B}\text{sinc}\left(\frac{1}{B}f\right)$$



$$y(t) = 2B\,\text{sinc}(2Bt) + 2B\,\text{sinc}(2Bt) \otimes \text{rect}\left(\frac{t}{1/B}\right)$$

$$= 2B\,\text{sinc}(2Bt) + \frac{Si(2\pi Bt + 2\pi)}{\pi} - \frac{Si(2\pi Bt - 2\pi)}{\pi} \approx 2B\,\text{sinc}(2Bt)$$

se $B \gg 1$

---

14. Supponendo di introdurre il segnale x(t) di banda B = 10 MHz in ingresso ad un sistema non lineare con uscita $y(t) = x^2(t)$.

a. Calcolare la frequenza di campionamento minima per permettere una perfetta ricostruzione di y(t).

Per il teorema del campionamento $f_{min} = 2B$

Per il teorema della convoluzione $y(t) = x(t)^2 \rightleftharpoons Y(f) = X(f) \otimes X(f)$ e, dato che il prodotto di convoluzione ha come durata la somma delle durate dei segnali convoluti, allora $B = 10 + 10 = 20\,MHz \Rightarrow f_{min} = 40\,MHz$

---

15. Enunciare e dimostrare il teorema del campionamento.

Dato un segnale $x(t)$ limitato in banda e campionato a $\frac{1}{T} \geq 2B$, allora i campioni $x[nT]$ possono essere usati per ricostruire senza perdita di informazione il segnale originale $x(t)$, a patto che si usi l'interpolatore cardinale $p(t) = 2BT\,\mathrm{sinc}(2Bt)$

dim

Il segnale viene ricostruito senza perdita di informazione sse $x(t) = \hat{x}(t) \iff X(f) = \hat{X}(f)$

dato che $\hat{x}(t) = \sum_m x[mT]\,p(t-mT)$

allora $\hat{X}(f) = \underbrace{\sum_m x[mT]\,P(f)}_{\text{linearità}}\,\underbrace{e^{-j2\pi f mT}}_{\text{Th. ritardo}} = P(f)\sum_m x[mT]\,e^{-j2\pi f mT} = P(f)\overline{X}(f)$ Trasformata discreta

per provare la tesi ($x(t) = \hat{x}(t)$) devo quindi far vedere che $X(f) = P(f)\overline{X}(f)$

supponendo $p(t) = 2BT\,\mathrm{sinc}(2Bt) \rightleftharpoons P(f) = T\,\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$ e $\frac{1}{T} \geq 2B$ è immediato vedere graficamente che $X(f) = P(f)\,\overline{X}(f)$, e dunque la tesi è verificata

---

16. Descrivere le operazioni necessarie per la ricostruzione in *tempo reale* di un segnale analogico di *durata limitata* nel tempo.

Dato che $x(t)$ è un segnale analogico a durata limitata allora il suo spettro di ampiezza ha estensione illimitata, e dunque come prima cosa devo filtrare $x(t)$ con un filtro passa basso di banda B

Sia $x'(t)$ il segnale in uscita dal filtro, per via della troncatura delle alte frequenze questo non potrà essere uguale al segnale originale (soprattutto nei tratti di rapida variazione)

Per il teorema del campionamento riesco a ricostruire senza perdita di informazione $x'(t)$ (non $x(t)$!) se questo viene campionato con frequenza $\geq 2B$ e se l'interpolatore usato è $p(t) = 2BT\,\mathrm{sinc}(2Bt)$

Dato che p(t) così definito ha durata illimitata, per realizzarlo fisicamente devo limitarmi ad un certo intervallo temporale (introducendo però distorsione)

Dato che il sistema opera in tempo reale allora p(t) deve essere causale, dunque $p(t) = 0 \ \forall t \leq 0$, per cui devo shiftare la sinc troncata, introducendo tanto più ritardo quanto più grande è l'intervallo di troncamento usato

---

17. Descrivere le operazioni necessarie per campionare e ricostruire un segnale analogico di banda B = 5 MHz.

Praticamente uguale all'es 16 tranne che:

→ Non devo filtrarlo poiché ha già banda limitata

→ Non devo shiftare la sinc tanto non deve agire in tempo reale

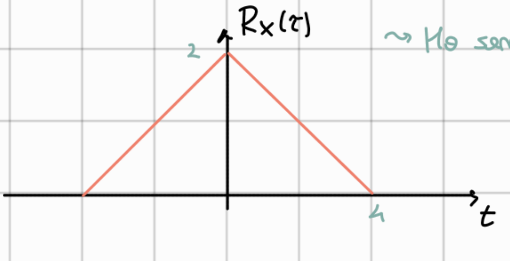
---

18. Calcolare la funzione di autocorrelazione e la densità spettrale di energia del segnale:

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t - t_o}{T}\right)$$

con $T = 2$ s e $t_0 = 1$ s.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, x(t-\tau)\, dt = x(\tau) \otimes x(-\tau) = \text{rect}\left(\frac{t-1}{2}\right) \otimes \text{rect}\left(\frac{t+1}{2}\right) = 2\,\text{triang}\left(\frac{t}{2}\right)$$



~ Ha senso perché $|R_x(0)| \geq |R_x(\tau)| \ \forall t$

$$S_x(f) = |X(f)|^2 = |2\,\text{sinc}(2f)\, e^{-j2\pi f}|^2 = 4\,\text{sinc}(2f)^2$$

---

19. Determinare la banda a -3dB, a -10dB e al 99% dell'energia del segnale

19. Determinare la banda a -3dB, a -10dB e al 99% dell'energia del segnale:

$$x(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t-t_o}{T}\right)$$

con $T = 1$ s e $t_0 = 2$ s.

$X(f) = \mathrm{sinc}(f) e^{-j4\pi f} \Rightarrow |X(f)|^2 = \mathrm{sinc}(f)^2 \Rightarrow \max\{|X(f)|^2\} = |X(0)|^2 = 1$

$10 \log\left(\frac{|H(f)|^2}{|H(f_0)|^2}\right) = -3\,dB$ quando $|H(f)|^2 = \frac{1}{2}$ dunque per $\mathrm{sinc}(f)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow f \simeq 0.44\ Hz$

↳ in questo caso è 1

$10 \log\left(\frac{|H(f)|^2}{|H(f_0)|^2}\right) = -10\,dB$ quando $|H(f)|^2 = \frac{1}{10}$ dunque per $\mathrm{sinc}(f)^2 = \frac{1}{10} \Rightarrow f \simeq 0.74\ Hz$

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \mathrm{rect}(t)^2 dt = 1$$

$$0.99\, E_x = 0.99 = \int_{-B}^{B} |X(f)|^2 df = \int_{-B}^{B} \mathrm{sinc}(f)^2 df = \frac{\cos(2\pi B) + 2\pi B\, \mathrm{Si}(2\pi B) - 1}{\pi^2 B} \Rightarrow B \simeq 10.28\ Hz$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, x(t-\tau)\, dt = x(\tau) \otimes x(-\tau)$$

→ in realtà sarebbe complesso coniugato ma trattando segnali reali è uguale

⇝ se il segnale è pari è la convoluzione

quando $\tau = 0$ ho due $x(t)$ dunque max correlazione