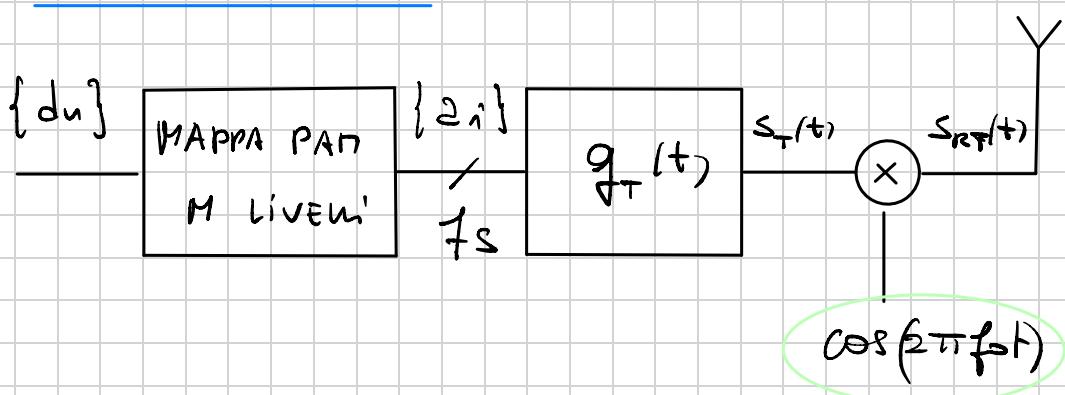



Sistemi di comunicazione in banda passante

Sono sistemi di comunicazione in cui il segnale trasferito ha densità spettrale di potenza di tipo passa-banda, centrate su una frequenza f_0 detta "frequenza portante".

Sistemi PAM

TRASDATORI



Il segnale $S_T(t)$ e' pari a:

$$S_T(t) = \sum_i \bar{d}_i g_T(t - i T_s)$$

dove $T_s = \frac{1}{f_s}$ e i simboli $\{\bar{d}_i\}$ appartengono ad una PAM ad M Livelli.

Il segnale trasmesso $S_{RF}(t)$ è

$$S_{RF}(t) = S_T(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

La densità spettrale di potenza di $S_{RF}(t)$

è legata a quella di $S_T(t)$ dalla seguente

relazione:

$$S_{RF}(f) = \frac{S_T(f - f_0) + S_T(f + f_0)}{4}$$

Dove $S_T(f)$ è la densità spettrale di

potenza del segnale $S_T(t)$ ponendo

$$S_T(f) = \frac{1}{T_S} |S_T(f)| |G_T(f)|^2$$

$$= \frac{1}{T_S} R_S(0) |G_T(f)|^2$$

Faciamo l'ipotesi che $G_T(f) = \sqrt{G_{RCA}(f)}$.

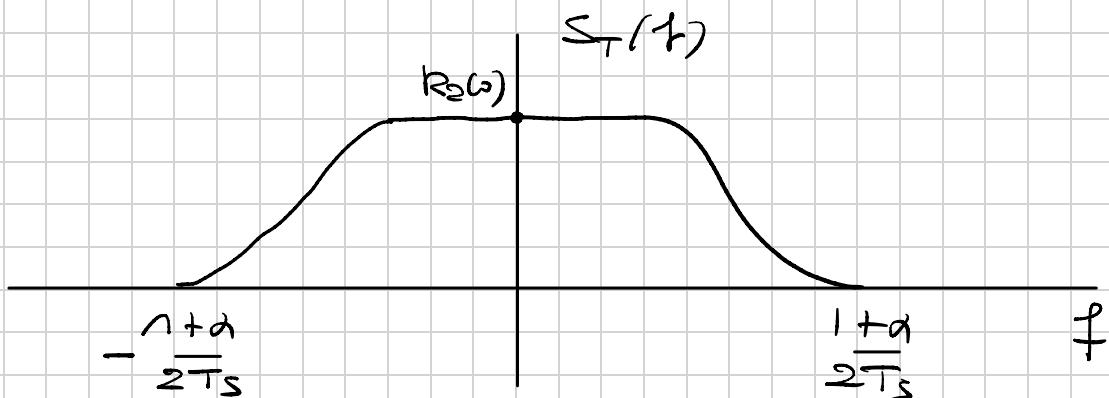
Allora mi ha che :

$$S_T(f) = \frac{1}{T_S} R_2(0) G_{RCA}(f)$$

dove mi ricordo che per una PAP a π

$$\text{livelli } R_2(0) = \frac{\pi^2 - 1}{3}$$

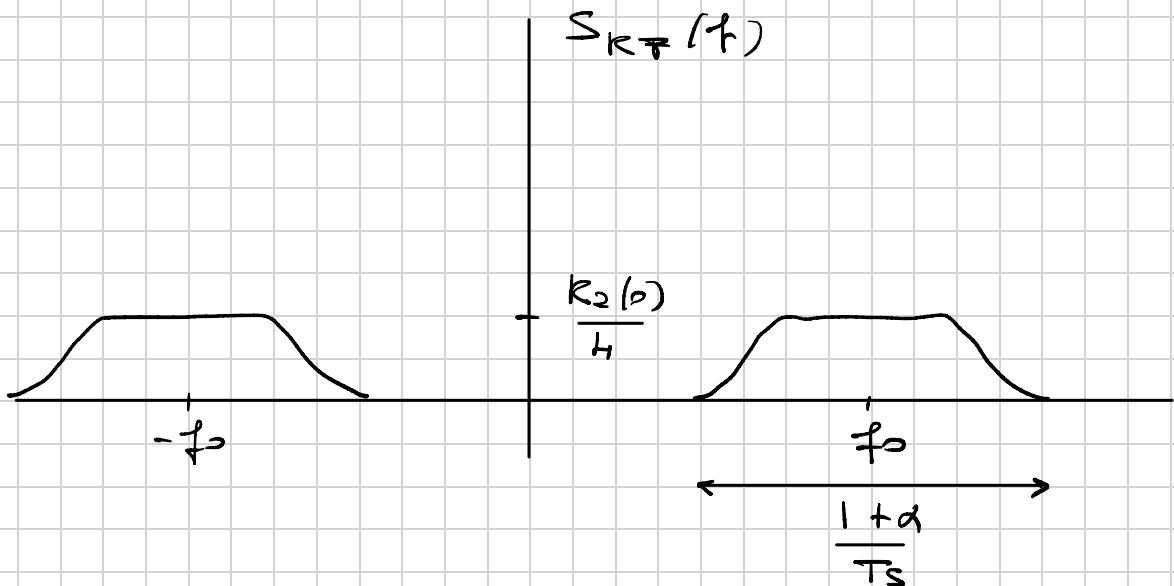
graficamente mi ottiene :



