versione provvisoria

Prova scritta di Elettrotecnica

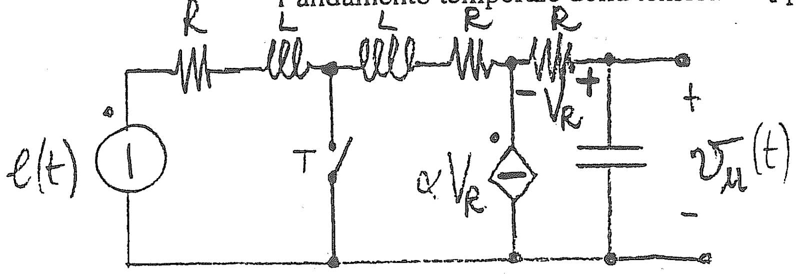
(A)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 27/06/03 Allievo: ....

1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si chiude.



$e(t) = 100\sqrt{2} \sin \omega t$ [V]

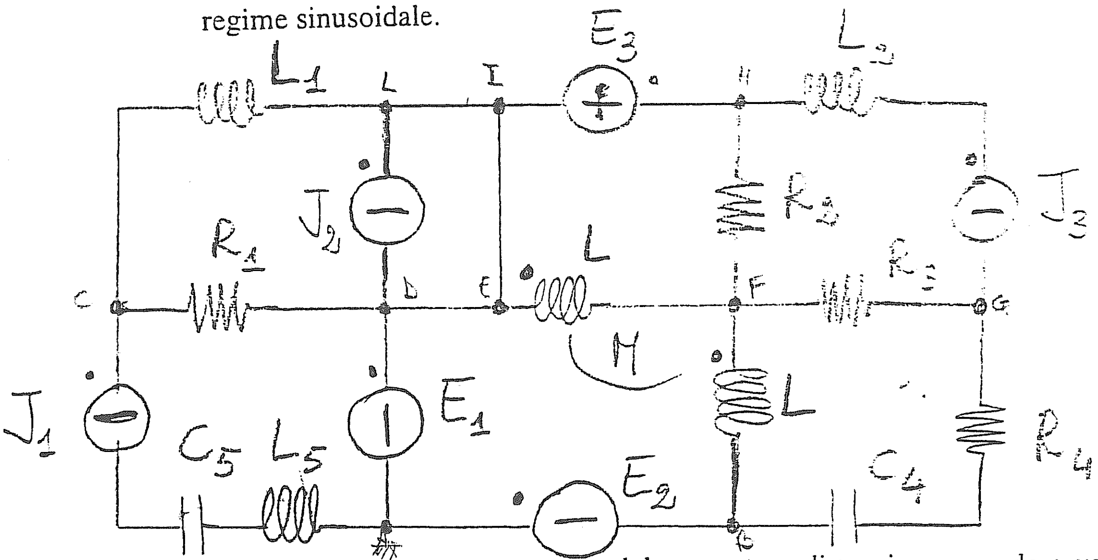
$R = 10\ \Omega$ | $f = 50$ Hz

$L = 10$ mH

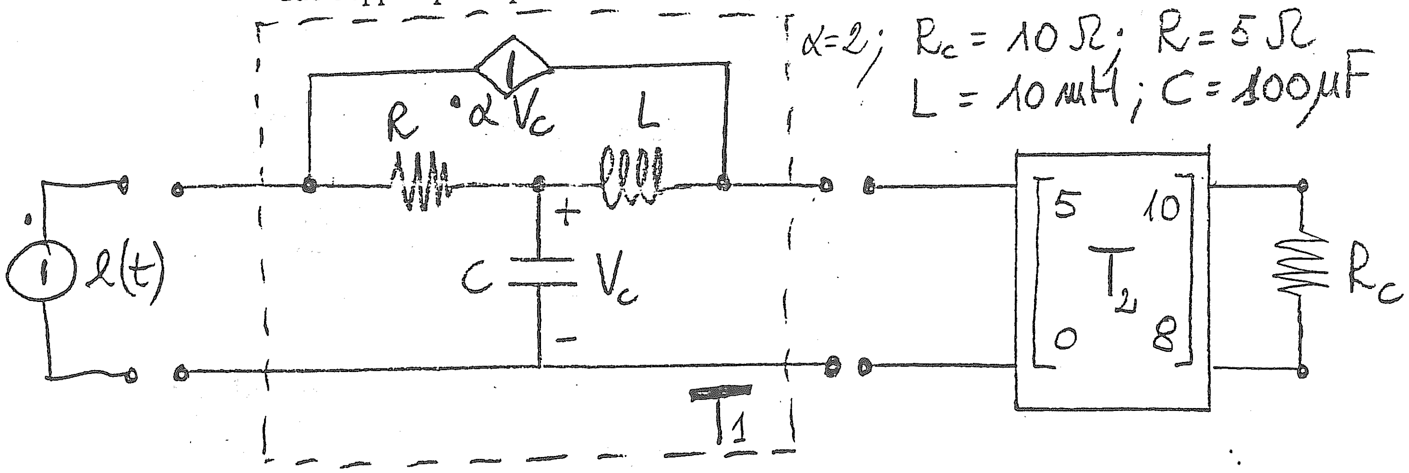
$C = 100\ \mu F$

$\alpha = 2$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle tensioni nodali, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Determinare la potenza erogata dal generatore di tensione quando a valle dei due doppi bipoli a parametri T è collegato il carico R_c.



$\alpha = 2$; $R_c = 10\ \Omega$; $R = 5\ \Omega$

$L = 10$ mH; $C = 100\ \mu F$

$e(t) = 100\sqrt{2}\cos(100t)$ V

versione provvisoria

Prova scritta di Elettrotecnica

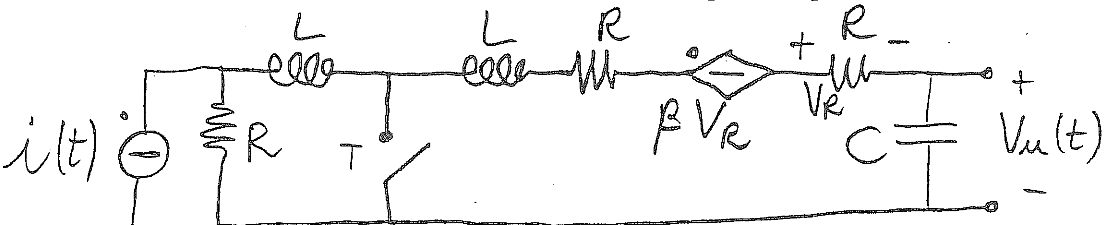
(B)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

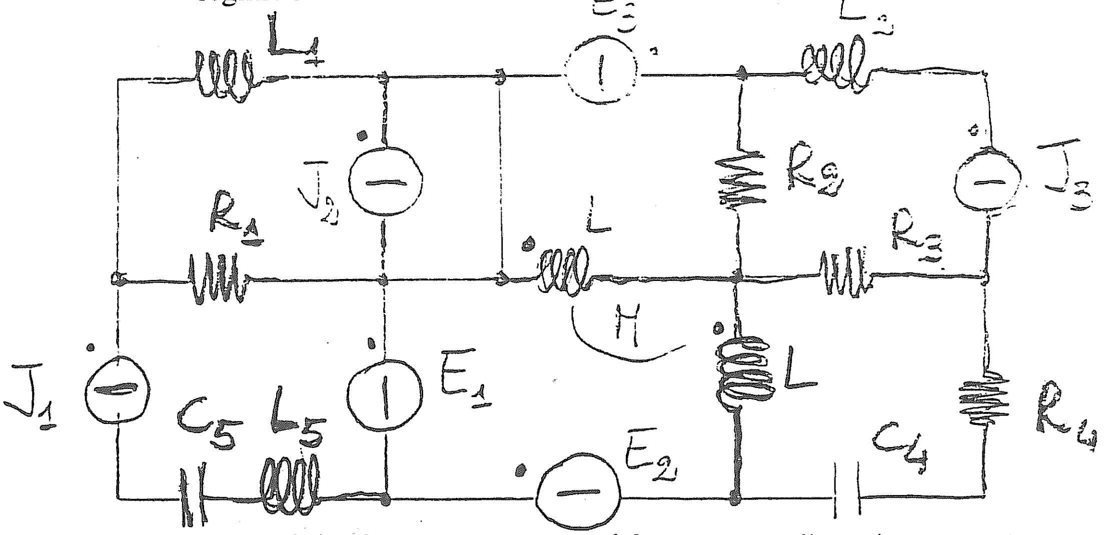
Pisa 27/06/03 Allievo: ....

1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si chiude.



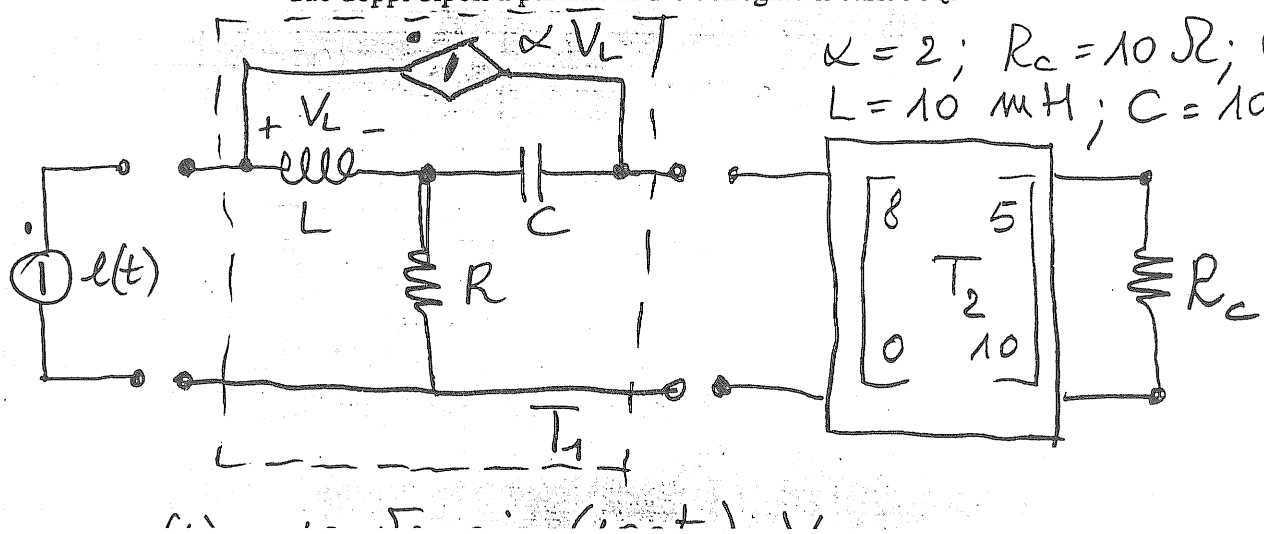
$i(t) = 10\sqrt{2}\,\sin\omega t$ A; $R = 10\,\Omega$; $L = 10$ mH; $C = 100\,\mu F$
$\beta = 2$;

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle correnti di maglia, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



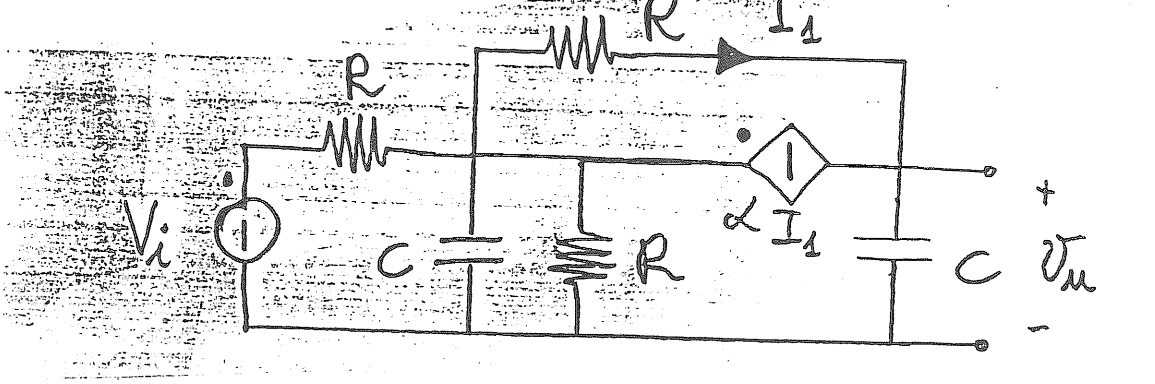
3) Determinare la potenza erogata dal generatore di tensione quando a valle dei due doppi bipoli a parametri T è collegato il carico R_c.

$\alpha = 2$; $R_c = 10\,\Omega$; $R = 5\,\Omega$
$L = 10$ mH; $C = 100\,\mu F$



27/6/03

4) Determinare la funzione di trasferimento V_u/V_i per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



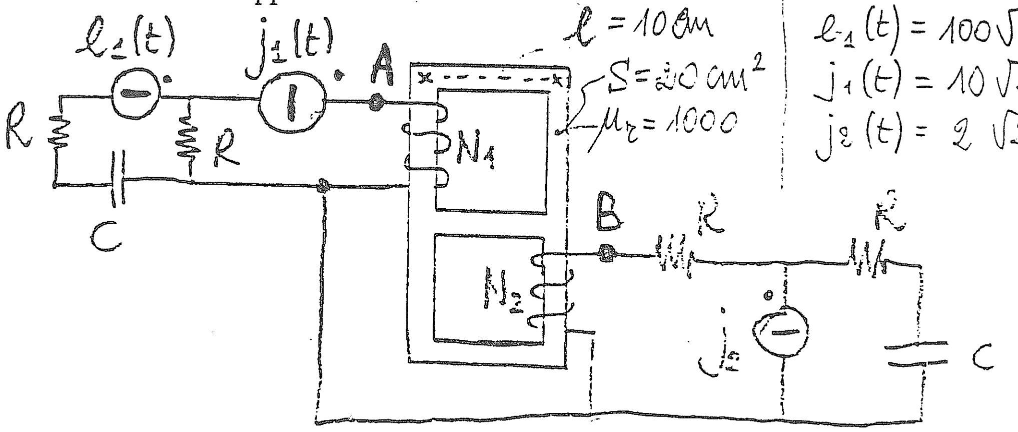
$\alpha = 0.5$

$R = 10\ \Omega$

$L = 10\ mH$

$C = 500\ \mu F$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della tensione V_{AB} e l'energia elettromagnetica media immagazzinata nei due induttori mutuamente accoppiati.



$e_1(t) = 100\sqrt{2}\cos(500t)$

$j_1(t) = 10\sqrt{2}\sin(500t)$

$j_2(t) = 2\sqrt{2}\cos(500t + \frac{2}{3}\pi)$

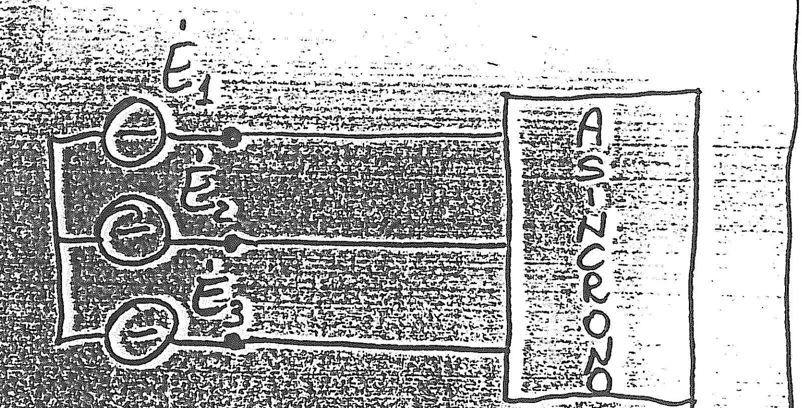
$R = 10\ \Omega$

$C = 100\ \mu F$

$N_1 = 100$

$N_2 = 50$

6) Nel sistema trifase di figura, determinare il valore del generatore di tensione da applicare al motore asincrono affinchè esso eroghi una potenza meccanica all'asse di W con uno scorrimento s = 0.75. Si determinino inoltre le perdite nel ferro del motore quando è alimentato dal generatore.



$K = 0.5$ $(E_1^1 = K E_2^1)$

Resistenza statorica per fase $R_{1s} = 1.12\ \Omega$

Reattanza statorica per fase $X_{1s} = 1.3\ \Omega$

Prova a vuoto:

$V_{10} = 400$ V

$I_{10} = 10$ A

$P_{10} = 1000$ W

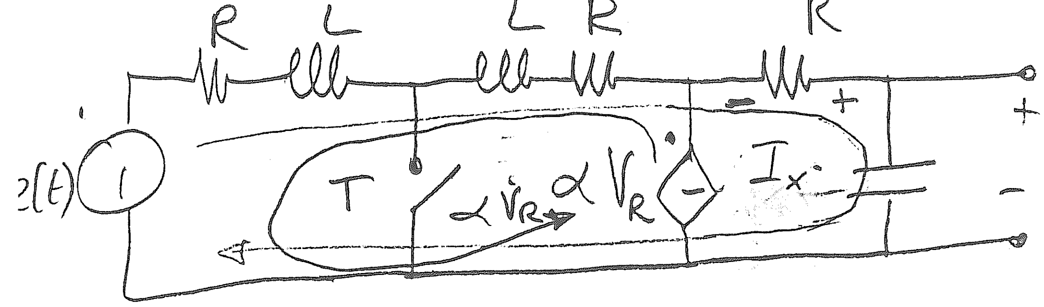
Prova in c.c.

$V_{1cc} = 30$ V

$I_{1cc} = 6$ A

$P_{1cc} = 150$ W

Es 1 del 27/6/03A (versione provvisoria)



Per $t<0$; $\dot{E} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100$ V

$$\begin{cases} \dot{E} = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right]\dot{I}_x - 2(R+j\omega L)\alpha \dot{V}_R \\ \dot{V}_R = -R I_x \end{cases}$$

$$\dot{E} = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + 2\alpha R^2 + 2\alpha j\omega L R\right]\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{E}}{R[3+2\alpha] + 2j\omega L(1+\alpha R) + \frac{1}{j\omega C}} = 0.47 - j0.67 \text{ A}$$

$$\dot{I}_L = \dot{I}_x + \alpha R \dot{I}_x = (1+\alpha R)\dot{I}_x = 9.85 - j14 \text{ A}$$

$$i_L(t) = 17.2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 0.96) \text{ A}$$

$$\boxed{i_L(0) = -19.9 \simeq -20 \text{ A}}$$

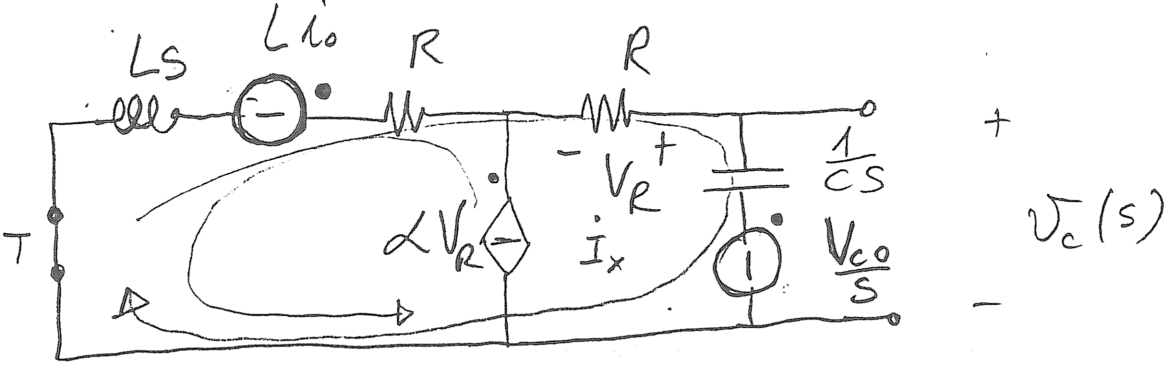
$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_x = -21.3 - j15 \text{ V}$$

$$v_c(t) = 26\sqrt{2}\sin(\omega t - 2.53) \text{ V}$$

$$\boxed{v_c(0) = -21.11 \text{ V}}$$

27/6/03

Per $t > 0$



$$-\frac{V_{c0}}{s} + L i_0 = \left[2R + Ls + \frac{1}{Cs}\right] I_x - (R+Ls)\,\alpha V_R$$

$$V_R = -R I_x$$

$$-\frac{V_{c0}}{s} + L i_0 = \left(2R + Ls + \frac{1}{Cs} + \alpha R^2 + \alpha R L s\right) I_x$$

$$I_x(s) = \frac{\left[-\frac{V_{c0}}{s} + L i_0\right] Cs}{LCs^2(1+\alpha R) + RCs(2+\alpha R) + 1}$$

$$v_c(s) = \frac{1}{Cs} I_x(s) + \frac{V_{c0}}{s}$$

$$= \frac{-V_{c0}}{s[\quad]} + \frac{L i_0}{[\quad]} + \frac{V_{c0}}{s}$$

$$v_c(s) = +\frac{21.11}{s(2.1\cdot 10^{-5}s^2 + 22\cdot 10^{-3}s + 1)} - \frac{0.20}{(\quad)} - \frac{21.11}{s}$$

27/6/03

6S 1A

3

$$v_c(s) = \frac{1}{2.1\cdot 10^{-5}} \cdot \frac{-V_{c0} + L\, i_{L0}\, s + V_{c0}\cdot\left[2.1\times 10^{-5} s^2 + 22\cdot 10^{-3} s + 1\right]}{s\left(s^2 + 1047.6\, s + 4.762\cdot 10^{4}\right)}$$

$$v_c(s) = -21.11 \cdot \frac{\cancel{s}\,(s + 1496.9)}{\cancel{s}\,(s+1000)(s+47.6)}$$

$$v_c(s) = \frac{A}{s+1000} + \frac{B}{s+47.6}$$

$$A = \left.\frac{(s+1496.9)\cancel{(s+1000)}}{\cancel{(s+1000)}(s+47.6)}\right|_{s=-1000} = -0.5218$$

$$B = \left.\frac{(s+1496.9)\cancel{(s+47.6)}}{(s+1000)\cancel{(s+47.6)}}\right|_{s=-47.6} = 1.5218$$

$$v_c(t) = -21.11\left[-0.5218\cdot e^{-1000t} + 1.5218\cdot e^{-47.6t}\right] u(t)$$

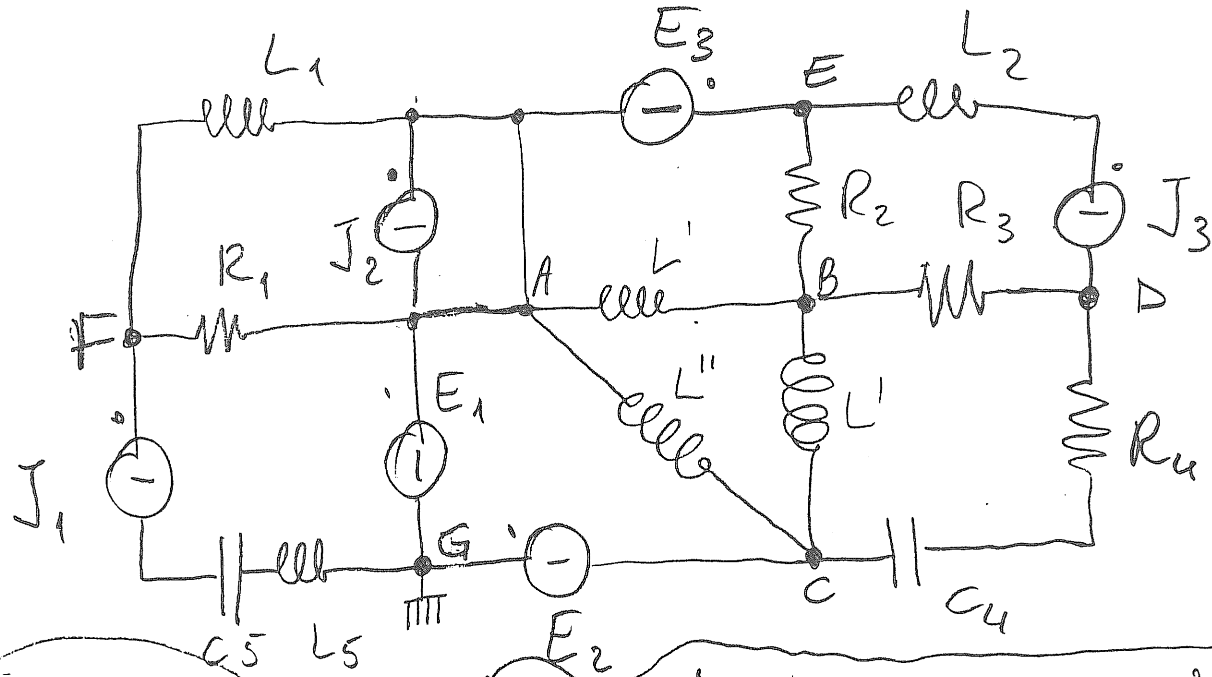
VERIFICA:

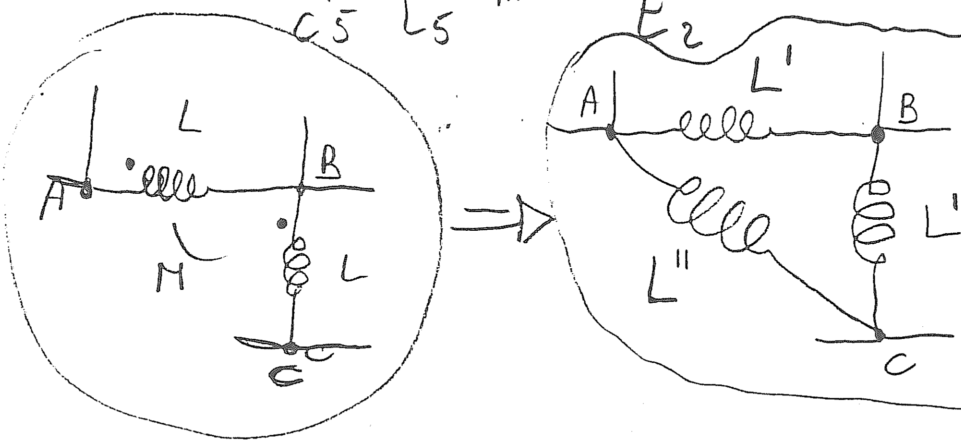
$$v_c(0) = -21.11 \quad V$$

$$v_c(\infty) = 0 \quad V$$

OS 2A 27/6/03 (4) versione provvisoria

Metodo tensioni nodali





$$L' = \frac{L^2 - M^2}{L + M}$$

$$L'' = -\frac{L^2 - M^2}{M}$$

N° eq: $n - 1 - n_{gt.\ ideali} = 7 - 1 - 3 = \underline{3\ eq}$

nodo di riferimento: nodo G

$$\dot V_A = \dot E_1 \; ; \quad \dot V_C = -\dot E_2 \; ; \quad \dot V_E = \dot E_1 + \dot E_3 \; ;$$

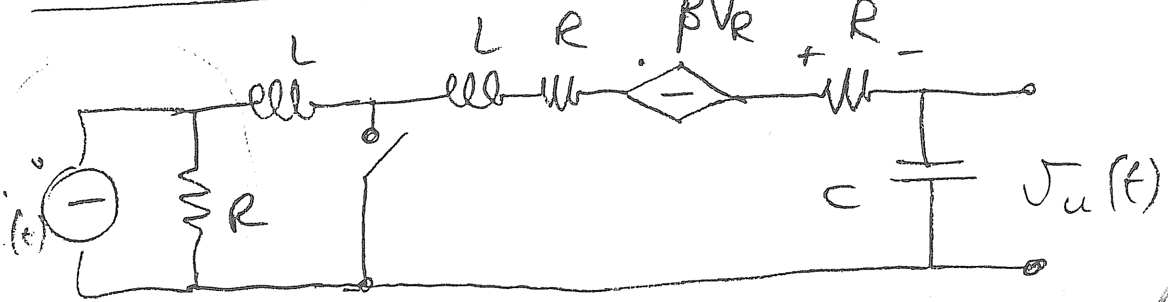
$$\begin{cases} \text{Nodo B)} \quad 0 = \left[\dfrac{2}{j\omega L'} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right]\dot V_B - \dfrac{\dot V_A}{j\omega L'} - \dfrac{\dot V_E}{R_2} - \dfrac{\dot V_C}{j\omega L'} - \dfrac{\dot V_D}{R_3} \\ \text{Nodo D)} \quad -\dot J_3 = \left[\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}\right]\dot V_D - \dfrac{\dot V_B}{R_3} - \dfrac{\dot V_C}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}} \\ \text{Nodo F)} \quad J_1 = \left[\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{j\omega L_1}\right]\dot V_F - \dfrac{\dot V_A}{j\omega L_1} - \dfrac{\dot V_A}{R_1} \end{cases}$$

S 1B 27/6/03

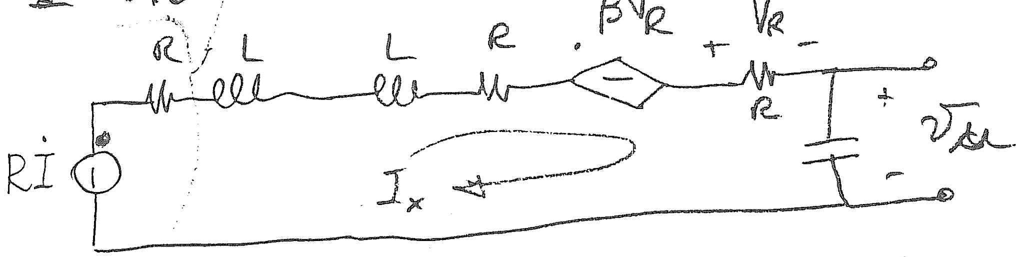
versione provvisoria

5

1



$\dot I = 10$



$V_R = R I_x$

$$R\dot I - \beta R I_x = \left[3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right] \dot I_x$$

$$R\dot I = \left[R(3+\beta) + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right] I_x$$

$$I_x = \frac{R\dot I}{(3+\beta)R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 1.58 + j\,0.84 \text{ A}$$

$$i_x(t) = 1.78\cdot\sqrt{2}\,\sin(\omega t + 0.47) \text{ A}$$

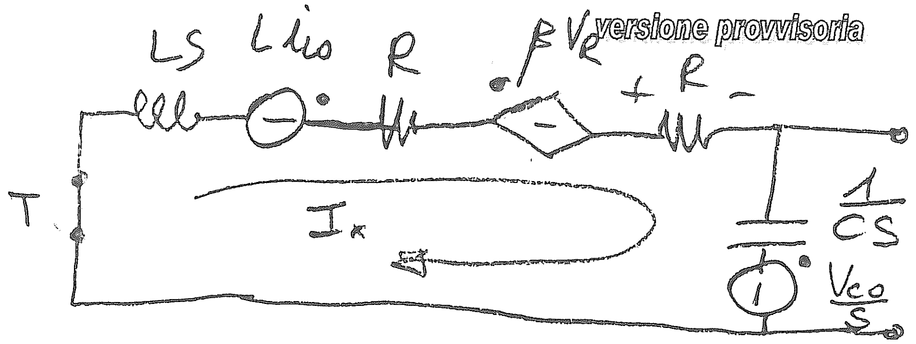
$$i_L(t) = i_x(t) \Rightarrow \boxed{i_L(0) = 1.146 \text{ A}}$$

$$\dot V_c = \frac{1}{j\omega C}\dot I_x \cong 25.8 - j\,50.5 \text{ V}$$

$$v_c(t) = 56.7\cdot\sqrt{2}\,\sin(\omega t - 1.09) \text{ V}$$

$$\boxed{v_c(0) = -71.4 \text{ V}}$$

ES 1B 6 2
27/6/03



$$Li_{L0} - \frac{V_{C0}}{S} - \beta R I_x = \left[2R + LS + \frac{1}{CS}\right] I_x$$

$$I_x = \frac{Li_{L0} - \frac{V_{C0}}{S}}{R(\beta+2) + LS + \frac{1}{CS}} = \frac{\left[Li_{L0} - \frac{V_{C0}}{S}\right]CS}{LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1}$$

$$v_u(s) = \frac{1}{CS} I_x + \frac{V_{C0}}{S} = \frac{Li_{L0}S - V_{C0}}{S\left[LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1\right]} + \frac{V_{C0}}{S}$$

$$= \frac{Li_{L0}\cancel{S} - \cancel{V_{C0}} + V_{C0}LCS^{\cancel{2}} + V_{C0}RC\cancel{S}(\beta+2) + \cancel{V_{C0}}}{\cancel{S}\left[LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1\right]}$$

$$v_u(s) = \frac{V_{C0}LCS + V_{C0}RC(\beta+2) + Li_{L0}}{LCS^2 + RCS(\beta+2) + 1}$$

$$v_u(s) = \frac{V_{C0}\cancel{LC}}{\cancel{LC}} \frac{S + \frac{(V_{C0}RC(\beta+2) + Li_L)}{V_{C0}LC}}{S^2 + \frac{RC(\beta+2)}{LC}S + \frac{1}{LC}} = -71.4 \cdot \frac{S + 3.84\cdot 10^3}{(S+3732)(S+267.9)}$$

$$v_u(S) = \frac{A}{(S+3732)} + \frac{B}{S+267.9}; \quad A = v_u(s)\cdot(S+3732)\Big|_{S=-267.9} = 2.2052$$

