

# Scritto / Orale FdA - 03/06/2025

---

Ogni esercizio rappresenta la traccia dello scritto (ognuno ha una traccia diversa allo scritto con un esercizio che può presentare più richieste).

Laddove siano state condivise dagli studenti sono presenti anche le domande dell'orale (anche in questo caso si tratta di esercizi scritti o domande orali)

## 1 - Risposta libera e forzata

---

### Esercizio 1.1

1. Calcola la **risposta libera** della funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s + 4}{s(s + 2)^2}$$

con condizioni iniziali:

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = -1, \quad \ddot{y}(0) = 1$$

(Nota: le condizioni iniziali potrebbero non essere esattamente queste)

2. Il sistema è **BIBO-stabile**? Perché?

#### Variante 1.1.1

Stesso esercizio ma con funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s + 9}{s(s + 5)^2}$$

e con condizioni iniziali:

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = -2, \quad \ddot{y}(0) = -1$$

#### Variante 1.1.2

1. Stesso esercizio ma con funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{s + 2}{s(s + 2)^2}$$

e con condizioni iniziali:

$$y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = -1, \quad \ddot{y}(0) = 1$$

2. Calcola la realizzazione minima e scrivine il modello a variabili di stato associato
3. Discuti la stabilità interna e la BIBO-stabilità?

### Domande Orale

Ho avuto Munafò all'orale e mi ha chiesto:

- Analisi modale
- Luogo delle radici
- Matrice canonica e forme di osservabilità e raggiungibilità

## Esercizio 1.2

Si consideri un sistema descritto dall'equazione differenziale ingresso-uscita:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + 2y = \dot{u} + 4u$$

1. Si determini la **risposta forzata** al gradino del sistema
2. Qual è la funzione di trasferimento del sistema?
3. Il sistema è **BIBO-stabile**? Perché?

### Variante 1.2.1

Stesso esercizio ma con equazione differenziale:

$$y^{(3)} + 20\ddot{y} = \dot{u} + 12u$$

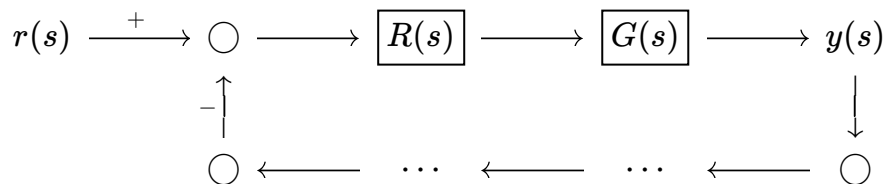
## 2 - Progettazione del controllore

### Esercizio 2.1

Un impianto ha f.d.t.:

$$G(s) = 50 \frac{s - 20}{(s + 10)(s + 5)^2}$$

progettare per tale impianto un regolatore  $R(s)$  tale per cui il sistema a ciclo chiuso



soddisfi le seguenti specifiche:

- Errore nullo a regime in risposta al gradino
- Reiezione dei disturbi di carico di almeno 20 dB per  $\omega \leq 0.1$  rad/s
- Reiezione dei disturbi di misura di almeno 20 dB per  $\omega \geq 50$  rad/s
- Margine di fase di almeno  $45^\circ$

### Variante 2.1.1

Stesso esercizio, ma con:

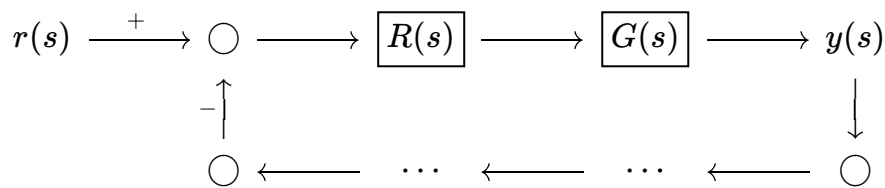
$$G(s) = \frac{20000}{s(s+10)(s+2)^3}$$

## Esercizio 2.2

Un impianto ha f.d.t.:

$$G(s) = 150 \frac{1}{s(s+8)^3}$$

progettare per tale impianto un regolatore  $R(s)$  tale per cui il sistema a ciclo chiuso



soddisfi le seguenti specifiche:

- Abbia errore nullo a regime
- Tempo di assestamento al 95% < 1 s
- Overshot del 2%

## Domande Orale

Ho avuto Munafò all'orale e a me ha fatto solo domande sul mio scritto e sulle cose che avevo sbagliato. In particolare: mi ha chiesto come risolvere il problema in bode (avevo risolto con luogo delle radici), il resto erano domande sul luogo delle radici.

## Esercizio 2.3

Data la seguente

$$G(s) = 10 \frac{20 - s}{(2 + s)(25 + s)^2}$$

Progettare un controllore che permetta di rispettare le seguenti specifiche:

- Errore a gradino < 3%;
- Reiezione rumore di carico di almeno 20dB per  $\omega \leq 0.1$  rad/s;
- Reiezione rumore di misura di almeno 20dB per  $\omega \geq 75$  rad/s;
- Margine di Fase di almeno 45°;

## Domande orale

- Alcune domande sull'esercizio svolto, tipo con che logica ho scelto poli e zeri della rete ridatatrice;
- Mi ha dato la seguente matrice e mi ha chiesto di calcolargli i modi e dire se era stabile:

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

### 3 - Bode e Nyquist

---

#### Esercizio 3.1

Tracciare il diagramma di bode e di nyquist di:

$$G(s) = \frac{(s+1)^2}{s(s+100)^2}$$

##### Variante 3.1.1

Stesso esercizio ma con f.d.t.:

$$G(s) = \frac{10}{s(1+s)}$$

### Raccolta di domande per l'orale

---

Una serie di domande sparse condivise dagli studenti:

#### Domanda 1

Dimostrare tramite i diagrammi di Bode, che la seguente  $G(s)$  è stabile:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

(Nota: è stato sufficiente dimostrare che il margine di guadagno era maggiore di 4/6 dB e il margine di fase maggiore di 75°)

#### Domanda 2

A me è uscito allo scritto il classico esercizio sul modello in variabili di stato, dovevo studiare stabilità interna, osservabilità e raggiungibilità, calcolare la  $G(s)$  e dire se era bipo stabile, ma non ricordo i numeri. Poi l'assistente mi ha chiesto definizione di stabilità interna, raggiungibilità, osservabilità, Bipo-stabilità e di applicare il Lemma PBH allo stesso esercizio. Alle domande segue un esercizio (vedi: *Variante 2.1.1*)

#### Domanda 3

Il mio scritto era letteralmente il [5] domanda 2.jpeg che si trova su GitHub nella cartella Esami (da A.A.2022-2023). Unica domanda rilevante il perché alcuni autovalori nella matrice A non si vedevano poi nella  $G(s)$ . L'orale mi ha chiesto di fare Bode di

$$G(s) = \frac{10}{(s + 5)(s + 50)}$$

In particolar modo mi ha chiesto a cosa servono i margini di Fase e Guadagno, e poi mi ha fatto tracciare Nyquist sempre della solita funzione chiedendo anche qui di identificare i margini di fase e guadagno.