da cui segue che le bande di $S_T(f)$

$B_T = \frac{1 + \alpha}{2T_S}$

La densità spettrale di $S_{RF}(t)$ è



Segue che la banda del segnale trasmesso è

$$B_{RF} = 2 B_T = \frac{1+\alpha}{T_S}$$

L'efficienza spettrale del minterme risulta

$$\eta_{sp} = \frac{R_d}{B_{RF}} = \frac{\log_2 \pi}{1+\alpha}$$

avendo tenuto d'conto che $R_d = \log_2 \pi / T_S$.

Calcoliamo ora la potenza del segnale trasmesso $S_{RF}(t)$ pari a

$$P_{RF} = \int_{-W}^W S_{RF}(f) df$$

da cui teneo di conto che

$$S_{RF}(f) = \frac{S_T(f - f_0) + S_T(f + f_0)}{4}$$

si ottiene che il P_{RF}

$$P_{RF} = \frac{1}{4} \cdot 2 \int_{-W}^W S_T(f) df$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-W}^W S_T(f) df$$

$$= \frac{P_S}{2}$$

LA POTENZA DEL GENERATORE IN BANDA PASSANTE È PERTANTO DI SEMPRE DUE SECONDE IN BANDA RF.

L'energia del segnale trasmesso $S_{RF}(t)$

è quindi pari:

$$E_{RF} = P_{RF} T_S = \frac{P_S T_S}{2}$$

In un intervallo PAN con $G_T(f) = \sqrt{G_{RCR}(f)}$

si ottiene:

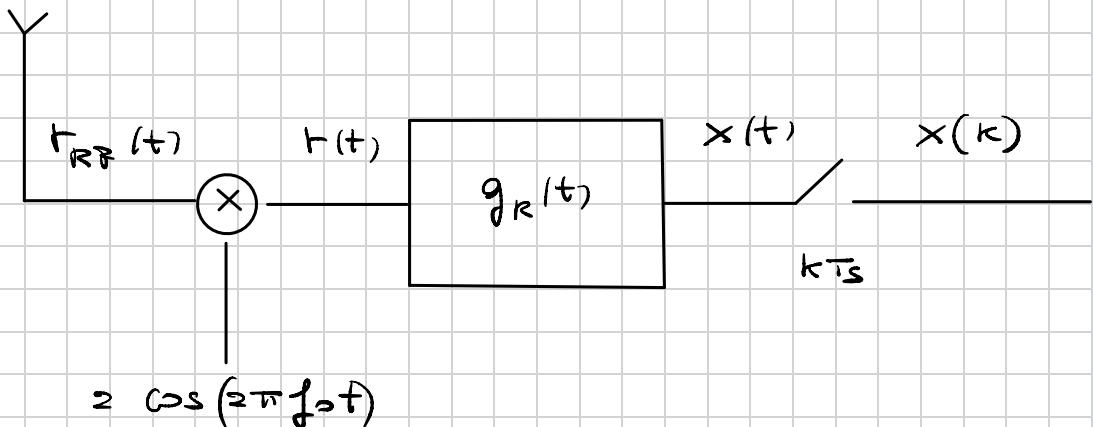
$$T_{RF} = \frac{T_S}{2} \cdot \frac{1}{T_S} \int_{-W}^W R_2(\omega) |G_T(f)|^2 df$$

$$= \frac{R_2(\omega)}{2} \int_{-W}^W |G_T(f)|^2 df$$

$$= \frac{R_2(\omega)}{2} \quad \text{se } G_T(f) = \sqrt{G_{RCR}(f)}$$

L'integrale è ugualmente a 1

Ricevitore



Il segnale ricevuto $r_{RF}(t)$ è pari a

$$r_{RF}(t) = s_{RF}(t) \otimes c(t) + n_{RF}(t)$$

dove $c(t)$ è lo spazio impulsivo del
canale e $n_{RF}(t)$ è rumore Gaussiano

balanciato con densità spettrale $\sum w_{RF} = \frac{N_0}{2}$.

Supponiamo che il canale sia non distorto cente con $C(t) = S(t)$. Allora:

$$t(t) = 2 t_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= 2 s_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t) + n(t)$$

dove abbiamo definito

$$n(t) = 2 n_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

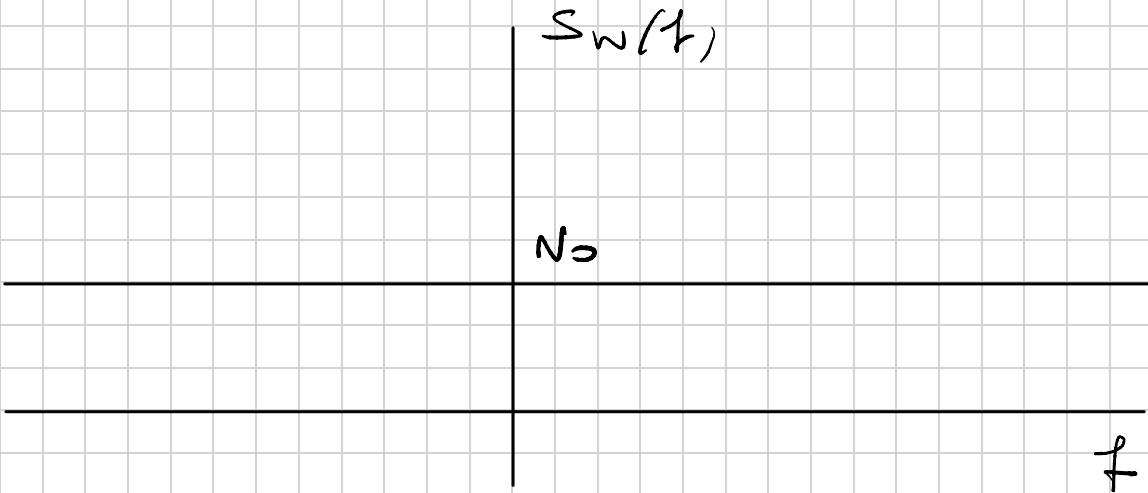
Si ricorda (come accade in trasmissione per il segnale trasmesso) che lo spettro si sposta