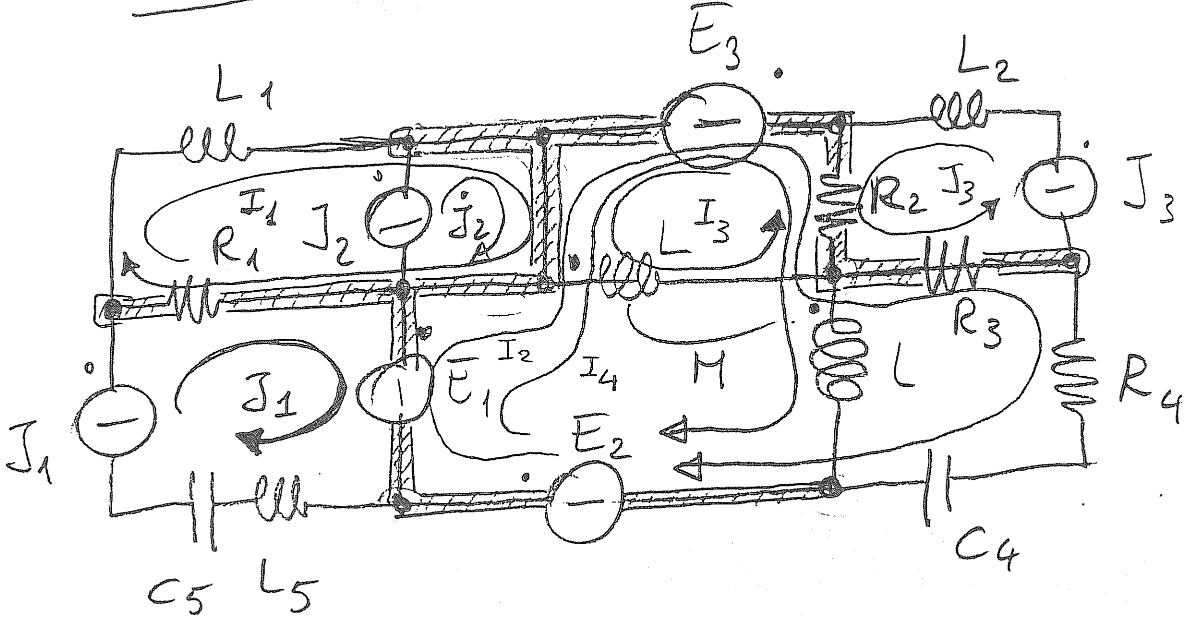
$$= v_u(s)\cdot(S+267.9)\Big|_{S=-3732} = -73.5979; \quad \boxed{v_c(t) = \left[2.2052\cdot e^{-3732t} - 73.5979\, e^{-267.9t}\right]u(t)}$$

VERIFICA: $v_c(0) = -71.4$ V; $v_c(\infty) = 0$

S 2B 27/6/03

versione provvisoria — Correnti di maglia

7



$$n° eq = r - n + 1 - ngc = 13 - 7 + 1 - 3 = 4\ eq$$

$$0 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - R_1 \dot{J}_1$$

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = \left(R_2 + R_3 + R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)\dot{I}_2 - R_2\dot{I}_3 + R_2\dot{I}_4 + R_2\dot{J}_3 + R_3\dot{J}_3$$

$$\dot{E}_3 = (R_2 + j\omega L)\dot{I}_3 - R_2(\dot{J}_3 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4) + j\omega M \dot{I}_4$$

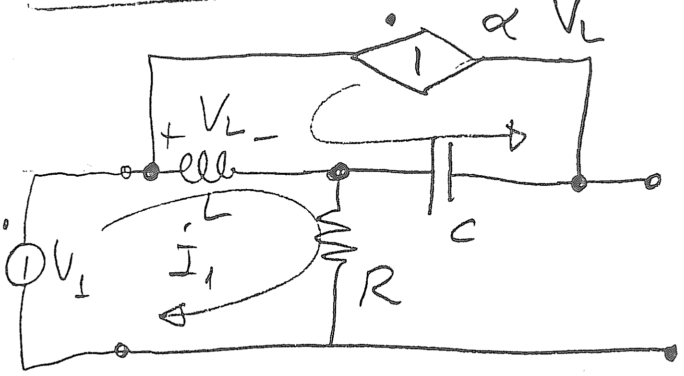
$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = (R_2 + j\omega L)\dot{I}_4 + R_2(\dot{J}_3 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3) + j\omega M \dot{I}_3$$

ES 3B 27/6/03

versione provvisoria

8

~~1~~



$$\frac{1}{A} = \frac{V_2}{V_1}\bigg|_{I_2=0} ; \quad \frac{1}{C} = \frac{V_2}{I_1}\bigg|_{I_2=0}$$

$$\dot{V}_1 = (R + j\omega L)\dot{I}_1 + j\omega L \alpha V_L ; \quad V_L = j\omega L I_1 + j\omega L \alpha V_L$$

$$\Downarrow$$

$$V_L(1 - j\omega\alpha L) = j\omega L I_1$$

$$\boxed{V_L = \frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} I_1}$$

$$\dot{V}_1 = \left[R + j\omega L - \frac{\alpha\omega^2 L^2}{1 - j\omega L\alpha}\right] I_1$$

$$\dot{I}_1 = V_1 \cdot \frac{1 - j\omega L\alpha}{R - j\omega L\alpha R + j\omega L + \cancel{\omega^2 L^2 \alpha} - \cancel{\omega^2 L^2 \alpha}}$$

$$I_1 = \dot{V}_1 \cdot \frac{1 - j\omega L\alpha}{R + j\omega L(1 - \alpha R)}$$

$$V_2 = R I_1 - \frac{1}{j\omega C} \cdot \alpha \frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} I_1 = \left[R - \frac{\alpha j\omega L}{(1 - j\omega\alpha L)(j\omega C)}\right] I_1$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1} = R - \frac{\alpha L/C}{1 - j\omega\alpha L} = -35 - j80 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = -0.0046 + j0.0105}$$

$$\frac{1}{A} = \left[R - \frac{\alpha L/C}{1 - j\omega\alpha L}\right] \cdot \left[\frac{1 - j\omega\alpha L}{R + j\omega L(1 - \alpha R)}\right] = -8.35 - j17$$

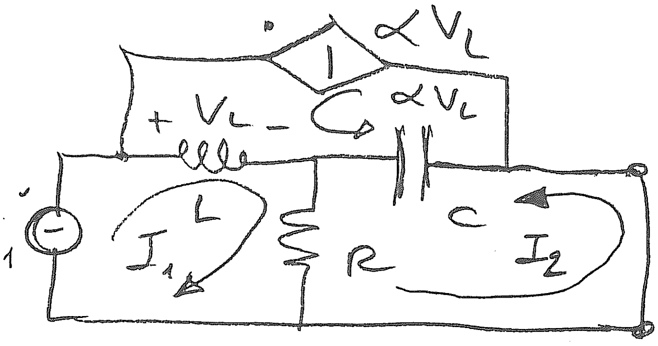
ES 3B

27/6/03

2

9

$$\frac{1}{B} = -\frac{I_2}{V_1}\bigg|_{V_2=0} ; \quad \frac{1}{D} = -\frac{I_2}{I_1}\bigg|_{V_2=0}$$



$$\dot V_L = j\omega L \dot I_1 + j\omega L \alpha \dot V_L$$

$$\Downarrow$$

$$\dot V_L = \frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} \dot I_1$$

$$\dot V_1 = \dot V_L + R(I_1 + I_2)$$

$$0 = \left[R + \frac{1}{j\omega C}\right]\dot I_2 + R\dot I_1 - \frac{\alpha V_L}{j\omega C}$$

$$0 = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C} I_2 + \left[R - \frac{\alpha}{j\omega C}\cdot\frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha}\right]\dot I_1$$

$$[5 - j100]\,\dot I_2 = [35 + j80]\,\dot I_1 \Rightarrow \frac{1}{D} = \frac{-\dot I_2}{\dot I_1} = -\frac{35 + j80}{5 - j100} = +0.78 - j0.39$$

$$\boxed{D = +1.026 + j0.511}$$

$$\dot V_1 = \left\{\left[\frac{j\omega L}{1 - j\omega L\alpha} + R\right]\left[-\frac{(1 + j\omega RC)(1 - j\omega L\alpha)}{j\omega RC(1 - j\omega L\alpha) - \alpha j\omega L}\right] + R\right\} \dot I_2$$

$$\dot V_1 = 0.3816 - j2.55\ \dot I_2 \Rightarrow \frac{1}{B} = -\frac{I_2}{V_1} = \frac{1}{-0.3816 + j2.55}$$

$$\boxed{B = -0.3816 + j2.55}$$

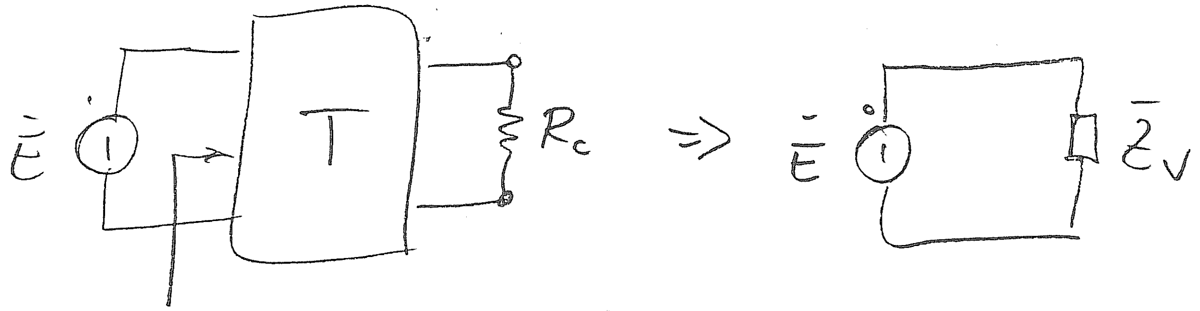
ES 3B
27/6/03

3

10

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & 5 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} -0.0232 + j0.0473 & -0.3816 + j2.55 \\ -0.0046 + j0.0105 & +1.026 + j0.511 \end{bmatrix}$$



$$\bar{Z}_V = \frac{A \cdot R_c + B}{C R_c + D} = 0.90 + j2.44 \; \Omega$$

$$\dot{E} = 100$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\bar{Z}_V} = 13.26 - j\,36.03 \text{ A}$$

$$\bar{S} = \dot{E} \cdot \dot{I}^* = 1.32 + j\,3.6 \text{ KVA}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} P = 1.32 \text{ KW} \\ Q = 3.6 \text{ KVAR} \end{array}}$$

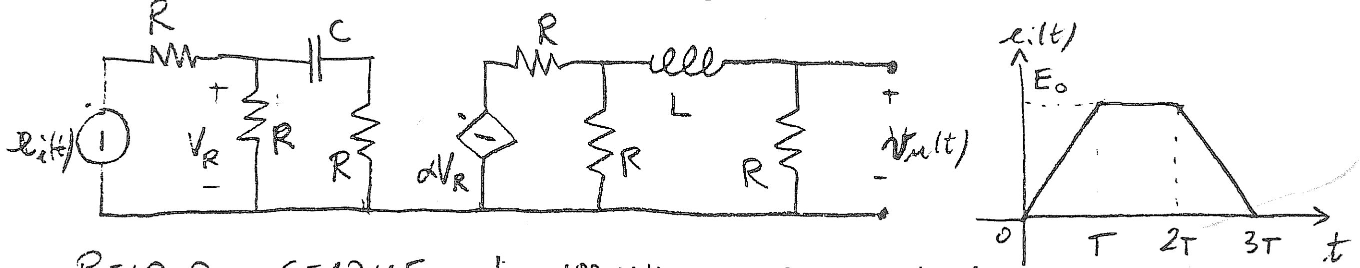
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (Test A)

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 14/02/03 Allievo: ....

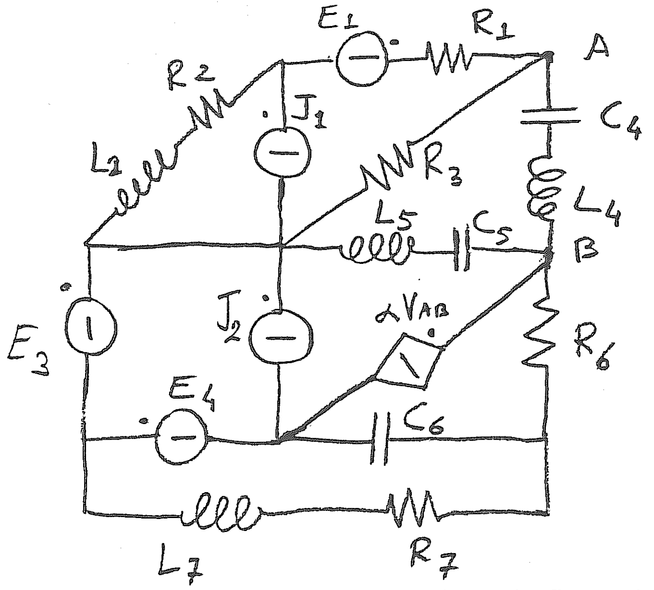
1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione Vu per t>0 quando il circuito è sollecitato dalla forma d'onda in ingresso indicata in figura.



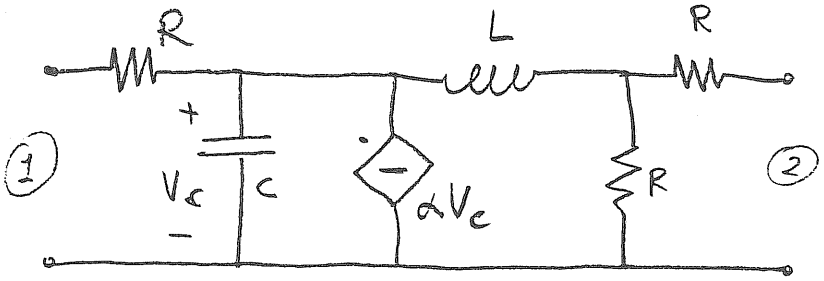
$R = 10\,\Omega$ $C = 10\,\mu F$ $L = 100\,\mu H$ $\alpha = 2$ $E_0 = 10V$

$T = 5ms$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice di ammettenza.



$R = 5\,\Omega$ $C = 100\,\mu F$ $L = 10\,mH$ $\alpha = 7$

$\omega = 500\ rad/sec$

1/2

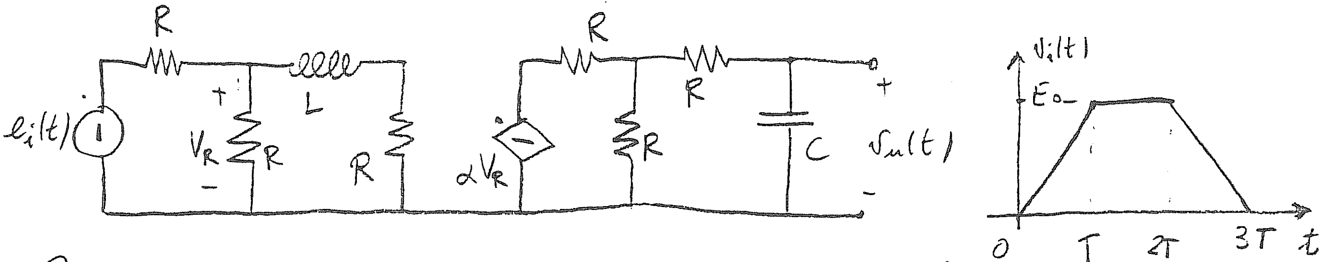
Prova scritta di Elettrotecnica (Testo B)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

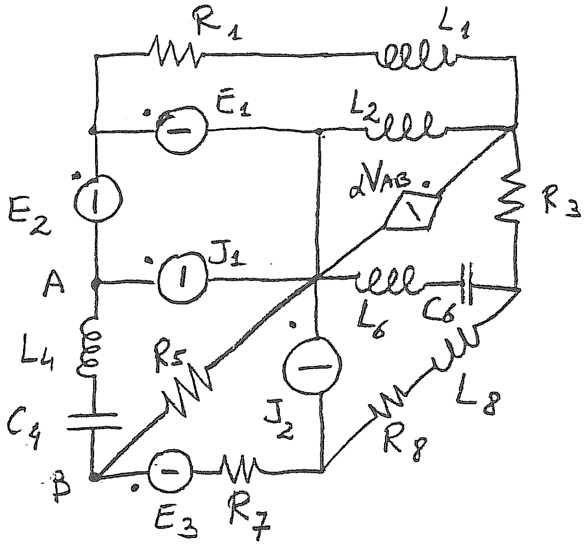
Pisa 14/02/03 Allievo: ....

1)b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione Vu per t>0 quando il circuito è sollecitato dalla forma d'onda in ingresso indicata in figura.

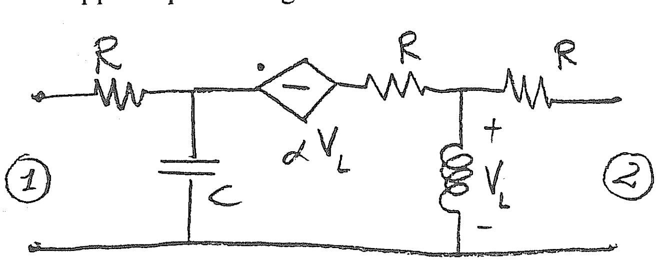


$R = 10\,\Omega$ $C = 10\,\mu F$ $L = 100\,\mu H$ $\alpha = 2$ $E_0 = 10\,V$
$T = 5\,ms$.

2)b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3)b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice di ammettenza.

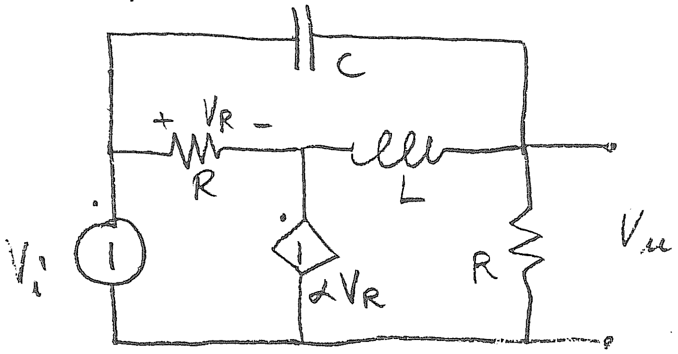


$R = 5\,\Omega$ $C = 100\,\mu F$ $L = 10\,mH$ $\alpha = 7$

$\omega = 500$ rad/sec

77

4) Determinare la funzione di trasferimento Vu/Vi per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



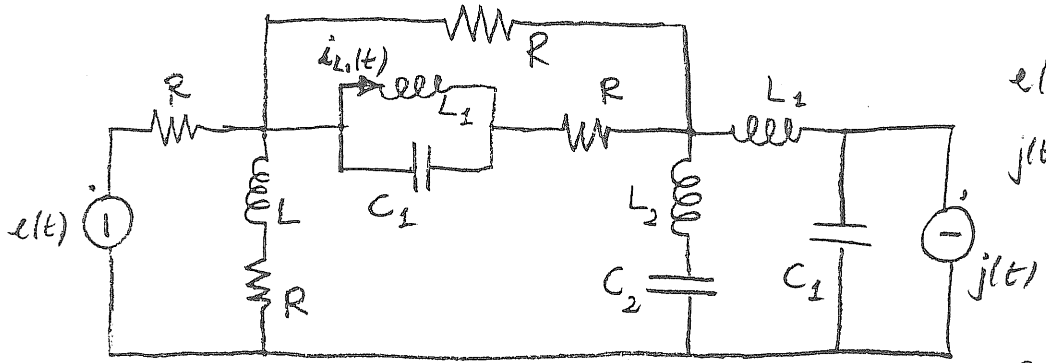
$R = 10\ \Omega$

$C = 100\ \mu F$

$L = 1\ mH$

$\alpha = 8$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della corrente $i_{L_1}(t)$ e l'energia elettromagnetica magnetica media immagazzinata nel gruppo L_2 C_2.



$e(t) = 100 \operatorname{sen}\left(1000t + \frac{\pi}{4}\right)$

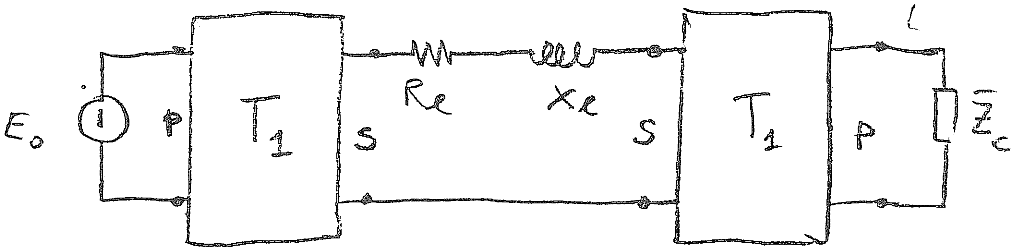
$j(t) = 5 \operatorname{sen}\left(500t + \frac{\pi}{3}\right)$

$L_1 = 10\ mH$, $C_1 = 100\ \mu F$

$L_2 = 20\ mH$, $C_2 = 200\ \mu F$

$R = 10\ \Omega$ $L = 25\ mH$

6) Nel sistema monofase contenente due trasformatori identici come indicato in figura determinare la potenza attiva e quella reattiva sulla linea ($\overline{Z}_l = 0.1 + j0.3$) quando il secondario del tasformatore più a valle è collegato all'inpedenza di carico $\overline{Z}_c = 0.8 + j0.4$ ed il sistema è alimentato alla tensione Eo=220 V. Si discuta inoltre la dipendenza del risultato calcolato dal rapporto spire dei trasformatori.



$V_{10} = 220\ V$ $I_{10} = 0.8 A$ $P_{10} = 30\ W$

$V_{1cc} = 15 V$ $I_{1cc} = 12 A$ $P_{1cc} = 50\ W$

$N_1/N_2 = 0.01$

Prova scritta del 14/02/03 (1)

Esercizio 1a

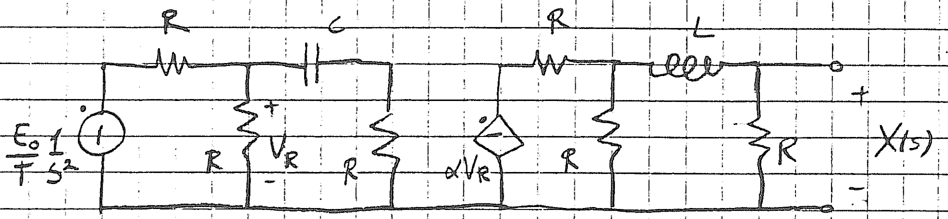
La forma d'onda $e_i(t)$ può essere riscritta come:

$$e_i(t) = \frac{E_0}{T}\Big[t\,u(t) - (t-T)u(t-T) - (t-2T)u(t-2T) + (t-3T)u(t-3T)\Big]$$

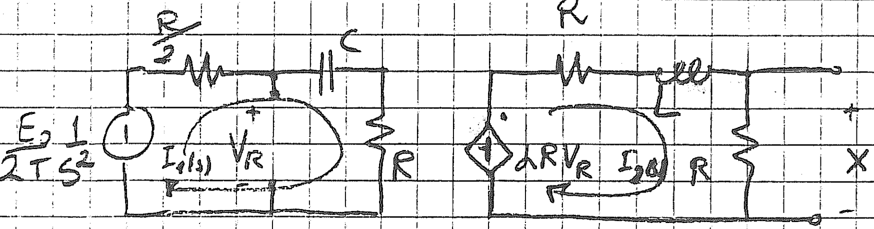
Essendo il circuito lineare e tempo invariante basta determinare la risposta $x(t)$ alla sollecitazione $\frac{E_0}{T} t\,u(t)$ e utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti.

Le condizioni iniziali sono tutte nulle.

Il circuito trasformato è:



Utilizzando il teorema di Thevenin nella parte sinistra e trasformando il generatore di corrente controllato in uno di tensione nella parte destra del circuito si ha:



$$V_R(s) = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_1(s)$$

$$I_1(s) = \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}}{\frac{3R}{2} + \frac{1}{Cs}}$$

$$V_R(s) = \frac{RCs+1}{\cancel{Cs}} \cdot \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}}{\frac{3RCs+2}{2\cancel{Cs}}} = \frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}\frac{RCs+1}{3RCs+1}$$

14/02/03 ②

$$I_2(s) = \frac{\alpha R V_R}{2R + Ls}$$

$$X(s) = R I_2(s) = \frac{\alpha R^2}{2R + Ls} \cdot \frac{E_0}{2T} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{RCs + 1}{3RCs + 2} =$$

$$= \frac{E_0 \alpha R^2}{2T} \frac{RCs + 1}{s^2 (Ls + 2R)(3RCs + 2)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T} \alpha R^2 \frac{\cancel{RC}}{L \cdot 3\cancel{RC}} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 \left(s + \frac{2R}{L}\right)\left(s + \frac{2}{3RC}\right)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T} \frac{\alpha R^2}{L} \frac{s + \frac{1}{RC}}{s^2 \left(s + \frac{2R}{L}\right)\left(s + \frac{2}{3RC}\right)} =$$

$$= 2 \cdot 10^9 \frac{s + 10^4}{s^2 (s + 2 \cdot 10^5)(s + 6{,}67 \cdot 10^3)} =$$

$$= k \frac{s + s_{z1}}{s^2 (s + s_{p1})(s + s_{p2})}$$

Per antitrasformare occorre scomporre in fratti semplici:

$$X(s) = k \left[\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s + s_{p1}} + \frac{D}{s + s_{p2}} \right]$$

$$A = \left. \frac{s + s_{z1}}{(s + s_{p1})(s + s_{p2})} \right|_{s=0} = 7.5 \cdot 10^{-6}$$

$$B = \left. \frac{d}{ds} \left[\frac{s + s_{z1}}{(s + s_{p1})(s + s_{p2})} \right] \right|_{s=0} =$$

$$= \left. \frac{(s + s_{p1})(s + s_{p2}) - (s + s_{z1})\left[(s + s_{p1}) + (s + s_{p2})\right]}{(s + s_{p1})^2 (s + s_{p2})^2} \right|_{s=0} = -4.125 \cdot 10^{-10}$$

14/02/03

3

$$C = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p1}} = 2.457\cdot 10^{-11}$$

$$D = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p2}} = 3.873\cdot 10^{-10}$$

$$x(t) = \left[7.5\cdot 10^{3}\, t - 0.4125 + 0.0246\cdot e^{-2\cdot 10^{5} t} + 0.3873\cdot e^{-6.667\cdot 10^{3} t}\right] u(t)$$

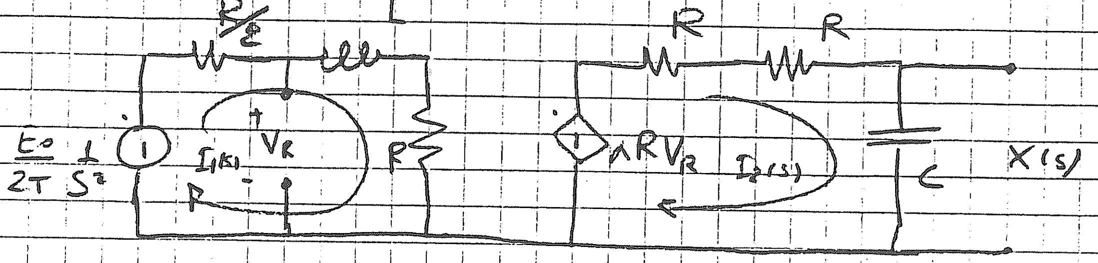
$$v_u(t) = x(t) - x(t-T) - x(t-2T) + x(t+3T).$$

4 7

Prova scritta del 19/02/03

Esercizio 1b

Con le stesse considerazioni preliminari relative all'esercizio 1a si ottiene il circuito trasformato:



$$I_1(s) = \frac{\frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}}{\frac{3}{2}R + Ls}$$

$$V_R(s) = (R+Ls)\,I_1(s) = \frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}\frac{R+Ls}{\frac{3}{2}R+Ls}$$

$$X(s) = \frac{1}{Cs} I_2(s) = \frac{1}{Cs}\frac{\alpha R V_R}{2R + \frac{1}{Cs}} =$$

$$= \frac{1}{\cancel{Cs}}\frac{\alpha R}{\frac{2RCs+1}{\cancel{Cs}}} V_R = \frac{\alpha R}{2RCs+1}\frac{E_0}{2T}\frac{1}{S^2}\frac{R+Ls}{\frac{3}{2}R+Ls} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\alpha R \frac{R+Ls}{s^2(2RCs+1)(Ls+\frac{3}{2}R)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\frac{\alpha \cancel{R}\cancel{L}}{2\cancel{R}C\cdot \cancel{L}}\frac{s+\frac{R}{L}}{s^2\left(s+\frac{1}{2RC}\right)\left(s+\frac{3}{2}\frac{R}{L}\right)} =$$

$$= \frac{E_0}{2T}\frac{\alpha}{2C}\frac{s+\frac{R}{L}}{s^2\left(s+\frac{1}{2RC}\right)\left(s+\frac{3}{2}\frac{R}{L}\right)} =$$

$$= K\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p1})(s+s_{p2})}$$

$K = 1\cdot 10^8$ $\quad s_{z1} = 1\cdot 10^5$

$s_{p1} = 5\cdot 10^3$ $\quad s_{p2} = 1.5\cdot 10^5$

per poter antitrasformare occorre scomporre in fratti semplici

$$X(s) = k\left[\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+s_{p1}} + \frac{D}{s+s_{p2}}\right]$$

15/02/03

5

$$A = \left.\frac{s+s_{z1}}{(s+s_{p1})(s+s_{p2})}\right|_{s=0} = 1.33\cdot 10^{-4}$$

$$B = \left.\frac{d}{ds}\left[\frac{s+s_{z1}}{(s+s_{p1})(s+s_{p2})}\right]\right|_{s=0} = -2.622\cdot 10^{-8}$$

$$C = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p2})}\right|_{s=-s_{p1}} = 2.6207\cdot 10^{-8}$$

$$D = \left.\frac{s+s_{z1}}{s^2(s+s_{p1})}\right|_{s=-s_{p2}} = 1.533\cdot 10^{-11}$$

$$x(t) = \left[1.33\cdot 10^{4}\, t - 2.6222 + 2.6207\, e^{-5\cdot 10^{3} t} + 1.5\cdot 10^{3}\, e^{-1.5\cdot 10^{5} t}\right] u(t)$$

$$v_u(t) = x(t) - x(t-T) - x(t-2T) + x(t-3T)$$

Prova scritta del 14/02/03; Esercizio 2a (6)

Nel circuito assegnato sono presenti: 7 nodi, 13 rami, 3 generatori ideali di corrente e 2 generatori ideali di tensione; un terzo generatore reale di tensione (E_1 con in serie la resistenza R_1) è presente nella rete.

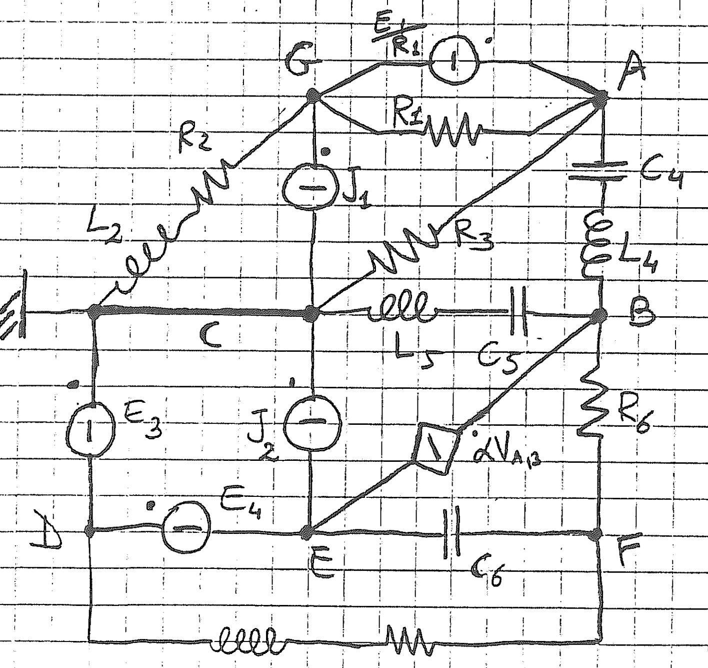
Il numero di equazioni alle maglie è

$$n_{maglie} = 13 - 7 + 1 - 3 = 4$$

Il numero di equazioni ai nodi (trasformando E_1 nel suo equivalente di corrente) è:

$$n_{nodi} = 7 - 1 - 2 = 4$$

Analizziamo il circuito con quest'ultimo metodo:



Assumendo il nodo C come riferimento per le tensioni si ha:

A) $$\frac{\dot{E}_1}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_4} + j\omega L_4}\right)\dot{V}_A - \frac{1}{j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}\dot{V}_B - \frac{1}{R_1}\dot{V}_G$$

B) $$\alpha \dot{V}_{AB} = -\frac{1}{j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}\dot{V}_A + \left(\frac{1}{j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{j\omega L_5 + \frac{1}{j\omega C_5}}\right)\dot{V}_B + - \frac{1}{R_6}\dot{V}_F$$

D) $$\dot{V}_D = -\dot{E}_3$$

E) $$\dot{V}_E = -\dot{E}_3 - \dot{E}_4$$

F) $$0 = -\frac{1}{R_6}\dot{V}_B - \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}\dot{V}_D - j\omega C_6 \dot{V}_E + + \left(\frac{1}{R_6} + j\omega C_6 + \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}\right)\dot{V}_F$$

G) $$\dot{J}_1 - \frac{\dot{E}_1}{R_1} = -\frac{1}{R_1}\dot{V}_A + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2}\right)\dot{V}_G$$

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_A - \dot{V}_B$$

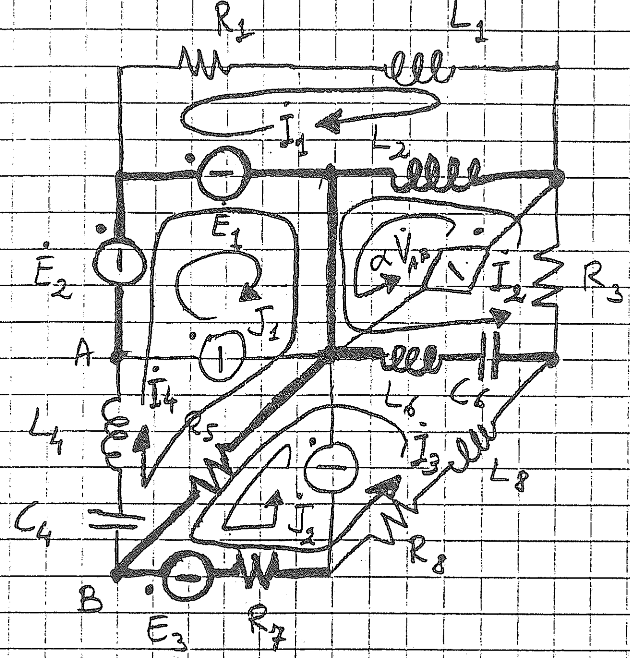
Prova scritta del 14/02/03

8

Esercizio 2b

Valgono le stesse considerazioni preliminari fatte per l'esercizio 2a.

