NOTE DI ELETTROTECNICA

-BY: Francesco Boldrini

Il Trasformatore [Circuiti Magnetici]

Chiesto all'Oracle (come arrivare da Ampere a Hopkinson)

Intensità del campo magnetico: H $[A/m]$

Induzione magnetica o Densità flusso magnetico: B $\left[\frac{Wb}{m^2}\right] = [T]$

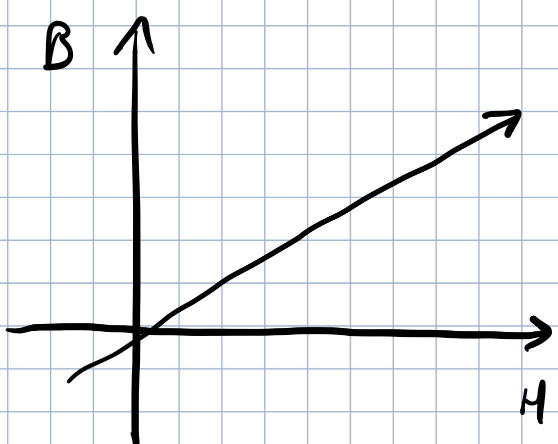
Flusso magnetico: ϕ $[Wb]$

$$\boxed{\oint_\gamma H\,dl = \Sigma I}$$

Legge di Ampere

"L'integrale di linea di H (intensità campo mag.) in dl, questa è uguale alla sommatoria delle correnti concatenate con la linea chiusa γ."

$$\boxed{B = \mu H}$$



$$B = \mu_0 \mu_r H$$

A seconda del loro μ_r i materiali si magnetizzano più o meno intensamente.

$$\boxed{\phi = \int_S B \, ds} \simeq B \cdot S$$

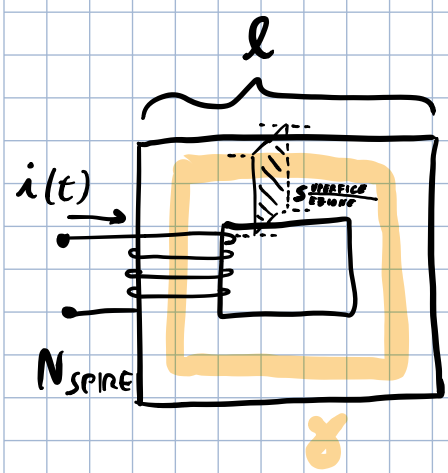
(ASSUMIAMO B COSTANTE ED OMOGENEO)

ANDIAMO AD ANALIZZARE UN CIRCUITO MAGNETICO

FACCIAMO QUESTE IPOTESI:

1) B E' COSTANTE ED OMOGENEO IN QUALUNQUE SEZIONE DEL TOROIDE

2) SI SCEGLIE UNA CURVA γ, COMPOSTA DA 4 SEGMENTI E QUINDI FACILE DA STUDIARE



$$\oint_\gamma \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \oint_\gamma \frac{\phi \, dl}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\phi_i \, l_i}{\mu_0 \mu_r S_i} = NI$$

3) SE POI IMMAGINIAMO CHE IL μ_{fe} DEL FERRO, TENDA AD ∞, $\mu_{fe} \to +\infty$, TUTTE LE LINEE SI RICHIUDONO ALL' INTERNO DEL MATERIALE FERROMAGNETICO.

DA CUI:

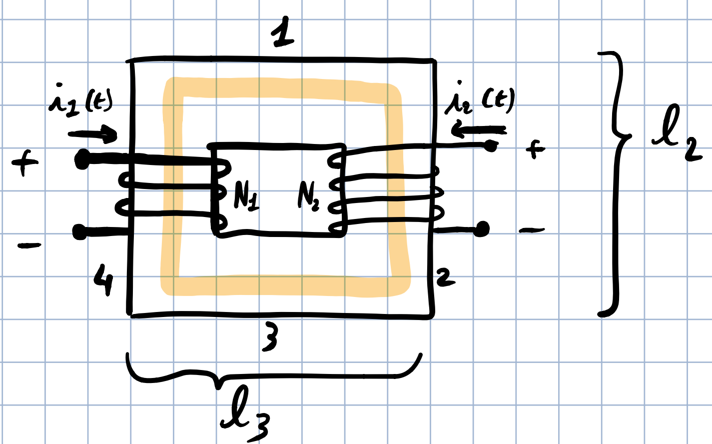
$$\cdot)\ \oint H\,dl = \sum_{i=1}^{n} I$$

$$\cdot)\ B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$$

$$\cdot)\ \phi = \int_S B\,ds \simeq BS$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\phi_i\, l_i}{\mu_0 \mu_r S_i} = \sum_{j=1}^{m} N_j I_j \Rightarrow \text{LEGGE DI HOPKINSON}$$

FACCIAMO UN ESEMPIO:



$$\frac{\phi_1 l_1}{\mu_0 \mu_r S_1} + \frac{\phi_2 l_2}{\mu_0 \mu_r S_2} + \frac{\phi_3 l_3}{\mu_0 \mu_r S_3} + \frac{\phi_4 l_4}{\mu_0 \mu_r S_4} = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

$\mathcal{R} \Rightarrow$ RILUTTANZA

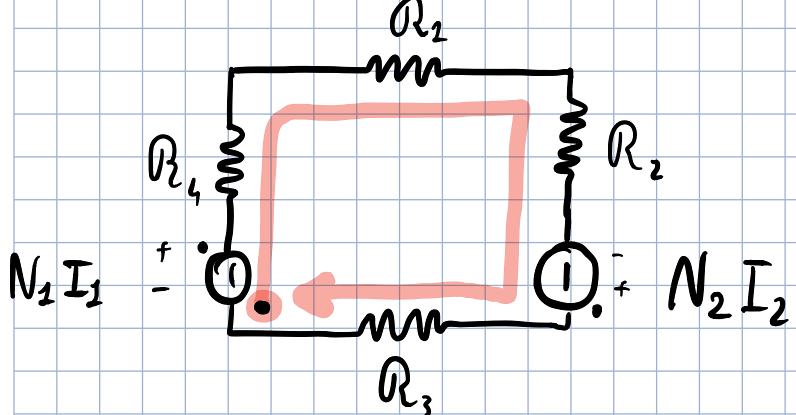
FACENDO QUESTO ESEMPIO, ABBIAMO INTRODOTTO UNA NUOVA GRANDEZZA FONDAMENTALE:

LA **RILUTTANZA**, CHE CI PERMETTE DI SCRIVERE L'EQUAZIONE NELLA FORMA PIU' COMPATTA:

$$\phi_1 \mathcal{R}_1 + \phi_2 \mathcal{R}_2 + \phi_3 \mathcal{R}_3 + \phi_4 \mathcal{R}_4 = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

IN PARTICOLARE $\mathcal{R}$ NON PUO' NON RICORDARE IL SUO ANALOGO R IN ELETTROTECNICA, SPECIALMENTE RICORDANDO LA II^a LEGGE DI OHM.

$\Rightarrow$ IN PARTICOLARE POTREI FARE UN PARALLELO CON IL CIRCUITO ELETTRICO "EQUIVALENTE"



$\Rightarrow$ E NE SCRIVIAMO LA EQUAZIONE:

$$-N_1 I_1 + \mathcal{R}_4 \phi_4 + \mathcal{R}_1 \phi_1 + \mathcal{R}_2 \phi_2 + \mathcal{R}_3 \phi_3 - N_2 I_2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\mathcal{R}_4 \phi_4 + \mathcal{R}_3 \phi_3 + \mathcal{R}_2 \phi_2 + \mathcal{R}_1 \phi_1 = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

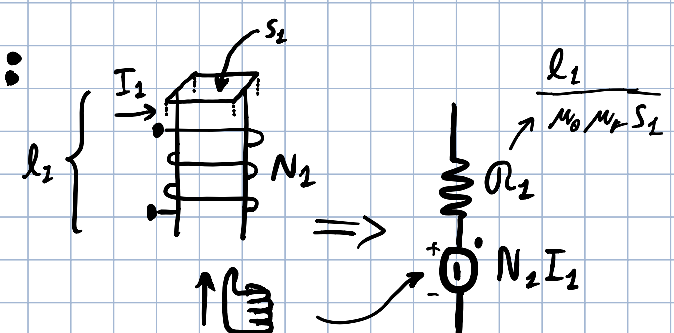
DA CUI CI RENDIAMO CONTO CHE I FLUSSI IN REALTÀ SONO TUTTI UGUALI PER LA (3ª) IPOTESI, CON CUI $\mu_{FE} \to \infty$, PER CUI TUTTE LE LINEE, SI RICHIUDONO NEL MATERIALE FERROMAG. ED IL FLUSSO RISULTA COSTANTE.

~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

INFINE COME DETERMINARE I CONTRASSEGNI DEI GENERATORI NEL CIRCUITO EQUIVALENTE?

USANDO LA **REGOLA DELLA MANO DESTRA:**

INFATTI SEGUENDO L'ANDAMENTO DEI FILI, SI DETERMINA LA DIREZIONE DEL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO DA LORO GENERATO:



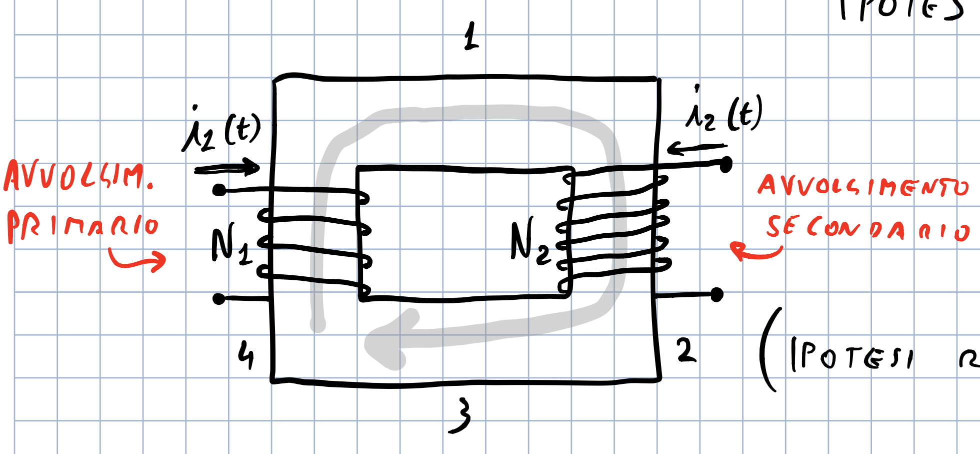
TUTTO QUESTO CI PERMETTE DI SCRIVERE DELLE ANALOGIE TRA CIRCUITI MAGNETICI ED ELETTRICI CHE CI SEMPLIFICANO IL LORO STUDIO.

Circuiti Elettr.	Circuiti Magn.
R	$\mathcal{R}$
I	ϕ
V	NI (tensioni magnetiche, [Ampere · spira])

Il trasformatore

{caso particolare di circuito magnetico}

1) Trasformatore ideale



Ipotesi:
- $R_{avvolg.} = 0$
- $\mu_{FE} \rightarrow \infty$
- μ_{FE} è costante

(Ipotesi regime periodico sinusoidale)

---

1) $\mathcal{R}_1 \phi_1 + \mathcal{R}_2 \phi_2 + \mathcal{R}_3 \phi_3 + \mathcal{R}_3 \phi_4 = N_1 I_1 + N_2 I_2$

In particolare, ricordiamo che $\mathcal{R}_i = \dfrac{l_i}{\mu_0 \mu_i \cdot S_i}$ e $\mu_i \rightarrow \infty$, trovo $\mathcal{R}_i \rightarrow 0$.