→ pattern del rumore $n(t)$ c'è più S

$$S_n(f) = \frac{1}{4} \cdot \frac{S_{n_{RF}}(f-f_0) + S_{n_{RF}}(f+f_0)}{4}$$

IL FATTORI 4 E' DOVUTO AL FATTOR 2

Dai momenti che $S_{WKP} = \frac{N_0}{2}$ si ottiene:



da cui segue che $w(t)$ e' Gaussiana

bisico con densita spettrale N_0 .

In unita del filtro di licenzia $g_K(t)$ si ottiene:

$$x(t) = t(t) \otimes g_K(t) = S_T(t) + n(t)$$

Averendo tenuto di conto che (vedi teorema
della modulazione)

$$2 S_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= 2 S_T(t) \cos^2(2\pi f_0 t)$$

$$= 2 S_T(t) \frac{1 + \cos(4\pi f_0 t)}{2}$$

$$= S_T(t) + S_T(t) \cos(4\pi f_0 t)$$

QUESTO SEGNALE HA UNA DENSITÀ
SPECIALE CONCENTRATA A $2f_0$
PER CUI VIENE FILTRATO DAL
FILTRO DI BASSA FREQUENZA $S_R(t)$

Per quanto riguarda il rumore termico $n(t)$

si ottiene che:

$$S_n(f) = S_{\omega}(f) |G_R(f)|^2 = N_0 G_{R \times R}(f)$$

Quindi dopo il sommatore si ottiene:

$$x(k) = 2k + n(k)$$

Dove $n(k)$ è una variabile Gaussiana

a media nulla e varianza

$$\sigma_n^2 = \int_{-B}^B S_n(f) df = N_0 \int_{-B}^B G_{R \times R}(f) df = N_0$$

Calcoliamo quindi la probabilità d'errore.

Teniamo conto che:

$$X(k) = 2n + u(n) \sim N(0, N_0)$$

n : osserv. (per una PAP a n trivelli)

$$P(e) = 2 \frac{n-1}{n} \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)$$

$$= 2 \frac{n-1}{n} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{1}{N_0}}\right)$$

Teniamo conto che

$$E_S = \frac{R_2(6)}{2} = \frac{n^2 - 1}{6}$$

ci si ottiene:

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{\pi^2 - 1}{6 N_0} \longrightarrow N_0 = \frac{\pi^2 - 1}{6 \frac{E_s}{N_0}}$$

Sostituendo si ottiene

$$P(e) = 2 \frac{\pi - 1}{\pi} Q \left(\sqrt{\frac{6 \frac{E_s}{N_0}}{\pi^2 - 1}} \right)$$

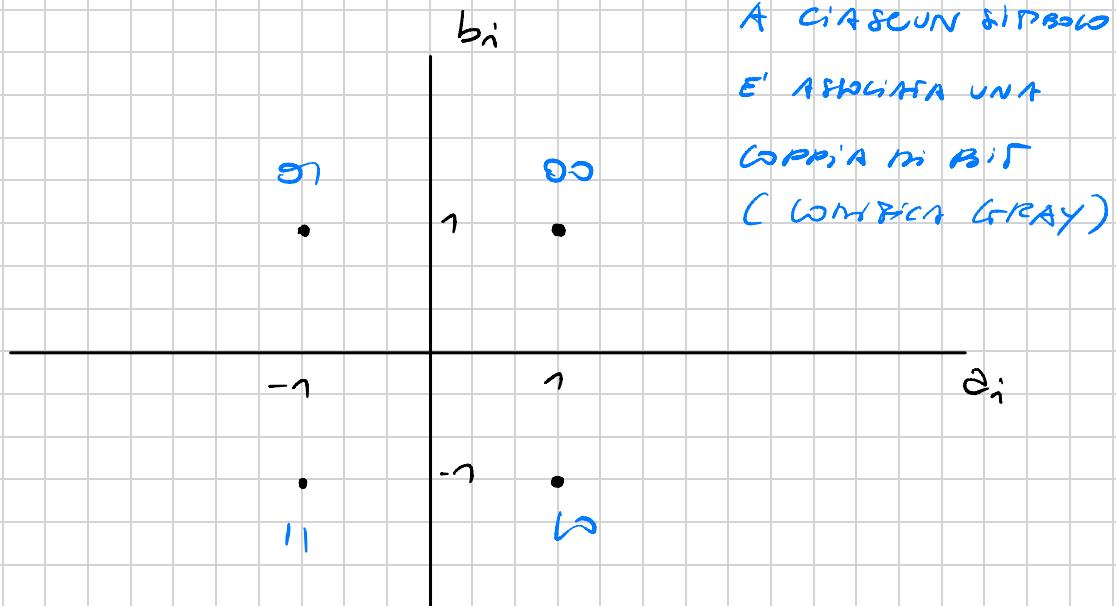
che coincide con la probabilità di errore di

una PAM in banda nera.