Analizziamo il circuito con il metodo delle correnti di maglia.



Utilizzando l'albero evidenziato in figura si ha:

$$\dot E_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_2\right)\dot I_1 + j\omega L_2 \dot I_2 + j\omega L_2 \alpha \dot V_{AB}$$

$$0 = j\omega L_2 \dot I_1 + \left(R_3 + j\omega L_2 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot I_2 + \\ - \left(j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot I_3 + j\omega L_2 \alpha \dot V_{AB}$$

$$-\dot E_3 = -\left(j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot I_2 + \left(R_8 + j\omega L_8 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + R_5 + R_7\right)\dot I_3 + \\ + R_5 \dot I_4 + \left(R_5 + R_7\right)\dot J_2$$

$$E_2 + E_1 = R_5 \dot I_3 + \left(j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4} + R_5\right)\dot I_4 + R_5 \dot J_2$$

$$\dot V_{AB} = -\left(j\omega L_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)\dot I_4$$

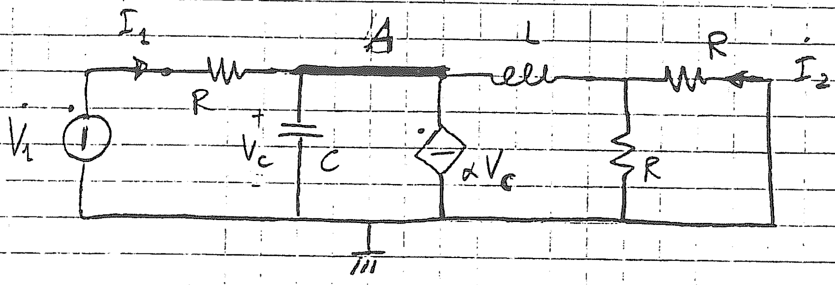
Prova scritta del 15/02/03

Esercizio 3 a

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$



La resistenza equivalente $\frac{R}{2}$ è in serie ad L

L'equazione al nodo A : ($\dot V_A = \dot V_c$) è:

$$\alpha \dot V_c = \dot V_c \left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L} \right) - \frac{1}{R} \dot V_1$$

$$\frac{1}{R} \dot V_1 = \dot V_c \left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{2}{R + j2\omega L} - \alpha \right)$$

$$\frac{1}{\cancel{R}} \dot V_1 = \dot V_c \frac{R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L) + 2R}{\cancel{R}(R + j2\omega L)}$$

$$\dot V_c = \dot V_1 \frac{R + j2\omega L}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

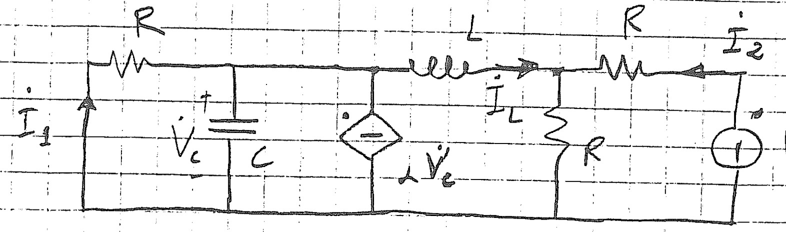
$$\dot I_1 = \frac{\dot V_1 - \dot V_c}{R} = \frac{1}{R}(\dot V_1 - \dot V_c) = \dot V_1 \frac{1}{R} \frac{(j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L) + 2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

$$\dot I_2 = -\frac{1}{2} \frac{V_c}{\frac{R}{2} + j\omega L} = -\frac{\dot V_1}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)}$$

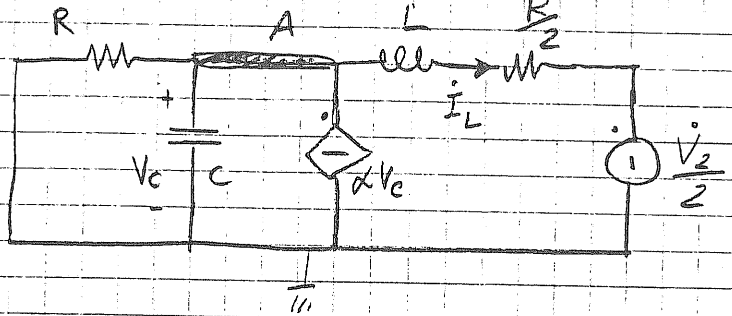
$\dot I_1 = (0.206 - j0.0001)\dot V_1$ $\qquad$ $\dot I_2 = (0.0012 - j0.0024)\dot V_1$

$\bar Y_{11} = 0.206 - j0.0001\ \mho$ $\qquad$ $\bar Y_{21} = 0.0012 - j0.0024\ \mho$

$\bar Y_{12} = \left.\dfrac{\dot I_1}{\dot V_2}\right|_{\dot V_1 = 0}$ $\qquad$ $\bar Y_{22} = \left.\dfrac{\dot I_2}{\dot V_2}\right|_{\dot V_1 = 0}$



Il circuito può essere riscritto come:



Equazione al nodo A $\quad (V_A = V_c)$

$$\alpha \dot V_c = \dot V_c\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L}\right) - \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L}\dot V_2$$

$$\dot V_2 \frac{2}{R + j2\omega L} = \dot V_c\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{2}{R + j2\omega L} - \alpha\right)$$

$$\dot V_2 \frac{2}{\cancel{R + j2\omega L}} = \dot V_c \frac{R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j2\omega L) + 2R}{R(\cancel{R + j2\omega L})}$$

$$\dot V_c = \dot V_2 \frac{2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j2\omega L)} = (-0.0115 + j0.024)\dot V_2$$

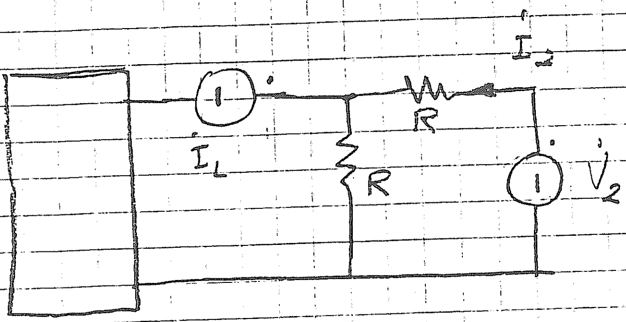
$$\dot I_1 = -\frac{\dot V_c}{R} = -\dot V_2 \frac{2}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha)R(R + j\omega L)} = (0.0023 + -j0.0048)\dot V_2$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_c - \dot{V}_2/2}{\frac{R}{2} + j\omega L} =$$

$$= \frac{1}{\frac{R}{2} + j\omega L} \dot{V}_2 \left(\frac{2R}{3R + j2\omega L + (j\omega C - \alpha) R (R + j2\omega L)} - \frac{1}{2} \right) =$$

$$= (-0.037 + j0.084) \dot{V}_2$$

Usando il principio di sostituzione al circuito originario si ha:



$$\dot{I}_2 = \frac{1}{2R} \dot{V}_2 - \frac{1}{2} \dot{I}_L = (0.118 - j0.042) \dot{V}_2$$

$$\bar{Y}_{12} = 0.0023 - j0.0048 \quad \mho$$

$$\bar{Y}_{22} = 0.118 - j0.042 \quad \mho$$

15

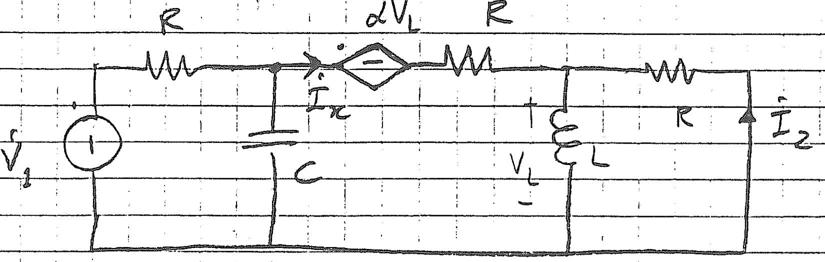
(12)

Prova scritta del 14/02/03

Esercizio 3b

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

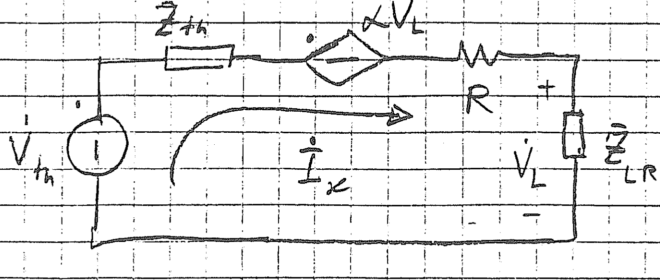


Usando il teorema di Thevenin in seguenza si ha.

$$\dot{V}_{th} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}\dot{V}_1 = \frac{1}{1+j\omega RC}\dot{V}_1 = (0.94 - j0.24)\dot{V}_1$$

$$\bar{Z}_{th} = \frac{R\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1+j\omega RC} = 4.7 - j1.18\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{RL} = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} = 0.96 + j0.19\ \Omega$$



$$\dot{V}_L = \bar{Z}_{LR}\dot{I}_1$$

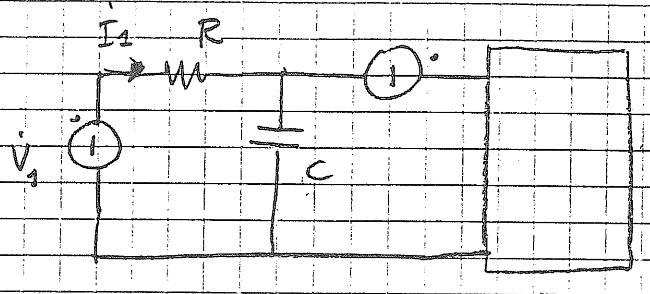
$$\dot{V}_{th} - \alpha \dot{V}_L = \left(\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} \right) \dot{I}_x$$

$$\dot{V}_{th} = \left(\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL} + \alpha \bar{Z}_{RL} \right) \dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{V}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R + \bar{Z}_{RL}(\alpha + 1)} = \left(0.054 - j0.0146 \right) \dot{V}_1$$

$$\dot{I}_2 = - \dot{I}_x \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = -(0.034 + j0.0196) \dot{V}_1$$

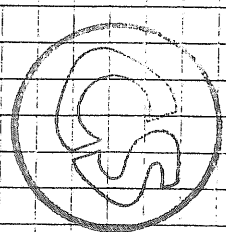
Per il calcolo di $\dot{I}_1$ si può utilizzare il principio di sostituzione



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \dot{I}_x \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \left(0.059 + j0.021 \right) \dot{V}_1$$

$$\bar{Y}_{11} = 0.059 + j0.021 \ \mho$$

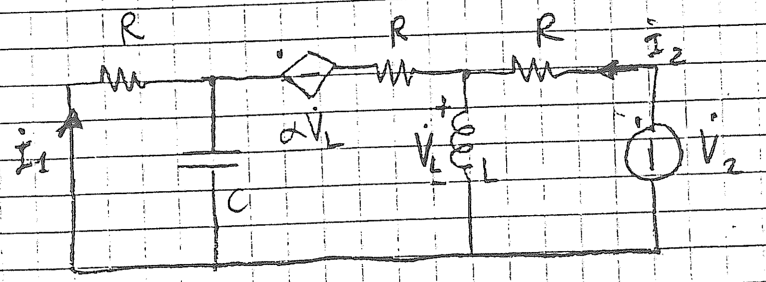
$$\bar{Y}_{21} = -(0.034 + j0.0196) \ \mho$$



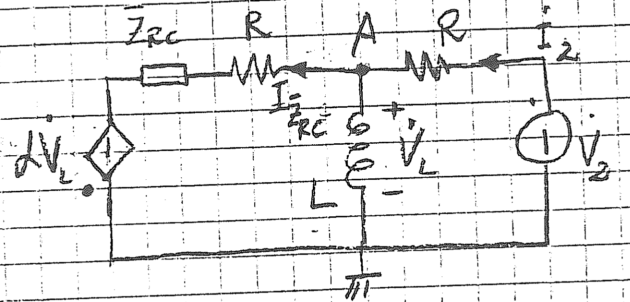
14/02/03

14

$$Y_{12} = \frac{\dot I_1}{\dot V_2}\Bigg|_{V_1=0} \qquad Y_{22} = \frac{\dot I_2}{\dot V_2}\Bigg|_{V_1=0}$$



Il circuito può essere ridisegnato, scambiando di posto $\alpha \dot V_L$ con l'impedenza equivalente del parallelo fra R e C, come:



$$\bar Z_{RC} = \frac{R}{1+j\omega RC} = 4.7 - j1.176\ \Omega$$

L'equazione al nodo A ($V_A = V_L$)

$$0 = \dot V_L\left(\frac{1}{\bar Z_{RC}+R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}\right) + \frac{1}{\bar Z_{RC}+R}\alpha \dot V_L - \frac{1}{R}\dot V_2$$

$$\frac{1}{R}\dot V_2 = \dot V_L\left(\frac{\alpha+1}{\bar Z_{RC}+R} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}\right)$$

$$\dot V_L = \dot V_2\,\frac{1}{\cancel{R}}\,\frac{j\omega L\cancel{R}(\bar Z_{RC}+R)}{(\alpha+1)j\omega LR + R(\bar Z_{RC}+R) + j\omega L(\bar Z_{RC}+R)} = (0.442 + j\,220)\dot V_2$$

$$\dot I_2 = \frac{\dot V_2 - \dot V_L}{R} = (0.112 - j\,0.044)\dot V_2$$

$$\dot I_{\bar Z_{RC}} = \frac{\dot V_2 + \alpha \dot V_L}{R + \bar Z_{RC}} = (0.338 + j\,0.222)\dot V_2$$

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_{\bar{Z}_{RC}} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = -\dot{I}_{\bar{Z}_{RC}} \frac{1}{1 + j\omega RC} =$$

$$= -(0.37 + j0.13)\dot{V}_2$$

$$\bar{Y}_{12} = -(0.37 + j\,0.13) \quad \mho$$

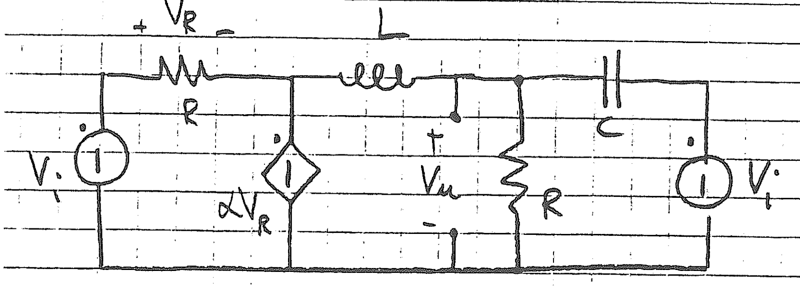
$$\bar{Y}_{22} = 0.112 - j\,0.044 \quad \mho$$

CS

Prova scritta del 14/02/03

Esercizio n°4

Il generatore V_i può essere sdoppiato.



Dalla maglia più a sinistra si ha:

$$V_R = V_i - \alpha V_R \qquad V_R = \frac{1}{1+\alpha} V_i$$

Il teorema di Millmann (analisi nodale) applicato alla parte destra consente di scrivere:

$$V_u = \frac{\frac{1}{Ls}\alpha V_R + sC V_i}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} + Cs} = \frac{\frac{1}{Ls}\frac{\alpha}{1+\alpha} + sC}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R} + Cs} V_i =$$

$$= \frac{\frac{\alpha + LC(1+\alpha)s^2}{(1+\alpha)\cancel{Ls}}}{\frac{R + Ls + LCRs^2}{R\cancel{Ls}}} V_i = \frac{R}{1+\alpha}\,\frac{LC(1+\alpha)s^2 + \alpha}{LCRs^2 + Ls + R} V_i$$

$$W(s) = \frac{V_u}{V_i} = \cancel{\frac{R}{1+\alpha}}\,\cancel{\frac{LC(1+\alpha)}{RLC}}\,\frac{s^2 + \frac{\alpha}{1+\alpha}\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

$$= \frac{s^2 + \frac{\alpha}{1+\alpha}\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{s^2 + 8.8889\cdot 10^6}{s^2 + 1000s + 10^7} =$$

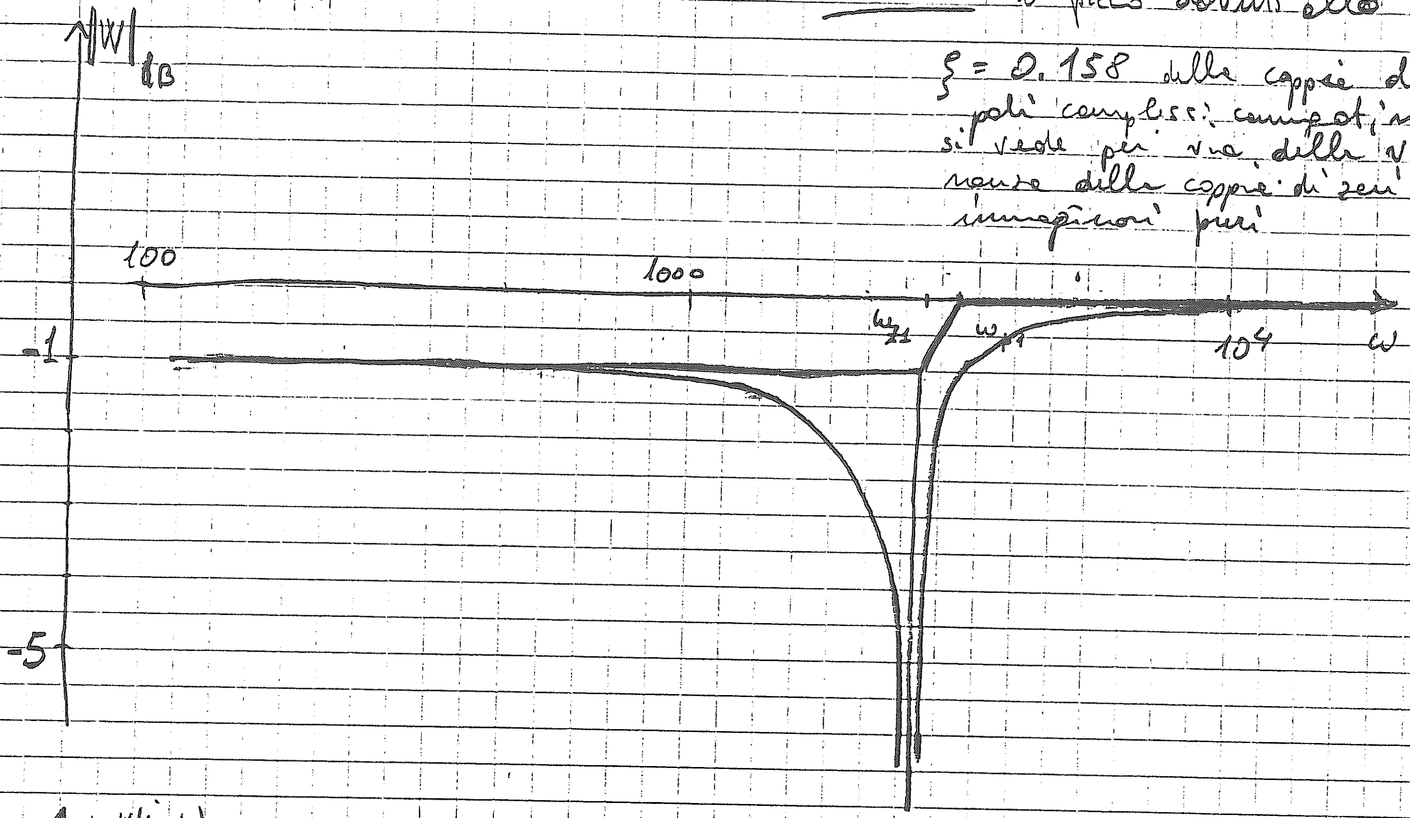
$$= \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + 2\xi_{p1}\omega_{p1}s + \omega_{p1}^2}$$

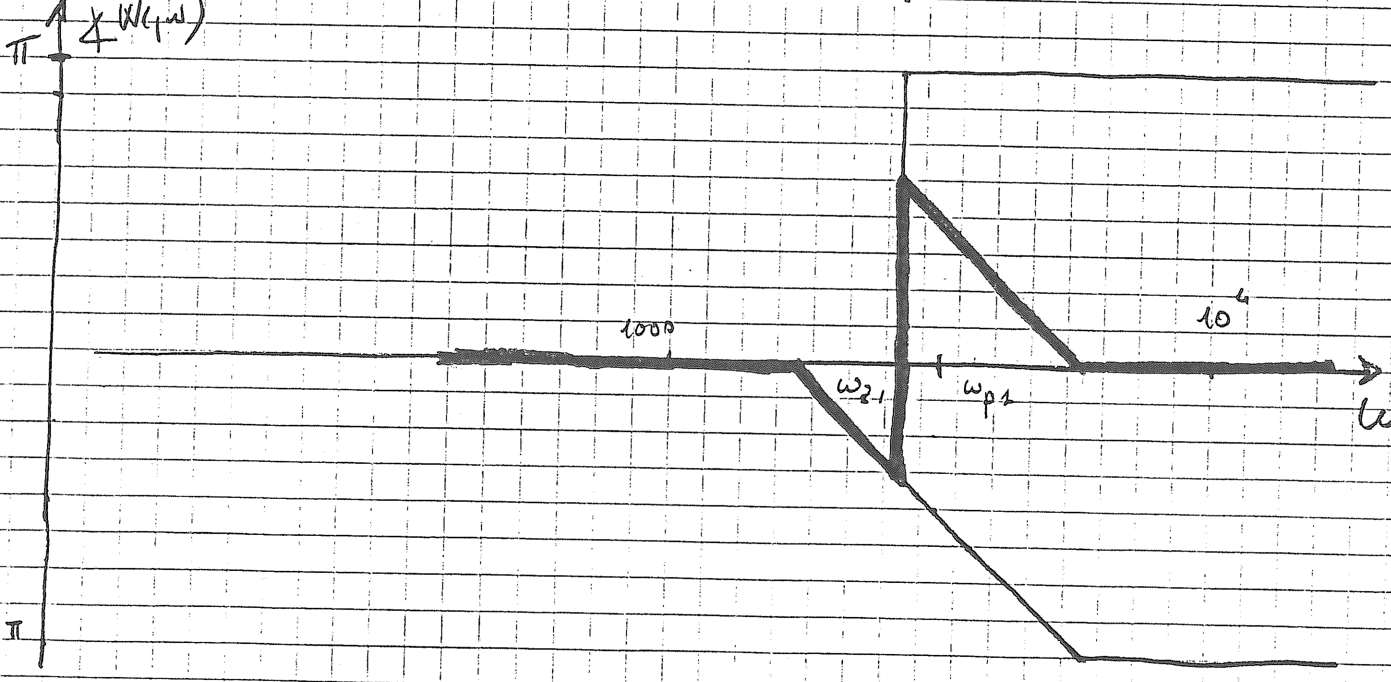
$\omega_{z1} = 2.98\cdot 10^3$

$\omega_{p1} = 3.162\cdot 10^3$

$\xi_{p1} = 0.158$

N.B. il picco dovuto allo $\xi = 0.158$ delle coppie di poli complessi coniugati non si vede per via della vicinanza della coppia di zeri immaginari puri





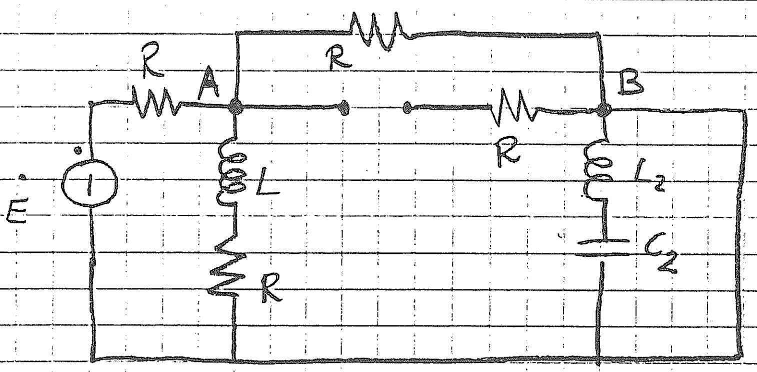
Prova scritta del 14/02/03 (18)

Esercizio 5

I generatori che sollecitano la rete hanno pulsazioni diverse. Si utilizza il principio di sovrapposizione degli effetti.

Agisce $e(t)$ (pulsazione 1000 rad/sec)

I gruppi $L_1 C_1$ serie e parallelo sono in risonanza comportandosi agli effetti esterni come un corto circuito e come un circuito aperto.



$$\dot{E} = 100\, e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{1000} = 0 \qquad \dot{V}_{C_2}^{1000} = 0$$

Per il calcolo di $\dot{I}_{L_1}^{1000}$ occorre calcolare $\dot{V}_{L_1}^{1000} = \dot{V}_{AB}^{1000}$.

Detta

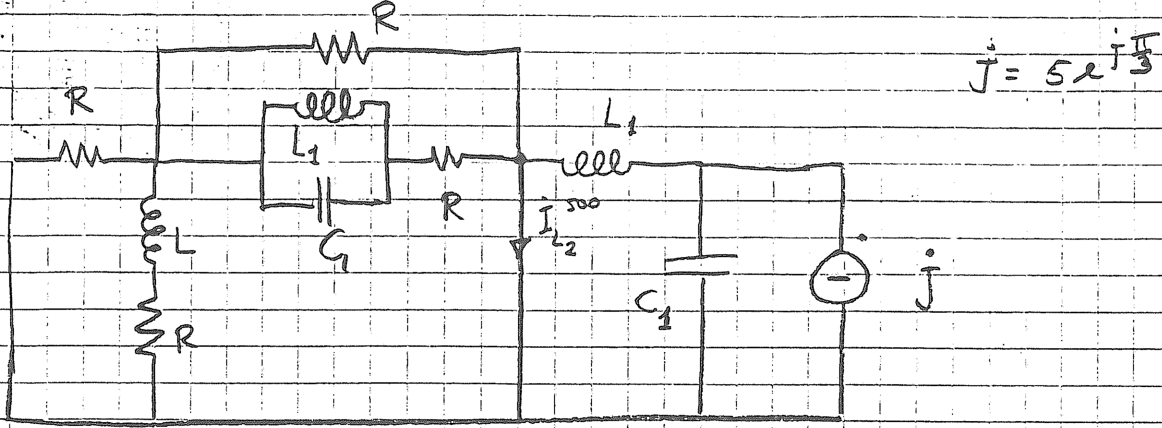
$$\bar{Z}_1 = \left.\frac{(R + j\omega L)R}{2R + j\omega L}\right|_{\omega = 1000} = 8.05 + j\,2.44 \ \Omega$$

$$\dot{V}_{AB}^{1000} = \dot{E}\,\frac{\bar{Z}_1}{R + \bar{Z}_1} = 27.04 + j\,37.44 \ V$$

$$\dot{I}_{L_1}^{1000} = \frac{\dot{V}_{L1}^{1000}}{j\omega L_1} = 3.74 - j\,2.70 \ A$$

14/02/03 19

Agisce $j(t)$ (pulsazione $\omega = 500$ rad/sec)



Il gruppo $L_2 C_2$ è in risonanza serie, comportandosi agli effetti esterni da corto circuito.

$$\dot{I}_{L_1}^{500} = 0$$

$$\dot{I}_{L_2}^{500} = \dot{J} \left. \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} \right|_{\omega=500} = 3.33 + j5.77 \text{ A}$$

$$i_{L_1}(t) = 4.62 \sin(1000t - 0.6255) \text{ A}$$

$$W_{L_2C_2} = 2 \cdot \left[\frac{1}{2} L_2 \left(\frac{I_{L_2}^{500}}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] = 0.444 \text{ J}$$

Essendo il gruppo L_2C_2 in risonanza (serie) la sua energia media può essere valutata moltiplicando per due quella immagazzinata in uno solo degli elementi reattivi.

Prova scritta del 14/02/03

20

Esercizio n° 6

Determinazione circuito equivalente del trasformatore

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 1.86 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$Y_m = \frac{V_{10}}{I_{10}} = 3.63 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 3.12 \cdot 10^{-3}\ \mho$$

$$\bar{Y}_m = G_m - j\, B_m$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = 141 + j\, 236.5\ \Omega$$

$$R_{cc} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = 0.35\ \Omega$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{1cc}} = 1.25\ \Omega$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = 1.2\ \Omega$$

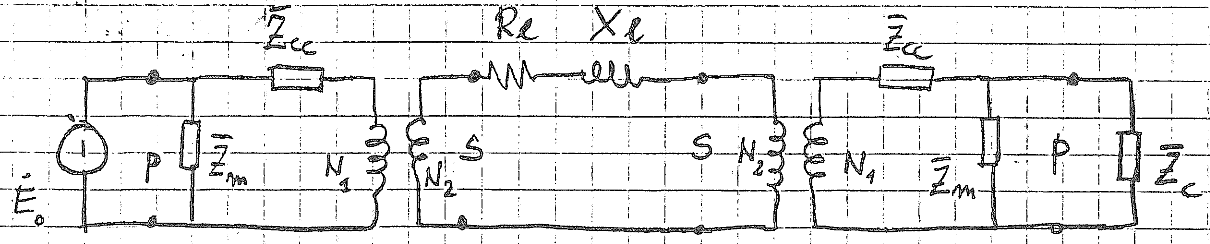
$$\bar{Z}_{cc} = 0.35 + j\, 1.2\ \Omega$$

Dal testo si vede che il trasformatore a destra (identico a quello a sinistra) è alimentato dal lato secondario, mentre il carico è collegato fra i morsetti del primario.

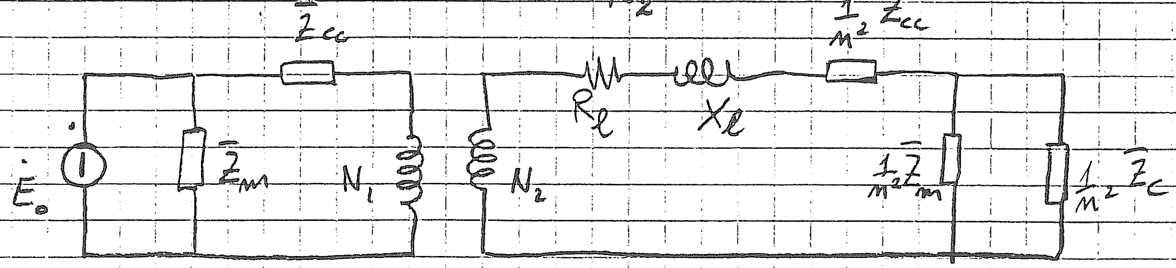
Nel testo gli avvolgimenti primari sono contrassegnati con "p"; quelli secondari con "s".

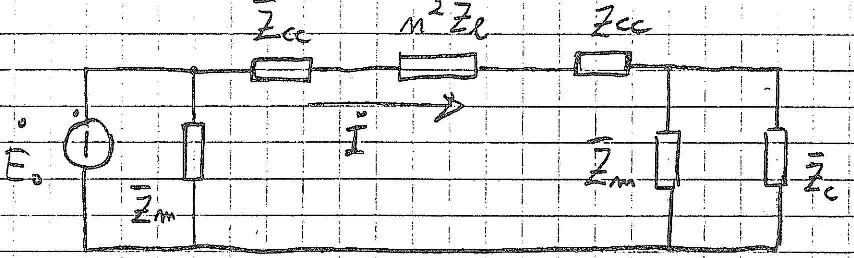
21

Il circuito equivalente del sistema è:



$\dot{E}_0 = 220 \cdot e^{j0}$ $\qquad n = \frac{N_1}{N_2}$





Le impedenze $\bar{Z}_m$ possono essere trascurate

$$\dot{I} \simeq \frac{\dot{E}_0}{2\bar{Z}_{cc} + n^2\bar{Z}_l + \bar{Z}_c} = \frac{\dot{E}_0}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_l) + j(2X_{cc} + X_c + n^2X_l)}$$

$$I^2 = \frac{E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_l)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_l)^2}$$

$$P_l = n^2R_l I^2 = \frac{n^2R_l E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_l)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_l)^2}$$

$$Q_l = n^2X_l I^2 = \frac{n^2X_l E_0^2}{(2R_{cc} + R_c + n^2R_l)^2 + (2X_{cc} + X_c + n^2X_l)^2}$$

Dall'esame delle relazioni scritte si vede che le potenze impegnate sulla linea possono essere ridotte scegliendo n opportunamente piccolo.