QUESTA E' QUINDI LA CONDIZIONE DI TRASFORMATORE IDEALE: $N_1 \dot{I}_1 = -N_2 \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_1 = -\frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2$

SE POI CHIAMO $\boxed{n = \frac{N_1}{N_2}, \text{ HO: } \dot{I}_1 = -\frac{1}{n} \dot{I}_2}$

ESISTE POI ANCHE UN RAPPORTO TRA TENSIONI:

2) $$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} \Rightarrow \frac{\cancel{j\omega} L_1 N_1 \dot{I}_1}{\cancel{j\omega} L_2 N_2 \dot{I}_2} = \frac{N_1 \dot{\phi}_1}{N_2 \dot{\phi}_2} \Rightarrow \frac{N_1 \cancel{\phi}}{N_2 \cancel{\phi}} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow n$$

SOTTO IPOTESI $\mu_{FE} \to \infty$, $\phi_1 = \phi_2$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{E}_1 = n \dot{E}_2}$$

---

3) $\boxed{S_1 = \dot{E}_1 \dot{I}_1}$

$$\Rightarrow \cancel{n} \dot{E}_2 \left(-\frac{1}{\cancel{n}} \dot{I}_2 \right) = S_1 = -S_2$$

$$\boxed{\Rightarrow S_1 = -S_2}$$

IN PARTICOLARE, RICORDANDO GLI USI TIPICI DEL TRASFORMATORE, IO POSSO ELEVARE O RIDURRE LA TENSIONE TRA PRIMARIO E SECONDARIO IN BASE AL RAPPORTO SPIRE:

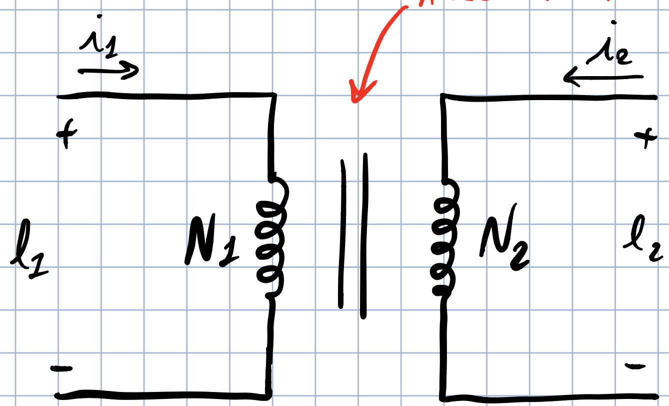
$n > 1$ RIDUTTORE (RIDUCE LA TENSIONE E_2 RISPETTO AD E_1)

$n = 1$ ISOLAMENTO O BUFFER (SERVE A NON FAR ENTRARE IN CONTATTO UN OPERATORE CON STRUMENTAZIONE CRITICA)

$n < 1$ ELEVATORE (ELEVA LA TENSIONE E_2 RISPETTO AD E_1)

CIRCUITO EQUIVALENTE TRASFORMATORE IDEALE

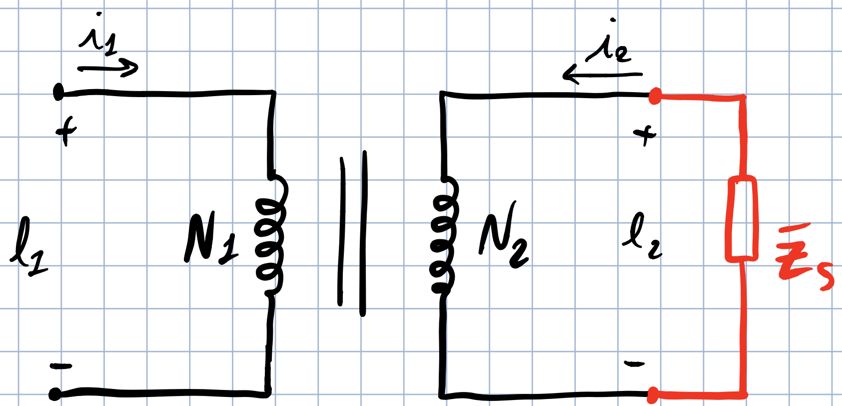
MASSIMO ACCOPPIAMENTO o ACCOPPIAMENTO IDEALE



$(L_1, L_2, M \to +\infty$ SE $\mu \to +\infty)$

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \qquad n = \frac{N_1}{N_2}$$

QUELLO CHE A QUESTO PUNTO E' UTILE VEDERE, E' COSA SUCCEDE SE AGGIUNGIAMO UN CARICO Z AL SECONDARIO:



$\bar{Z}_s$ INFATTI E' $= -\dfrac{\dot{E}_2}{\dot{I}_2}$, CHE QUINDI HA RAPPORTO CON LA CORRENTE E TENSIONE $\dot{I}_1$ ED $\dot{E}_2$, OTTENENDO:

$$\bar{Z}_s = -\frac{\dot{E}_1}{n}\left(-\frac{1}{n\dot{I}_1}\right) = \frac{\dot{E}_1}{n^2\dot{I}_1}$$

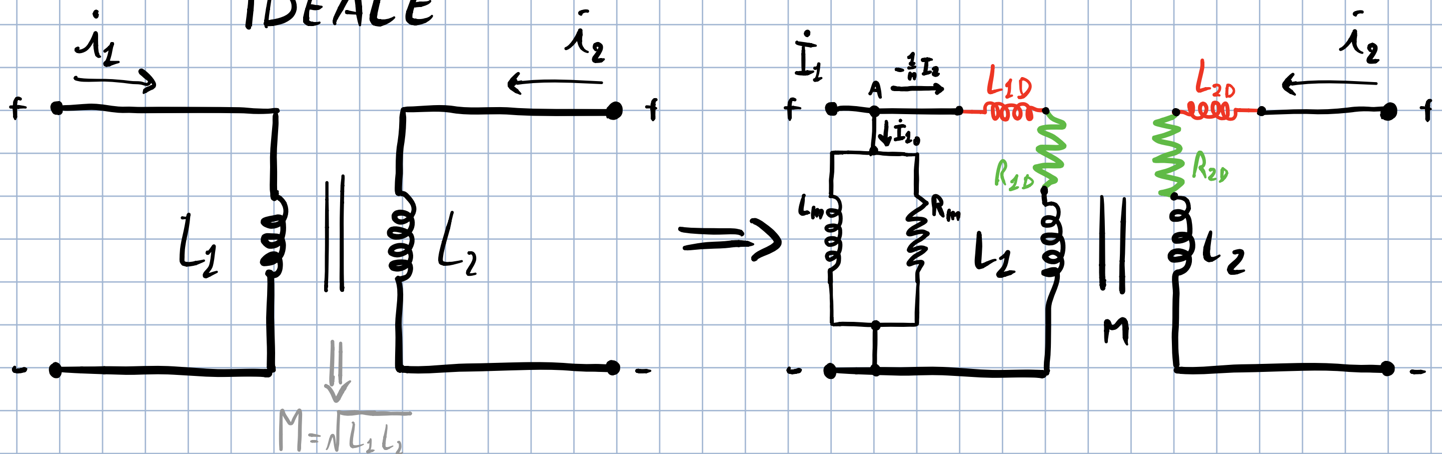
, QUESTO COSA MI DICE?

MI DICE CHE AGLI OCCHI DEL PRIMARIO IO VEDO UN' IMPEDENZA $n^2\bar{Z}_s$ A FRONTE DI UN' IMPEDENZA $\bar{Z}_s$ SUL SECONDARIO.

TRASFORMATORE REALE

PARTENDO DAL TRASFORMATORE IDEALE, TOGLIAMO UNA ALLA VOLTA TUTTE LE IPOTESI CHE CI SEPARANO DAL TRASFORMATORE REALE UNA ALLA VOLTA:

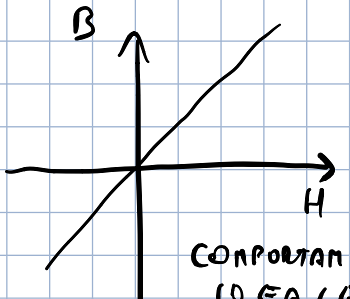
IDEALE



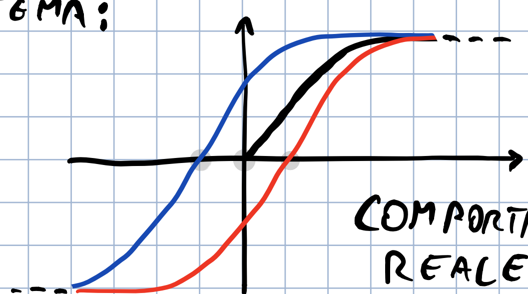
$R_{AVV} = 0 \not\rightarrow$ AGGIUNGO UNA RES. PER RAPPR. LA DISPERSIONE

$\mu_{FE} \rightarrow \infty \not\rightarrow$ AGGIUNGO UN INDUTTORE PER RAPPR. LA DISPERSIONE DI CAMPO MAGNETICO FUORI DAL TRASFORMATORE.

μ_{FE} COSTANTE $\not\rightarrow$ RIMUOVENDO QUESTA CONDIZIONE, ABBIAMO I PROBLEMI MAGGIORI: STIAMO INFATTI INTRODUCENDO DUE FENOMENI NON LINEARI NEL COMPORTAMENTO DEL SISTEMA:



COMPORTAMENTO IDEALE

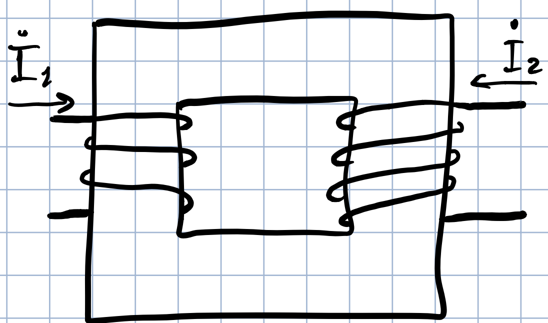


COMPORTAM. REALE

- CARICA INIZIALE
- SCARICAMENTO DOPO SATURAZIONE
- CARICAMENTO DOPO SATURAZIONE NEGATIVA

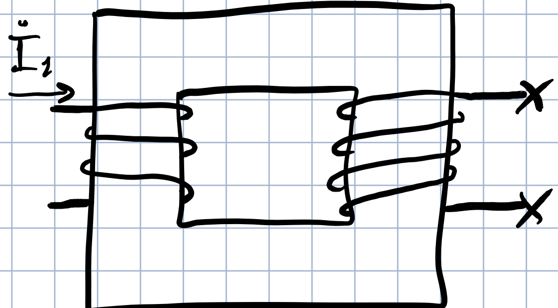
QUESTO FENOMENO, E' IL FENOMENO DI ISTERESI, QUINDI RICHIEDE ALCUNI ACCORGIMENTI NELLA RAPPRESENTAZIONE DEL CIRCUITO FINALE:

IN PARTICOLARE PARTENDO DA UN'OSSERVAZIONE SPERIMENTALE, OSSERVIAMO CHE:



$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = \phi_1 R_1 + \phi_2 R_2 + \phi_3 R_3 + \phi_4 R_4 = f(R, \phi),$$ PERCHÈ ADESSO R CAMBIA NEL TEMPO PER COLPA DI μ.