SISTEMA QAM (QUADRATURE AMPLITUDE MODULATION)

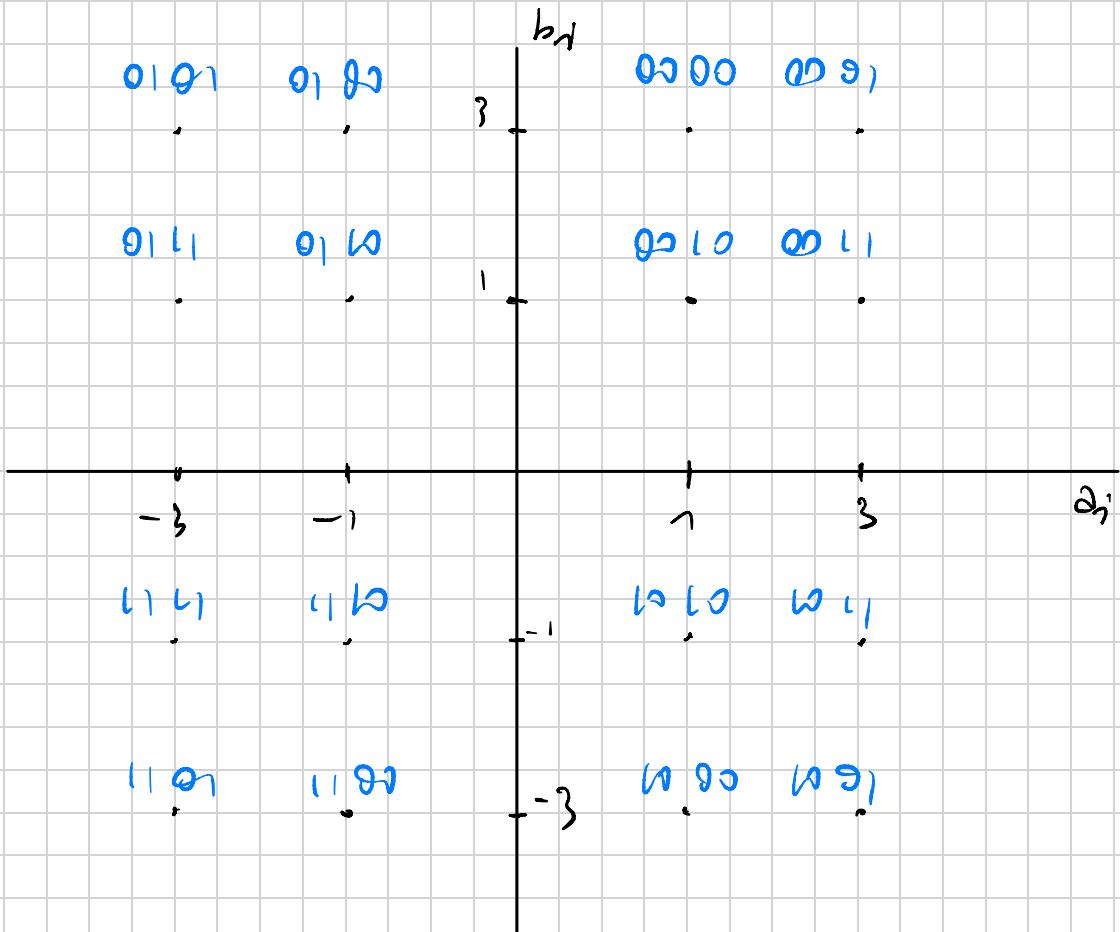
In questi tipi di moduli, i simboli appartengono ad una costellazione di ordine N generata da due mappe PAM di ordine \sqrt{N} .

Consideriamo ad esempio la 4-QAM



Nel coso delle 16-QAM

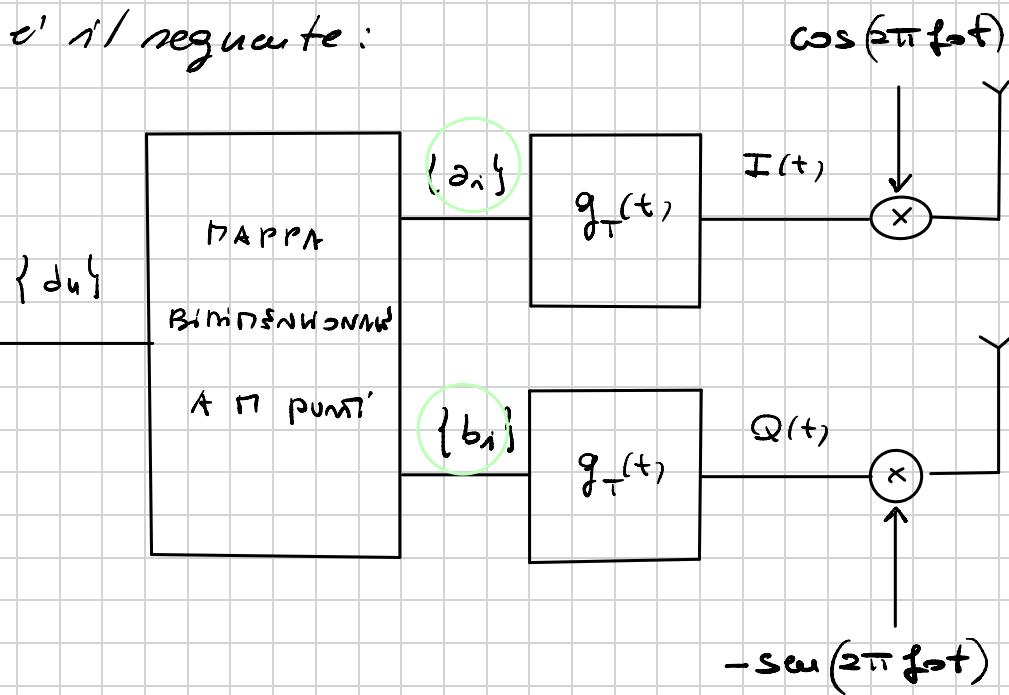
com'è la grata



TRASMETTORE

Lo schema a blocchi di un trasmettore SSB

c'è il regolatore:



Il regolatore trasmette pass-band e dà \rightarrow

$$S(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(\omega_0 t)$$

RF

dove $I(t) < Q(t)$ sono le componenti in "fase" e in "quadratura" del regolatore.