Scegliere $n < 1$ significa far funzionare il primo trasformatore come "elevatore" di tensione ed il secondo come "riduttore", ottenendo così una tensione sul carico $\bar{Z}_c$ approssimativamente uguale a E_0 ma con una riduzione delle correnti, e quindi delle perdite, sulla linea.

$$P_l = 0.048 \text{ W}$$

$$Q_l = 0.144 \text{ VAR}$$

Prova scritta di Elettrotecnica

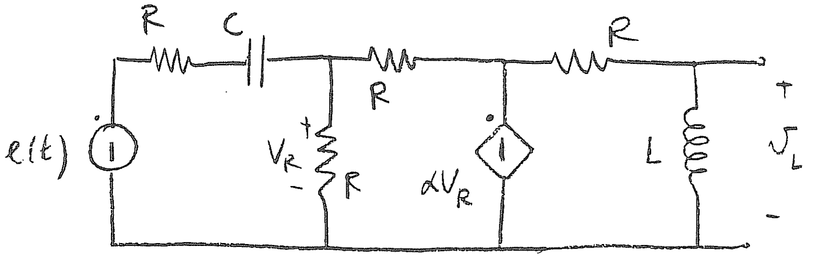
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

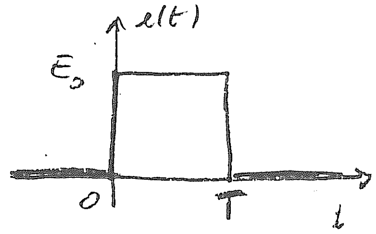
(12 cr.: 1,3,4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cred.: 2, 5, 6.)

Pisa 14/01/03

Allievo: ....

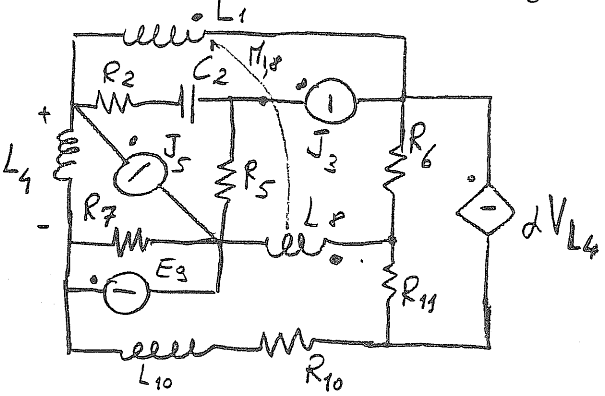
1)a Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti dell'induttore per t>0.



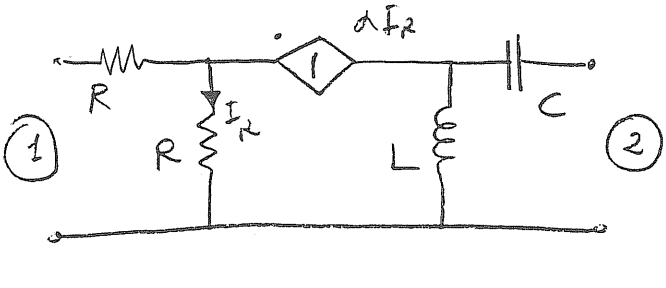


$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$, $C = 100\,\mu F$; $E_0 = 10V$; $T = 10\,ms$; $\alpha = 3$

2)a Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3)a Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri h. Determinare quindi limpedenza vista fra i terminali della porta uno quando la porta 2 è chiusa sul carico Z = 2+j3.



$R=10\,\Omega$; $L=10\,mH$; $C=500\,\mu F$ $\omega_0=1000$

$\alpha = 5$

2

Prova scritta di Elettrotecnica

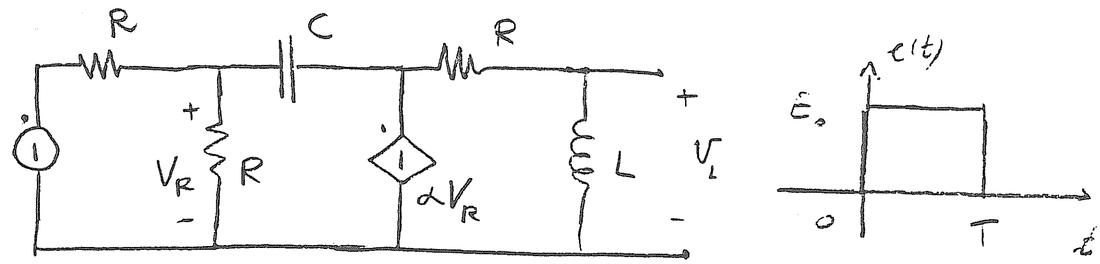
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1,3,4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cred.: 2, 5, 6.)

Pisa 14/01/03

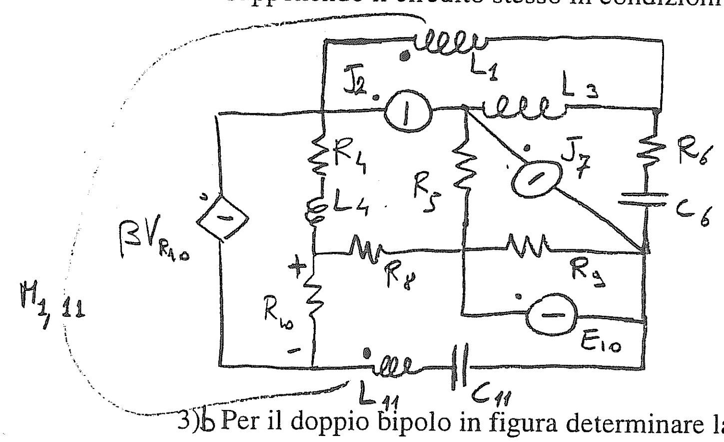
Allievo: ....

1)b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per $t<0$, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti dell'induttore per $t>0$.

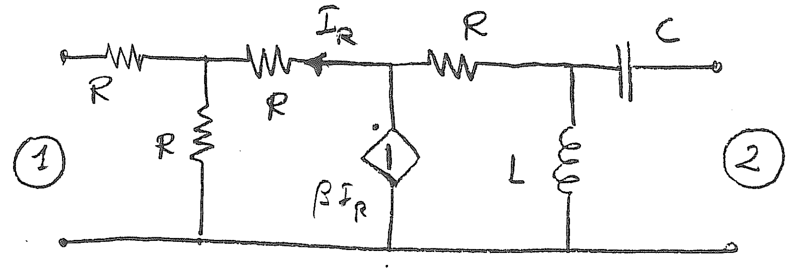


$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 100\,\mu F$; $E_0 = 10\,V$; $T = 10\,ms$; $\alpha = 3\,ms$

2)b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3)b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri h. Determinare quindi limpedenza vista fra i terminali della porta uno qua .o la porta 2 è chiusa sul carico $Z = 2+j3$.



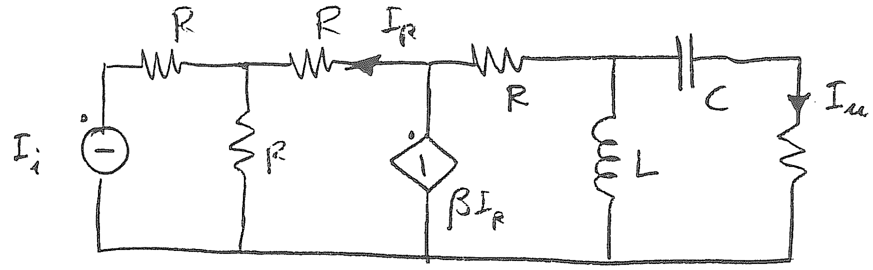
$R = 10\,\Omega$ $L = 10\,mH$ $C = 500\,\mu F$ $\omega_0 = 1000$

$\beta = 5$.

14/01/03

③

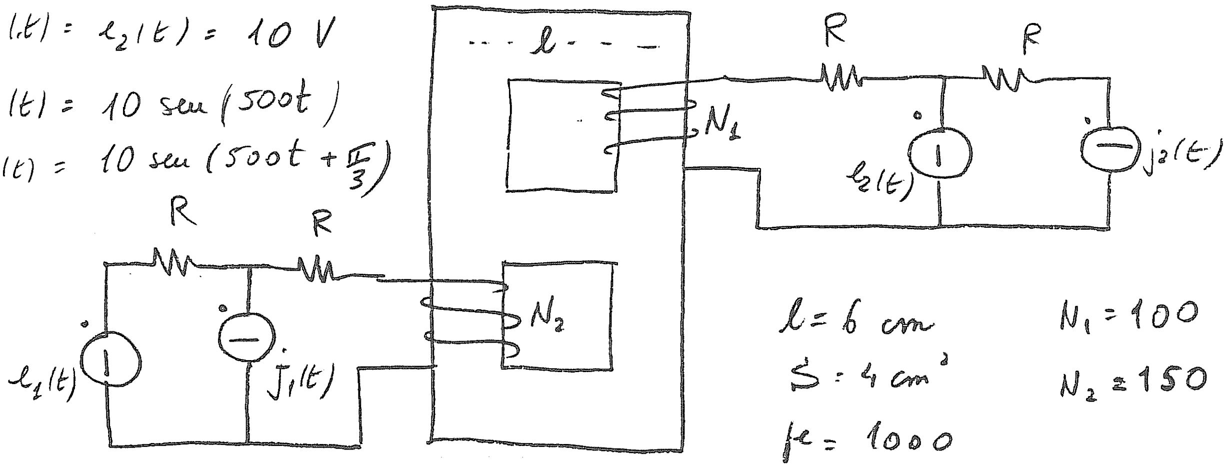
4) Determinare la funzione di trasferimento Iu/Ii per il seguente circuito.



$R = 10\,\Omega$; $L = 10\,mH$; $C = 500\,\mu F$; $\beta = 5$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effettto dei generatori inseriti. Determinare l'energia magnetica media immagazzinata nel nucleo magnetico.

$$\begin{cases} e_1(t) = e_2(t) = 10\ V \\ j_1(t) = 10 \operatorname{sen}(500t) \\ j_2(t) = 10 \operatorname{sen}\left(500t + \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$



$l = 6\ cm$ $N_1 = 100$

$S = 4\ cm^2$ $N_2 = 150$

$\mu = 1000$

$R = 10\,\Omega$

6) Una macchina asincrona trifase ha dato i seguenti risultati delle prove a rotore libero e a rotore bloccato :

Determinare il rendimento della macchina quando questa, alimentata alla tensione nominale (380 V) funziona con uno scorrimento pari a 0.5.

Prova a Rotore libero

$V_{10} = 380V$; $I_{10} = 5A$; $P_{10} = 515\ W$

Prova a rotore bloccato

$V_{1cc} = 20\ V$; $I_{1cc} = 8A$; $P_{1cc} = 270\ W$

$K = 0.25$ $(E_1 = K E_2)$ $R_{1s} = 0.7\,\Omega$; $X_{1s} = 0.2\,\Omega$

Prova scritta del 14/01/03

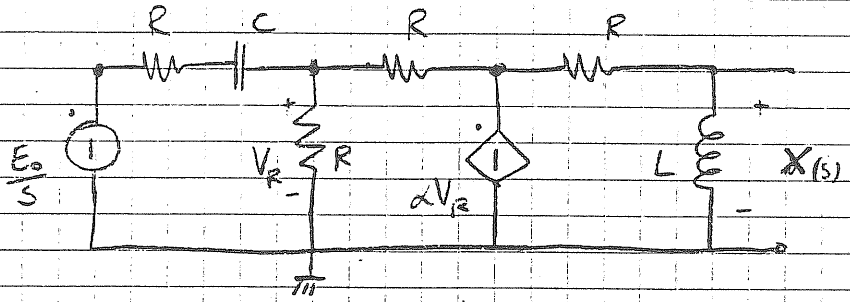
Esercizio 1a

Il circuito è inizialmente scarico e la sollecitazione può essere scritta come

$$e(t) = E_0 u(t) - E_0 u(t-T)$$

Essendo il circuito lineare e tempo invariante, detta $x(t)$ la risposta alla sollecitazione $E_0 u(t)$, la tensione richiesta può essere scritta come

$$v_L(t) = x(t) - x(t-T)$$



Conviene utilizzare l'analisi nodale.

$$0 = V_R\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R+\frac{1}{Cs}}\right) - \frac{E_0}{s}\,\frac{1}{R+\frac{1}{Cs}} - \alpha V_R \frac{1}{R}$$

$$\frac{E_0}{s}\,\frac{Cs}{RCs+1} = V_R\left(\frac{2-\alpha}{R} + \frac{Cs}{RCs+1}\right)$$

$$\frac{E_0}{\cancel{s}}\,\frac{C\cancel{s}}{\cancel{RCs+1}} = V_R\left(\frac{(2-\alpha)RCs + 2-\alpha + RCs}{R\,\cancel{(RCs+1)}}\right)$$

$$E_0 C = V_R\,\frac{(3-\alpha)RCs + 2-\alpha}{R}$$

$$V_R = \frac{R E_0 C}{(3-\alpha)RCs + 2-\alpha}$$

14/01/03

5

$$X(s) = \frac{\alpha V_R}{R + Ls} Ls = \frac{RCE_0 \, Ls}{\left[(3-\alpha)RCs + 2-\alpha\right](R+Ls)} =$$

$$= \frac{\cancel{RC}LE_0}{(3-\alpha)\cancel{RCL}} \frac{s}{\left(s + \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right)} =$$

$$= \frac{E_0}{3-\alpha} \frac{s}{\left(s + \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right)} =$$

$$x(t) = \frac{E_0}{3-\alpha} \frac{\frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC} e^{-\frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}t}}{\frac{R}{L} - \frac{2-\alpha}{(3-\alpha)RC}} u(t)$$

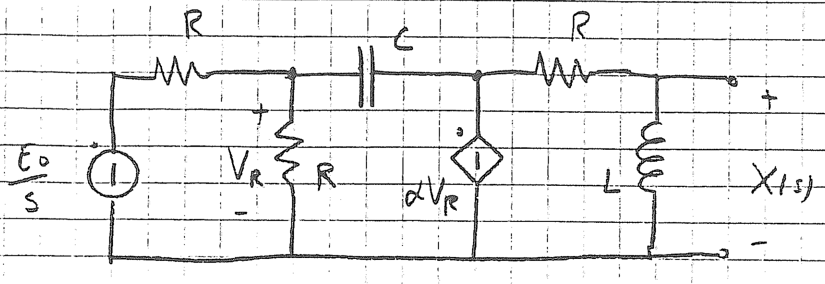
14/10/03

(6)

Esercizio 1b

Valgono le stesse considerazioni dell'esercizio 1a.

Il circuito da studiare è



$$0 = V_R\left(\frac{2}{R} + Cs\right) - \frac{E_0}{s}\frac{1}{R} - \alpha V_R Cs$$

$$\frac{E_0}{s}\frac{1}{R} = V_R\left(\frac{2}{R} + (1-\alpha)Cs\right)$$

$$V_R = \frac{E_0}{s\left[RC(1-\alpha)s + 2\right]}$$

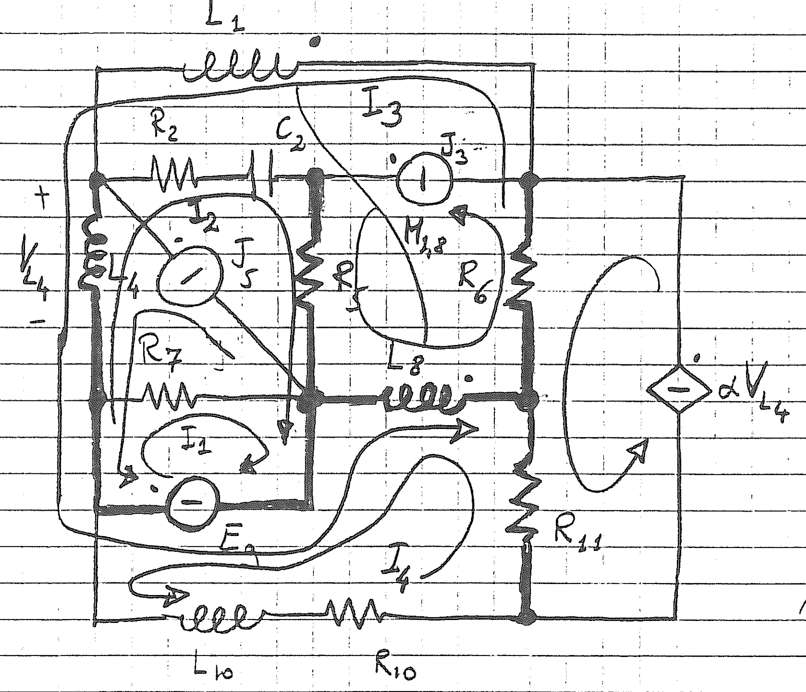
$$X(s) = \frac{\alpha V_R}{R + Ls} Ls = \frac{\alpha E_0 L}{(R+Ls)\left[RC(1-\alpha)s + 2\right]} =$$

$$= \frac{\alpha E_0 \cancel{L}}{\cancel{L}\, RC(1-\alpha)} \frac{1}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{2}{RC(1-\alpha)}\right)}$$

$$x(t) = \frac{\alpha E_0}{RC(1-\alpha)} \frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{2}{RC(1-\alpha)}t}}{\frac{2}{RC(1-\alpha)} - \frac{R}{L}} u(t)$$

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 2a



$n = 7$

$r = 13$

$n_{g.c} = 3$

$n_{eq} = r - n + 1 - n_{gc} = 4$

Con riferimento all'elenco indicato in figura si ha:

$$\dot E_g = R_7 \dot I_1$$

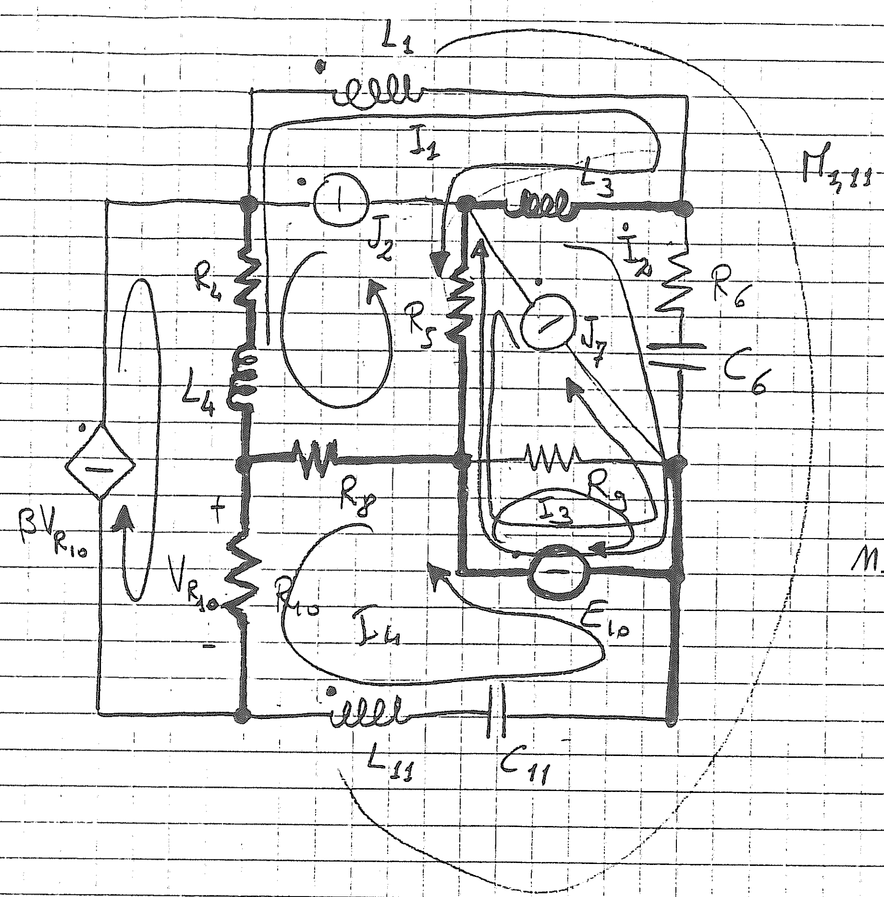
$$\dot E_g = \left(j\omega L_4 + R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_5\right)\dot I_2 - j\omega L_4 \dot I_3 - j\omega L_4 \dot J_5 + R_5 \dot J_3$$

$$-E_g = -j\omega L_4 \dot I_2 + \left(j\omega L_1 + j\omega L_4 + j\omega L_8 + R_6\right)\dot I_3 - 2j\omega M_{1,8}\dot I_3$$
$$- j\omega L_8 \dot I_4 + j\omega M_{1,8} \dot I_4 + j\omega L_4 \dot J_5 + \left(j\omega L_8 + R_6\right)\dot J_3$$
$$- j\omega M_{1,8} \dot J_3 - R_6 \alpha V_{L_4}$$

$$E_g = -j\omega L_8 \dot I_3 + j\omega M_{1,8} \dot I_3 + \left(R_{10} + j\omega L_{10} + j\omega L_8\right)\dot I_4$$
$$- j\omega L_8 \dot J_3 - R_{11}\alpha \dot V_{L_4}$$

$$\dot V_{L_4} = j\omega L_4 \left(\dot J_5 - \dot I_2 + \dot I_3\right)$$

Esercizio 2b



$n = 7$

$r = 13$

$n_{g.c.} = 3$

$n_{eq} = r - n + 1 - n_{gc} = 4$

$$0 = \left(j\omega L_1 + j\omega L_3 + R_5 + R_8 + j\omega L_4 + R_4\right)\dot{I}_1 - \left(R_5 + j\omega L_3\right)\dot{I}_2 + R_8 \dot{I}_4 + j\omega M_{1,11} \dot{I}_4 - \left(R_4 + j\omega L_4\right)\dot{J}_2 + R_5 \dot{J}_7 - \left(R_4 + j\omega L_4\right)\beta V_{R_{10}}$$

$$\dot{E}_{10} = -\left(R_5 + j\omega L_3\right)\dot{I}_1 + \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + R_5 + j\omega L_3\right)\dot{I}_2 + R_5 \dot{J}_2 - R_5 \dot{J}_7$$

$$\dot{E}_{10} = R_9 \dot{I}_3$$

$$\dot{E}_{10} = R_8 \dot{I}_1 + j\omega M_{1,11} \dot{I}_1 + \left(j\omega L_{11} + \frac{1}{j\omega C_{11}} + R_{10} + R_8\right)\dot{I}_4 - R_8 \dot{J}_5 + + R_{10} \beta V_{R_{10}}$$

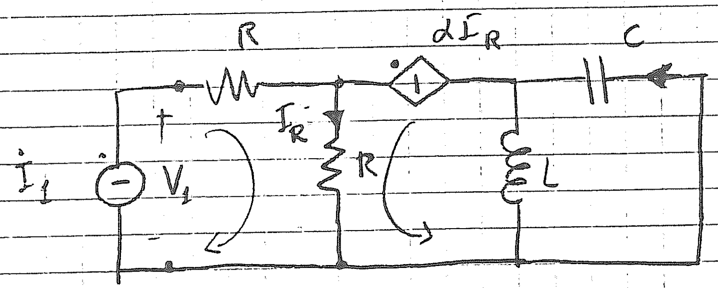
$$\dot{V}_{R_{10}} = R_{10}\left(\dot{I}_4 + \beta \dot{V}_{R_{10}}\right)$$

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 3 a

$$\dot V_1 = h_{11} \dot I_1 + h_{12} \dot V_2$$

$$\dot I_2 = h_{21} \dot I_1 + h_{22} \dot V_2$$



$$\dot I_R = \dot I_1 + \alpha \dot I_R$$

$$\dot I_R = \frac{\dot I_1}{1-\alpha}$$

$$\dot V_1 = 2R\dot I_1 + R\alpha \dot I_R = $$
$$= 2R\dot I_1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} R \dot I_1$$

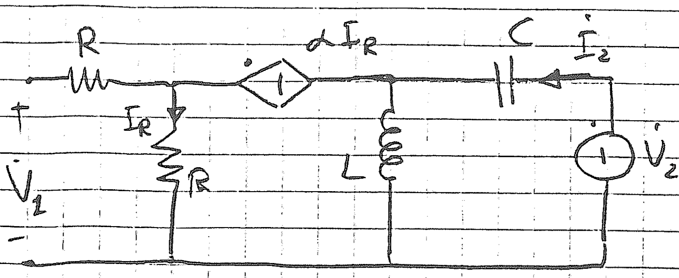
$$h_{11} = \left.\frac{\dot V_1}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = R\left(2 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) = 7.5\ \Omega$$

$$\dot I_2 = \alpha \dot I_R \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \dot I_1 \frac{1}{1-\alpha} \frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1}$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot I_2}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = \frac{1}{1-\alpha} \frac{\omega^2 LC}{\omega^2 LC - 1} = -0.3125$$

14/01/03.

10



$$\dot{I}_R = \alpha \dot{I}_R \Rightarrow \dot{I}_R = 0$$

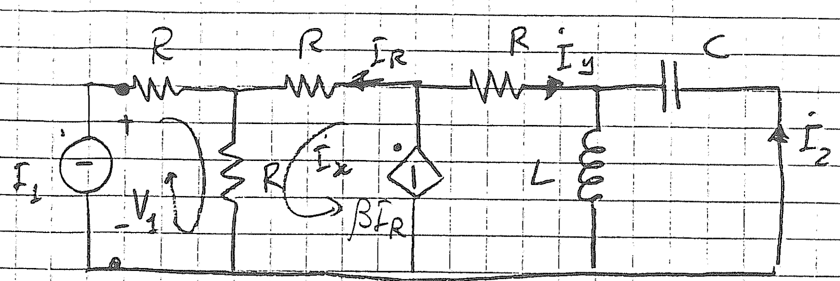
$$h_{12} = 0$$

$$\frac{1}{h_{22}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j8\,\Omega \Rightarrow h_{22} = -j\,0.125\ \Omega^{-1}$$

Essendo $h_{12} = 0$ si conclude subito che, qualunque sia il valore dell'impedenza collegata fra i morsetti della porta 2 il valore dell'impedenza vista dalla porta 1 è

$$Z_v = h_{11}$$

Esercizio 3b



$$\dot I_R = \dot I_x$$

$$\beta \dot I_x = 2R\dot I_x + R\dot I_1$$

$$\dot I_x = \frac{R}{\beta - 2R}\dot I_1$$

$$\dot I_y = \frac{\beta \dot I_x}{R + \dfrac{\frac{1}{j\omega C}\, j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\,\frac{\dot I_1}{R + \dfrac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}$$

$$\dot I_2 = -\dot I_y \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\,\frac{\dot I_1}{\dfrac{R - \omega^2 RLC + j\omega L}{\cancel{1-\omega^2 LC}}}\,\frac{\omega^2 LC}{\cancel{1-\omega^2 LC}} =$$

$$= \frac{\beta R}{\beta - 2R}\,\frac{\omega^2 LC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L}\,\dot I_1$$

$$\dot V_1 = 2R\dot I_1 + R\dot I_x =$$

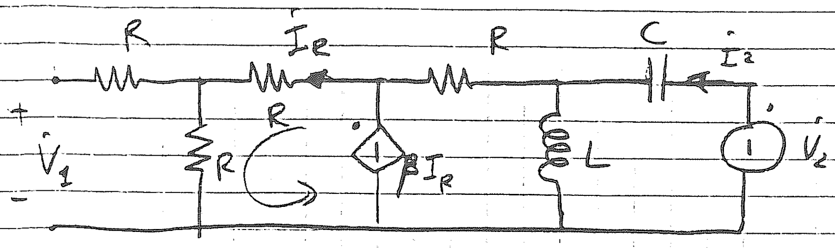
$$= \left(2R + \frac{R^2}{\beta - 2R}\right)\dot I_1$$

$$h_{11} = \left.\frac{\dot V_1}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = 2R + \frac{R^2}{\beta - 2R} = 13.33\ \Omega$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot I_2}{\dot I_1}\right|_{\dot V_2 = 0} = \frac{\beta R}{\beta - 2R}\,\frac{\omega^2 LC}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} = 0.392 + j0.098$$

14/01/03

(12)



$\beta I_R = 2R I_R \Rightarrow I_R = 0$

$\dot{V}_1 = 0$

$h_{12} = \emptyset$

$\frac{1}{h_{22}} = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} = 5 + j4.5\ \Omega \qquad h_{22} = 0.1105 - j0.0994\ \Omega^{-1}$

Essendo $h_{12} = 0$ si ha

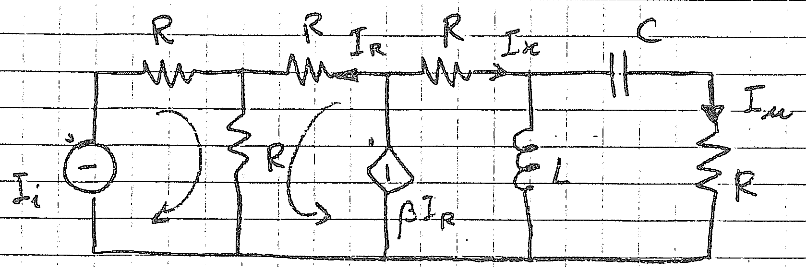
$\bar{Z}_V = h_{11}$

qualunque sia l'impedenza collegata fra i morsetti della porta 2.