E STUDIANDO ULTERIORMENTE IL CIRCUITO, AD ESEMPIO CON IL SECONDARIO A VUOTO, TROVIAMO:



$N_1 \dot{I}_{10} = f(R, \phi_0)$, CHE OSSERVIAMO <u>SPERIMENTALMENTE</u>

Avere $\phi \simeq \phi_0$, la cui **conseguenza**, è che

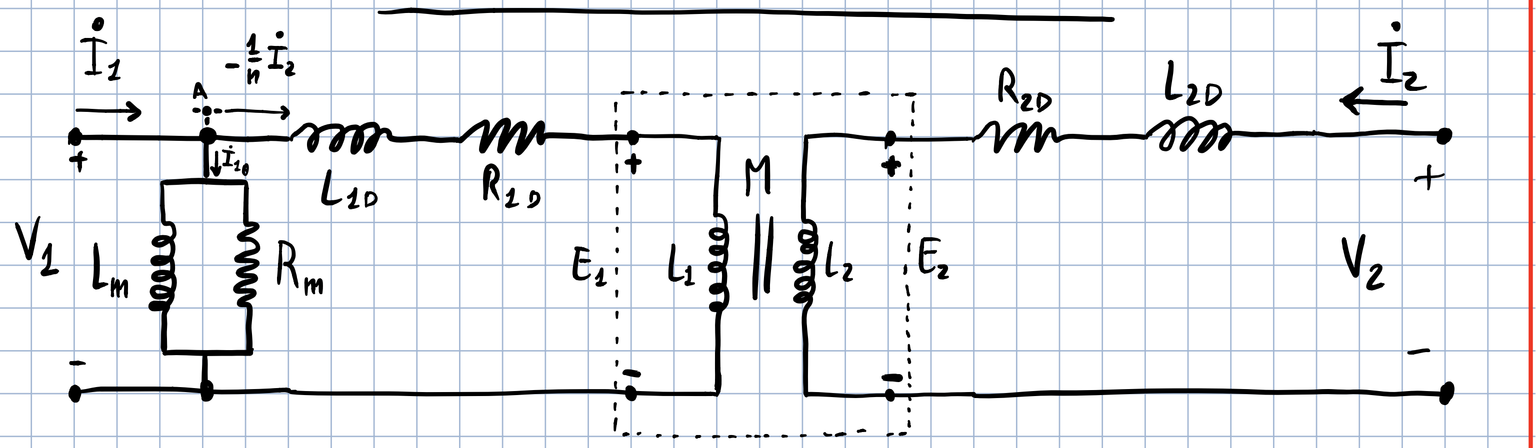
$$\phi \simeq \phi_0 \Rightarrow N_1 \dot{I}_1 + N_2 \dot{I}_2 \simeq N_1 \dot{I}_{10} \Rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_{10} - \frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2$$

$$\boxed{\Rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_{10} - \frac{1}{n} \dot{I}_2}$$

→ Corrente nel trasformatore ideale

↘ Che implica che ci sia nel circuito equivalente finale anche un nodo di ripartizione delle correnti, che fa diventare il circuito eq. finale così:

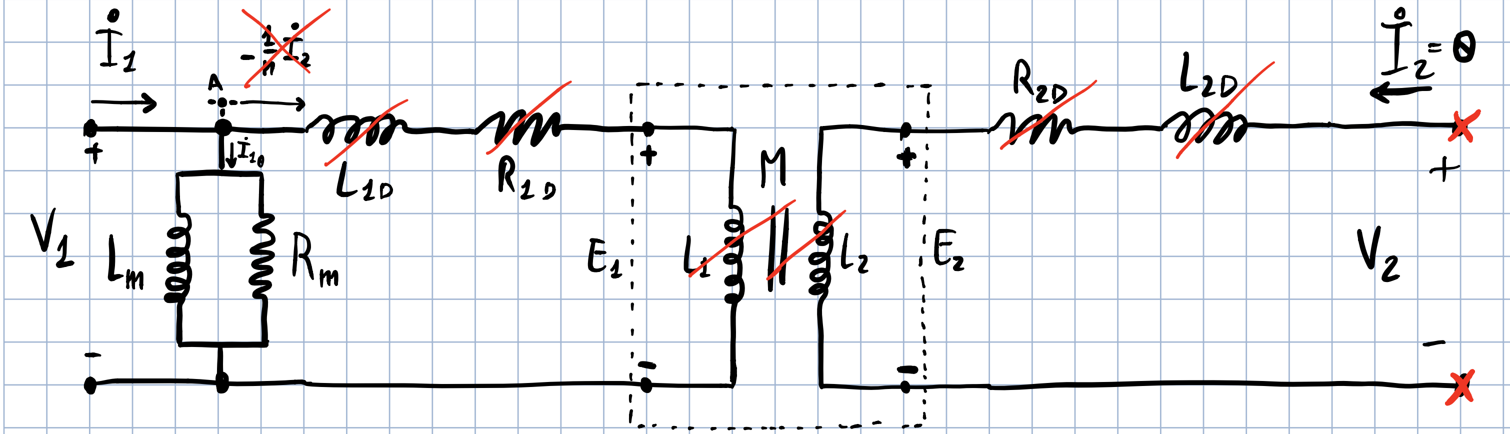
Trasformatore Reale



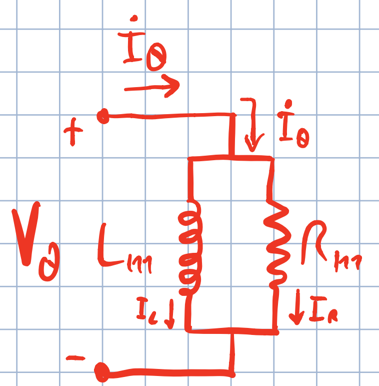
• Ma come faccio a questo punto a determinare tutti questi parametri?

⇒ Uso due prove:

① Prova a vuoto



⇓ DOMANDA TIPICA D'ESAME



SI MISURANO 3 GRANDEZZE:

→ P_0, POTENZA ATTIVA A VUOTO

→ V_0, TENSIONE A VUOTO EFFICACE

→ I_0, CORRENTE EFFICACE

MISURATE PROPRIO TRAMITE STRUMENTI DURANTE LA PROVA A VUOTO, IN CUI IN PARTICOLARE, NE TROVO IL VALORE EFFICACE, NON POSSO TROVARNE IL FASORE! (E SONO IN CORRENTE ALTERNATA)

MA ESSENDO IN PARALLELO NORMALMENTE TROVO $\boxed{G_m}$ E $\boxed{B_m}$ E QUINDI STUDIO CONDUTTANZA E SUSCETTANZA DI MAGNETIZZAZIONE PER COMODITÀ.

COME TROVARE QUINDI QUESTE DUE GRANDEZZE

PROCEDIMENTO VERO E PROPRIO:

1) $P_0 = R_m \dot{I}_R^2 = R_m \left(\frac{V_0}{R_m}\right)^2 = \frac{V_0^2}{R_m}$

$$\boxed{R_m = \frac{V_0^2}{P_0}} \longrightarrow \boxed{G_m = \frac{P_0}{V_0^2}}$$

2) $\bar{Z}_m = \frac{\dot{V}_0}{\dot{I}_0} \Rightarrow \bar{Y}_m = \frac{\dot{I}_0}{\dot{V}_0} \Rightarrow Y_m = \frac{I_0}{V_0}$

AMMETTENZA

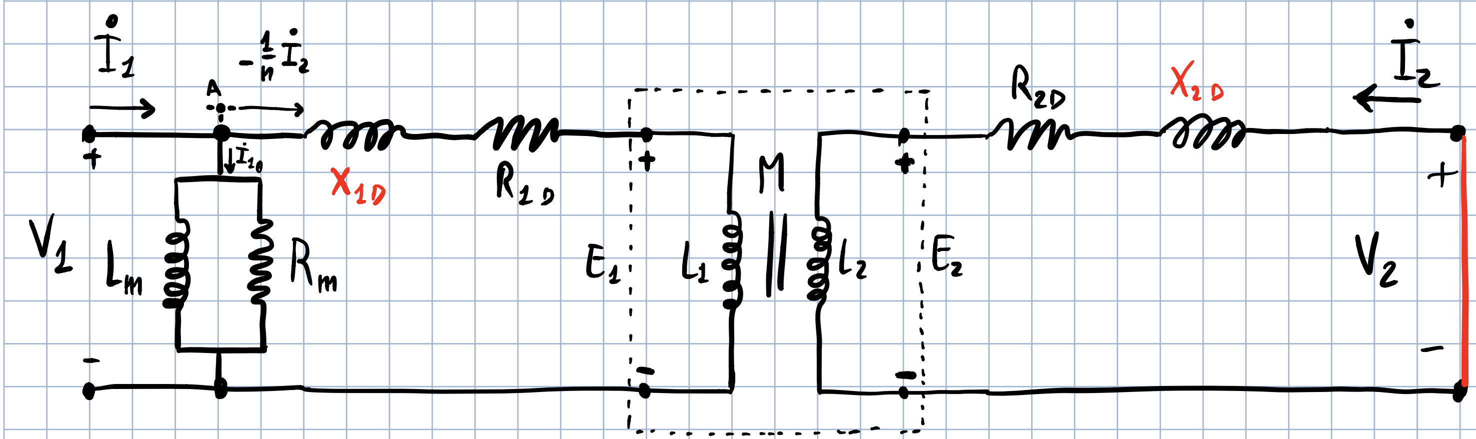
→ PERO' NON CONOSCO I FASORI E QUINDI FACCIO IL MODULO A SINISTRA ED A DESTRA DELL' UGUALE

3) $\boxed{B_m = -\sqrt{Y_m^2 - G_m^2}} = \frac{1}{L_m}$

NB: IL MENO E' DOVUTO AL FATTO CHE STIAMO USANDO IL TRIANGOLO DELLE POTENZE PER CALCOLARE B_m (USANDO IL TH DI PITAGORA) E PER VIA DELL' INDUTT. CHE CAMBIA LA FASE φ, IL TRIANGOLO E' SOTTOSOPRA E DEVO PRENDERE QUINDI LA SOLUZIONE NEGATIVA.

$$L_m = \frac{1}{B_m} \qquad R_m = \frac{1}{G_m}$$

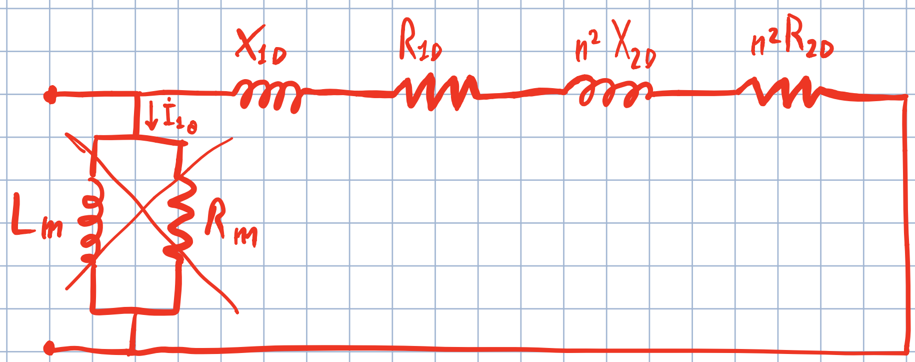
② Prova in cortocircuito



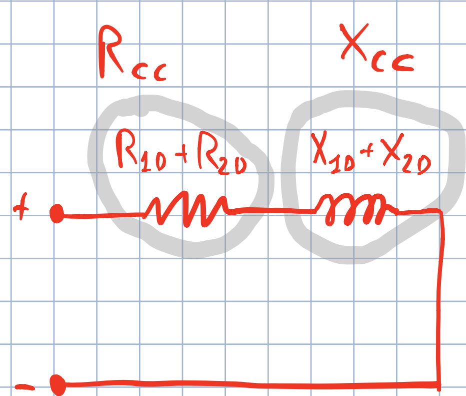
$$\left(X = \omega L \right)$$

pulsazione

A questo punto, porto dall'altro lato, con la formuletta di prima R_{2D} ed X_{2D}: (ed ottengo:)



Si nota poi sperimentalmente che $\dot{I}_{10} \simeq 0$, ottenendo il circuito:



Di cui misuro R_{cc} ed X_{cc}, resistenza ed indutt.