Ecco sono esprimere da

$$I(t) = \sum_i a_i g_T(t - i T_s)$$

$$Q(t) = \sum_i b_i g_T(t - i T_s)$$

inviluppo complesso del segnale

Si nota che il segnale $s_{RF}(t)$ puo'
essere riscritto così:

$$s_{RF}(t) = \operatorname{Re} \left\{ \tilde{s}_T(t) e^{j \frac{2\pi f}{T_s} t} \right\}$$

dove

$$\tilde{s}_T(t) = I(t) + j Q(t)$$

si chiama inviluppo complesso

Sostituiamo n' otteniamo

$$\tilde{s}_T(t) = I(t) + j Q(t)$$

$$= \sum_i c_i g_T(t - i T_S)$$

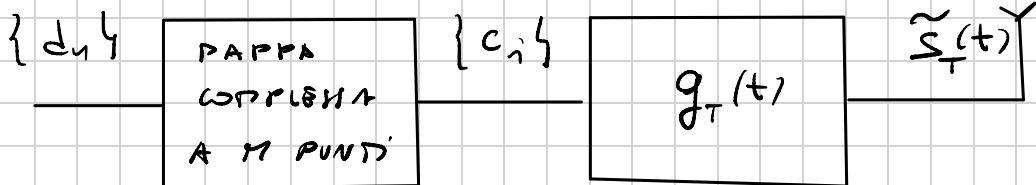
avendo definito i simboli complessi

$$c_i = z_i + j b_i$$

da cui si vede che $\tilde{s}_T(t)$ e' in pratica

un segnale PAM con simboli complessi

$\{c_i\}$. I simboli QAM e' equivalente a:



Densità spettrale di potenza

La densità spettrale di potenza di un segnale

PAT è legata a quello dell'impulso

complemo $\tilde{S}_f(t)$, dalla seguente relazione:

$$S_{RF}(t) = \frac{\tilde{S}_f(t-t_0) + \tilde{S}_f(t+t_0)}{4}$$

dove, in analogia con la PAT, si ha

$$\tilde{S}_f(t) = \frac{1}{T_S} \cdot R_c(0) |G_f(t)|^2$$

dove

$$R_c(0) = E\{|C_s|^2\}$$

Tenuto conto che $c_{ij} = z_{ij} + j b_{ij} \in$

che $\{z_{ij}\} \subset \{b_{ij}\}$ sono indipendenti ri-

o tra loro:

$$E\{|c_{ij}|^2\} = E\{(z_{ij} + j b_{ij})(z_{ij} + j b_{ij})^*\}$$

$$= E\{|z_{ij}|^2\} + E\{|b_{ij}|^2\}$$

$$= \frac{(1\bar{1})^2 - 1}{3} + \frac{(1\bar{1})^2 - 1}{3}$$

$$= 2 \frac{n-1}{3}$$

NOTA: SI E' TENUTO DI CONTO CHE

LE DUE PAR HANNO \sqrt{r}

LIVELLI SE LA PAR HA

\rightarrow SIMBOLI.

In analogia alla PAR iu bands portante
m si deve che le bands \downarrow un segnale

PAR e' pari a:

$$B_{RF} \approx 2 B_T \stackrel{(1)}{=} \frac{1+\alpha}{T_S}$$

e l'energia si ottiene

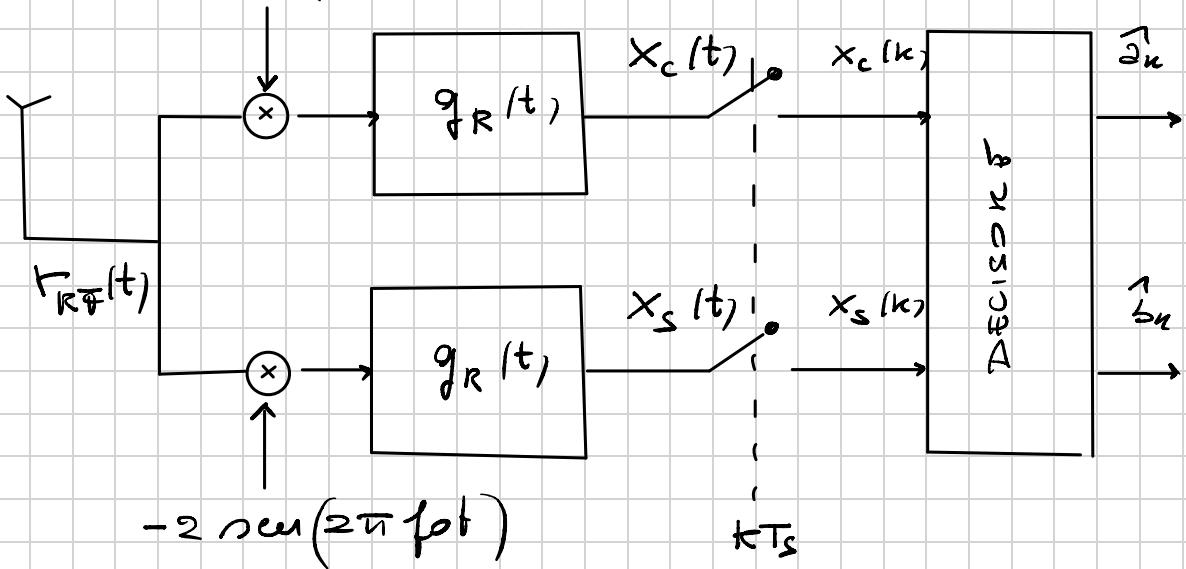
$$\mathcal{E}_{RF} = \frac{\vec{P}_S T_S}{2} = \frac{T_S}{2} \cdot \frac{1}{T_S} \int_{-\infty}^{\infty} R_c(\omega) |G_T(t)|^2 dt$$

$$\stackrel{(1)}{=} \frac{R_c(\omega)}{2} - \frac{1}{3}$$

$$(1) \text{ NEW: } R_c(\omega) \approx \sqrt{G_{KKC}(t)}$$

Ricevitore

$$2 \cos(2\pi f_0 t)$$



Il segnale ricevuto $r_{RF}(t)$ è pari a

$$r_{RF}(t) = s_{RF}(t) + n_{RF}(t)$$

Supponendo che il canale sia non distorto e con $c(t) = \delta(t)$.