Prove scritte del 14/01/03

(13)

Esercizio 4



$$\beta I_R = 2R I_R + R I_i$$

$$I_R = \frac{R I_i}{\beta - 2R}$$

$$I_x = \frac{\beta I_R}{R + \frac{sL\left(R + \frac{1}{Cs}\right)}{sL + R + \frac{1}{Cs}}} =$$

$$= I_i \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{1}{R + \frac{sL(RCs+1)}{LCs^2 + RCs + 1}} = \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{I_i(LCs^2 + RCs + 1)}{RLCs^2 + R^2Cs + R + RLCs^2 + Ls}$$

$$I_u = I_x \frac{sL}{sL + R + \frac{1}{Cs}} = I_x \frac{LCs^2}{LCs^2 + RCs + 1} =$$

$$= \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{\cancel{LCs^2 + RCs + 1}}{2RLCs^2 + R^2Cs + R + Ls} \cdot \frac{LCs^2}{\cancel{LCs^2 + RCs + 1}}$$

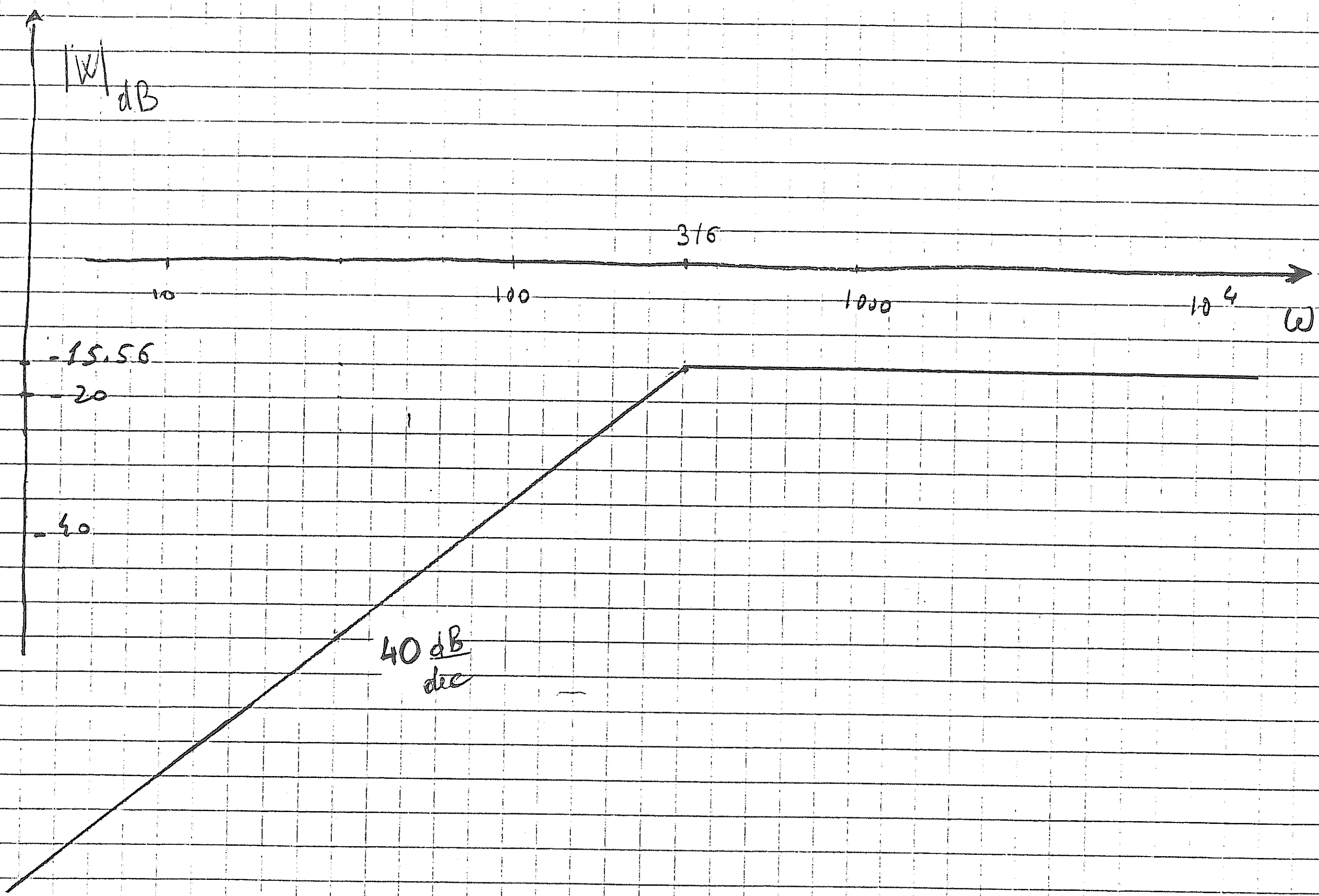
$$W(s) = \frac{I_u}{I_i} = \frac{\beta R}{\beta - 2R} \frac{LCs^2}{2RLCs^2 + R^2Cs + Ls + R} =$$

$$= \frac{\beta \cancel{R}}{\beta - 2R} \frac{\cancel{LC}}{2\cancel{RLC}} \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{R}{2L} + \frac{1}{2RC}\right)s + \frac{1}{2LC}}$$

$$W(s) = \frac{\beta}{2(\beta - 2R)} \frac{s^2}{s^2 + \left(\frac{R}{2L} + \frac{1}{2RC}\right)s + \frac{1}{2LC}} =$$

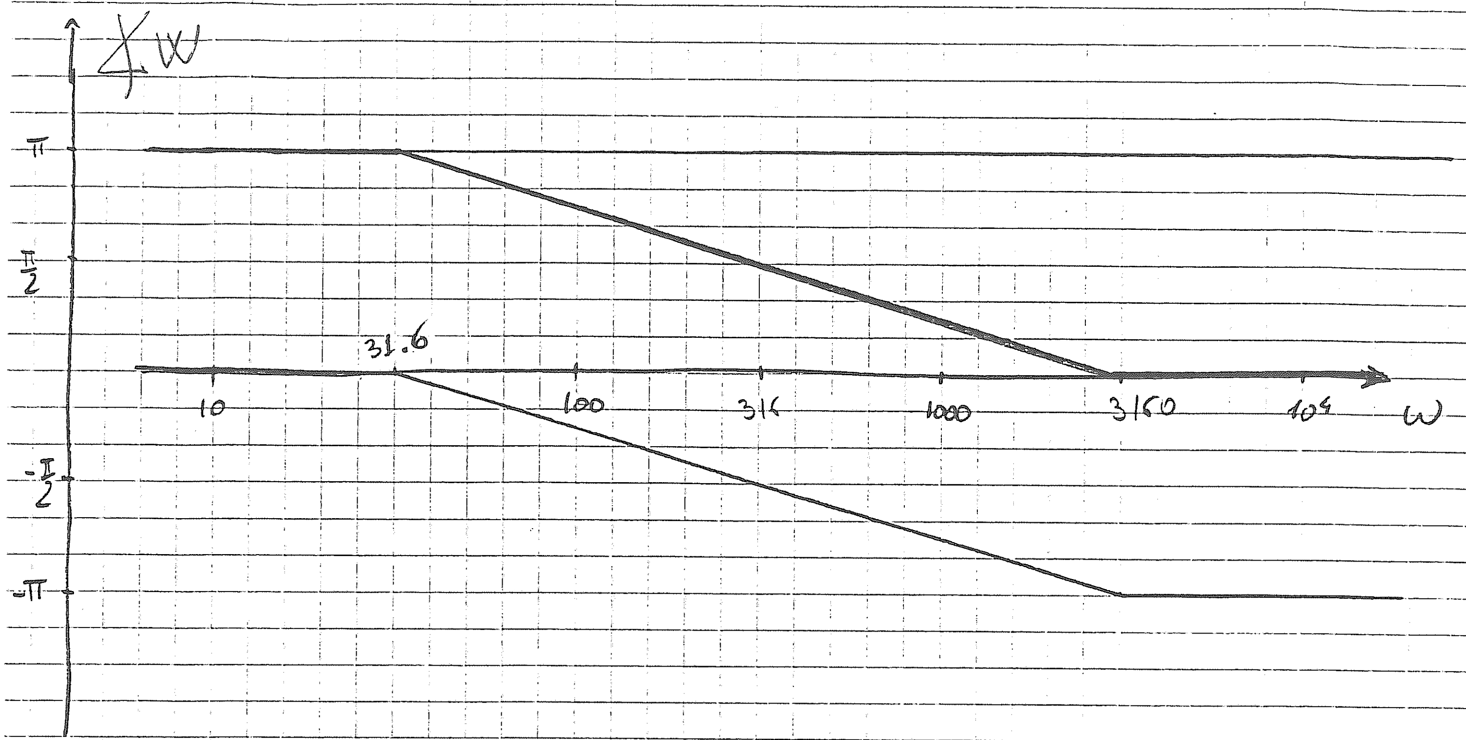
$$= -0.1667 \frac{s^2}{s^2 + 600s + 10^5} =$$

$$= -0.1667 \frac{s^2}{(s+300+j100)(s+300-j100)}$$



14/01/03

15

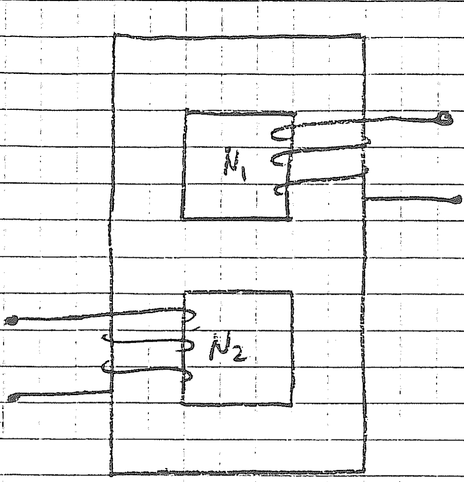


Prova scritta del 19/01/03

16

Esercizio 5

Risoluzione circuito magnetico



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$$

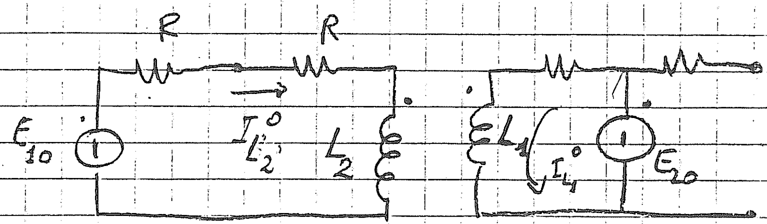
$$\mathcal{R}_{V_1} = \mathcal{R}_{V_2} = 3\mathcal{R} + \frac{3}{4}\mathcal{R} = \frac{15}{4}\mathcal{R}$$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{V_1}} = 22.3 \text{ mH} \qquad L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{V_2}} = 50.3 \text{ mH}$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}_{V_1}} \frac{1}{4} = 8.4 \text{ mH}$$

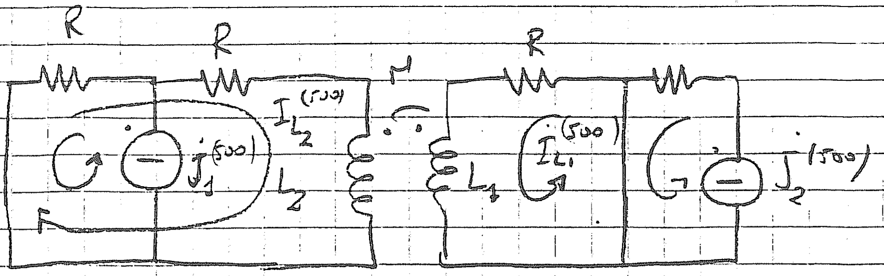
Sovrapposizione degli effetti

Agiscono le componenti continue.



$$I^0_{L_2} = \frac{E_{10}}{2R} = 0.5 A \qquad I^0_{L_1} = \frac{E_{20}}{R} = 1 A$$

14/01/03 (17)



$\dot{J}_1^{(500)} = 10\, e^{j0}$

$\dot{J}_2^{(500)} = 10\, e^{j\frac{\pi}{3}}$

$$0 = (2R + j\omega L_2)\dot{I}_{L_2}^{(500)} - \dot{J}_1^{(500)} R + j\omega M \dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$0 = (R + j\omega L_1)\dot{I}_{L_1}^{(500)} - j\omega M \dot{I}_{L_2}^{(500)}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(500)} = -\frac{R + j\omega L_1}{j\omega M}\dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$\dot{J}_1^{(500)} R = -\frac{R + j\omega L_1}{j\omega M}(2R + j\omega L_2)\dot{I}_{L_1}^{(500)} + j\omega M \dot{I}_{L_1}^{(500)}$$

$$\dot{I}_{L_1}^{(500)} = -\frac{j\omega M R \dot{J}_1^{(500)}}{(R + j\omega L_1)(2R + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = -0.867 + j0.115 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(500)} = \frac{(R + j\omega L_1) R \dot{J}_1^{(500)}}{(R + j\omega L_1)(2R + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = 2.0365 - j2.376$$

$$W_m = \frac{1}{2}L_1 (I_{L_1}^0)^2 + \frac{1}{2}L_2 (I_{L_2}^0)^2 + M I_{L_1}^{(0)} \cdot I_{L_2}^{(0)} +$$

$$\frac{1}{2}L_1 \frac{(I_{L_1}^{(500)})^2}{2} + \frac{1}{2}L_2 \frac{(I_{L_2}^{500})^2}{2} + M \frac{I_{L_1}^{(500)}}{\sqrt{2}} \frac{I_{L_2}^{(500)}}{\sqrt{2}} \cos(\varphi_{I_{L_1}} - \varphi_{I_{L_2}}) =$$

$$= 0.1405 \text{ J}$$

18

Prova scritta del 14/01/03

Esercizio 6

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 0.0036\ \Omega^{-1}$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\ I_{10}}{V_{10}} = 0.0228\ \Omega^{-1}$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 0.0225\ \Omega^{-1}$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = \frac{1}{G_m - jB_m} = 6.87 + j43.34\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\ V_{1cc}\ I_{1cc}} = 0.9743$$

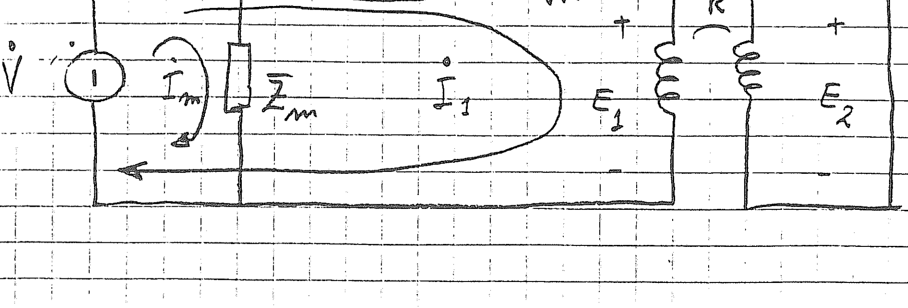
$$\bar{Z}_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\ I_{1cc}}\left(\cos\varphi_{cc} + j\ \mathrm{sen}\varphi_{cc}\right) = 1.406 + j\,0.325\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_{cc} - R_{1s}}{k^2} = 11.3\ \Omega$$

$$X_2 = \frac{X_{cc} - X_{1s}}{k^2} = 2.004\ \Omega$$

$$R_c = R_2\,\frac{1-s}{s} = 11.3\ \Omega$$

Il circuito equivalente monofase (connessione a stella) della macchina è quindi (tutto è riportato al primario):



14/01/03

19

$\dot{E}_2 = 0$ (corto circuito)

quindi

$\dot{E}_1 = 0$

$$\dot{V} = \frac{380}{\sqrt{3}} e^{j0}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}}{\bar{Z}_{cc} + k^2 R_c} = 101.45 - j15.62 \text{ A}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{fe} + P_{cu}}$$

$P_{fe} = 3 G_m V^2 = 515 \text{ W}$

$P_{cu} = 3 R_{cc} I_1^2 = 44.41 \text{ kW}$

$P_u = 3 k^2 R_c I_1^2 = 22.32 \text{ kW}$

$\eta = 33.18\%$

(1)

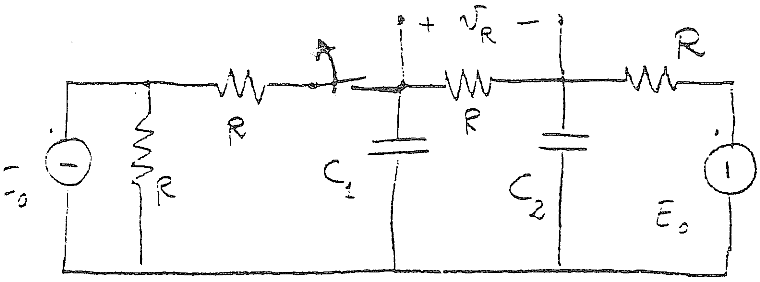
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 03/02/03 Allievo: ....

1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per $t<0$, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti del resistore a seguito dell'apertura del tasto che avviene all'istante $t=0$.



$I_0 = 1\,A$

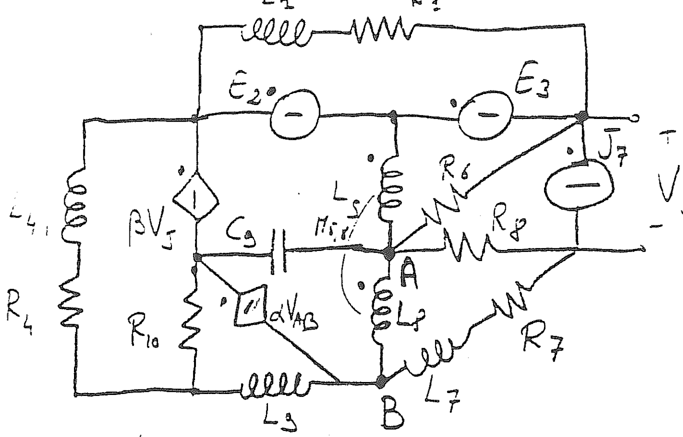
$E_0 = 5\,V$

$R = 10\,\Omega$

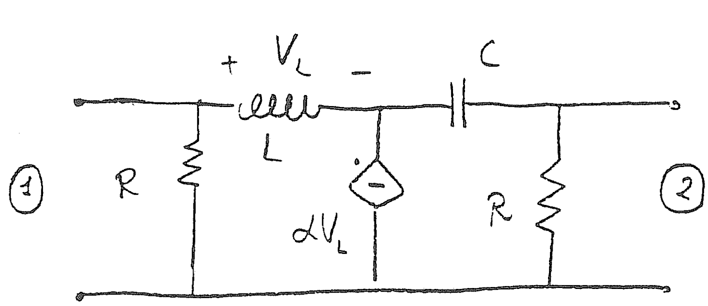
$C = 100\,\mu F$

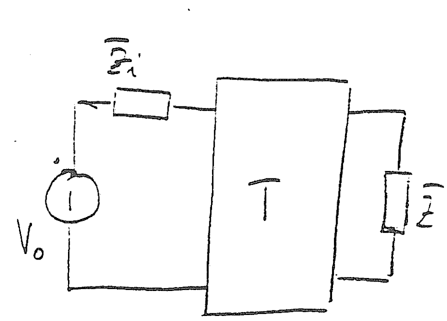
$C_1 = C_2 = C$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri di tasmissione. Determinare quindi la potenza attiva e quella reattiva erogate dal generatore di tensione quando la porta 2 è chiusa sul carico $Z = 2+j3$.





$\alpha = 3 \quad R = 7\,\Omega \quad L = 100\,\mu H \quad \omega = 1000\ rad/sec$

$C = 1\,mF \quad ; \quad V_0 = 50\,V \quad \bar{Z}_i = 2 + j1$

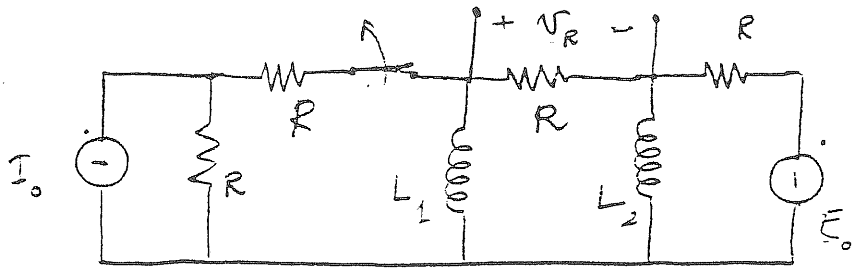
Prova scritta di Elettrotecnica

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 8 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 03/02/03 Allievo: ....

1) b Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per $t<0$, determinare l'andamento temporale della tensione ai morsetti del resistore a seguito dell'apertura del tasto che avviene all'istante $t=0$.



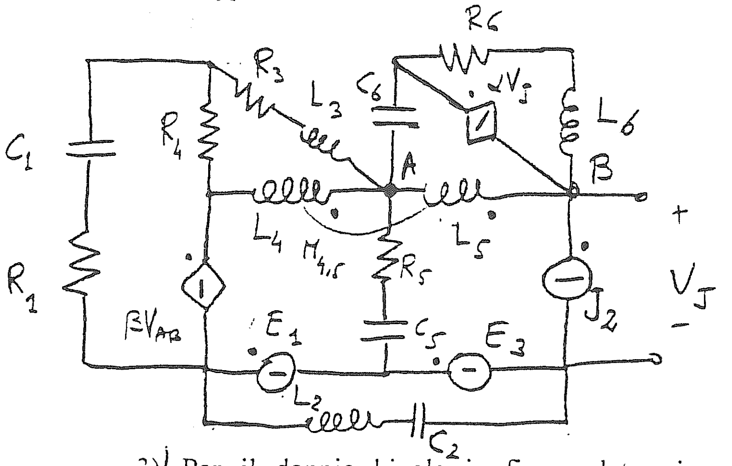
$I_0 = 1\,A$

$E_0 = 5V$

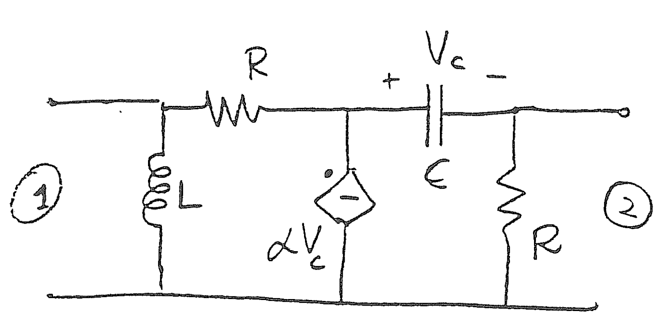
$R = 10\,\Omega$

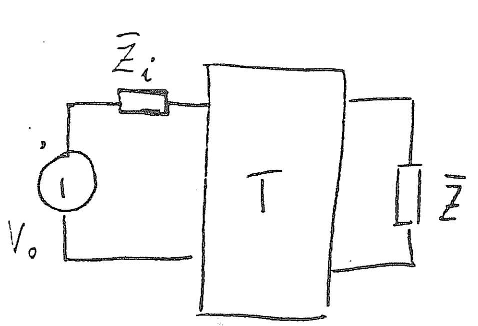
$L = 100\,\mu H$, $L_1 = L_2 = L$

2) b Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) b Per il doppio bipolo in figura determinare la matrice dei parametri di tasmissione. Determinare quindi la potenza attiva e quella reattiva erogate dal generatore di tensione quando la porta 2 è chiusa sul carico $Z = 2+j3$.

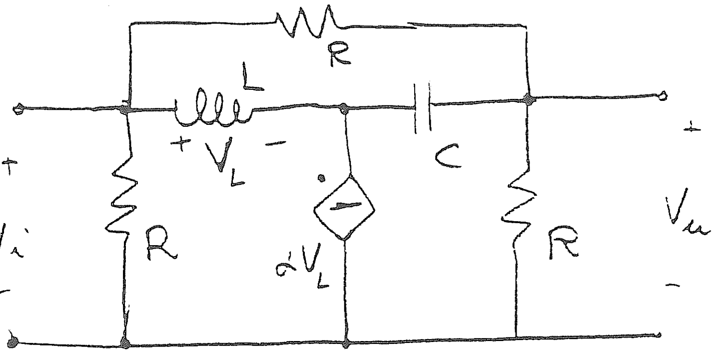




$\alpha = 3$ $R = 8$ $L = 100\,\mu H$ $\omega = 1000\ rad/sec$

$C = 1\,mF$ $V_0 = 50$ $\bar{Z}_i = 1+j3$

4) Determinare la funzione di trasferimento Vu/Vi per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



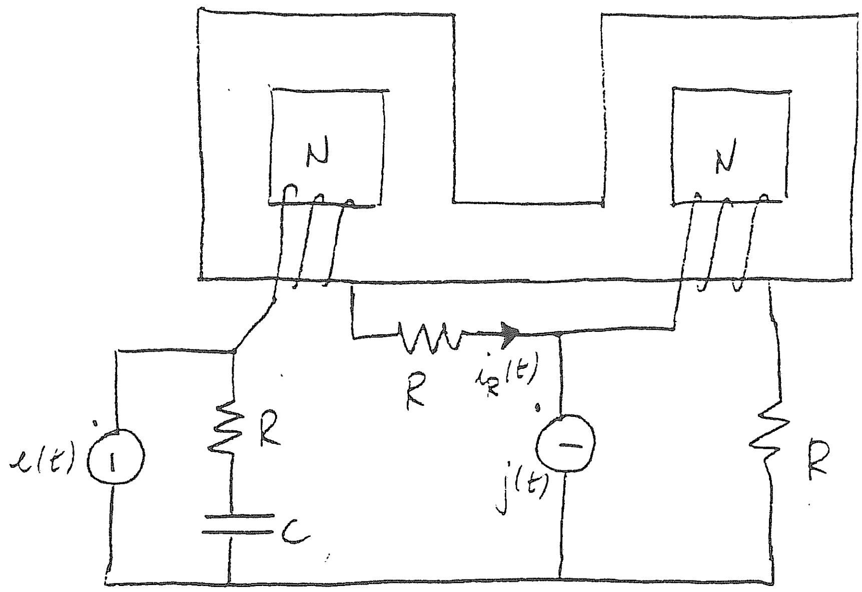
$R = 10\ \Omega$

$L = 100\ \mu H$

$C = 1\ mF$

$\alpha = 3$

5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effetto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della corrente $i_R(t)$ e l'energia magnetica media immagazzinata nel nucleo magnetico.



$l = 9\ cm$; $N = 100$

$S = 4\ cm^2$

$\mu_r = 1000$

$R = 10\ \Omega$; $C = 100\ \mu F$

$e(t) = 100 \operatorname{sen} 500t$

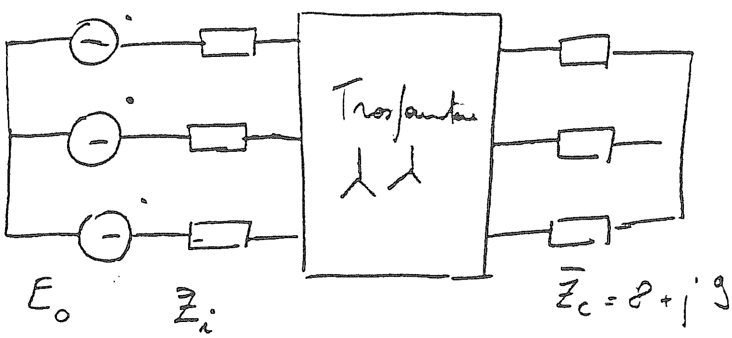
$j(t) = 2 \operatorname{sen} 1000t + 3 \operatorname{sen}\left(1500t + \frac{\pi}{3}\right)$

6) Un trasformatore trifase ha dato i seguenti risultati delle prove a vuoto e in corto circuito.
Determinare la potenza attiva e quella reattiva sul carico trifase (Zc = 8+j9) collegato al secondario come indicato in figura. (Eo=220, Zi=0.5−j0.8).

$V_{10} = 380\ V$; $I_{10} = 4.5\ A$; $P_{10} = 500\ W$

$V_{1cc} = 20\ V$; $I_{1cc} = 8\ A$; $P_{1cc} = 250\ W$

$N_1 / N_2 = 5$



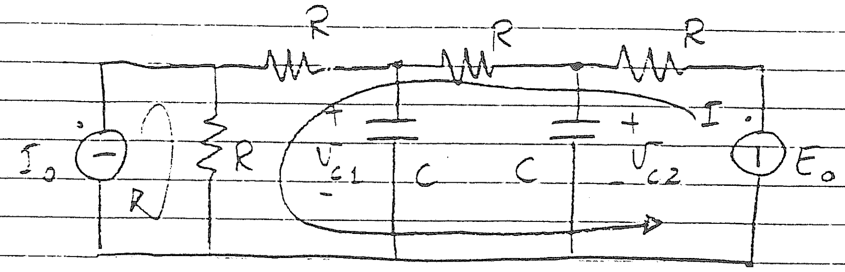
$\omega = 314\ rad/sec$

Prova scritta del 3/02/03

4

Esercizio 1a

Condizioni iniziali a tasto chiuso



Il circuito è alimentato da generatori di tensione e corrente costante. Per questo circuito in condizioni di regime le correnti sui due condensatori sono nulle. L'equazione per il calcolo della corrente I è:

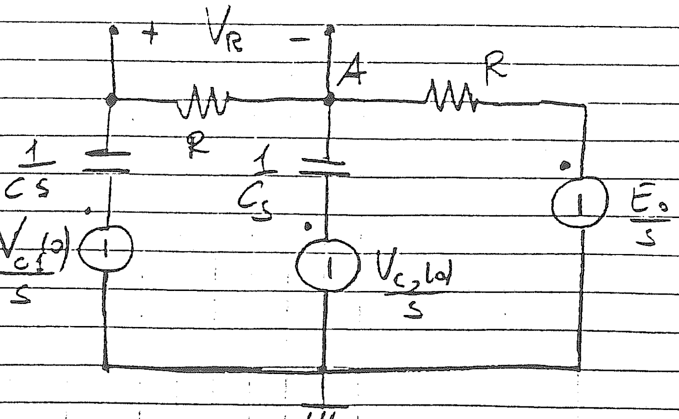
$$E_o = 4RI + RI_o$$

$$I = \frac{E_o - RI_o}{4R} = -0.125\,A$$

$$V_{C1}(0^-) = 2RI + RI_o = 7.5\,V$$

$$V_{C2}(0^-) = 3RI + RI_o = 6.25\,V$$

Il circuito L-trasformato a partire dall'istante di apertura del tasto che avviene a $t=0$ è:



3/02/03

5

$$V_{th} = \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{1}{Cs}\,\frac{\frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{E_0}{s}}{R + \frac{1}{Cs}} =$$

$$= \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{1}{\cancel{Cs}}\,\frac{\frac{V_{C2}(0) - E_0}{s}}{\frac{RCs + 1}{\cancel{Cs}}} =$$

$$= \frac{V_{C2}(0)}{s} - \frac{V_{C2} - E_0}{s(RCs+1)} =$$

$$= \frac{RCs\,V_{C2}(0) + \cancel{V_{C2}(0)} - \cancel{V_{C2}(0)} + E_0}{s(RCs+1)} =$$

$$= \frac{RCs\,V_{C2}(0) + E_0}{(RCs+1)\,s}$$

$$Z_{th} = \frac{R\,\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{R}{RCs+1}$$

$$I_R = \frac{\frac{V_{C1}(0)}{s} - E_{th}}{R + \frac{1}{Cs} + Z_{th}} = \frac{\frac{V_{C1}(0)}{s} - \frac{RCs\,V_{C2}(0) + E_0}{s(RCs+1)}}{R + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{RCs+1}} =$$

$$= \frac{\frac{RCs\,V_{C1}(0) + V_{C1}(0) - RCs\,V_{C2}(0) - E_0}{s\cancel{(RCs+1)}}}{\frac{RCs(RCs+1) + RCs + 1 + RCs}{Cs\cancel{(RCs+1)}}} =$$

$$= C\,\frac{RCs\,(V_{C1}(0) - V_{C2}(0)) + V_{C1}(0) - E_0}{R^2C^2s^2 + RCs + RCs + 1 + RCs}$$

$$V_R(s) = R\,I_R(s) = RC\,\frac{RCs\,(V_{C1}(0) - V_{C2}(0)) + V_{C1}(0) - E_0}{R^2C^2s^2 + 3RCs + 1} =$$

$$= \frac{\cancel{RC}\ \cancel{RC}\left(V_{C1}(0) - V_{C2}(0)\right)}{\cancel{R^2C^2}} \frac{s + \frac{V_{C1}(0) - E_0}{V_{C1}(0) - V_{C2}(0)} \cdot \frac{1}{RC}}{s^2 + \frac{3}{RC} s + \frac{1}{R^2C^2}} =$$

$$= \left[V_{C1}(0) - V_{C2}(0)\right] \frac{s + \frac{V_{C1}(0) - E_0}{V_{C1}(0) - V_{C2}(0)}}{\left(s + \frac{3+\sqrt{5}}{2}\frac{1}{RC}\right)\left(s + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\frac{1}{RC}\right)} =$$

$$= 1.25 \frac{s + 10}{(s + 2.618 \cdot 10^3)(s + 381.97)}$$

$$\frac{s+\alpha}{(s+s_1)(s+s_2)} = \frac{A}{s+s_1} + \frac{B}{s+s_2}$$

$$A = \left.\frac{s+\alpha}{s+s_2}\right|_{s=-s_1} = \frac{-s_1+\alpha}{s_2-s_1} = 1.1663$$

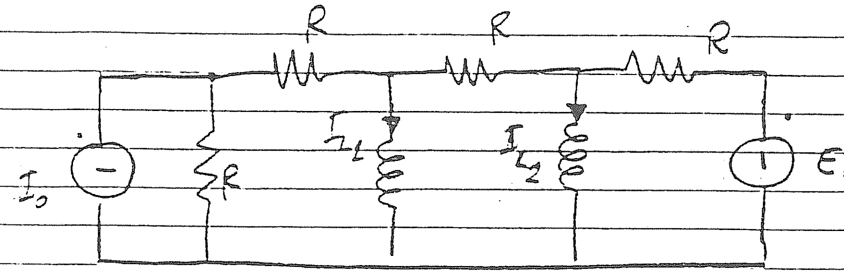
$$B = \left.\frac{s+\alpha}{s+s_1}\right|_{s=-s_2} = \frac{-s_2+\alpha}{s_1-s_2} = -0.1663$$

$$V_R(s) = 1.25\left[\frac{1.1663}{s+2.618\cdot 10^3} - \frac{0.1663}{s+381.97}\right]$$

$$v_R(t) = 1.25\left[1.1663\, e^{-2618t} - 0.1663\, e^{-382t}\right] u(t)$$

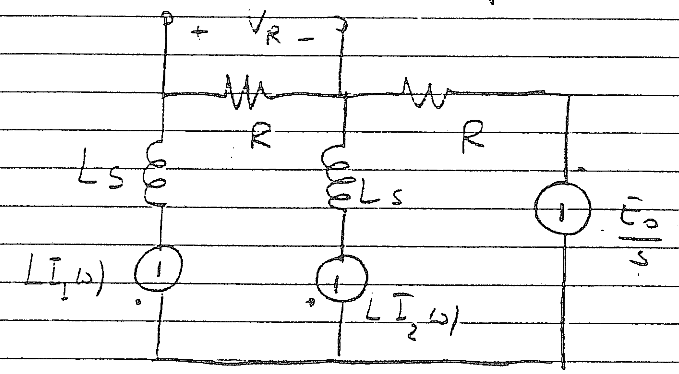
Esercizio 1b

A tasto chiuso, considerando gli induttori come corto circuiti, viste le condizioni di alimentazione della rete, si ha:



$$I_{L_1} = \frac{I_0}{2} = 0.5\,A \qquad I_{L_2} = \frac{E_0}{R} = 0.5\,A$$

Il circuito L-trasformato è quindi



Equivalente Thevenin

$$V_{th}(s) = -L I_2(0) + Ls \frac{\frac{E_0}{s} + L I_2(0)}{R + Ls} =$$

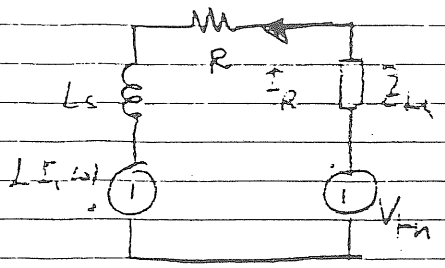
$$= -L I_2(0) + \frac{L E_0 + L^2 s I_2(0)}{R + Ls} =$$

$$= \frac{-RL I_2(0) - \cancel{L^2 s I_2(0)} + L E_0 + \cancel{L^2 s I_2(0)}}{R + Ls} =$$

$$= L \frac{E_0 - R I_2(0)}{R + Ls}$$

$$Z_{th} = \frac{RLs}{R + Ls}$$

3/02/03



$$I_R = \frac{V_{th} + L I_1(0)}{R + Ls + Z_{th}} = \frac{L\,\dfrac{E_0 - R I_2(0)}{R + Ls} + L I_1(0)}{R + Ls + \dfrac{RLs}{R + Ls}} =$$

$$= \frac{\dfrac{L E_0 - RL I_2(0) + RL I_1(0) + L^2 s I_1(0)}{\cancel{R + Ls}}}{\dfrac{(R+Ls)(R+Ls) + RLs}{\cancel{R+Ls}}} =$$

$$= \frac{L\left[E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right) + Ls I_1(0)\right]}{R^2 + L^2 s^2 + 2RLs + RLs} =$$

$$= L \frac{Ls I_1(0) + E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{L^2 s^2 + 3RLs + R^2} =$$

$$= \frac{\cancel{L^2} I_1(0)}{\cancel{L^2}} \cdot \frac{s + \dfrac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{L I_1(0)}}{s^2 + 3\dfrac{R}{L}s + \left(\dfrac{R}{L}\right)^2} =$$

$$= I_1(0) \frac{s + \dfrac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{L I_1(0)}}{\left(s + \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\dfrac{R}{L}\right)\left(s + \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\dfrac{R}{L}\right)}$$

$$V_R(s) = -R I_R(s) = -R I_1(0) \frac{s + \dfrac{E_0 + R\left(I_1(0) - I_2(0)\right)}{L I_1(0)}}{\left(s + \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\dfrac{R}{L}\right)\left(s + \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\dfrac{R}{L}\right)} =$$

$$= -5 \frac{s + 10^5}{(s + 2.618 \cdot 10^5)(s + 3.82 \cdot 10^4)}$$

$A = -1.634 \qquad B = 2.6344$

$$V_R(s) = 5\left[\frac{1.634}{s + 2.618 \cdot 10^5} - \frac{2.6344}{s + 3.82 \cdot 10^4}\right]$$

$$v_R(t) = 5\left[1.634\, e^{-2.618 \cdot 10^5 t} - 2.6344\, e^{-3.82 \cdot 10^4 t}\right] u(t)$$

5c

Prova scritta del 03/02/03

9

Esercizio 2a

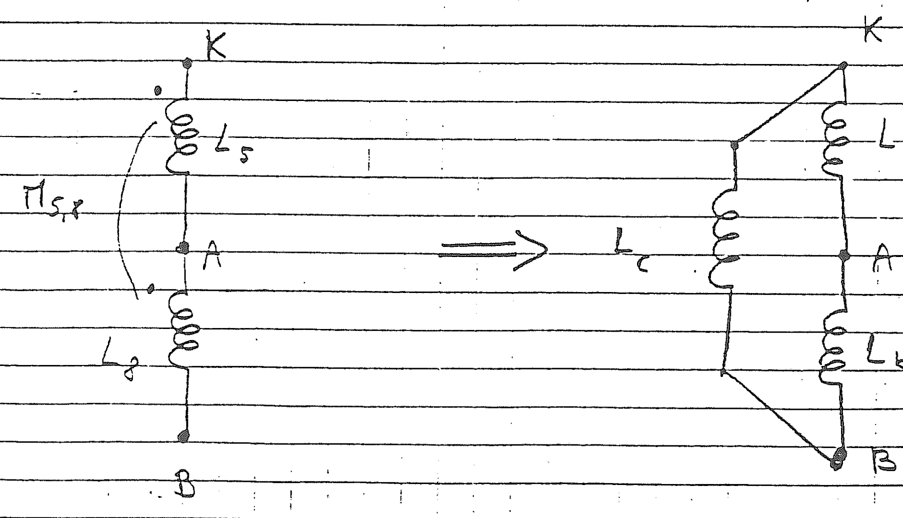
Nel circuito assegnato si hanno 8 nodi, 15 rami, 3 generatori ideali di tensione e 2 generatori ideali di corrente.
L'analisi con le correnti di maglia richiederebbe

$$15 - 8 + 1 - 2 = 6 \text{ equazioni}$$

Quella con le tensioni nodali

$$8 - 1 - 3 = 4 \text{ equazioni.}$$

Per utilizzare l'analisi nodale occorre sostituire il sistema dei due induttori mutuamente accoppiati con un circuito equivalente. Poiché i due induttori hanno un punto a comune si può utilizzare l'equivalente a T o quello a Π.
Conviene utilizzare quest'ultimo perché non aggiunge ulteriori nodi al circuito, mentre l'equivalente a T ne aggiungerebbe uno.