DI CORTOCIRCUITO, PER CUI NON POSSO STIMARE SEPARATAMENTE R_{1D}, R_{2D}, X_{1D}, X_{2D}, MA NE POSSO SOLO STIMARE GLI EFFETTI COMBINATI:

COME FARE EFFETTIVAMENTE?

1) $P_{cc} = R_{cc} I_{cc}^2 \Rightarrow \boxed{R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}}$

2) $Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$ // NB: ANCHE QUI STO USANDO MODULI, **NON** FASORI E QUINDI Z_{cc} E' SEMPRE IL MODULO

3) $\boxed{X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2}}$ // IL "TRIANGOLO" E' NORMALE, QUINDI +

ED HO QUINDI TROVATO R_{cc} ED X_{cc}, QUINDI TUTTI I MIEI PARAMETRI:

$$R_{cc},\ X_{cc},\ L_m,\ R_m$$

$R_{cc} \to R_{1D} + R_{2D}$

$X_{cc} \to (\omega L_{cc})$

$\omega L_{cc} \to (L_{1D} + L_{2D})\,\omega$

CONVERSIONE ELETTROMECCANICA DELL'ENERGIA

PER LE NOSTRE APPLICAZIONI DI MACCHINE ELETTRICHE, PARTIAMO DALLE BASI E DALLA LEGGE DI LORENTZ:

PRODOTTO VETTORIALE

CARICA PARTICELLA

MODULO CAMPO MAGNETICO

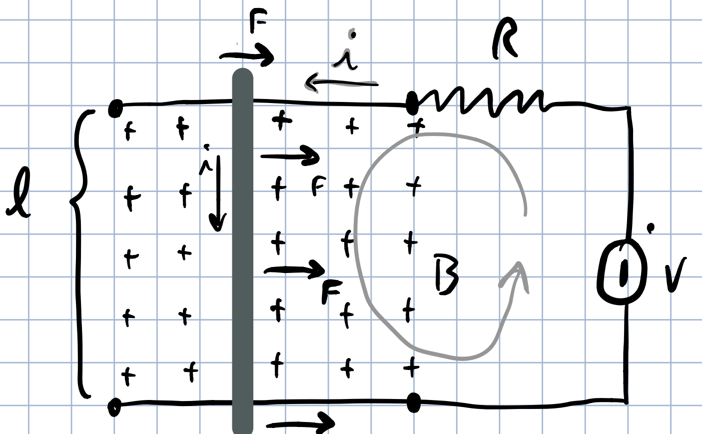
$$\vec{F} = (q\,\vec{u}) \wedge (\vec{B})$$

FORZA A CUI E' SOTTOPOSTA LA PARTICELLA

MODULO VELOCITA' PARTICELLA CARICA

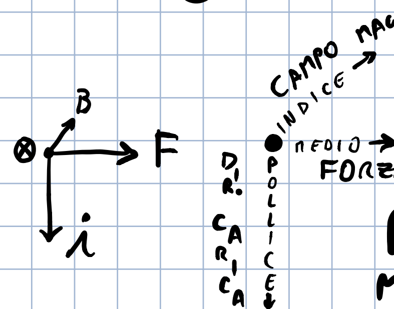
IN PARTICOLARE NELLA NOSTRA TRATTAZIONE SEMPLIFICATA, IL PRODOTTO VETTORIALE SARA' PRATICAMENTE SEMPRE TRA DUE VETTORI PERPENDICOLARI E QUINDI BASTERA' LA REGOLA DELLA MANO DX PER TROVARE LA DIREZIONE DELLA FORZA IN GIOCO.

PARTIAMO QUINDI DALLA <u>MACCHINA RUDIMENTALE</u>: (TRASDUTTORE LINEARE MECCANICO A BOBINA MOBILE)



$+ = \otimes =$ ENTRANTE

$- = \odot =$ USCENTE



REGOLA MANO DX

E QUINDI: $dl\, i = \frac{dq}{dt} dl = dq\, u'$ → VELOCITÀ DELLA CARICA NELLA BARRETTA

$$\Downarrow$$

$$l\, i = q\, u'$$

$$\Downarrow$$

$$B l i = q u' B = F$$

DA CUI RICAVO LA LEGGE $\boxed{\text{BLI:}}$

$\boxed{F = Bli}$, E CON CUI VEDO CHE VISTO CHE STO CONVERTENDO CORRENTE IN ENERGIA MECCANICA, HO UN CASO DI

FUNZIONAMENTO DA MOTORE.

SE POI FACCIAMO IL CONTRARIO, OVVERO METTO IN MOVIMENTO IL CONDUTTORE DALL'ESTERNO E TOLGO IL GENERATORE, COSA SUCCEDE?

$F = q u B$ $\quad u$ = VELOCITÀ BARRETTA

$\Rightarrow \; lF = q u B l$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{lF}{q}} = uBl$$

DEFINIZIONE DI DIFF DI POTENZIALE

$$\Rightarrow e = Blu$$

OVVERO LA LEGGE **BLV**:

$$\boxed{e = BlU}$$

PER IL FUNZIONAMENTO DA GENERATORE.

IN CUI, IPOTIZZANDO DI FAR SEMPRE SCORRERE LA BARRETTA VERSO DESTRA, PORTA LE CARICHE VERSO L'ALTO, GENERANDO UNA CORRENTE CHE VA IN VERSO OPPOSTO A QUELLA DI PRIMA

$$\boxed{F = Bli} \qquad \boxed{e = Blu}$$

CHE VA NOTATO CHE VALGONO IN CONTEMPORANEA E QUINDI PER DESCRIVERE COMPLETAMENTE QUESTO COMPORTAMENTO, DICO CHE:

$$\boxed{v - e = R \cdot i} \qquad \begin{cases} v > e, \ i > 0 & \text{// MOTORE} \\ v = e, \ i = 0 & \text{// IDEALE (MOTO PERPETUO)} \\ v < e, \ i < 0 & \text{// GENERATORE} \end{cases}$$

ALTRO PUNTO INTERESSANTE E' "A QUALE VELOCITÀ VIAGGERÀ LA BARRETTA A REGIME?"

$$\begin{cases} V - e = R \cdot i \\ B l i - f_r = \cancel{M \cdot \frac{du}{dt}} \end{cases}$$

SUPPONIAMO CHE L'ACCELERAZIONE A REGIME SIA = 0.

// EQUAZIONE MECCANICA

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} i = \frac{V-e}{R} \\ B l \frac{V-e}{R} = f_r \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} i = \frac{V-e}{R} \\ B l \frac{V - B l u}{R} = f_r \end{cases}$$

f_r = FORZA RESISTENTE

u = VELOCITÀ BARRETTA

$\Downarrow$ NEL CASO IDEALE $V = e = B l u_0$

u_0 → VELOCITÀ CASO IDEALE

V = TENSIONE DI ALIMENTAZIONE

$$\begin{cases} // \quad // \\ B l \frac{B l u_0 - B l u}{R} = f_r \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} // \quad // \\ \frac{B^2 l^2}{R}(u_0 - u) = f_r \end{cases}$$

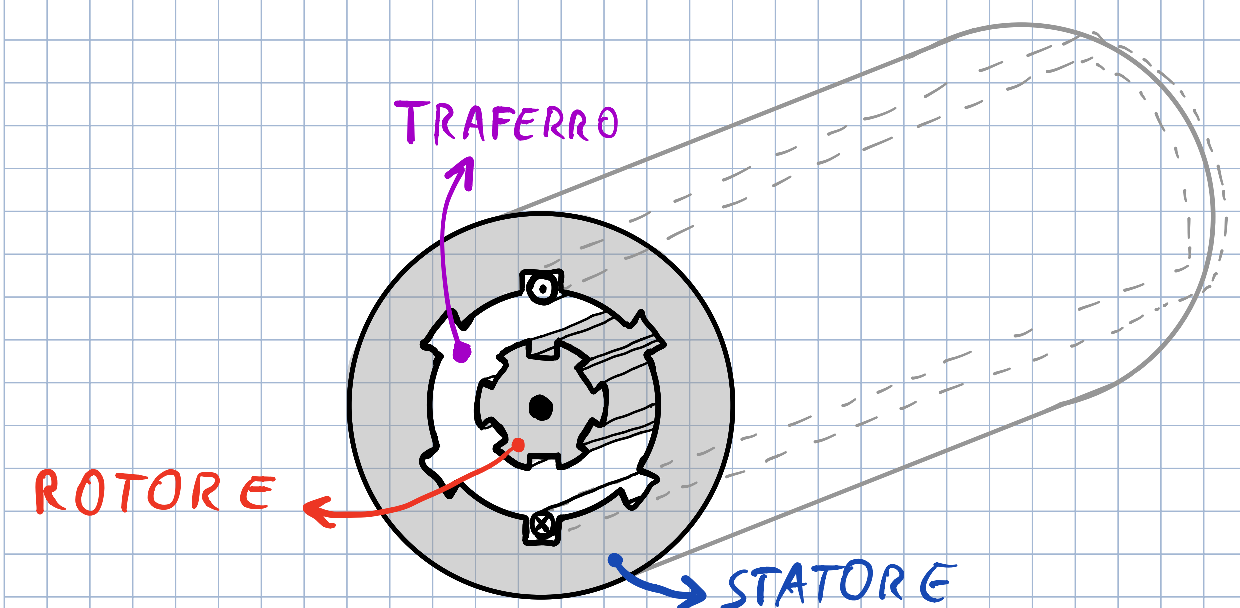
$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} // \quad // \\ \boxed{u = u_0 - f_r \frac{R}{B^2 l^2}} \end{cases}$$