Consideriamo il rumore superiore del ricevitore:

$$= 2 \Gamma_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= 2 S_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t) + w_c(t)$$

dove abbiamo definito

$$w_c(t) = 2 \circledcirc w_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

Il rumore si tratta come nella PAR in bonte passante. Quindi in uscita dal filtro di ricezione il rumore e' una variabile Gaussiana a media nulla e varianza

$$\Gamma_{w_c}^2 = \int_{-B}^B S_{w_c}(f) df = N_0 \int_{-B}^B G_{RF,R}(f) df = N_0$$

Consideriamo il segnale utile:

$$2 S_{RF}(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

da cui faccio conto che

$$\boxed{S(t) = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t)}$$

si ottiene

$$2 I(t) \cos^2(2\pi f_0 t) - 2 Q(t) \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t)$$

$$2 I(t) \cos^2(2\pi f_0 t)$$

$$= I(t) + I(t) \cos(4\pi f_0 t)$$

QUESTO SEGNALE HA UNA DENSITÀ

SPECTRALE CONCENTRATA A $2f_0$

PER CUI VENNE FILTRATO DAL

FILTRO DI BASSA FREQUENZA $g_R(t)$

$$-2Q(t) \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$= -Q(t) \cos(4\pi f_0 t)$$

QUESTO SEGNALE HA UNA DENSITÀ

SPECIALE CONCENTRATA A $2f_0$

PER CUI VENGONO FILTRATI DATI

FILTRO DI RICHIESTA f_0

Dove si è fatto riferimento a che

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(2\theta) = 2 \cos(\theta) \cos(\theta)$$

Quindi nel ramo superiore ottieniamo:

$$x_e(k) = 2n_k + n_c(k) \sim N(0, N_0)$$

Consideriamo il rumore inferiore del ricevitore:

$$-2 R_{RF}(t) \operatorname{sen}(2\pi f_0 t)$$

$$= -2 S_{RF}(t) \operatorname{sen}(2\pi f_0 t) + w_s(t)$$

dove abbiamo definito

$$w_s(t) = -2 S_{RF}(t) \operatorname{sen}(2\pi f_0 t)$$

Il rumore si tratta come nelle PAR in sorgente persistente. Quindi in uscita dal filtro di ricezione il rumore e' una variabile Gaussiana a media nulla e varianza

$$\Gamma_{w_s}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{w_s}(f) df = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} G_{RF}(f) df = N_0$$

Consideriamo il segnale utile:

$$-2 S_{RF}(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

da cui faccio conto che

$$\underbrace{S(t)}_{RF} = I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

si ottiene

$$\underline{-2 I(t) \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t) + 2 Q(t) \sin^2(2\pi f_0 t)}$$

QUESTO SEGNALE HA UNA DENSITÀ

SPECIALE CONCENTRATA A $2 f_0$

PER CUI VEDRE FILTRARE DUE

FILTRI IN RICHIESTA DI f_{RF}

$$= Q(t) \sin^2(2\pi f t)$$

$$= \underline{Q(t) + Q(t) \cos(4\pi f t)}$$

QUESTO SEGNALE HA UNA DENSITÀ

SPECIALE CONCENTRATA A $2f_0$

PER CUI VENNE FILTRATO DAL

FILTORE DI RISPOSTA $g_{R(t)}$

dove nel frattempo si controlla

$$\begin{aligned} \sin^2(\theta) &= 1 - \cos^2(\theta) = 1 - \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} \\ &= \frac{1 - \cos(2\theta)}{2} \end{aligned}$$

Quindi sul ramo inferiore ottieniamo:

$$x_s(k) = b_k + u_s(k) \sim N(0, N_0)$$

CALCULO PROBABILITAT MÉTRICO

$$X(k) = X_c(k) + j X_s(k) = c_k + u(k)$$

con

$$u(k) = u_c(k) + j u_s(k)$$

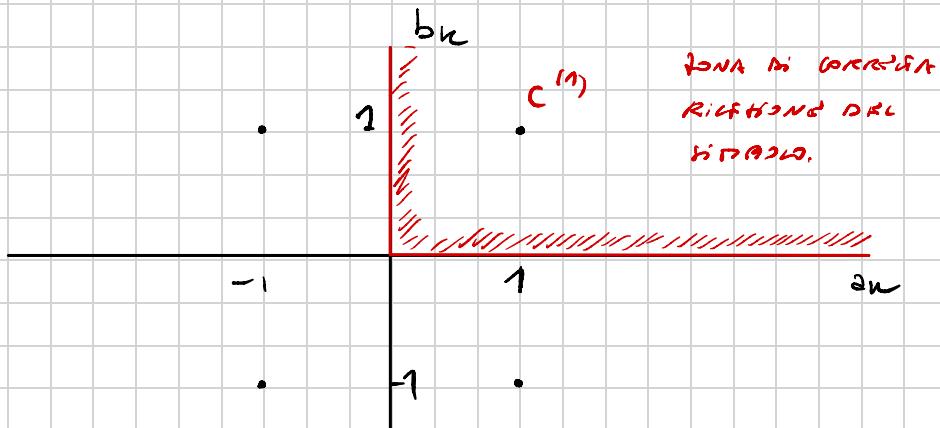
donde $u_c(k) \subset u_s(k)$ now works like structure

more independent, or more words c

variables No:

$$u_c(k), u_s(k) \sim N(0, N_0)$$

H-QAD



$$P(e) = \frac{1}{H} \prod_i P(e | c_k = c^{(i)})$$

Grande alle misure fissa dello controller
per scrivere calcolare solo una probabilità.

Ad esempio:

$$P(e | c_k = c^{(i)}) = 1 - P(c | c_k = c^{(i)})$$

dove $P(c | c_k = c^{(i)})$ rappresenta la probabilità
di corretta ricezione - Queste si calcola come
segue:

$$P(c | c_k = c^{(i)})$$

$$= \Pr(X_c(u) \geq 0, X_s(u) \geq 0 | c_k = c^{(i)})$$

dove

$$x_c(k) = \alpha_k + u_c(k)$$

$$x_s(k) = b_k + u_s(k)$$

Poisson atoms independently, no atoms

$$= \Pr(x_c(n) \geq 0, x_s(n) \geq 0 \mid c_k = c^{(n)})$$

$$= \Pr(x_c(n) \geq 0 \mid \alpha_n = \alpha^{(n)}) \Pr(x_s(n) \geq 0 \mid b_k = b^{(n)})$$

$$= Q\left(-\frac{1}{\bar{n}_c}\right) \cdot Q\left(-\frac{1}{\bar{n}_s}\right)$$

$$= \left(1 - Q\left(\frac{1}{\bar{n}_c}\right)\right)^2$$

$$= 1 - 2Q\left(\frac{1}{\bar{n}_c}\right) + Q^2\left(\frac{1}{\bar{n}_c}\right)$$