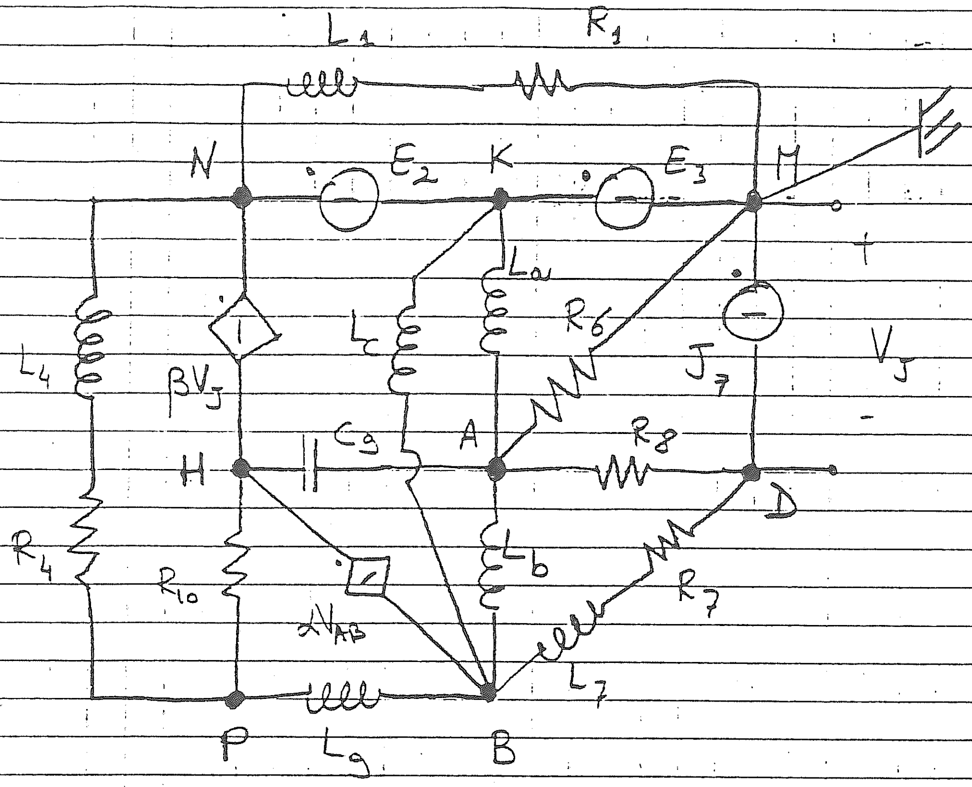


$$L_c = -\frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{M_{5,8}}$$

$$L_b = \frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{L_8 + M_{5,8}}$$

$$L_a = \frac{L_5 L_8 - M_{5,8}^2}{L_5 + M_{5,8}}$$

Il circuito può essere ridisegnato come:



Si assume M come nodo di riferimento per le tensioni.

$$V_K = E_3$$

$$V_N = E_2 + E_3$$

$$V_H = E_2 + E_3 - \beta V_J$$

$$V_J = -V_D$$

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Nodo A

$$0 = V_A\left(\frac{1}{j\omega L_a} + \frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_8} + j\omega C_g + \frac{1}{R_6}\right) - \frac{1}{R_8}V_D - \frac{1}{j\omega L_b}V_B +$$

$$- \frac{1}{j\omega L_a}V_K - j\omega C_g V_H$$

Nodo D

$$-J_7 = -\frac{1}{R_8}V_A + \left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}\right)V_D - \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}V_B$$

Nodo B

$$-\alpha V_{AB} = -\frac{1}{j\omega L_b}V_A - \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}V_D + \left(\frac{1}{j\omega L_g} + \frac{1}{j\omega L_c} + \frac{1}{j\omega L_b} + \right.$$

3/02/03

$$+ \frac{1}{R_7 + j\omega L_7}\Bigg) V_B - \frac{1}{j\omega L_3} V_P - \frac{1}{j\omega L_c} V_K$$

11

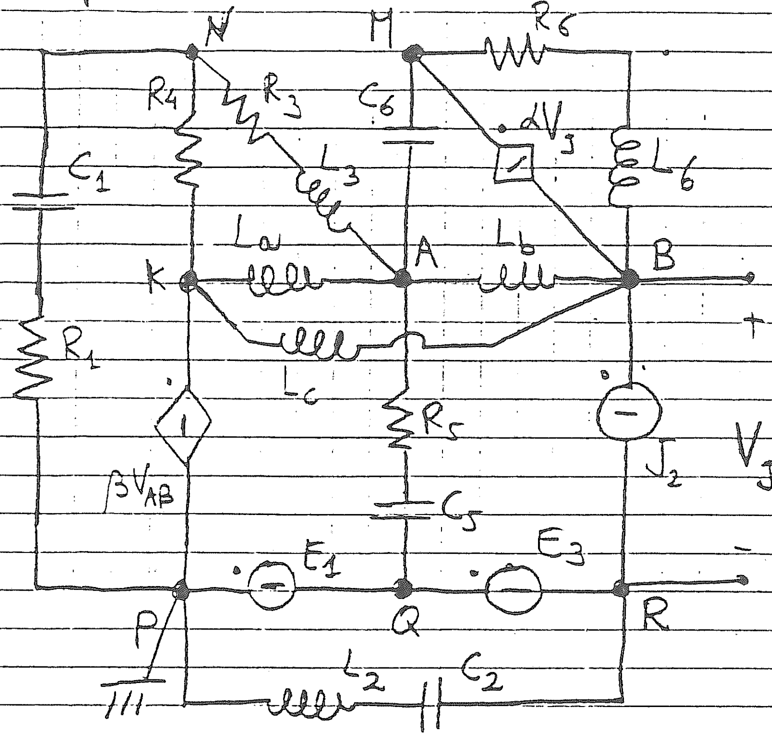
Nodo P

$$0 = -\frac{1}{j\omega L_g} V_B + \left(\frac{1}{j\omega L_3} + \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_4 + j\omega L_4}\right) V_P +$$

$$-\frac{1}{R_{10}} V_H - \frac{1}{R_4 + j\omega L_4} V_N \longrightarrow$$

Esercizio 2b 3/02/03

Valgono le stesse premesse fatte per il 2a.



$$L_c = -\frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{M_{4,5}}$$

$$L_a = \frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{L_5 + M_{4,5}}$$

$$L_b = \frac{L_4L_5 - M_{4,5}^2}{L_4 + M_{4,5}}$$

Si assume il nodo P come riferimento per le tensioni.

$$V_K = \beta V_{AB} \qquad V_Q = -E_1 \qquad V_R = -E_1 - E_3$$

$$V_{AB} = V_A - V_B \qquad V_J = V_B - V_R$$

Nodo N

$$0 = \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + j\omega L_3} + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}\right)V_N - \frac{1}{R_3 + j\omega L_3}V_A - \frac{1}{R_4}V_K$$

Nodo M

$$\alpha V_J = \left(j\omega C_6 + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6}\right)V_M - j\omega C_6 V_A - \frac{1}{R_6 + j\omega L_6}V_B$$

Nodo A

$$0 = -\frac{1}{R_3 + j\omega L_3}V_N - j\omega C_6 V_M + \left(\frac{1}{R_3 + j\omega L_3} + j\omega C_6 + \frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}} + \frac{1}{j\omega L_a}\right)V_A - \frac{1}{j\omega L_b}V_B - \frac{1}{R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}}V_Q - \frac{1}{j\omega L_a}V_K$$

Nodo B

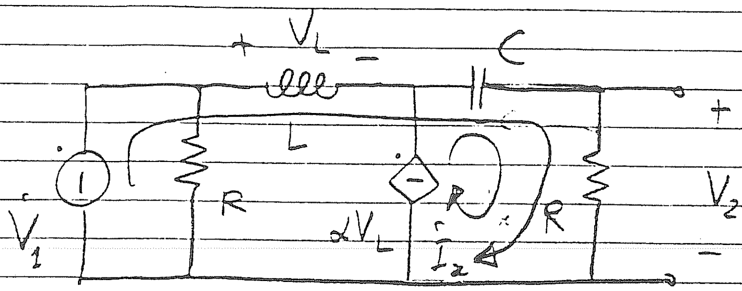
$$J_2 - \alpha V_J = -\frac{1}{R_6 + j\omega L_6}V_M - \frac{1}{j\omega L_b}V_A + \left(\frac{1}{j\omega L_b} + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6} + \frac{1}{j\omega L_c}\right)V_B - \frac{1}{j\omega L_c}V_K$$

Prova scritta del 3/02/03

13

Esercizio 3e

Calcolo di A:



$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha \dot{V}_L \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) \\ \dot{V}_L = j\omega L \dot{I}_x \end{cases}$$

$$\dot{V}_1 = \left(\frac{j\omega RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha \left(\frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}\right) j\omega L \dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega C}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} \dot{V}_1$$

$$\dot{V}_2 = R(\dot{I}_x + \alpha \dot{V}_L) = R(I_x + \alpha j\omega L \dot{I}_x) =$$

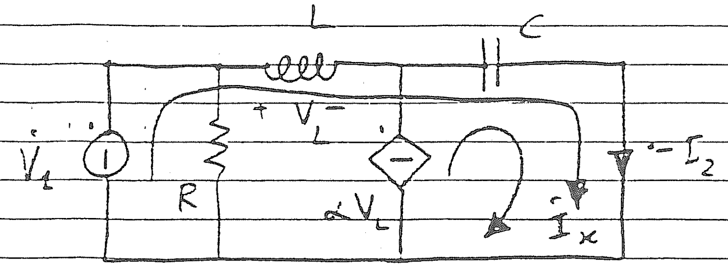
$$= R(1 + j\omega\alpha L)\dot{I}_x$$

$$\frac{1}{A} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} = \frac{R(1 + j\omega\alpha L)(j\omega C)}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} = 0.984 + j0.111$$

$$A = 1.0034 - j0.1135$$

Calcolo di B 3/02/03

14



$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x + \alpha \dot V_L \frac{1}{j\omega C} \\ \dot V_L = j\omega L \dot I_x \end{cases}$$

$$\dot I_x = \frac{j\omega C}{1-\omega^2 LC + j\omega\alpha L}\dot V_1$$

$$-\dot I_2 = \dot I_x + \alpha \dot V_L = \dot I_x + \alpha j\omega L \dot I_x =$$

$$= \dot I_x(1 + j\omega\alpha L)$$

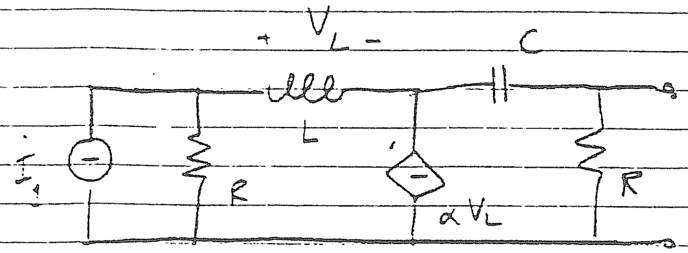
$$\frac{1}{B} = \left.\frac{-\dot I_2}{\dot V_1}\right|_{\dot V_2=0} = \frac{j\omega C(1+j\omega\alpha L)}{1-\omega^2 LC + j\omega\alpha L} = 0.033 + j1.10$$

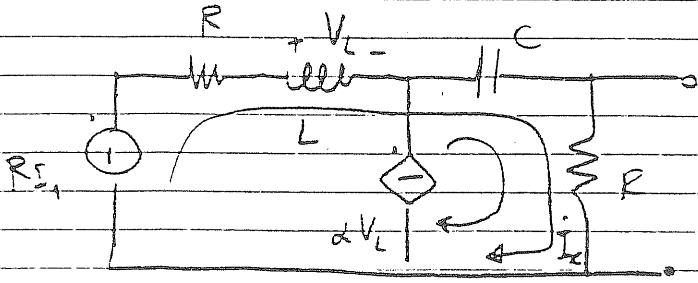
$$B = 0.0275 - j0.9083$$

Calcolo di C

3/02/03

15





$$\begin{cases} R\dot{I}_1 = \left(2R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha V_L\left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) \\ \dot{V}_L = j\omega L\,\dot{I}_x \end{cases}$$

$$R\dot{I}_1 = \left(\frac{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \alpha j\omega L\,\frac{(j\omega RC + 1)}{j\omega C}\,\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega RC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)}\,\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_2 = R(\dot{I}_x + \alpha\dot{V}_L) = R(\dot{I}_x + \alpha j\omega L\,\dot{I}_x) =$$

$$= R\,(1 + j\omega\alpha L)\,\dot{I}_x$$

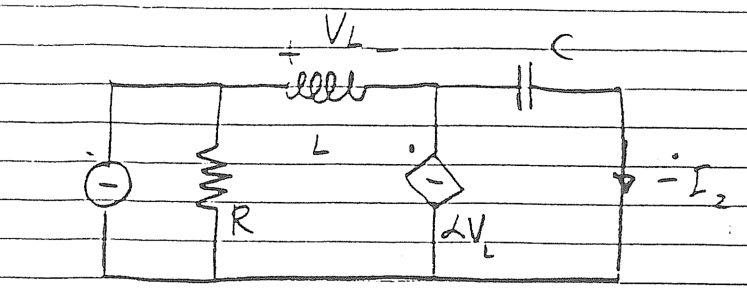
$$\frac{1}{C} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{\dot{I}_2 = 0} = \frac{j\omega R^2 C\,(1 + j\omega\alpha L)}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L(1 + j\omega RC)} = 4.001 + j0.809$$

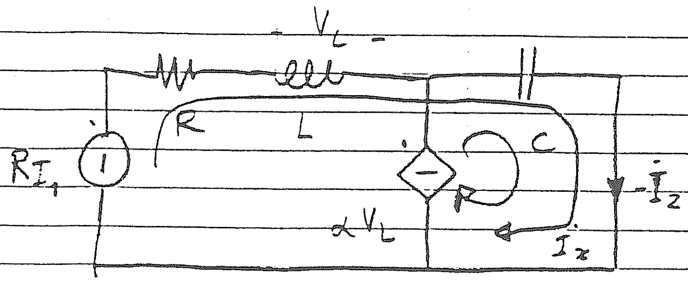
$$C = 0.2401 - j0.0486$$

3/02/03

16

Calcolo di D





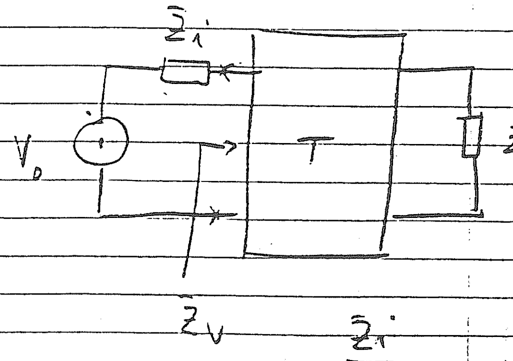
$$\begin{cases} R\dot{I}_1 = \left(R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x + \dfrac{1}{j\omega C}\alpha \dot{V}_L \\ \dot{V}_L = \dot{I}_x \, j\omega L \end{cases}$$

$$\dot{I}_x = \frac{j\omega RC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L}\dot{I}_1$$

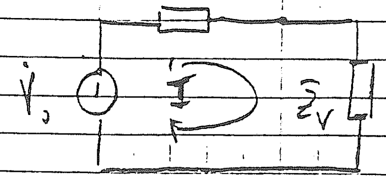
$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_x(1 + j\omega\alpha L)$$

$$\frac{1}{D} = \left.\frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \frac{j\omega RC(1 + j\omega\alpha L)}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 + j\omega\alpha L} = 0.9217 + j0.389$$

$$D = 0.921 - j0.389$$



$$\bar{Z}_V = \frac{A\bar{Z} + B}{C\bar{Z} + D} = 1.68 + j0.958$$



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_V} = 5.866 - j8.661$$

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{Z}_V I^2 =$$

$$= 183.89 + j104.78$$

3/02/03

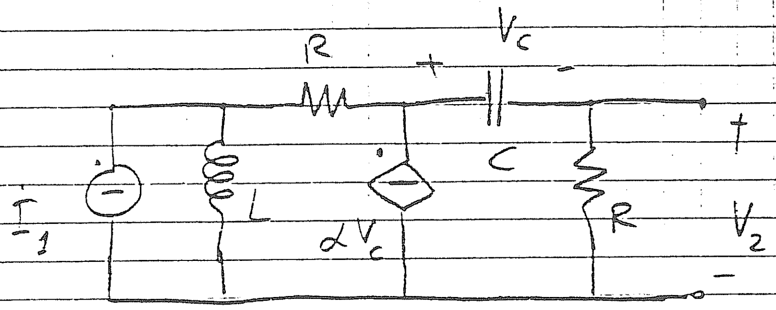
18

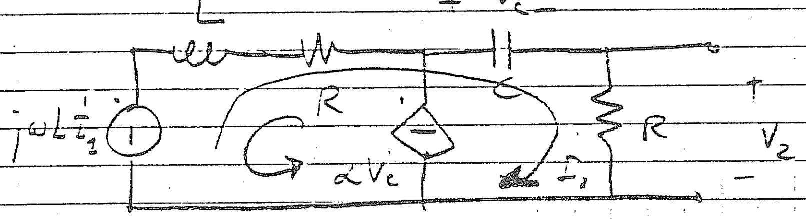
$$-\dot{I}_2 = \dot{I}_x = \frac{j\omega C}{j\omega RC + (1-\alpha R)} \dot{V}_1$$

$$\frac{1}{B} = -\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\bigg|_{\dot{V}_2=0} = \frac{j\omega C}{j\omega RC + (1-\alpha R)} = 0.0135 - j0.0388$$

$$B = 8.0 + j23.0$$

Calcolo di C





$$j\omega L\dot{I}_1 = \left(2R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x - (R + j\omega L)\alpha V_c$$

$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_x$$

$$j\omega L \dot{I}_1 = \left(\frac{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1}{j\omega C}\right)\dot{I}_x - (R + j\omega L)\alpha \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_x$$

$$\dot{I}_x = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 - \alpha R - j\omega\alpha L}\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_2 = R\dot{I}_x$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0} = \frac{-\omega^2 RLC}{j\omega 2RC - \omega^2 LC + 1 - \alpha R - j\omega\alpha L} = 0.0237 + j0.01$$

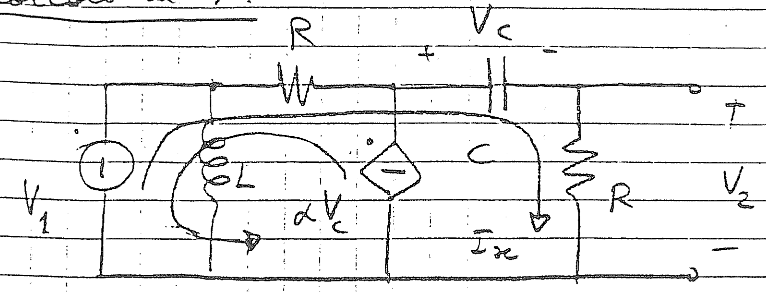
$$C = 28.875 - j19.625$$

Prova scritta del 3/02/03

17

Esercizio 3b

Calcolo di A:



$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(2R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) I_x - R\alpha V_c \\ V_c = \dfrac{1}{j\omega C} I_x \end{cases}$$

$$\dot V_1 = \left(2R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x - \alpha R \frac{1}{j\omega C} \dot I_x$$

$$\dot V_1 = \left[2R + \frac{1}{j\omega C}(1-\alpha R)\right]\dot I_x$$

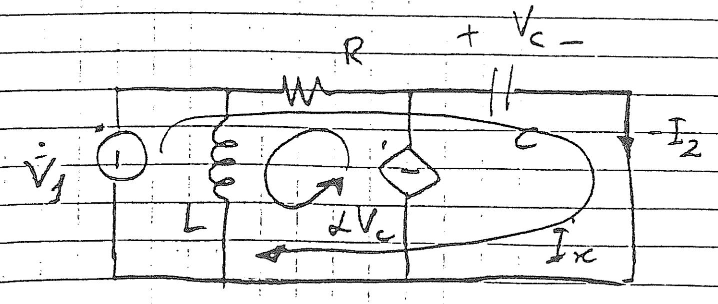
$$I_x = \frac{j\omega C}{2Rj\omega C + 1 - \alpha R} \dot V_1$$

$$\dot V_2 = R\dot I_x$$

$$\frac{1}{A} = \frac{j\omega RC}{j\omega 2RC + (1-\alpha R)} = 0.163 - j0.234$$

$$A = 2.0 + j2.875$$

Calcolo di B:

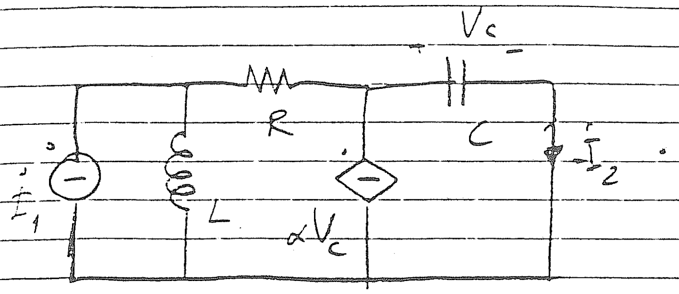


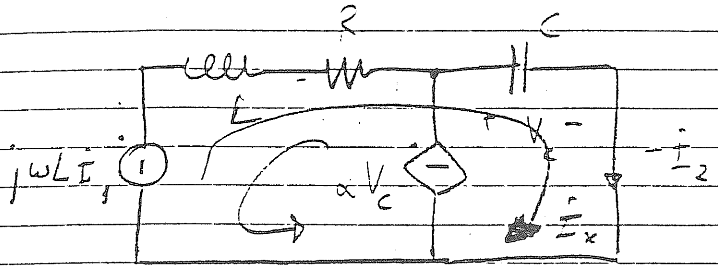
$$\begin{cases} \dot V_1 = \left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) I_x - R\alpha V_c \\ V_c = \dfrac{1}{j\omega C} I_x \end{cases}$$

3/02/03

19

Calcolo di D:

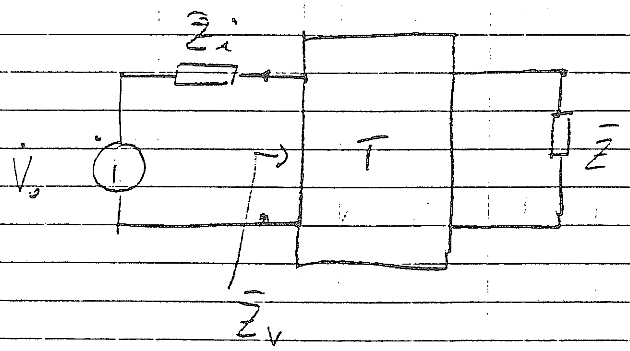




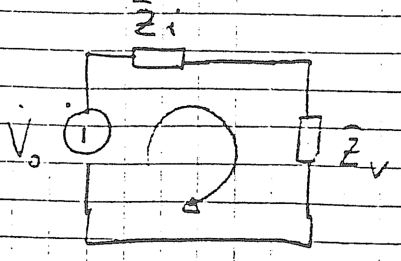
$$-\dot I_2 = \dot I_x = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 - j\omega\alpha L}\,\dot I_1 \quad \text{(Vedere calcolo di C)}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{-\dot I_2}{\dot I_1}\bigg|_{\dot V_2=0} = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1 - j\omega\alpha L} = 0.0015 - j\,0.0128$$

$$D = 9 + j77$$



$$\bar Z_V = \frac{A\bar Z + B}{C\bar Z + D} = 0.1519 + j\,0.1263$$



$$\dot I = \frac{\dot V_0}{\bar Z_i + \bar Z_V} = 5.1885 - j\,14.082$$

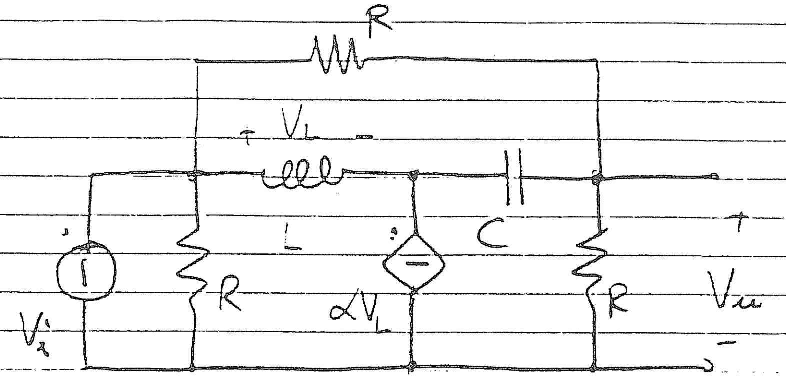
$$\bar S = P + jQ = \bar Z_V I^2 = 34.2 + j\,28.44$$

La potenza erogata dal generatore è quella ai morsetti della porta 1 del doppio bipolo.