// E COSÌ TROVO LA VELOCITÀ DELLA BARRETTA

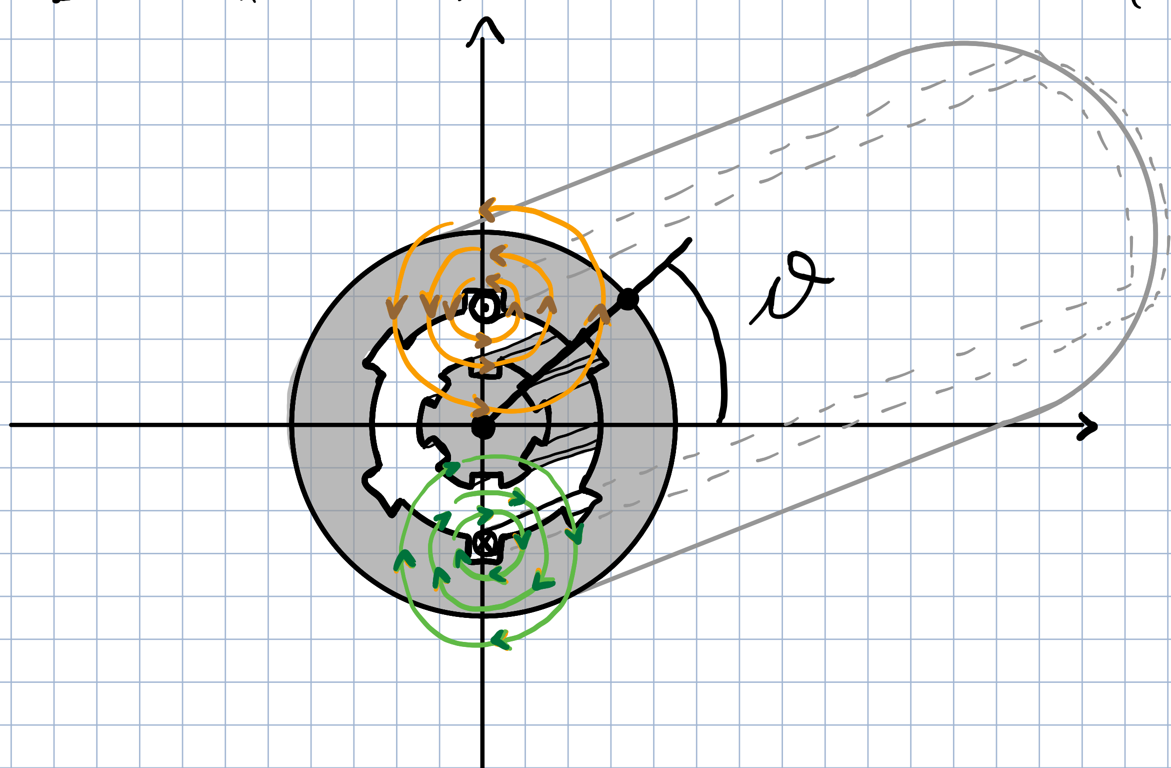
ANCHE PERCHÉ È POCO EFFICIENTE TRA ATTRITI ED USURA PERÒ QUESTO "DESIGN" NON VIENE UTILIZZATO E SI PREFERISCONO INVECE DEI ROTORI.

LA MACCHINA ASINCRONA



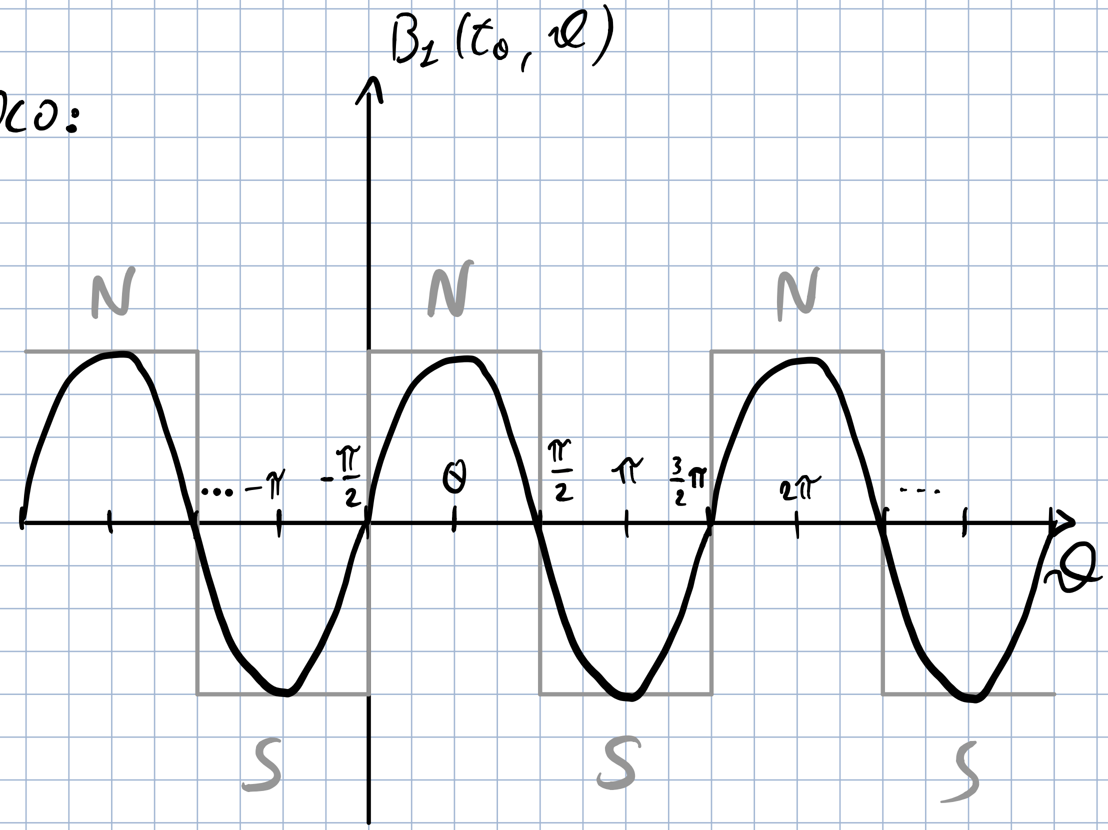
VOGLIAMO ADESSO STUDIARE QUESTA MACCHINA ASINCRONA: INFATTI CONCENTRANDOCI SULLA SPIRA CHE LA PERCORRE, ESSENDO ATTRAVERSATA DA CORRENTE $i_1(t)$, PRODUCE UN CAMPO MAGNETICO.

$$\bullet)\ i_1(t) = I_M \operatorname{sen}(\omega t) \implies \underset{\text{INDUZIONE MAGNETICA}}{B_1(t)} = c \cdot i_1(t) \cdot \cos(p\vartheta)$$



PER CUI VOLENDO SAPERE AD ESEMPIO L'INTENSITÀ DEL CAMPO MAGNETICO NEL PUNTO P, CHE FORMA UN ANGOLO ϑ CON IL PIANO ORIZZONTALE, SI VEDE SPERIMENTALMENTE CHE E' UN' ANDAMENTO QUASI SINUSOIDALE, PER CUI ESISTE UN SEMIPIANO IN CUI HA UN SEGNO ED UN ALTRO IN CUI HA SEGNO OPPOSTO.

DISEGNANDOLO:



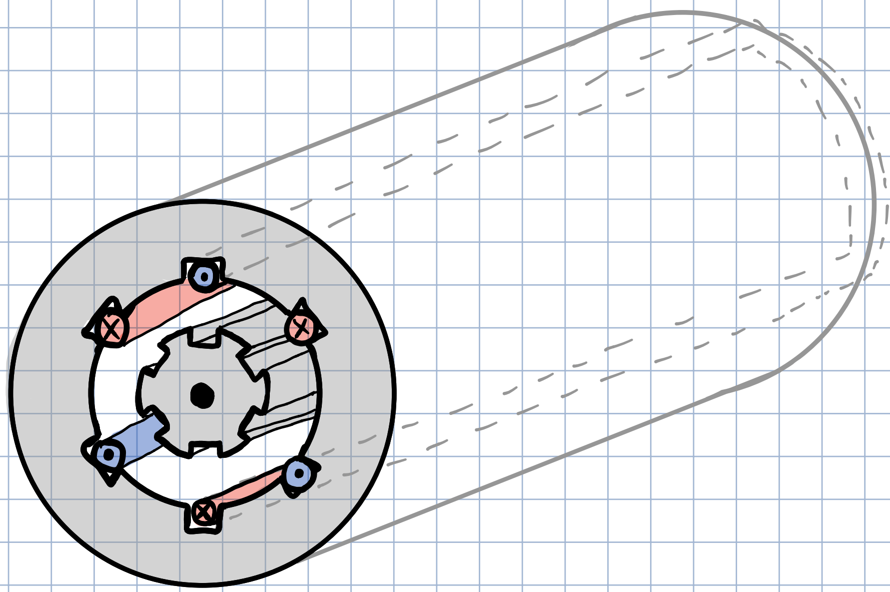
$B_1(t) = c \cdot i_1(t) \cdot \cos(p\vartheta)$

PAIA POLARI o COPPIE POLARI

CON DEGLI ACCORGIMENTI COME L'INTRODURRE PIU' PAIA O COPPIE POLARI, POSSO INCREMENTARE IL NUMERO DI POLI DEL CAMPO MAGNETICO, CHE INTENSIFICA LA VELOCITA' DI INVERSIONE DEL CAMPO.

PER ESEMPIO, NEL NOSTRO CASO ESCE QUESTA MACCHINA:

$\mathcal{E}_g$:



IN CUI SI ALIMENTANO GLI AVVOLGIMENTI DI STATORE CON UNO SFASAMENTO SIA MECCANICO CHE ELETTRICO DI 120° O $\frac{2}{3}\pi$:

$$i_1(t) = I_M \operatorname{sen}(\omega t)$$
$$i_2(t) = I_M \operatorname{sen}\left(\omega t + \tfrac{2}{3}\pi\right)$$
$$i_3(t) = I_M \operatorname{sen}\left(\omega t + \tfrac{4}{3}\pi\right)$$

SFASAMENTO DI 120° ELETTRICI E MECCANICI (GRADI DI SFASAMENTO SU STATORE)

$$B_1(t,\vartheta) = c \cdot i_1(t) \cdot \cos(p\vartheta)$$
$$B_2(t,\vartheta) = c \cdot i_2(t) \cdot \cos\left(p\vartheta + \tfrac{2}{3}\pi\right)$$
$$B_3(t,\vartheta) = c \cdot i_3(t) \cdot \cos\left(p\vartheta + \tfrac{4}{3}\pi\right)$$

$$B(t,\vartheta) = B_1(t) + B_2(t) + B_3(t)$$

SI PUÒ INOLTRE DIMOSTRARE (MA NON LO FAREMO IN QUESTA SEDE) CHE POSSO SCRIVERE $B(t)$ COME SOTTO:

$$\boxed{B(t,\vartheta) = K\, I_M \cos(\omega t - p\vartheta)}$$

CHE SI DICE **CAMPO MAGNETICO ROTANTE**

OVVERO: FISSATO IN t_0, L'ANDAMENTO DEL CAMPO È SEMPRE COSINUSOIDALE

~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

A QUESTO PUNTO CI CHIEDIAMO A CHE VELOCITÀ RUOTI IL CAMPO MAGNETICO:

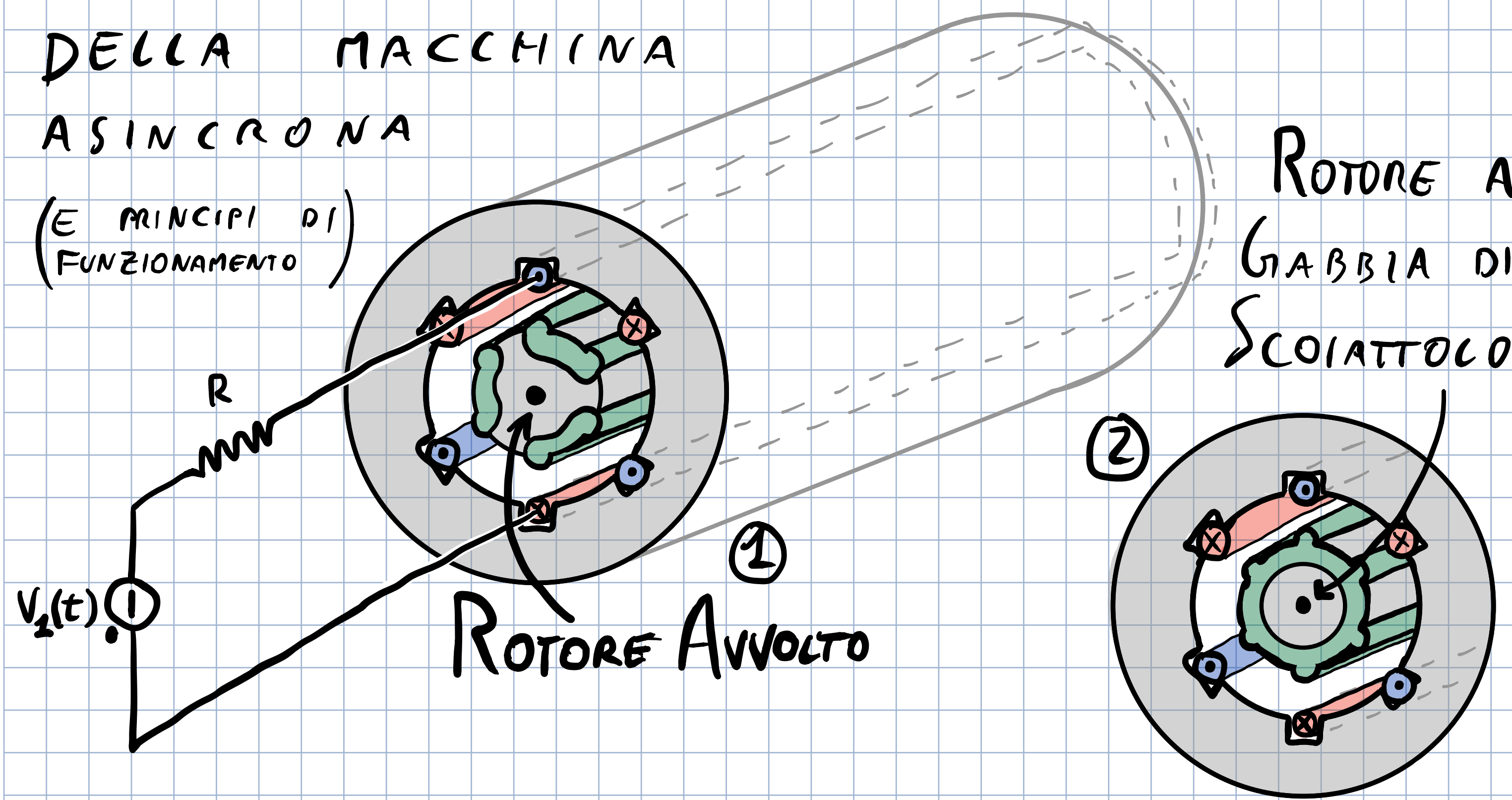
$$\left.\begin{aligned} \omega t_1 - p\vartheta_1 &= 0 \qquad \vartheta = \frac{\omega t_1}{p} \\ \omega t_2 - p\vartheta_2 &= 0 \qquad \vartheta = \frac{\omega t_2}{p} \end{aligned}\right\} \rightarrow \Omega_s$$

$$\Omega_s = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{\omega t_2}{p} - \frac{\omega t_1}{p}}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{\omega\cancel{(t_2 - t_1)}}{p}}{\cancel{(t_2 - t_1)}} = \frac{\omega}{p}$$

$\Omega_s = \frac{\omega}{p} \rightarrow$ VELOCITÀ CAMPO MAGNETICO STATORE

Il circuito Equivalente della macchina asincrona

(E principi di funzionamento)



Partendo dal presupposto che la macchina asincrona va e viene alimentata in alternata, il campo magnetico da essa generata è perciò così descrivibile al suo interno come:

$$B(t, \vartheta) = k I_M \cos(\omega t - p \vartheta)$$

ω → pulsazione dell'alimentazione esterna

p → numero di coppie polari

Come descrivo però il rotore? In particolare ci preoccupiamo di quello costruito a gabbia di scoiattolo (dove tutti i cavi sono

COLLEGATI IN CORTOCIRCUITO COME IN FIGURA ②).

I) $B(t, \vartheta) = k I_M \cos(\omega t - p\vartheta)$ // STATORE

II) $e = -\dfrac{d\,\phi(t)}{dt}$ // ROTORE

III) ROTORE SI MUOVE: FORZA DI LORENZ (SI CREA UN MOMENTO TORCENTE)

•) ANDIAMO QUINDI A DESCRIVERE IN MANIERA PIU' ACCURATA QUANTO STA SUCCEDENDO:

$\Omega_s = \dfrac{\omega_1}{p}$

Ω_s → VELOCITA' CAMPO MAGNETICO DI STATORE

ω_1 → PULSAZIONE GRANDEZZE DI STATORE

p → NUMERO DI PAIA POLARI

ω_2 → PULSAZIONE GRANDEZZE DI ROTORE

$$\begin{cases} \Omega_s = \dfrac{\omega_2}{p} & \text{// CASO ROTORE FERMO} \\ \Omega_s - \Omega_R = \dfrac{\omega_2}{p} & \text{// CASO ROTORE IN MOVIMENTO} \end{cases}$$

Ω_R → VELOCITA' DI <u>ROTAZIONE</u> ROTORE

DEFINISCO QUINDI:

$$\boxed{s \triangleq \frac{\Omega_s - \Omega_r}{\Omega_s}}$$

SERVE A MANTENERE UN INDICE DEL RAPPORTO TRA VELOCITÀ DEL CAMPO MAGNETICO DI STATORE E VELOCITÀ DI ROTAZIONE DEL ROTORE, CON CUI POSSO RISCRIVERE LE EQUAZIONI DI PRIMA:

1) $\boxed{\Omega_R = (1-s)\,\Omega_s}$

2) $\Omega_s - \Omega_r = \dfrac{\omega_2}{p} \Rightarrow$

$\Rightarrow s\,\Omega_s = \dfrac{\omega_2}{p}$

$\Rightarrow s\,\dfrac{\omega_1}{p} = \dfrac{\omega_2}{p}$

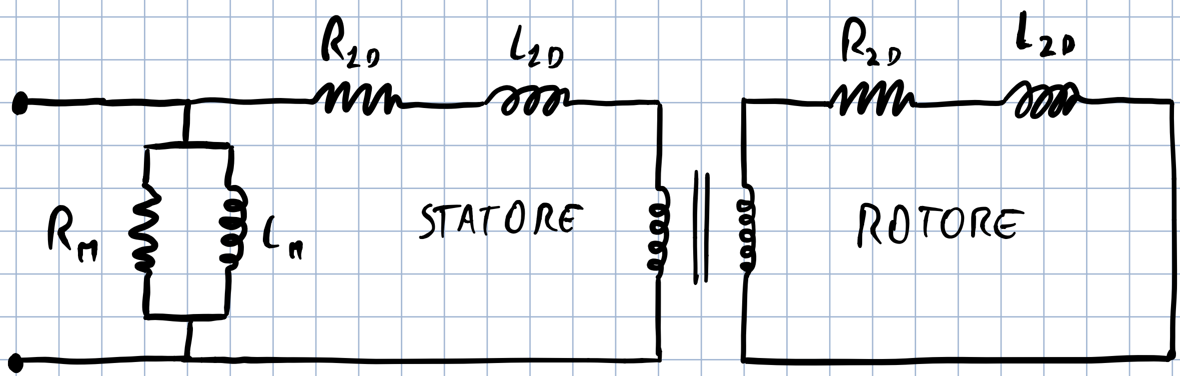
$\Rightarrow \boxed{\omega_2 = s\,\omega_1}$

NB: NORMALMENTE UNA MACCHINA ELETTRICA FUNZIONA AD UNA SPECIFICA COPPIA E SCORRIMENTO, IN PARTICOLARE POSSO ANCHE ASSOCIARE A DETERMINATI VALORI DEI PARAMETRI ALCUNI STATI DI FUNZIONAMENTO DELLA MACCHINA ELETTRICA.

$$\begin{cases} s = 0 \rightarrow \Omega_R = \Omega_s \rightarrow \text{"ROTORE LIBERO" (CONDIZIONE \underline{IDEALE})} \\ s = 1 \rightarrow \Omega_R = 0 \rightarrow \text{"ROTORE BLOCCATO"} \end{cases}$$

CIRCUITO ELETTRICO EQUIVALENTE DELLA MACCHINA ASINCRONA:

•) ABBIAMO PER LA MACCHINA ASINCRONA CHE IL CIRCUITO ELETTRICO E' MOLTO SIMILE A QUELLO DEL TRASFORMATORE, IN QUANTO SE LÌ CAMBIAVA IN MODULO IL CAMPO MAGNETICO, QUI VARIA IN PROIEZIONE SUI CIRCUITI DEL ROTORE.



IN PARTICOLARE NEL CIRCUITO CI SONO 3 DIFFERENZE:

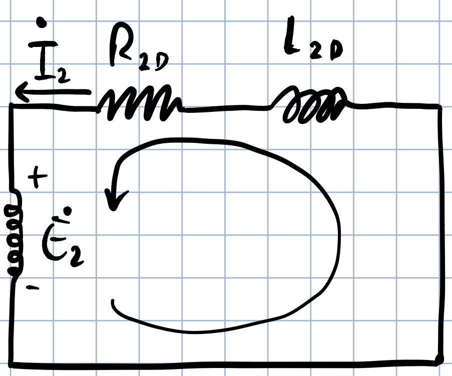
1) IL CIRCUITO DI ROTORE È CHIUSO IN CORTO CIRCUITO

2) L_{1D} ED L_{2D} SONO MAGGIORI RISPETTO AL CASO DEL TRASFORMATORE.

$\boxed{3)\ \omega_1 \neq \omega_2}$ (QUINDI NON E' A REGIME PERIODICO SINUS.)

E LA DIFFERENZA 3 CI DÀ PARTICOLARMENTE FASTIDIO, PROVIAMO QUINDI A MODIFICARE IL CIRCUITO IN MODO CHE POSSIAMO RIMUOVERLA.

PARTIAMO DAL <u>ROTORE</u>:



$$\dot{E}_2 = j\omega_2 N_2 \cdot \dot{\phi}$$

SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DI MAGLIA

$$j\omega L_{2D}\dot{I}_2 + R_{2D}\dot{I}_2 + \dot{E}_2 = 0$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}_2}{R_{20} + j\omega_2 L_{2D}}$$

PER PORTARE $\omega_1 = \omega_2$, CHIAMIAMO $\dot{E}_{20} = j\omega_1 N_2 \dot{\phi}$

ALLORA:

$$\dot{E}_2 = j\omega_2 N_2 \dot{\phi} \frac{\omega_1}{\omega_1} = \dot{E}_{20} \frac{\omega_2}{\omega_1} = \dot{E}_{20} \cdot s$$

$$\boxed{\dot{E}_2 = E_{20} \cdot s}$$

$(\omega_2 = s\,\omega_1)$

CHE RISOSTITUITO SOPRA DÀ:

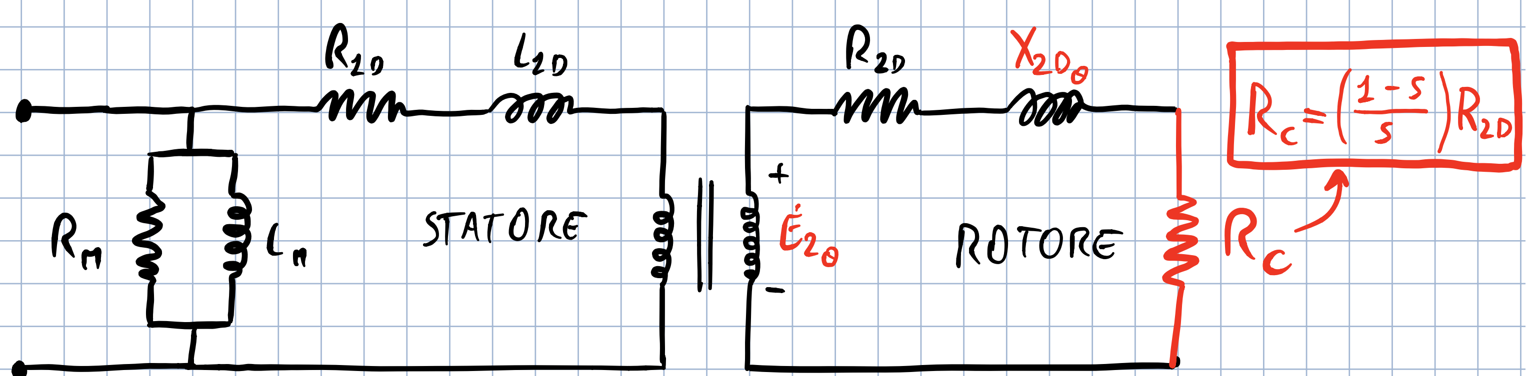
$$\dot{I}_2 = \frac{-s\dot{E}_{20}}{R_{2D} + j\omega_2 L_{2D}} = \frac{-s\dot{E}_{20}}{R_{2D} + j\omega_2 L_{2D}\frac{\omega_1}{\omega_1}} =$$

$\rightarrow X_{2D0}$

$$= \frac{-s\dot{E}_{2_0}}{R_{2D} + j X_{2D_0} \cdot s} = \frac{-\dot{E}_{2_0}}{\frac{R_{2D}}{s} + j X_{2D_0}} = \frac{-\dot{E}_{2_0}}{R_{2D} + R_c + j X_{2D_0}}$$

$(0 \leq s \leq 1)$

A questo punto, dopo aver così riscritto la descrizione del circuito, posso ridisegnarlo:

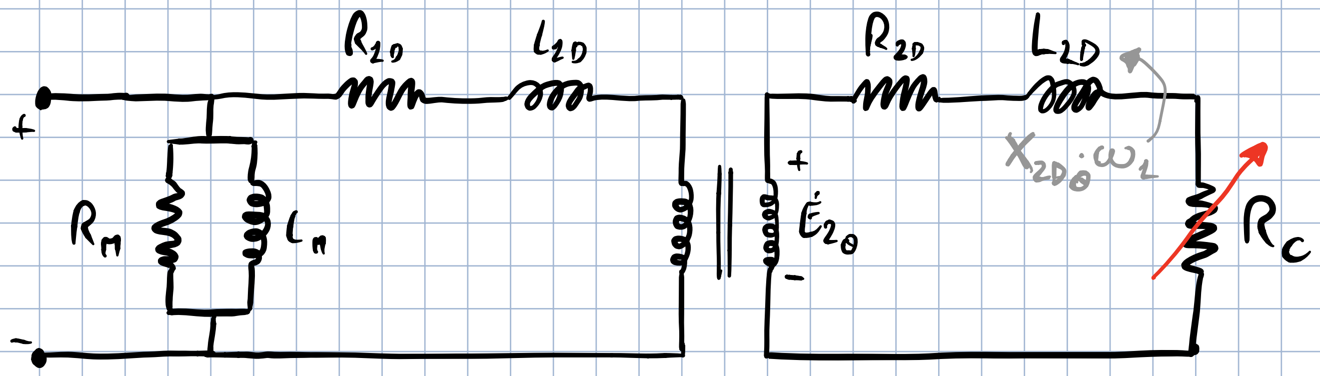


$\left(\dot{E}_{2_0} = \frac{\dot{E}_2}{s},\ X_{2D_0} = L_{2D}\, \omega_1\right)$

Adesso quindi la pulsazione è la stessa nelle due parti del circuito equivalente, che ci permette di sfruttare nuovamente le tecniche per il regime periodico sinusoidale.

NB: R_c è detta "carico meccanico"

Macchina asincrona / Macchina ad induzione
(funzionamento e parametri)



(LA FRECCIA SU R_C SERVE AD INDICARE CHE QUESTA VARIA NEL TEMPO)

$$\begin{cases} X_{2D} = \omega_2 L_{2D} \rightarrow X_{2D} = \omega_2 L_{2D} \frac{\omega_1}{\omega_1} \\ \rightarrow X_{2D} = s\, X_{2D_0} \rightarrow \boxed{X_{2D_0} = L_{2D} \cdot \omega_1} \end{cases}$$

DI QUESTO CIRCUITO ADESSO, VOGLIAMO STUDIARE IL FUNZIONAMENTO, SCRIVIAMO QUINDI QUELLO CHE SAPPIAMO:

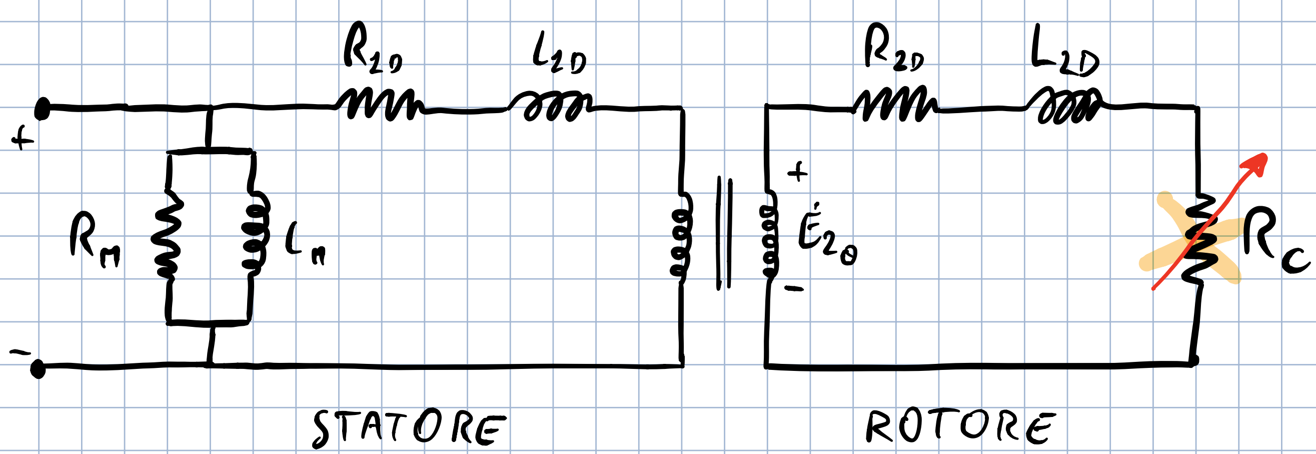
- $S = \dfrac{\Omega_S - \Omega_R}{\Omega_S}$
- $\omega_2 = S\,\omega_1$
- $\Omega_S = \dfrac{\omega_1}{P} = \dfrac{2\pi f_1}{P}$ → FREQUENZA DI ALIMENTAZIONE

FUNZIONAMENTO	$S = \frac{\Omega_S - \Omega_R}{\Omega_S}$	$\Omega_R = (1-S)\Omega_S$	$R_C = \left(\frac{1-S}{S}\right) R_{2D}$	$P_M = R_C I_2^2$ (POTENZA MECCANICA)
FUNZIONAMENTO DA GENERATORE	$S < 0$	$\Omega_R > \Omega_S$	$R_C < 0$	$P_M < 0$
ROTORE LIBERO	$S = 0$	$\Omega_R = \Omega_S$	$R_C \rightarrow +\infty$	$P_M = 0$ // $I_2 = 0$ 'VINCE'
FUNZIONAMENTO DA MOTORE	$0 < S < 1$	$\Omega_R < \Omega_S$	$R_C > 0$	$P_M > 0$
ROTORE BLOCCATO	$S = 1$	$\Omega_R = 0$	$R_C = 0$	$P_M = 0$
FUNZIONAMENTO DA FRENO	$S > 1$	Ω_R HA SEGNO OPPOSTO AD Ω_S	~~NON HA SENSO~~	~~NON HA SENSO~~

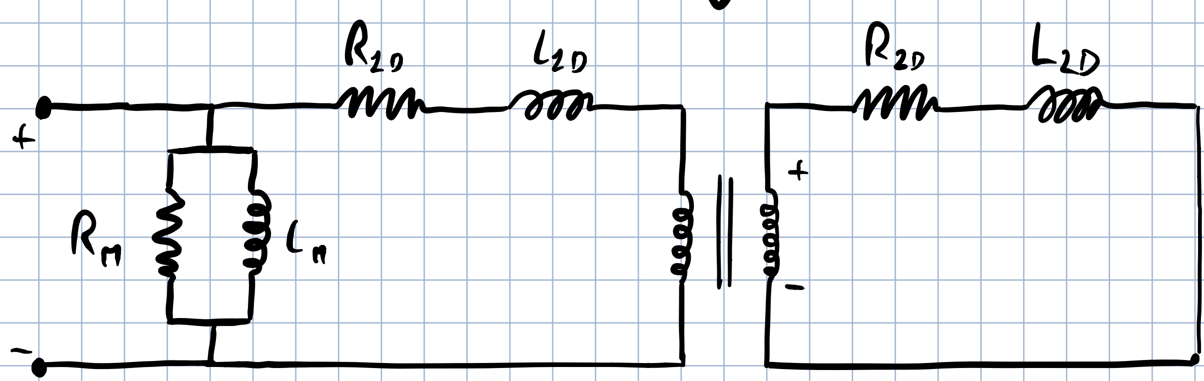
CALCOLO DEI PARAMETRI

SI FA EFFETTUANDO DUE PROVE:

① ROTORE BLOCCATO → $R_c = 0$

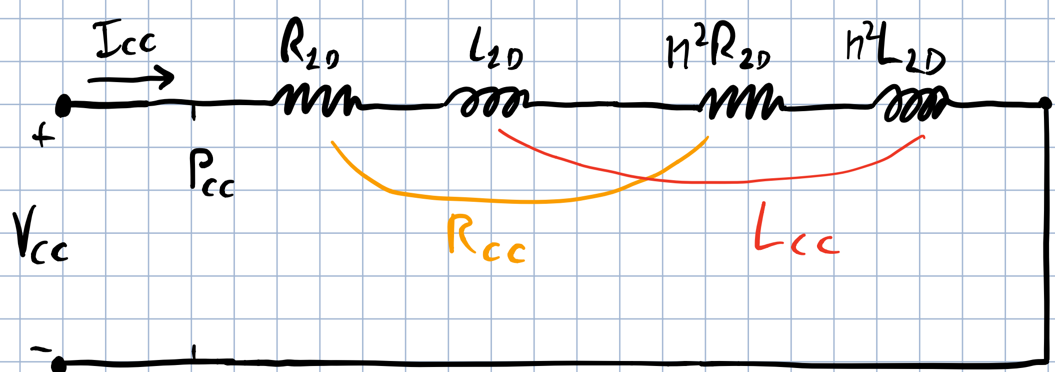


⇓



$\boxed{\omega_1 = \omega_2}$

CHE SI VEDE SUBITO ESSERE LA STESSA IDENTICA PROVA DEL CORTOCIRCUITO IN UN TRASFORMATORE.