Sostituendo nel termine 1

$$P(e) = 2Q\left(\frac{1}{N_B}\right) - Q^2\left(\frac{1}{N_B}\right)$$

$$\approx 2Q\left(\frac{1}{N_B}\right)$$

Tentato di controllare per una L-QAP

$$\frac{E_S}{N_B} = \frac{\Gamma-1}{3\bar{N}_B} = \frac{1}{N_B}$$

mi dice

$$P(e) = Q\left(\sqrt{\frac{E_S}{N_B}}\right)$$

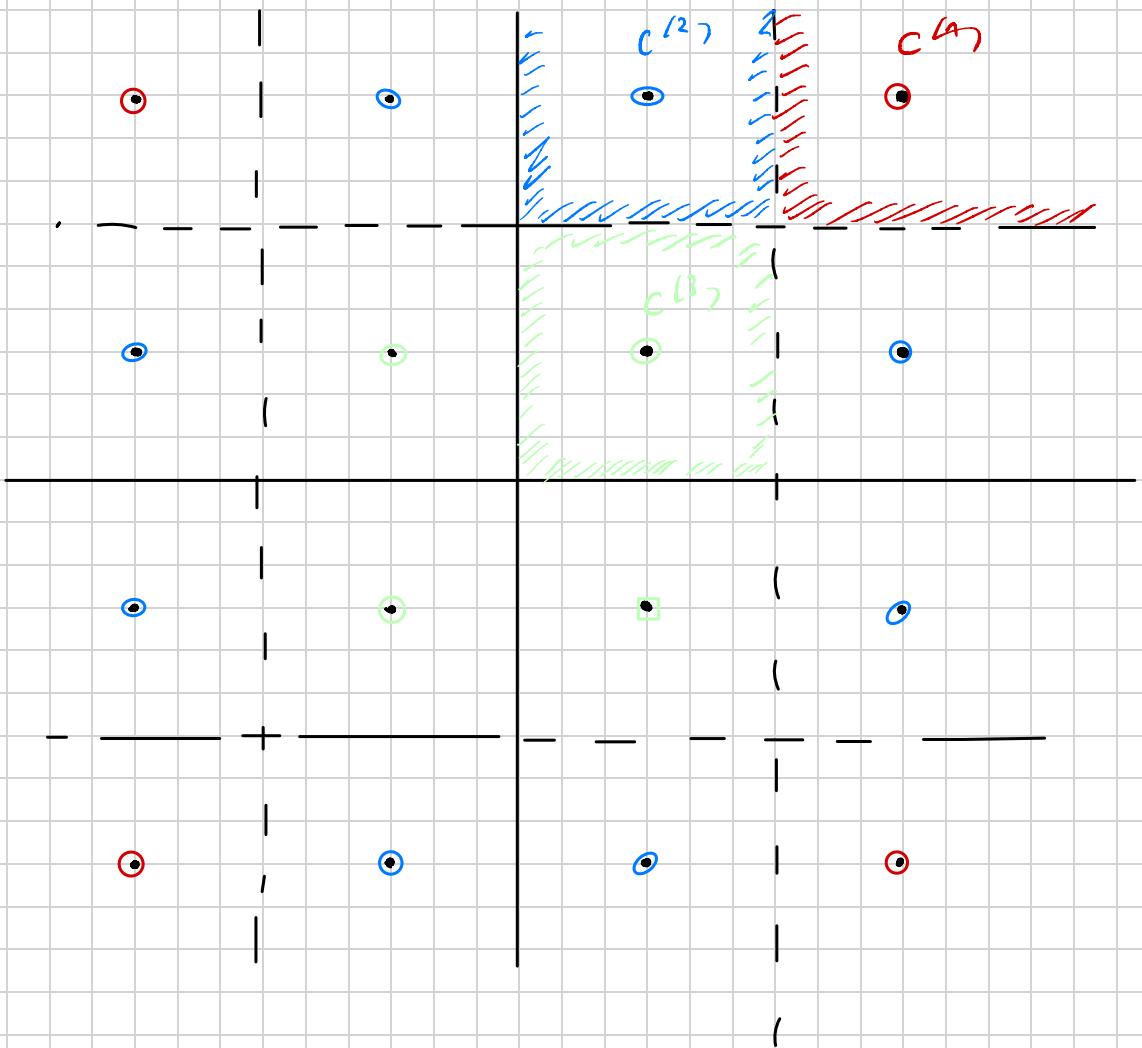
Efficienza

Confrontare il risultato con la PAP a due

livelli e a quattro livelli in termini di

efficienza energetica e spettro.

16-DAD



I simboli della nostra cultura hanno la
stessa probabilità di essere.

Quindi la probabilità di errore è pari a:

$$\begin{aligned} P(e) = \frac{1}{16} & \left(h P(e | c_K=c^{(1)}) + \right. \\ & 8 P(e | c_K=c^{(2)}) + \\ & \left. h P(e | c_K=c^{(3)}) \right) \end{aligned}$$

Continuiamo a calcolare $P(e | c_K=c^{(1)})$.