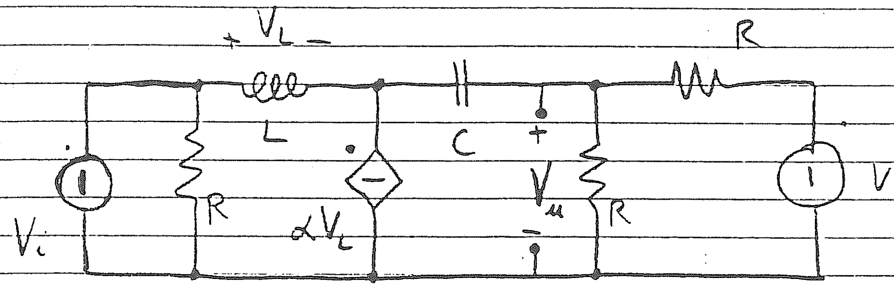
Prova scritta del 3/02/03

20

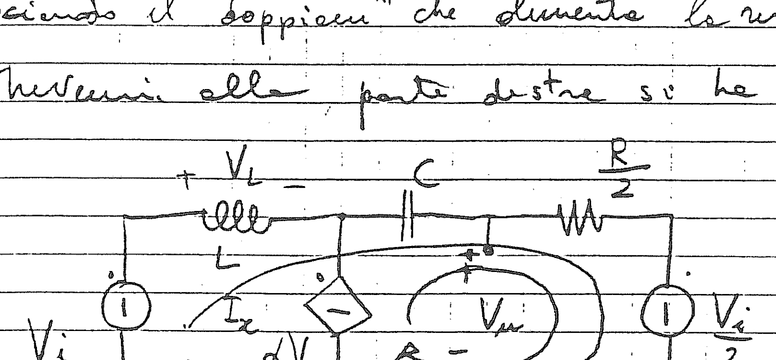
Esercizio n°4



Il generatore $V_i(s)$ è ideale, quindi può essere sdoppiato



Sdoppiandolo ulteriormente nella parte sinistra (e trascurando il "doppione" che alimenta la resistenza) e applicando Thevenin alla parte destra si ha:



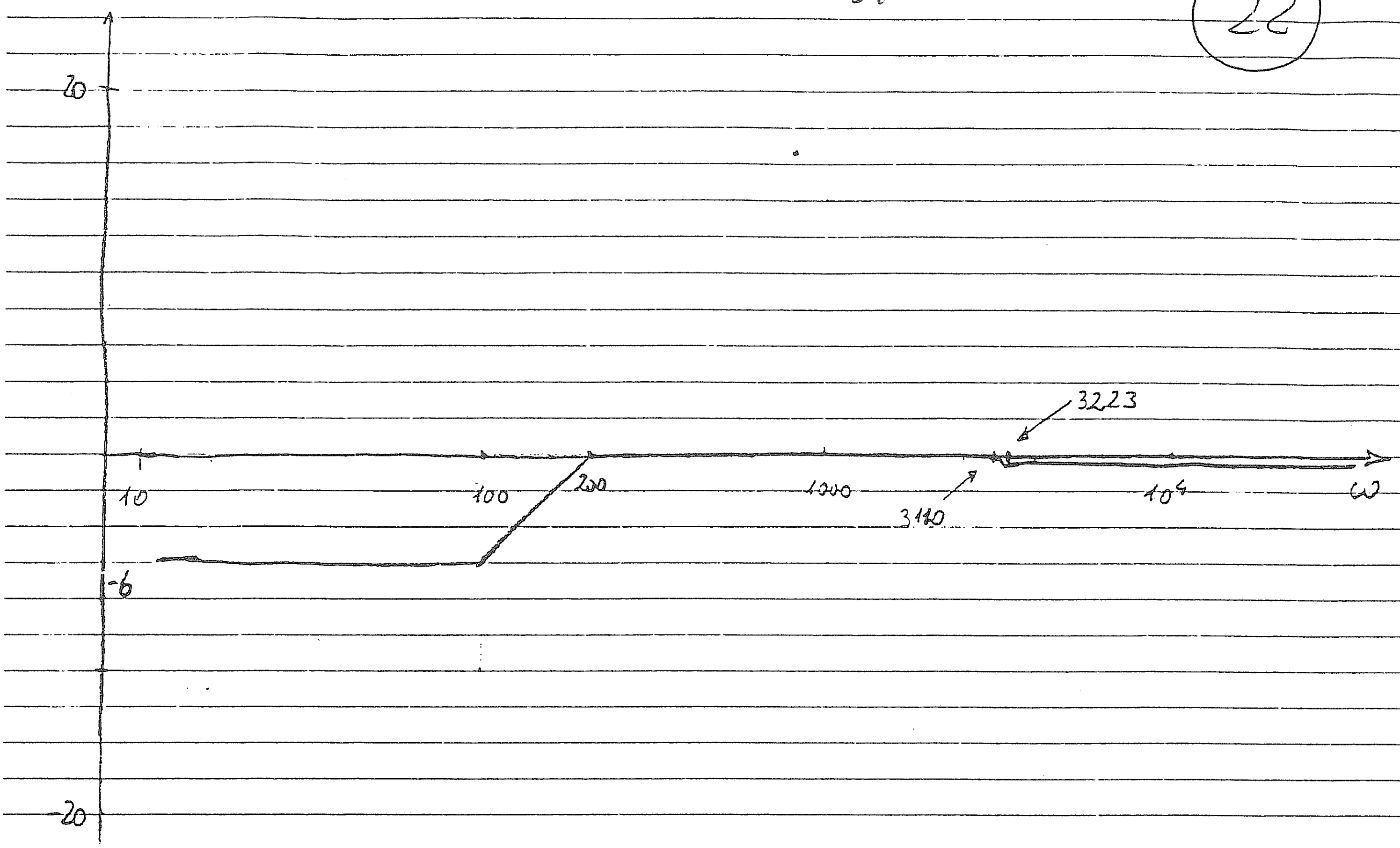
$$V_i - \frac{V_i}{2} = \left(Ls + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right) I_x + \left(\frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right)\alpha V_L$$

$$V_L = Ls I_x$$

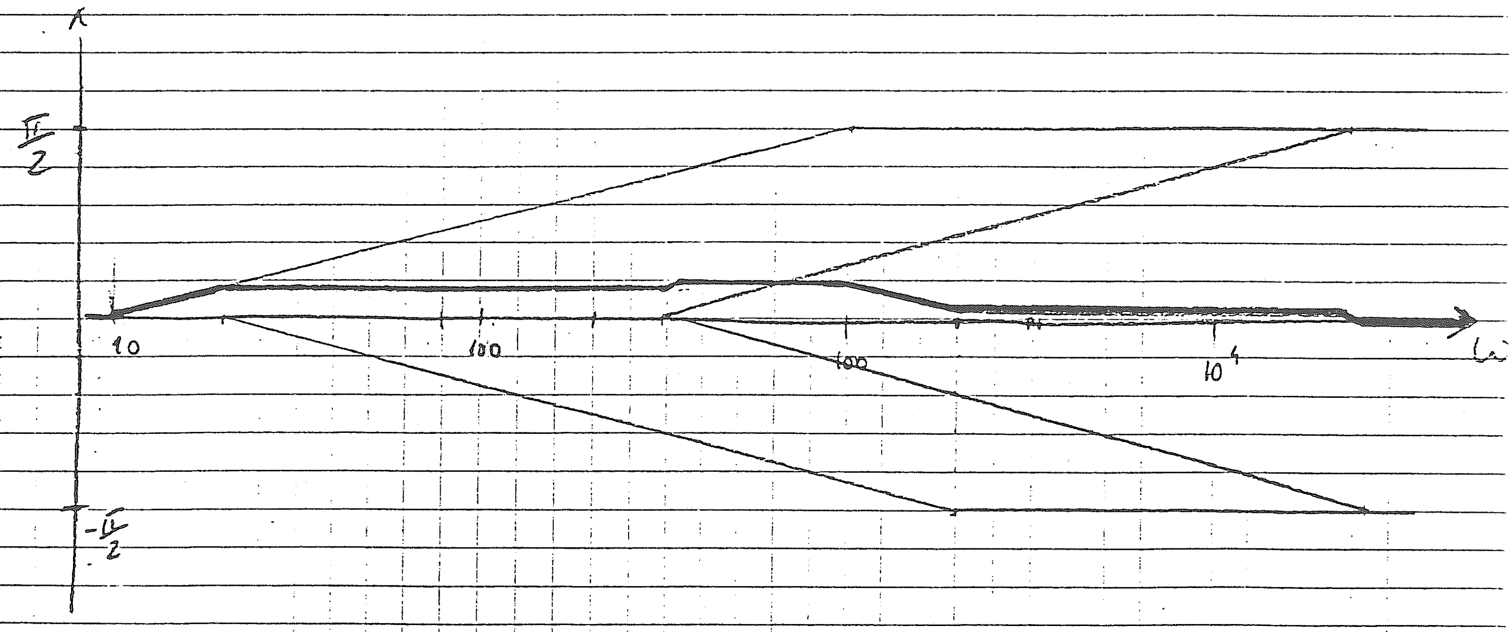
$$\frac{V_i}{2} = \left[Ls + \frac{1}{Cs} + \frac{R}{2} + \left(\frac{1}{Cs} + \frac{R}{2}\right)\alpha Ls\right] I_x$$

3/02/03

22



20
3223
10
100
200
1000
3110
10^4
ω
-6
-20



$\frac{\pi}{2}$
10
100
1000
10^4
ω
$-\frac{\pi}{2}$

23

Prova scritta del 03/02/03

Esercizio n°5

Risoluzione nucleo magnetico

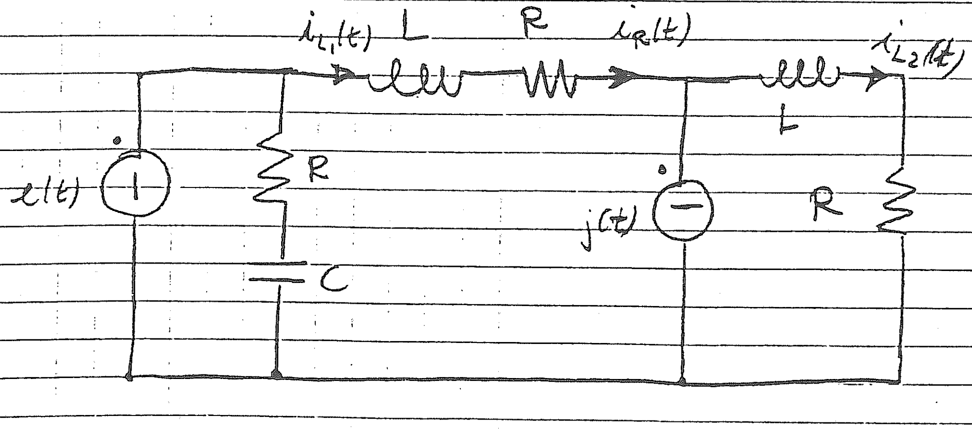
Per via della forma del nucleo magnetico e della disposizione degli avvolgimenti questi ultimi non risultano essere magneticamente accoppiati.

Il coefficiente di autoinduzione di entrambi gli avvolgimenti è quindi

$$L = \frac{N^2}{4\mathcal{R}} = 20.9 \ mH$$

dove $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = 1.19 \cdot 10^5$ è la riluttanza di un lato del nucleo.

Il circuito equivalente è quindi:

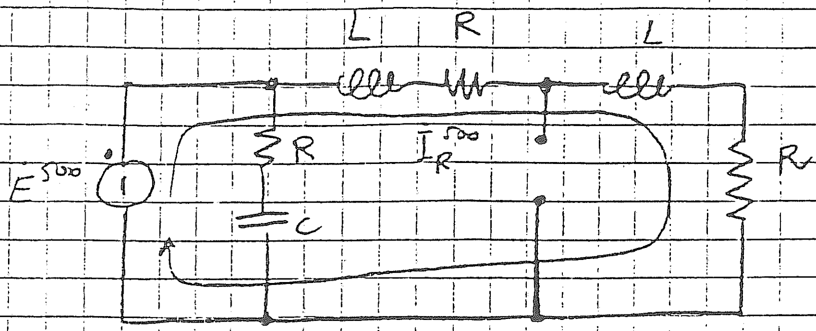


3/02/03

Utilizziamo il principio di sovrapposizione degli effetti.

24

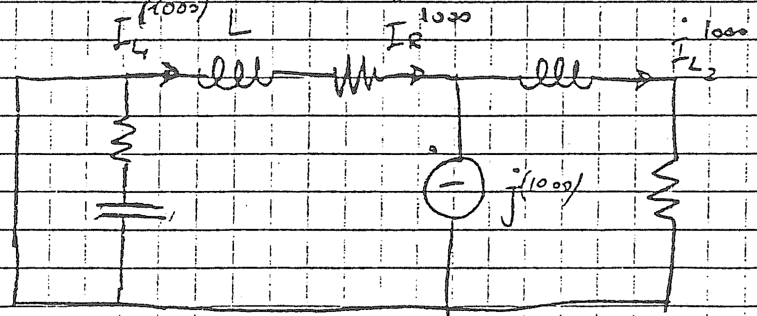
Agiscono le sollecitazioni a 500 rad/sec



$\dot{E}^{(500)} = 100 \cdot e^{j0}$

$$\dot{I}_{L_1}^{(500)} = \dot{I}_{L_2}^{(500)} = \dot{I}_R^{(500)} = \frac{\dot{E}}{2R + 2j\omega L} = 2.385 - j2.497 \text{ A}$$
$$= 3.453\, e^{-j0.81} \text{ A}$$

Agiscono le sollecitazioni a 1000 rad/sec



$\dot{J}^{(1000)} = 2e^{j0}$

$$\dot{I}_{L_1}^{(1000)} = \dot{I}_R^{(1000)} = -\frac{\dot{J}^{(1000)}}{2} = -1 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(1000)} = \frac{\dot{J}^{(1000)}}{2} = 1 \text{ A}$$

Quando agiscono le componenti a 1500 rad/sec : $\dot{J}^{1500} = 3e^{j\frac{\pi}{3}}$

$$\dot{I}_{L_1}^{(1500)} = \dot{I}_R^{(1500)} = -\frac{\dot{J}^{1500}}{2} = -1.5\, e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$\dot{I}_{L_2}^{(1500)} = \frac{\dot{J}^{(1500)}}{2} = 1.5\, e^{j\frac{\pi}{3}}$$

3/02/03 25

$$i_R(t) = i_R^{(500)}(t) + i_R^{(1000)}(t) + i_R^{(1500)}(t) =$$

$$= 3.453 \cdot \text{sen}(500t - 0.81) - 1 \cdot \text{sen}\, 1000t +$$

$$- 1.5 \cdot \text{sen}\left(1500t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L \left[\frac{\left(I_{L_1}^{(500)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_1}^{(1000)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_1}^{(1500)}\right)^2}{2} \right] +$$

$$\frac{1}{2} L \left[\frac{\left(I_{L_2}^{(500)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_2}^{(1000)}\right)^2}{2} + \frac{\left(I_{L_2}^{(1500)}\right)^2}{2} \right] =$$

$$= 0.159 \text{ J}$$

Prova scritta del 03/02/03

26

Esercizio n°6

Determinazione parametri del circuito equivalente (monofase) del trasformatore

$$R_m = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = 288.8\ \Omega \qquad G_m = \frac{1}{R_m} = 0.0035\ \Omega^{-1}$$

$$Y_m = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 0.0205\ \Omega^{-1}$$

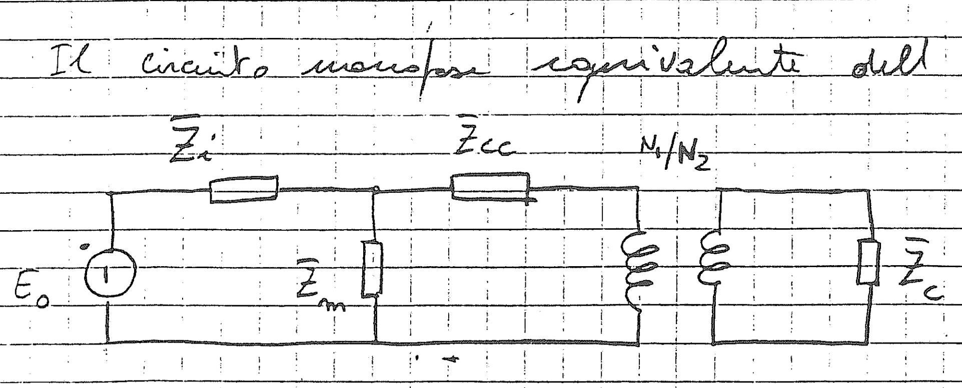
$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 0.0202\ \Omega^{-1}$$

$$\bar{Y}_m = G_m - j B_m = 0.0035 - j0.0202 \ ; \quad \bar{Z}_m = \frac{1}{\bar{Y}_m} = 8.23 + j48.05\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc}\, I_{1cc}} = 0.902$$

$$\bar{Z}_{cc} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} \left(\cos\varphi_{cc} + j \sin\varphi_{cc} \right) = 1.302 + j\,0.623\ \Omega$$

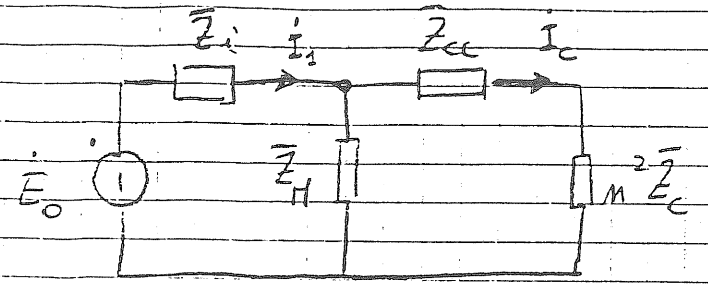
Il circuito monofase equivalente dell'intero sistema è



Riportando tutto al primario (il secondario resta chiuso su un corto circuito, quindi $\dot{\bar{E}}_2 = 0$, ed anche $\dot{E}_1 = 0$):
L'impedenza $\bar{Z}_i$ è da considerarsi come impedenza interna del generatore.

$3/02/03$

27



$$m = \frac{N_1}{N_2} = 5$$

Al fasori che rappresentante la tensione di alimentazione si può assegnare fase nulla

$$\dot{E}_0 = 220 e^{j0}$$

$$\bar{Z}_p = \frac{\bar{Z}_M(\bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c)}{\bar{Z}_M + \bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c} = 10 + j41.5 \quad \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_p} = 1.25 - j4.88 \quad A$$

$$\dot{I}_c = I_1 \frac{\bar{Z}_M}{\bar{Z}_M + \bar{Z}_{cc} + m^2\bar{Z}_c} = 0.48 - j0.53 \ A$$

$$\bar{S}_{tot} = P_{tot} + j\,Q_{tot} = 3m^2\bar{Z}_c\,I_c^2 = 306.8 + j\,345.13 \quad VA$$

Prova scritta di Elettrotecnica

versione provvisoria

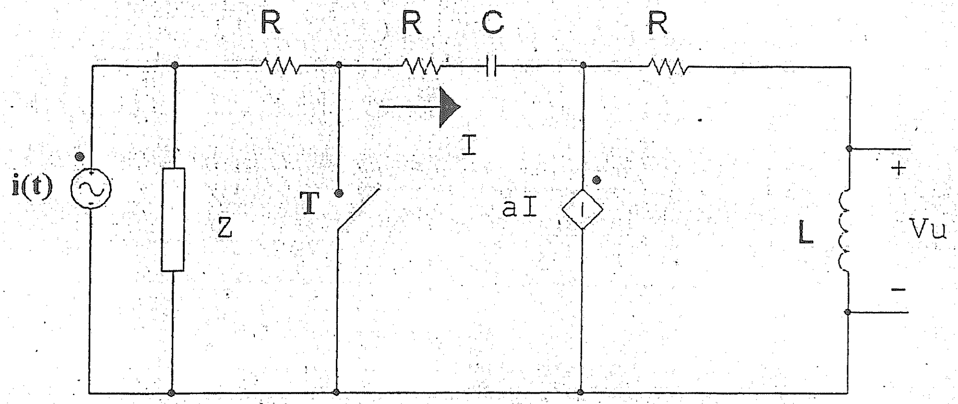
(A)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 18/07/03 Allievo: ....

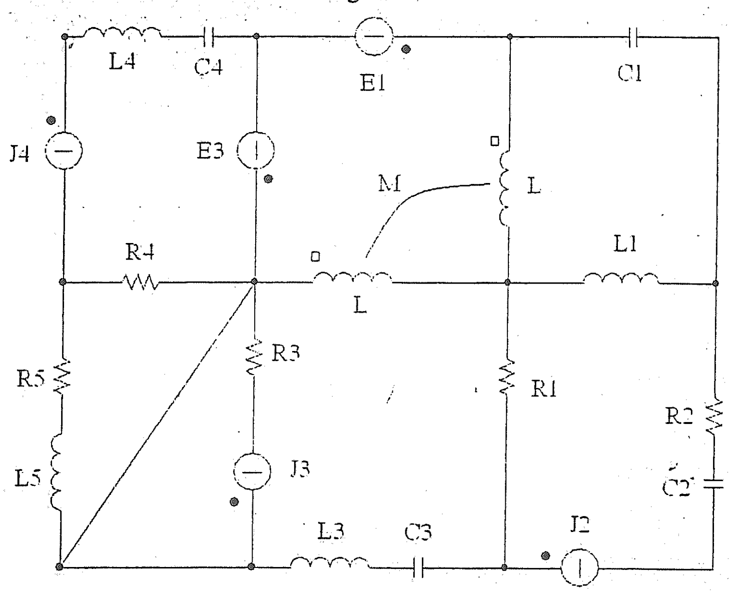
1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si chiude.



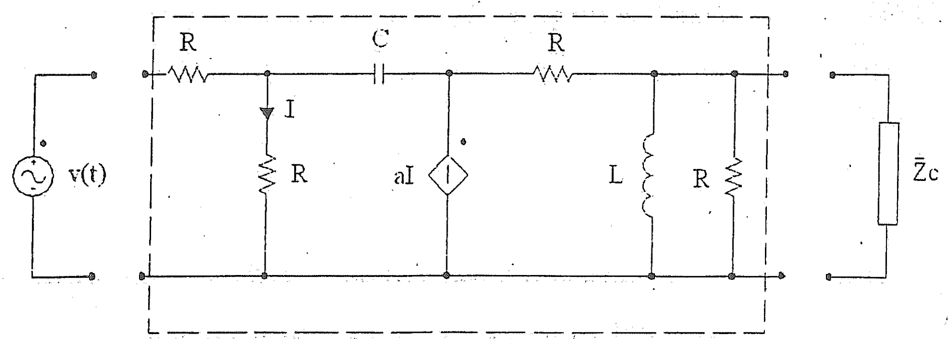
$\overline{Z}=5+j10\ \Omega;$
$R=10\ \Omega;$
$L=10mH;$
$C=200\mu F;$
$a=0.5\ V/A;$
$f=50\ Hz;$

$i(t)=10\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi/4)\ A$

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle tensioni nodali, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Determinare i parametri Z del doppio bipolo di figura e calcolare la potenza attiva e reattiva erogata dal generatore di tensione quando a valle del doppio bipolo è collegato il carico Z_c.



$\overline{Z}_c=20+j5\ \Omega;$
$R=2\ \Omega;$
$L=10mH;$
$C=200\mu F;$
$a=0.5\ V/A;$
$v(t)=220\sqrt{2}\sin(314t)\ V$

Prova scritta di Elettrotecnica

versione provvisoria

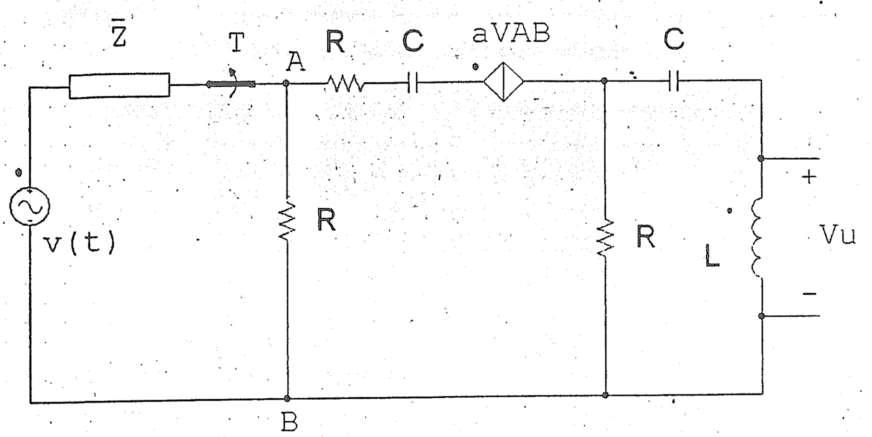
(B)

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

(12 cr.: 1, 3, 4,5; 9 cr.: 1, 2 o 5, 3, 6; 6 cr.: 2, 5, 6)

Pisa 18/07/03 Allievo: ....

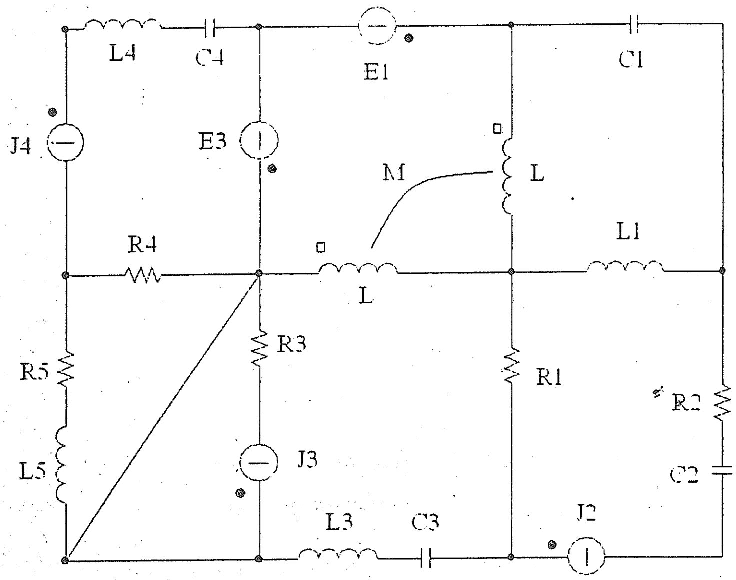
1) Supponendo il circuito di figura in condizioni stazionarie per t<0, determinare l'andamento temporale della tensione V_u per t>0 quando il tasto T si apre.



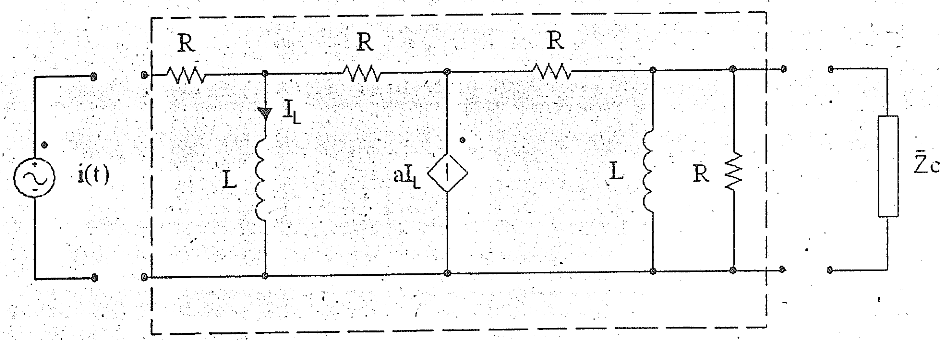
$\overline{Z} = 5 + j10\ \Omega$;
$R = 10\ \Omega$;
$L = 10\, mH$;
$C = 100\, \mu F$;
$a = 0.5\ A/V$;
$f = 50\ Hz$;

$v(t) = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/6)\ V$;

2) Per il circuito in figura scrivere un sistema di equazioni di equilibrio con il metodo delle correnti di maglia, supponendo il circuito stesso in condizioni di regime sinusoidale.



3) Determinare i parametri Z del doppio bipolo di figura e calcolare la potenza attiva e reattiva erogata dal generatore di corrente quando a valle del doppio bipolo è collegato il carico Z_c.

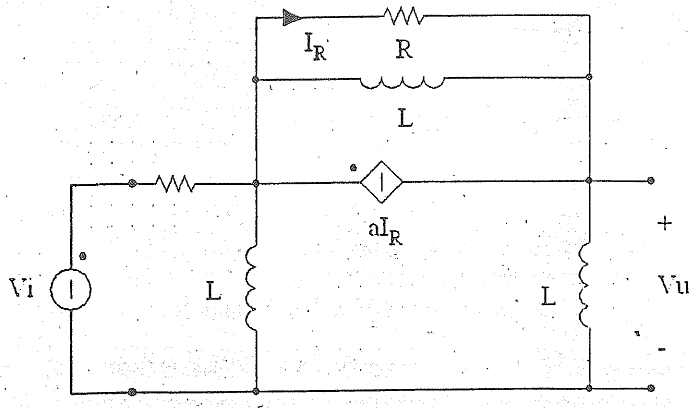


$\overline{Z}_c = 10 + j15\ \Omega$;
$R = 1\ \Omega$;
$L = 100\, mH$;
$C = 100\, \mu F$;
$a = 0.5\ V/A$;
$i(t) = 2\sqrt{2}\sin(1000t)\ A$

TIPOLOGIA A e B (comune)

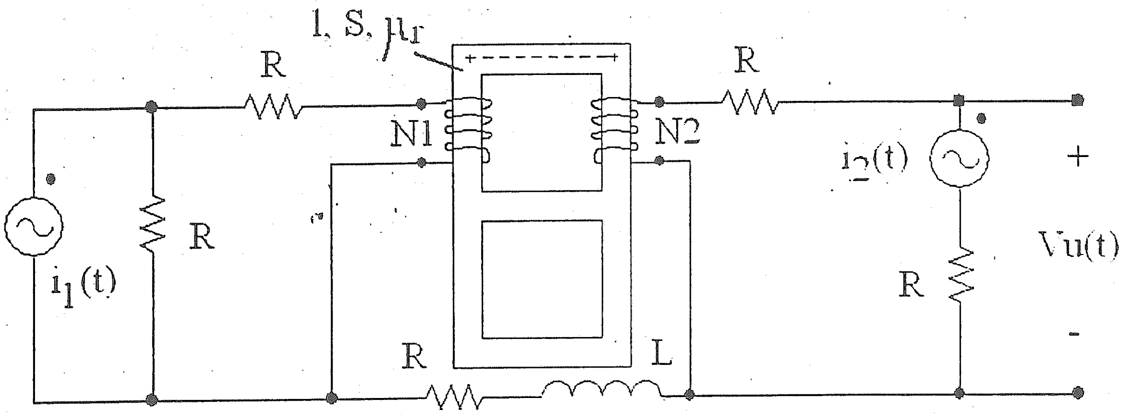
18/7/03

4) Determinare la funzione di trasferimento V_u/V_i per il seguente circuito e tracciare i diagrammi di Bode per l'ampiezza e la fase della relativa risposta in frequenza.



$R = 20\ \Omega$;
$L = 15\,mH$;
$a = 0.5$;

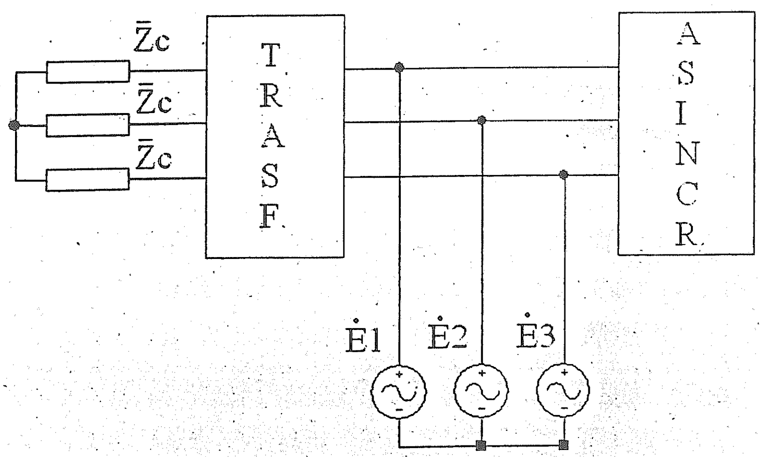
5) Il circuito in figura è da considerarsi in condizioni di regime per effetto dei generatori inseriti. Determinare l'andamento temporale della tensione V_u e l'energia elettromagnetica media immagazzinata nei due induttori mutuamente accoppiati.



$R = 10\ \Omega$;
$L = 10\,mH$;
$N_1 = 400$;
$N_2 = 300$;
$l = 10\,cm$;
$S = 3\,cm^2$;
$\mu_r = 1000$;

$i_1(t) = 5 + 10\sqrt{2}\sin(500t) \quad A$; $\quad i_2(t) = 5\sqrt{2}\cos(1000t + \pi/3) \quad A$;

6) Nel sistema trifase di figura, determinare la potenza attiva e reattiva erogata dal generatore di tensione trifase. Si determinino inoltre le perdite nel ferro del motore e del trasformatore.

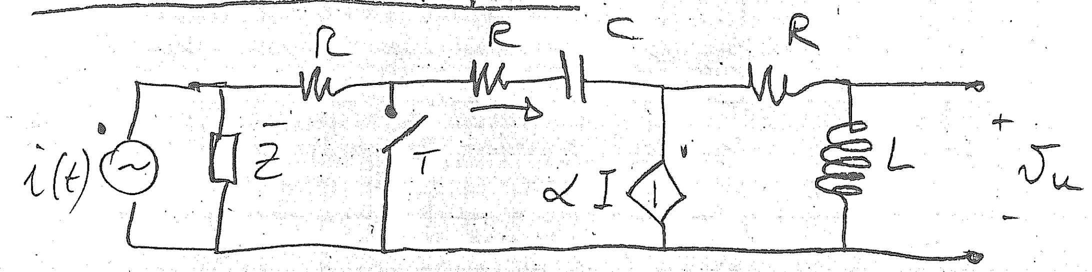


Motore asincrono	Trasformatore
Prova a vuoto	Prova a vuoto
$V_{10} = 400\ V$;	$V_{10} = 380\ V$;
$I_{10} = 15\ A$;	$I_{10} = 12\ A$;
$P_{10} = 1250\ W$;	$P_{10} = 1500\ W$;
Prova in cc	Prova in cc
$V_{1cc} = 40\ V$;	$V_{1cc} = 30\ V$;
$I_{1cc} = 7\ A$;	$I_{1cc} = 5\ A$;
$P_{1cc} = 150\ W$;	$P_{1cc} = 170\ W$;
$k = 0.5$; $(E_1^A = kE_2^A)$;	
$s = 0.75$;	
$R_{1s} = 0.5\ \Omega$;	
$X_{1s} = 1.25\ \Omega$;	

$\overline{Z}_c = 25 + j10\ \Omega$; $\quad \dot{E}_1 = 240\ V$; $\quad f = 50\ Hz$;

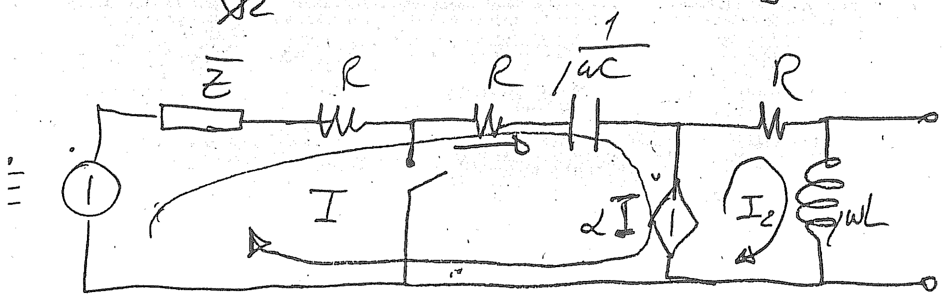
(DEL 18-07-03)

. 1A del 18/7/03 **versione provvisoria** (1)



Per $t<0$ studio c. i. (tensione sul condensatore, corrente sull'induttore)

$$\dot{I}_g = \frac{10\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\cdot e^{j\frac{\pi}{4}} = 7.07 + j\,7.07 \text{ A}$$



$$\dot{E} = \bar{Z}\cdot\dot{I}_g = -35.35 + j\,106 \text{ V}$$

$$\begin{cases} \dot{E} - \alpha\dot{I} = \left[\bar{Z} + 2R + \frac{1}{j\omega C}\right]\dot{I} \\ \alpha\dot{I} = (R + j\omega L)\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\bar{Z} + 2R + \frac{1}{j\omega C} + \alpha} = -4.27 + j\,5.21 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\alpha\dot{I}}{R + j\omega L} \cong -0.12 + j\,0.3 \text{ A}$$

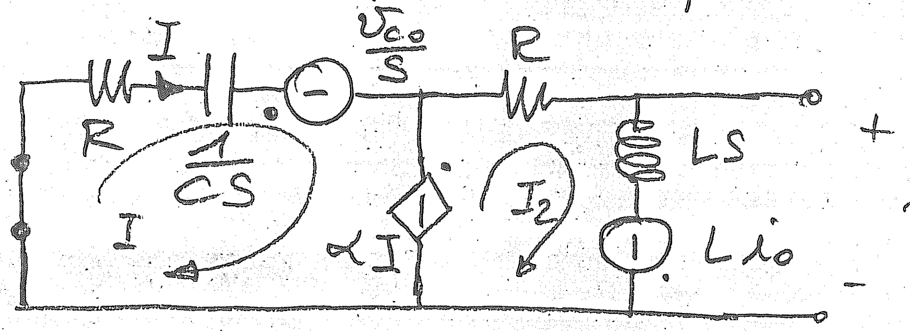
$$\dot{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} \cong 83 + j68 \text{ V}$$

$$v_c(t) = 107.25\cdot\sqrt{2}\,\sin(\omega t + 0.68)\text{ V} \Rightarrow \boxed{v_c(0) = v_c(t)\big|_{t=0} \cong 96\text{ V}}$$

$$i_2(t) = 0.32\cdot\sqrt{2}\,\sin(\omega t + 1.95)\text{ A}$$

$$i_L(t) = i_2(t) \Rightarrow \boxed{i_{L0} = i_2(0) = 0.42 \text{ A} = i_0}$$

studiamo il circuito L-trasformato per $t>0$ quando si chiude il tasto T



$$\begin{cases} -\frac{v_{c0}}{s} - \alpha I = \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I \\ \alpha I + L i_0 = (R + Ls) I_2 \end{cases}$$

dalla prima:

$$I = \frac{-\frac{v_{c0}}{s}}{R + \frac{1}{Cs} + \alpha} = -\frac{v_{c0} \cdot C}{(\alpha + R)Cs + 1}$$

sostituendo nella seconda equ.