$n = \frac{N_2}{N_1}$

(RAPPORTO SPIRE)

1) $P_{cc} = R_{cc} I_{cc}^2 \Rightarrow \boxed{R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}}$

2) $Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$ // NB: ANCHE QUI STO USANDO MODULI, **NON** FASORI E QUINDI Z_{cc} E' SEMPRE IL MODULO

3) $\boxed{X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2}}$ // IL "TRIANGOLO" E' NORMALE, QUINDI +

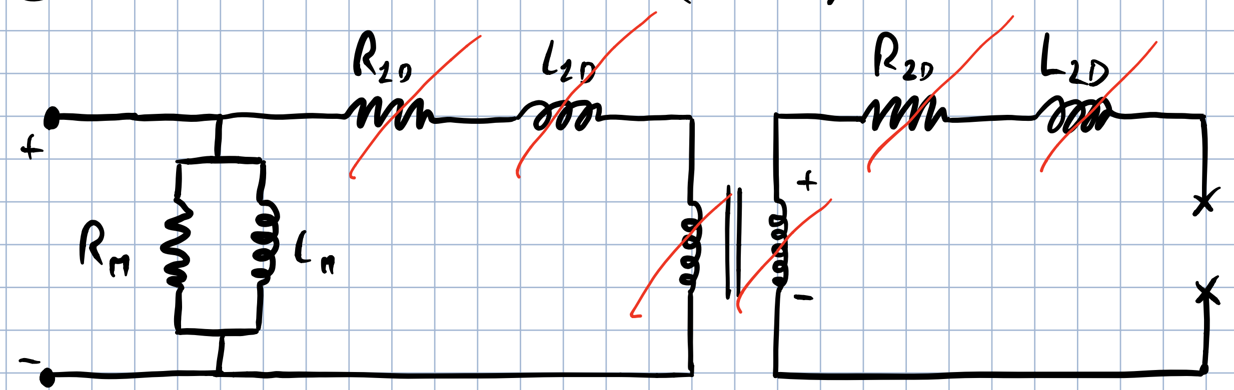
ED HO QUINDI TROVATO R_{cc} ED X_{cc}, QUINDI I MIEI PARAMETRI:

R_{cc}, X_{cc}, $(\hookrightarrow \omega L_{cc})$

$R_{cc} \to R_{1D} + R_{2D}$

$L_{cc} \to (L_{1D} + L_{2D})\,\omega$

② ROTORE LIBERO (S=0)



CHE E' IDENTICA ALLA PROVA A VUOTO DEL TRASFORMATORE

1) $P_0 = R_m \dot{I}_R^2 = R_m \left(\frac{V_0}{R_m} \right)^2 = \frac{V_0^2}{R_m}$

$$\boxed{R_m = \frac{V_0^2}{P_0}} \rightarrow \boxed{G_m = \frac{P_0}{V_0^2}}$$

2) $\bar{Z}_m = \frac{\dot{V}_0}{\dot{I}_0} \Rightarrow \underbrace{\bar{Y}_m}_{\text{AMMETTENZA}} = \frac{\dot{I}_0}{\dot{V}_0} \Rightarrow Y_m = \frac{I_0}{V_0}$

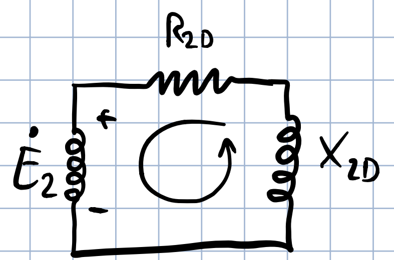
→ PERO' NON CONOSCO I FASORI E QUINDI FACCIO IL MODULO A SINISTRA ED A DESTRA DELL' UGUALE

3) $\boxed{B_m = -\sqrt{Y_m^2 - G_m^2}} = \frac{1}{L_m}$

NB: IL MENO E' DOVUTO AL FATTO CHE STIAMO USANDO IL TRIANGOLO DELLE POTENZE PER CALCOLARE B_m (USANDO IL TH DI PITAGORA) E PER VIA DELL' INDUTT. CHE CAMBIA LA FASE φ, IL TRIANGOLO E' SOTTOSOPRA E DEVO PRENDERE QUINDI LA SOLUZIONE NEGATIVA.

$$\boxed{L_m = \frac{1}{B_m}} \qquad \boxed{R_m = \frac{1}{G_m}}$$

A QUESTO PUNTO RIMANE SOLO IL CALCOLO DELLA COPPIA FORNITA IN USCITA DALLA MACCHINA ASINCRONA CON FUNZIONAMENTO DA MOTORE.



$$jX_{2D}\dot{I}_2 + R_{2D}\dot{I}_2 + \dot{E}_2 = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = -\frac{\dot{E}_2}{jX_{2D}+R_{2D}} = -\frac{s\dot{E}_{2_0}}{R_{2D}+jsX_{2D_0}}$$

$$\Rightarrow I_2 = |\dot{I}_2| \ !!$$

NB: NON PIÙ FASORE MA VALORE EFFICACE

$$\Rightarrow I_2 = \frac{|-s\dot{E}_{2_0}|}{|R_{2D}+jsX_{2D_0}|} = \frac{sE_{2_0}}{\sqrt{R_{2D}^2+s^2X_{2D_0}^2}}$$

COPPIA TORCENTE

$$\boxed{C_t = 3\cdot\frac{P_M}{\Omega_R}} = 3\frac{R_c I_2^2}{\Omega_R} = 3\frac{\frac{\cancel{1-s}}{s}R_{2D}I_2^2}{\cancel{(1-s)}\frac{\omega_1}{p}} =$$

P_M → POTENZA MECCANICA

3 → LA MACCHINA E' TRIFASE NEL NOSTRO CASO.

$$= \frac{3pR_{2D}\cancel{s^2}E_{2_0}^2}{(\cancel{s}\omega_1)\cdot(R_{2D}^2+s^2X_{2D_0}^2)} =$$

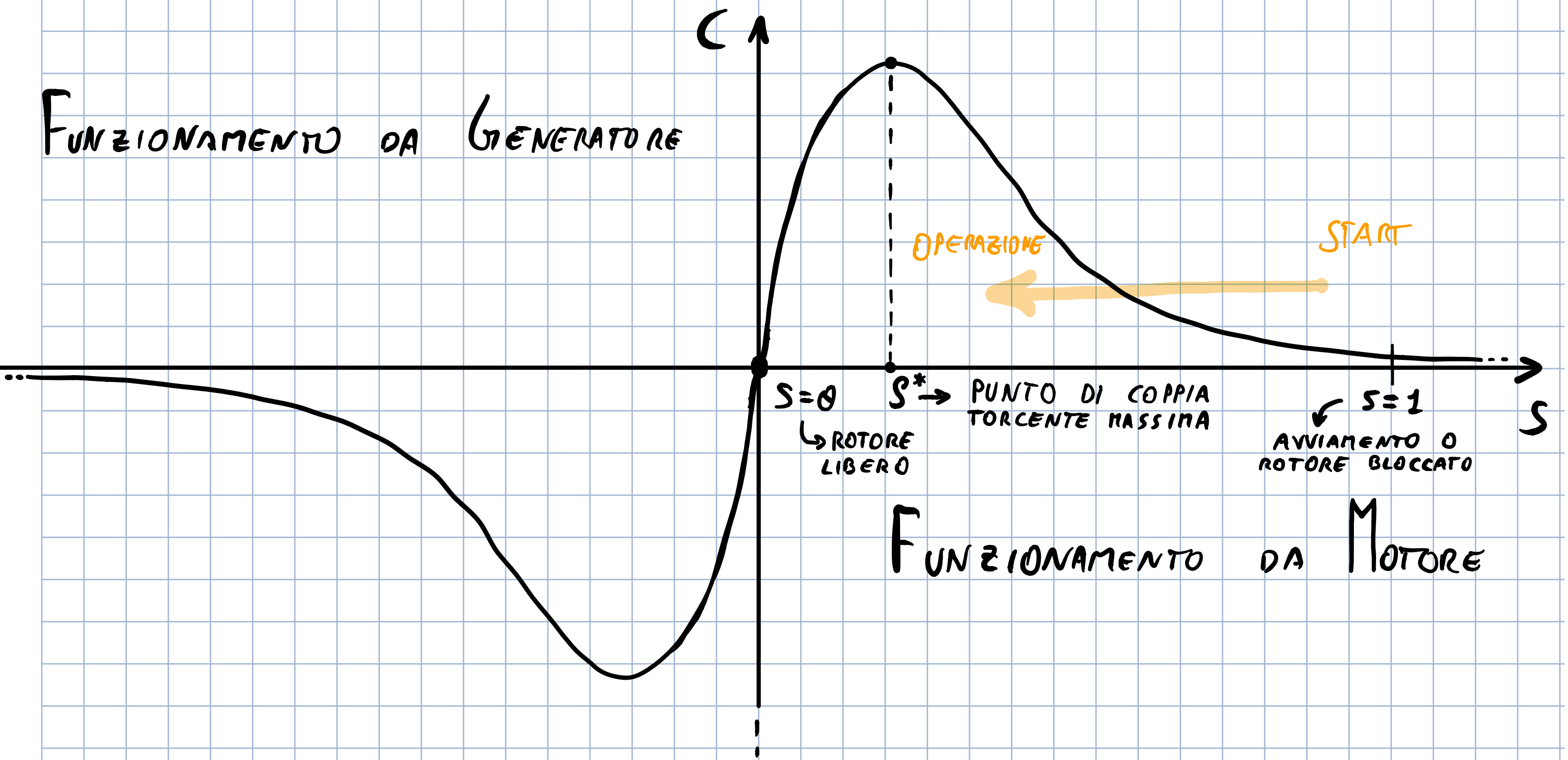
$$\frac{E_1^2}{E_{2_0}^2} = n^2$$

$$= \boxed{\frac{3p}{\omega_1}\cdot\frac{E_1^2}{n^2}\cdot\frac{R_{2D}}{\frac{R_{2D}^2}{s}+sX_{2D_0}^2}}$$

! SI PORTA IN QUESTA FORMA PERCHE' E' TUTTA DIPENDENTE DAI PARAMETRI NOTI DELLA MACCHINA.

Andiamo a disegnarne l'andamento

(Assumo che la macchina sia simmetrica) (Tipicamente disegnata in funzione dello scorrimento 's')



A noi tipicamente interessa trovare S^*, per farlo, visto che compare solo al denominatore di

$$C_t = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{E_1^2}{n^2} \cdot \frac{R_{2D}}{\frac{R_{2D}^2}{s} + sX_{2D_0}^2}$$

, posso farne la derivata ed imporla $= 0$ (cerco di minimizzare il denominat.)

$$\frac{\partial\left(\frac{R_{2D}^2}{s} + sX_{2D_0}^2\right)}{\partial s} = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{R_{2D}^2}{s^{*2}} + X_{2D_0}^2 \Rightarrow \frac{R_{2D}^2}{s^{*2}} = X_{2D_0}^2$$

$$\boxed{s^* = \frac{R_{2D}}{X_{2D_0}}}$$

(ASSUMO FATTIBILITÀ RADICI E PRENDO LE POSITIVE)

CON QUESTA EQUAZIONE PROVO SEMPRE A LAVORARE ALLA COPPIA MASSIMA, A VOLTE DURANTE L'AVVIAMENTO, ANDANDO PROPRIO A MODIFICARE E_1, ω_1 O p IN MODO TALE CHE IL PUNTO s^* RISULTI DOVE PIÙ MI FA COMODO. (CERCO SEMPRE LA COPPIA MASSIMA)

RENDIMENTO MACCHINA ELETTRICA

$$\eta = \frac{P_{UTILE}}{P_{ASSORBITA}} \cdot 100\% = \frac{[R_c \cdot I_2^2]}{R_c I_2^2 + R_{2D} I_2^2 + \left(\frac{V_0}{R_m}\right)^2 R_m + P_{ADD}} \cdot 100\%$$

POTENZA IN USCITA UTILE

POTENZA ASSORBITA IN INGRESSO

ALTRE POTENZE DI CUI NON ABBIAMO FORMA ESPLICITA