$$P(e | c_K=c^{(1)}) = 1 - P(c | c_K=c^{(1)})$$

$$= 1 - \left(1 - \varrho \left(\frac{1}{\sqrt{n_0}} \right) \right)^2$$

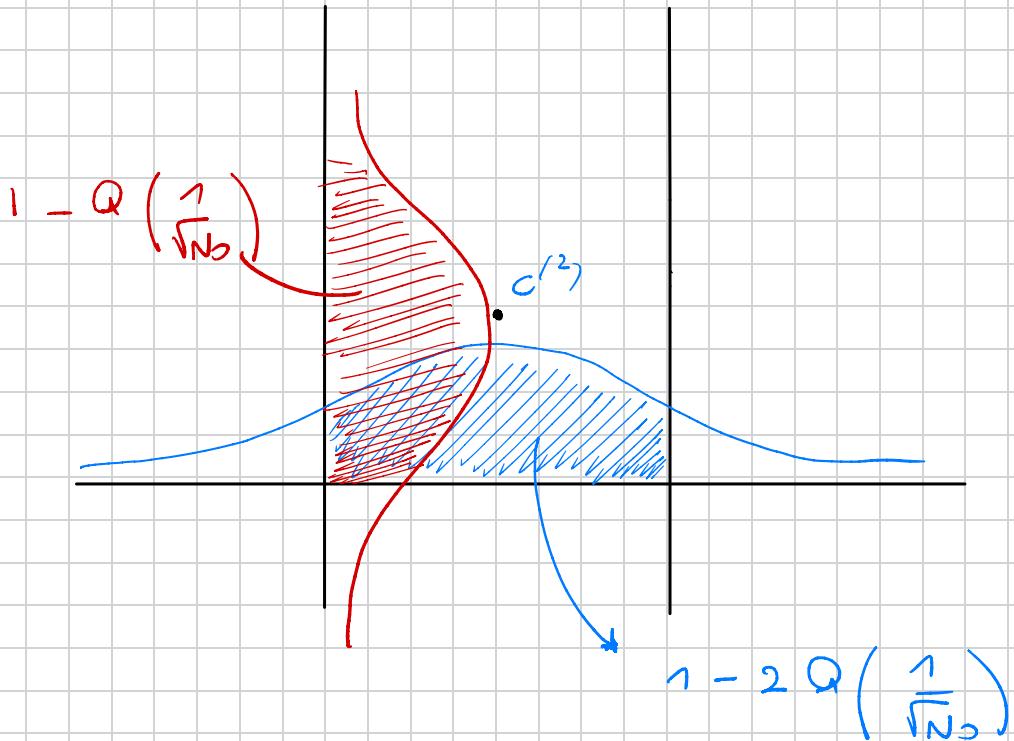
$$= 2 \varrho \left(\frac{1}{\sqrt{n_0}} \right) - \varrho^2 \left(\frac{1}{\sqrt{n_0}} \right)$$

SI TRATTA DELL'ESERCIZIO CALCOLATO PER LA 4-DATE

$$P(e | c_K = c^{(2)}) = 1 - P(c | c_K = c^{(2)})$$

$$= 1 - \left(1 - Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)\right) \left(1 - 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)\right)$$

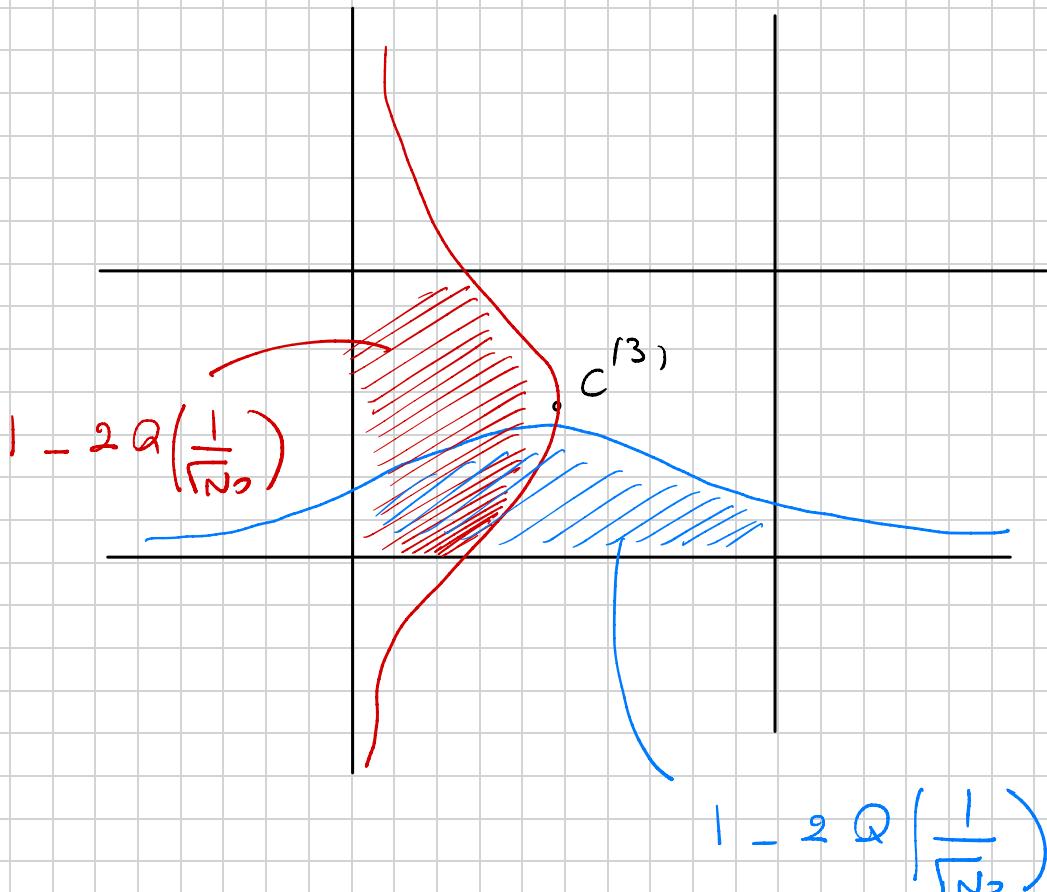
$$= 3 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) - 2 Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)$$



$$P(e \mid c_n = c^{(3)}) = 1 - P(c \mid c_n = c^{(3)})$$

$$= 1 - \left(1 - 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \right)^2$$

$$= 1 - Q\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 2Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$



Metodi insieme i quali si utilizzano:

$$P(e) = \frac{1}{16} \left(4 \left(2 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) - Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) \right) \right.$$

$$\left. + 8 \left(3 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) - 2 Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) \right) \right)$$

$$+ 4 \left(4 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) - 4 Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) \right) \Big)$$

$$= 3 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right) - \frac{9}{4} Q^2\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)$$

$$\approx 3 Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0}}\right)$$

*

Tenuto conto che $\frac{\bar{E}_S}{N_0} = \frac{P-1}{3N_0} = \frac{16-1}{3N_0} = \frac{5}{N_0}$

$$\approx 3 Q\left(\sqrt{\frac{1}{5} \frac{\bar{E}_S}{N_0}}\right)$$

*

ESEMPI

Confrontare il risultato con lo 8-QAM e
una PAR a 16 livelli in termini di
efficienza energetica e spettro.