$$-\frac{\alpha v_{c0} C}{(\alpha+R)Cs+1} + L i_0 = (R+Ls) I_2$$

$$I_2 = \frac{1}{R+Ls} \cdot \left[L i_0 - \frac{\alpha v_{c0} C}{(\alpha+R)Cs+1} \right]$$

$$v_u(s) = Ls\, I_2 - L i_0$$

$$= \frac{Ls}{R+Ls} \left[L i_0 - \frac{\alpha v_{c0} C}{(\alpha+R)Cs+1} \right] - L i_0$$

$$= \frac{Ls \cdot L i_0 \left[(\alpha+R)Cs+1\right] - \alpha v_{c0} CLs - L i_0 (R+Ls)\left[(\alpha+R)Cs+1\right]}{(R+Ls)\left[(\alpha+R)Cs+1\right]}$$

ES 1A
18/7/03 ③

$$v_u(s) = \frac{L i_o\left[(\alpha+R)Cs+1\right](\cancel{Ls}-R+\cancel{Ls}) - \alpha v_{co} LCs}{(R+Ls)\left[(\alpha+R)Cs+1\right]}$$

$$v_u(s) = -\frac{\left[R i_o(\alpha+R)+\alpha v_{co}\right]LCs + RL i_o}{(R+Ls)\left[(\alpha+R)Cs+1\right]}$$

$$v_u(s) = -\frac{1.85\cdot 10^{-4} s + 0.0422}{(10+10^{-2}s)(0.0021 s+1)}$$

$$v_u(s) = -\underbrace{\frac{1.85\cdot 10^{-4}}{10^{-2}\cdot 0.0021}}_{-8.8} \cdot \frac{(s+228.38)}{(s+1000)(s+476.2)}$$

$$v_u(s) = -8.8\cdot\left[\frac{A}{s+1000} + \frac{B}{s+476.2}\right]$$

$$A = v_u(s)\cdot(s+1000)\Big|_{s=-1000} = 1.4731$$

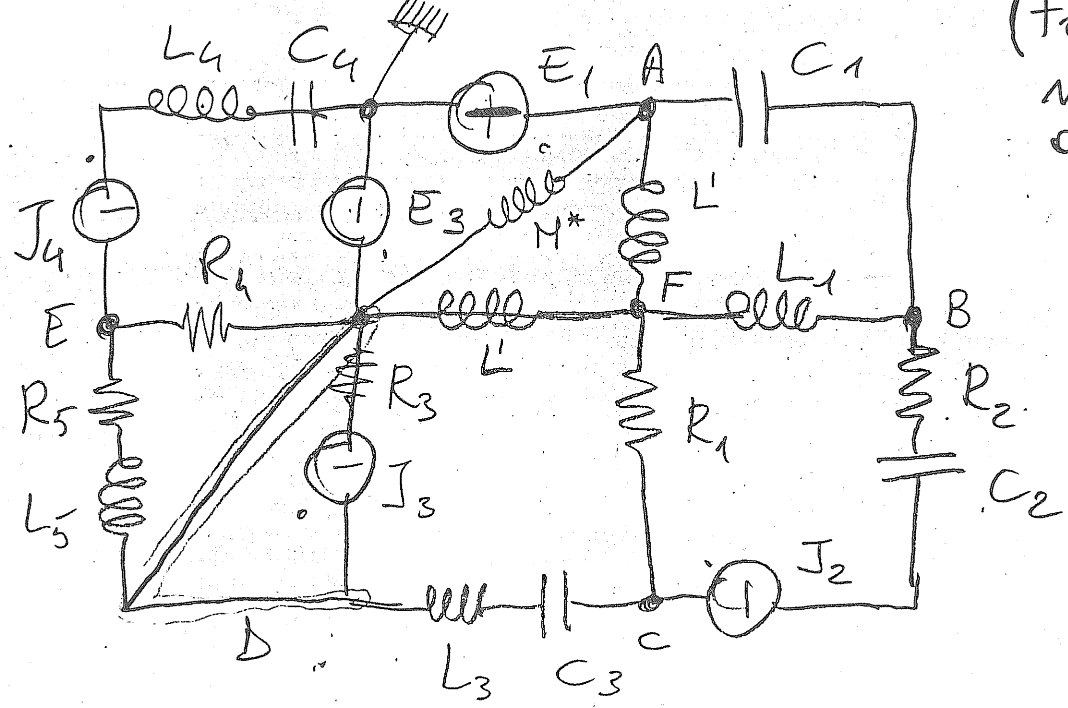
$$B = v_u(s)\cdot(s+476.2)\Big|_{s=-476.2} = -0.4731$$

$$v_u(t) = -8.8\cdot\left[1.4731\cdot e^{-1000t} - 0.4731\, e^{-476.2t}\right]u(t)$$

Es 2A
18/7/03

Metodo tensioni nodali

(trasformo mutuo accopp. a π)



$$L' = \frac{\Delta}{L-M} \qquad M^* = \frac{\Delta}{M} \qquad \text{con } \Delta = L^2 - M^2$$

$n°$ equ. $= n - 1 - n_{gE} = 7 - 1 - 2 = 4$ eq

A) $V_A = \dot{E}_1$

D) $V_D = \dot{E}_3$

B) $-\dot{J}_2 = \left(j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1}\right)\dot{V}_B - \dot{V}_A j\omega C_1 - \frac{\dot{V}_F}{j\omega L_1}$

C) $\dot{J}_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_3}}\right) V_C - \frac{V_D}{j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} - \frac{V_F}{R_1}$

E) $-J_4 = \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + j\omega L_5}\right) V_E - \frac{V_D}{R_5 + j\omega L_5} - \frac{V_D}{R_4}$

F) $0 = \left(\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L'} + \frac{1}{j\omega L'} + \frac{1}{R_1}\right) V_F - \frac{V_C}{R_1} - \frac{V_A}{j\omega L'} - \frac{V_D}{j\omega L'} - \frac{V_B}{j\omega L_1}$

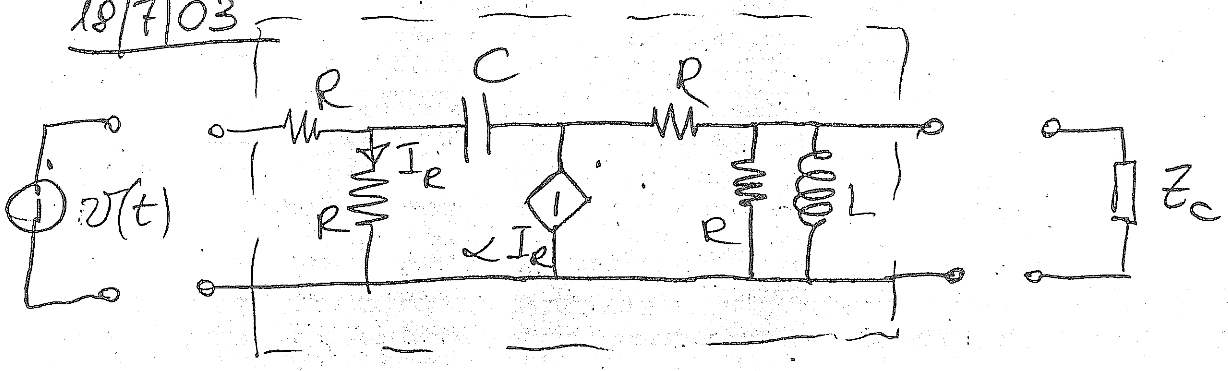
ES 3A
18/7/03

Parametri $\bar{Z}$

versione provvisoria

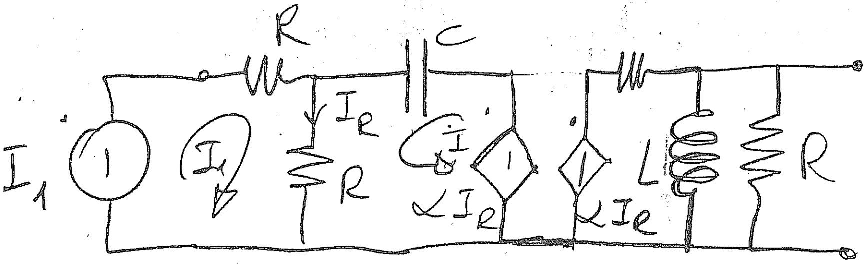
5

1



$\omega = 314 \ \frac{rad}{s}$

$$\dot{V}_1 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2 \qquad ; \quad \bar{Z}_{11} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\Big|_{I_2=0} \ ; \quad \bar{Z}_{21} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{I_2=0}$$
$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2$$



Sdoppio generatore di tensione:

$$\begin{cases} \alpha I_R = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I} + R\dot{I}_1 \\ I_R = I_1 + I \end{cases} \Rightarrow \quad (\alpha - R) I_1 = \left(R + \frac{1}{j\omega C} - \alpha\right)\dot{I}$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{I} = \frac{(\alpha - R)}{R + \frac{1}{j\omega C} - \alpha}\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_1 = R\dot{I}_1 + R\dot{I}_1 + \frac{R(\alpha - R)}{(R-\alpha) + \frac{1}{j\omega C}}\dot{I}_1 \Rightarrow \bar{Z}_{11} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = 2R + \frac{R(\alpha - R)}{(R-\alpha) + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\boxed{\bar{Z}_{11} = 3.38 - j0.18\,\Omega}$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_p \cdot \dot{I}_2 \ ; \ \text{con} \ \bar{Z}_p = \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L} \ \text{e} \ \dot{I}_2 = \frac{\alpha I_R}{R + \bar{Z}_p}$$

$$I_R = I_1 + I = I_1\left(1 + \frac{(\alpha - R)}{R - \alpha + \frac{1}{j\omega C}}\right)$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_p \cdot \frac{\alpha}{R + \bar{Z}_p} \cdot \left(1 + \frac{(\alpha - R)}{R - \alpha + \frac{1}{j\omega C}}\right)\dot{I}_1 \Rightarrow \boxed{\bar{Z}_{21}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\alpha \bar{Z}_p}{R + \bar{Z}_p} \cdot \left(1 + \frac{\alpha - R}{R - \alpha + \frac{1}{j\omega C}}\right) = \boxed{0.23 + j0.05}$$

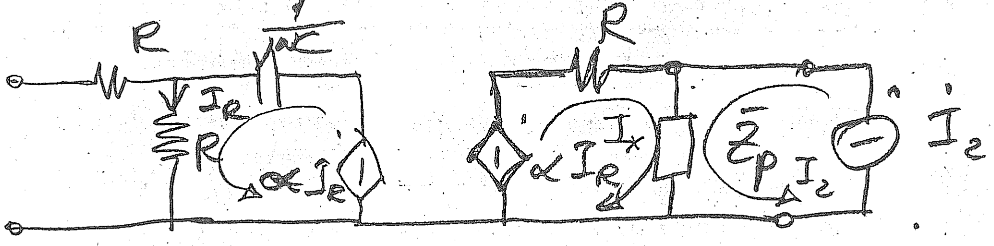
; 3A

8/7/03

versione provvisoria

6 92

$$\bar{Z}_{12} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\right|_{I_1=0} \quad ; \quad \bar{Z}_{22} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$



$$\alpha I_R = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) I_R \Rightarrow I_R = 0$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_p(\dot{I}_2 + \dot{I}_x) \quad \boxed{\bar{Z}_{22}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \frac{\bar{Z}_p \cdot R}{R + \bar{Z}_p} = \boxed{0.9 + j0.28\ \Omega}$$

$$\dot{V}_1 = 0 \Rightarrow \boxed{\bar{Z}_{12} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2} = 0}$$

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} 3.98 + j0.18 & 0 \\ 0.23 + j0.05 & 0.9 + j0.28 \end{bmatrix}$$

$$\dot{V} = 220\ \text{V}$$

$$\bar{S} = \dot{V}\dot{I}_1^*$$

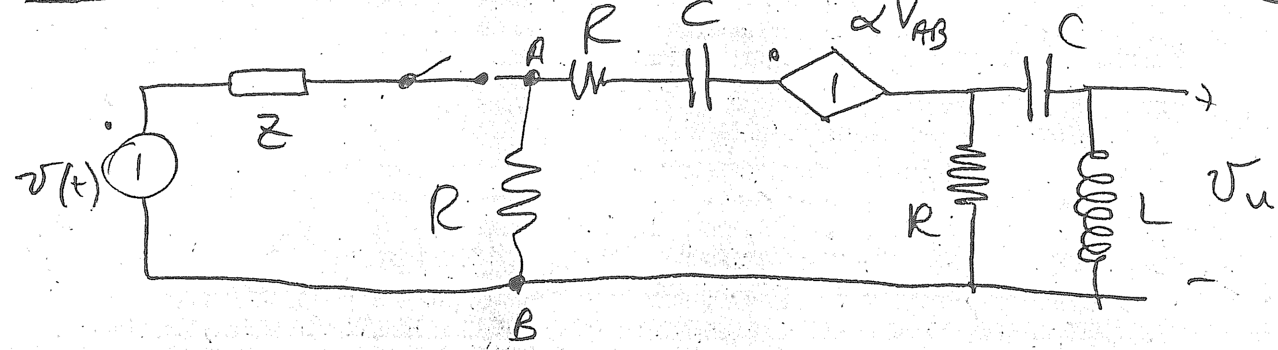
$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + 0 \cdot \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_1 = \dfrac{\dot{V}}{\bar{Z}_{11}} = 55.12 + j2.6\ \text{A} \\ \dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2 \\ \dot{V}_1 = \dot{V} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

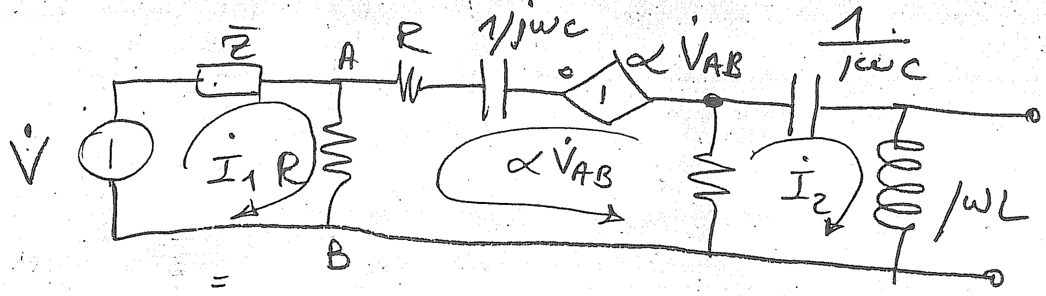
$$\bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}_1^* = 12.1 - j0.57\ \text{kVA}$$

$$\boxed{P = 12.1\ \text{KW} \ ; \ Q = -0.57\ \text{KVAR}}$$

Es 1B del 18/7/03



Per $t<0$ studiamo c.i.



$$\begin{cases} \dot{V} = (\bar{Z} + R)\, \dot{I}_1 + R\alpha \dot{V}_{AB} \\ \dot{V}_{AB} = R\dot{I}_1 + \alpha R \dot{V}_{AB} \Rightarrow \dot{V}_{AB} = \dfrac{R}{1-\alpha R}\, \dot{I}_1 \end{cases}$$

$$\dot{V} = \left[(\bar{Z}+R) + \frac{\alpha R^2}{1-\alpha R} \right] \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}(1-\alpha R)}{(\bar{Z}+R)(1-\alpha R) + \alpha R^2} \cong 6.75 - j7 \text{ A}$$

con $\dot{V} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}} = 86.6 + j50$ V

$$\dot{V}_{AB} = \frac{R}{1-\alpha R} \cdot \dot{I}_1 = -16.86 + j\,17.43 \text{ V}$$

Per trovare la corrente $\dot{I}_2$ applico partitore di corrente:

$$\dot{I}_2 = -\frac{\alpha \dot{V}_{AB} \cdot R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 3.62 + j\,1.67 \text{ A}$$

Poichè uno dei 2 condensatori è in serie ad un generatore di corrente, per quel condensatore

$$\dot{V}_{c2} = \frac{\dot{I}_L}{j\omega C} = 53.3 - j\,115.3 \quad V$$

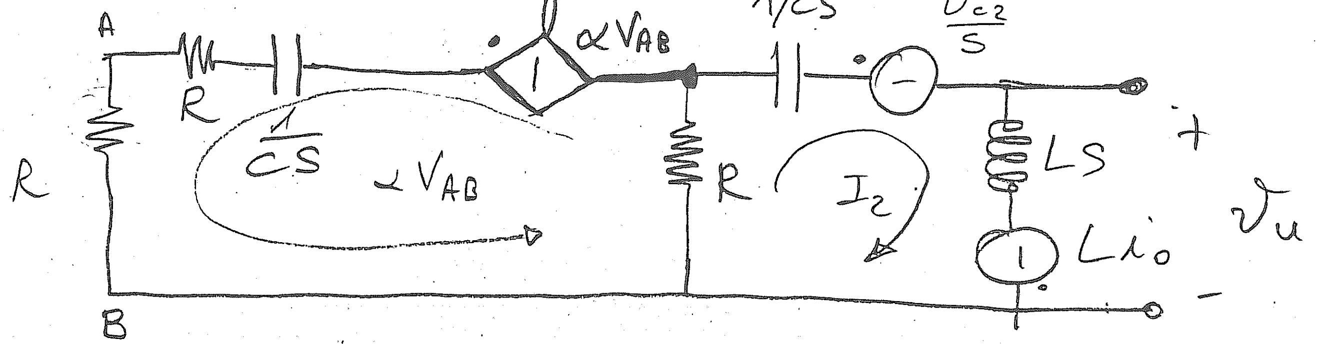
$$v_{c2}(t) \cong 127 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 1.13) \ V$$

$$\boxed{v_{c20} \cong -163 \ V}$$

$$i_L(t) = i_2(t) \cong 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 0.43) \ A$$

$$\boxed{i_0 = i_2(0) = 2.37 \ A}$$

Studiamo il circuito per $t > 0$ quando il tasto T si apre.



$$V_{AB} = \alpha V_{AB} \cdot R \Rightarrow V_{AB} = 0$$

$$L i_0 - \frac{v_{c2}}{s} = \left(R + LS + \frac{1}{CS}\right) I_2$$

$$I_2 = \frac{L i_0 - \frac{v_{c2}}{s}}{R + LS + \frac{1}{CS}} = \frac{LCS i_0 - v_c C}{LCS^2 + RCS + 1}$$

$$v_u(s) = LS\, I_2 - L i_0$$

$$= LS \cdot \frac{LCS i_0 - v_c C}{LCS^2 + RCS + 1} - L i_0 \Rightarrow$$

ES 1B
18/7/03

~~3~~ 9

$$v_u(s) = \frac{\cancel{L^2Cs^2 i_0} - v_c LCs - \cancel{L^2Cs^2 i_0} - LRC i_0 s - L i_0}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$v_u(s) = -\frac{(v_c LC + LRC i_0)s + L i_0}{LCs^2 + RCs + 1} = -\frac{-1.4\cdot 10^{-4}s + 0.0237}{10^{-6}s^2 + 0.001s + 1}$$

$$v_u(s) = \frac{1.4\cdot 10^{-4}}{10^{-6}} \cdot \frac{s - 170}{(s+500-j866)(s+500+j866)}$$

$\simeq 140$

$$v_u(s) = 140\left[\frac{A}{s+500-j866} + \frac{A^*}{s+500-j866}\right]$$

$$A = v_u(s)\cdot(s+500-j866)\Big|_{s=-500+j866} = 0.5 + j\,0.3868$$

$$A = M + jN \quad ; \quad A^* = M - jN$$

$$v_u(t) = \left[2\cdot e^{-500t}\left(M\cos 866t + N\sin 866t\right)\right]u(t)$$

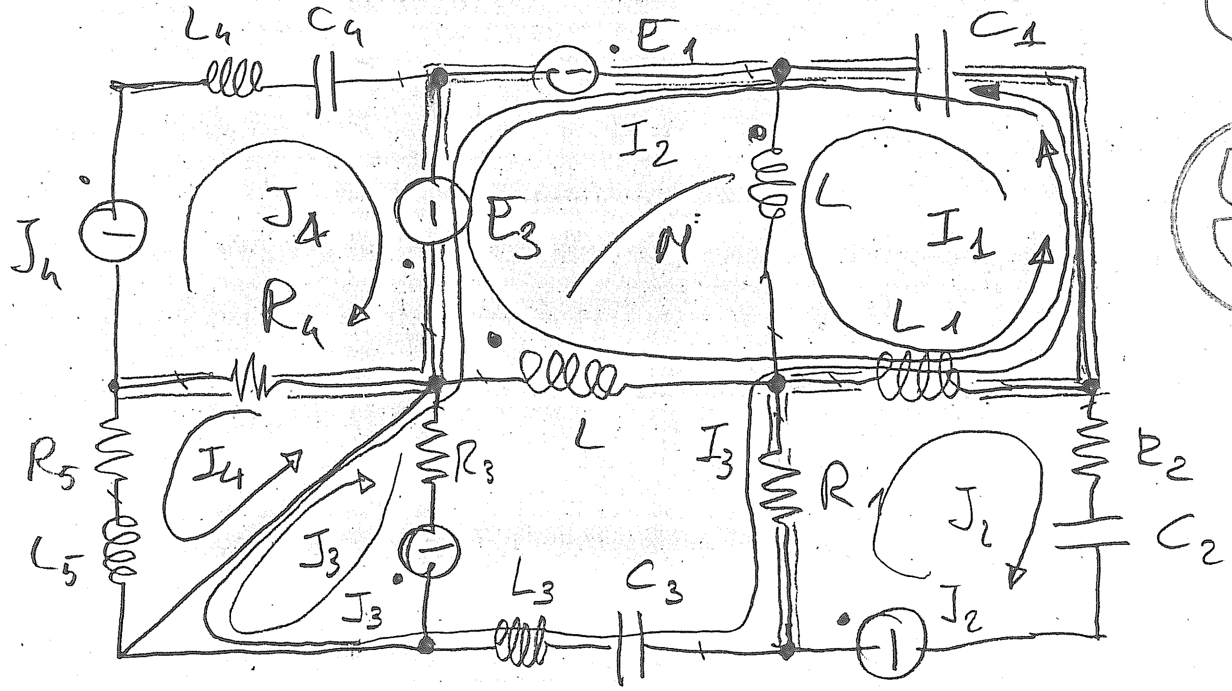
$$\boxed{v_u(t) = 2e^{-500t}\cdot\left[0.5\cos(866t) + 0.3868\sin(866t)\right]u(t)}$$

ĜS 2B

18/7/03

Metodo correnti di maglia

(10)



$n°$ eq: $r - n + 1 - n_{gcorr} = 13 - 7 + 1 - 3 = 4$ eq

Scelto l'albero di figura, con le correnti indicate:

1) $0 = \left(j\omega L_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_1 + \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\left(\dot{I}_2 + \dot{I}_3\right) + j\omega L_1 \dot{J}_2 + j\omega M \dot{I}_2$

2) $\dot{E}_3 - \dot{E}_1 = \left(j\omega L_1 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_2 + \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_3\right) + j\omega L_1 \dot{J}_2 + j\omega M \dot{I}_2$

3) $\dot{E}_3 - \dot{E}_1 = \left(j\omega L_1 + j\omega L_3 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_3} + R\right)\dot{I}_3 + \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right) + (R_1 + j\omega L_1)\dot{J}_2$

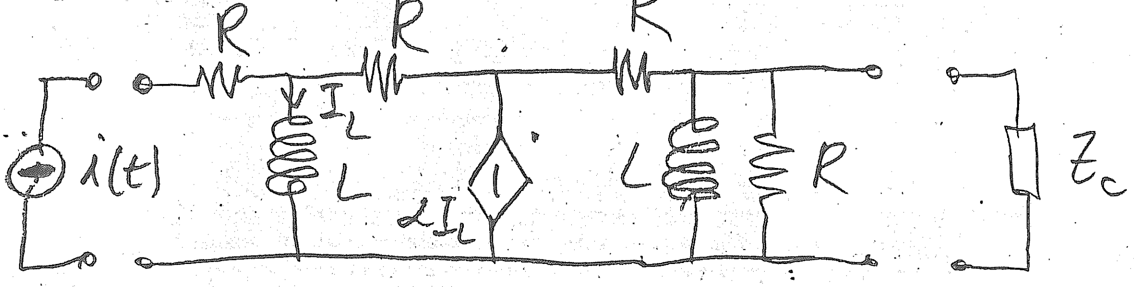
4) $0 = (R_4 + R_5 + j\omega L_5)\dot{I}_4 - R_4 \dot{J}_4$

$\overset{1}{\text{OS}}$ 3.B

18/7/03

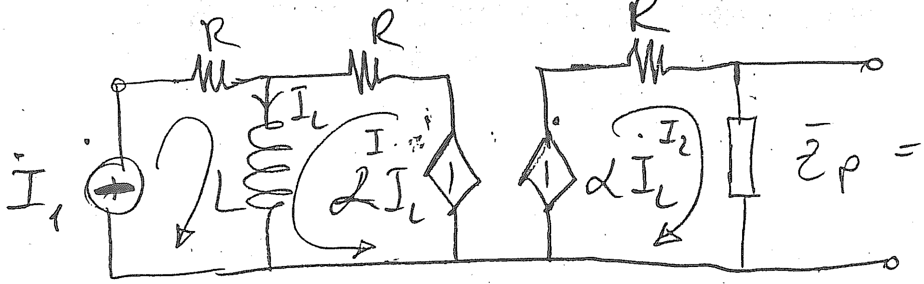
Parametri $\bar{Z}$ versione provvisoria

11 ~~1~~



$\boxed{\omega = 1000 \frac{rad}{s}}$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \bar{Z}_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} ; \quad \bar{Z}_{21} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$



$$\bar{Z}_p = \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} \cong 1 + j\,0.010\ \Omega$$

Sdoppio generatore di tensione:

$$\begin{cases} \alpha \dot{I}_L = (R + j\omega L)\dot{I} + j\omega L \dot{I}_1 \\ \dot{I}_L = \dot{I} + \dot{I}_1 \end{cases} \Rightarrow \quad (R + j\omega L - \alpha)\dot{I} = (\alpha - j\omega L)\dot{I}_1$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{I} = \frac{\alpha - j\omega L}{R + j\omega L - \alpha}\dot{I}_1$$

$$\dot{V}_1 = R\dot{I}_1 + j\omega L \dot{I}_1 + \frac{j\omega L \cdot (\alpha - j\omega L)}{R + j\omega L - \alpha}\dot{I}_1$$

$$\boxed{\bar{Z}_{11}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = R + j\omega L + \frac{j\omega L(\alpha - j\omega L)}{R - \alpha + j\omega L} = \boxed{2 + j\,0.005\ \Omega}$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_p \cdot \dot{I}_2 \quad \text{con} \quad \dot{I}_2 = \frac{\alpha \dot{I}_L}{R + \bar{Z}_p} = \frac{\alpha}{R + \bar{Z}_p}\left[\frac{\alpha - j\omega L}{R + j\omega L - \alpha} + 1\right]\dot{I}_1$$

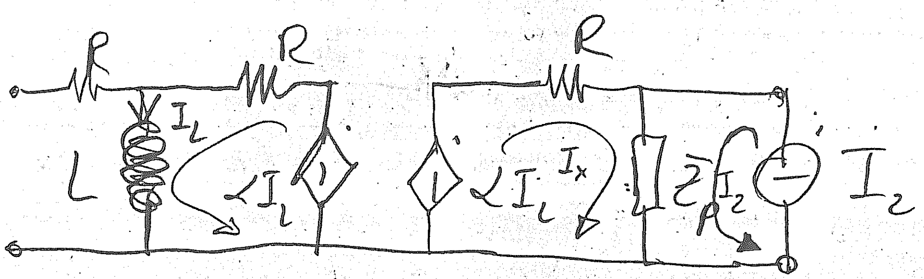
$$\boxed{\bar{Z}_{21}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\alpha \bar{Z}_p}{R + \bar{Z}_p}\cdot\left[\frac{\alpha - j\omega L}{R + j\omega L - \alpha} + 1\right] = \boxed{2.5 \cdot 10^{-5} + j\,0.0025}$$

Es. 3B
18/7/03

~~2~~

12

$$\bar{Z}_{12} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\Bigg|_{\dot{I}_1=0} \; ; \quad \bar{Z}_{22} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\Bigg|_{\dot{I}_1=0}$$



$$\alpha \dot{I}_L = (R + j\omega L)\, \dot{I}_L \Rightarrow \dot{I}_L = 0$$

$$\alpha I = 0 = (R + \bar{Z}_p)\, \dot{I}_x + \bar{Z}_p \dot{I}_2$$

$$I_x = -\frac{\bar{Z}_p}{R + \bar{Z}_p}\, \dot{I}_2$$

$$\dot{V}_2 = \bar{Z}_p \cdot (I_x + I_2) = \bar{Z}_p \left[-\frac{\bar{Z}_p}{R + \bar{Z}_p} + 1 \right] \dot{I}_2 = \bar{Z}_p \left(\frac{\cancel{-\bar{Z}_p} + \cancel{\bar{Z}_p} + R}{R + \bar{Z}_p} \right) I_2$$

$$\boxed{\bar{Z}_{22}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \left(\frac{\bar{Z}_p \cdot R}{R + \bar{Z}_p} \right) = \boxed{0.5 + j\,0.0025\ \Omega}$$

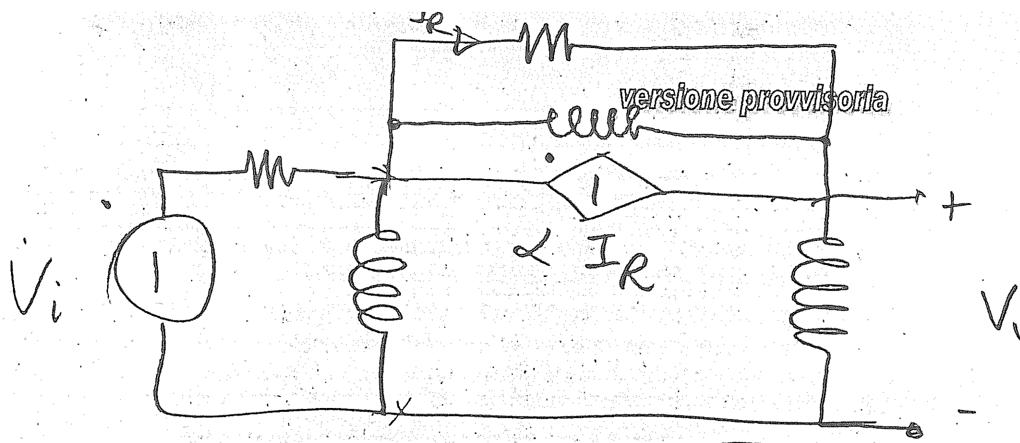
$$\boxed{\bar{Z}_{12}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2} = \boxed{0} \qquad \left(\dot{V}_1 = j\omega L \cdot \dot{I}_L = 0 \right)$$

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} 2 + j0.005 & 0 \\ 2.5 \cdot 10^{-5} - j0.0025 & 0.5 + j0.0025 \end{bmatrix}$$

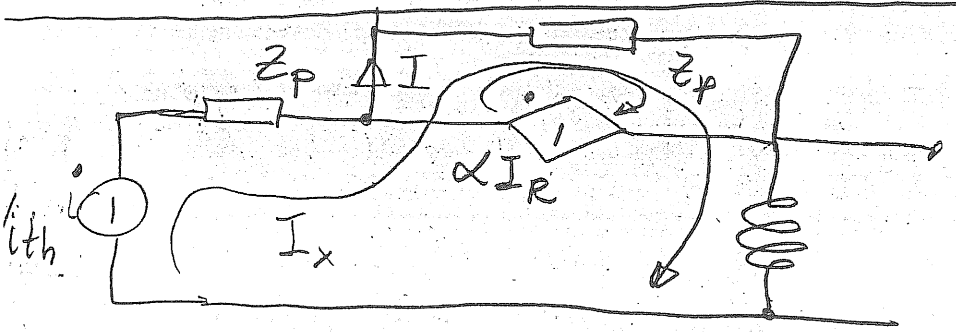
$$\bar{S} = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}^* \; ; \quad \dot{I} = 2\ \text{A}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \bar{Z}_{11} \dot{I}_1 + 0 \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = \bar{Z}_{21} \dot{I}_1 + \bar{Z}_{22} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \dot{I} \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\dot{V}_1 = \bar{Z}_{11} \dot{I} = 4 + j0.01\ \text{V} \\ &\bar{S} = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}^* = 8 + j0.02\ \text{VA} = P + jQ \end{aligned}$$

$$\boxed{P = 8\ \text{W} \quad Q = 0.02\ \text{VAR}}$$



$$Z_p = \frac{RLS}{R+LS}$$



$$\dot V_{ith} = \frac{\dot V_i\, LS}{R+LS} = V_i \frac{Z_p}{R}$$

$$I_R = \frac{I \cdot LS}{R+LS}$$

$$\Downarrow$$

$$I = \frac{R+LS}{LS} I_R = \left(\frac{R}{LS}+1\right) I_R$$

$$\begin{cases} \dot V_{th} = (2Z_p + LS)\, I_x + \alpha I_R \cdot Z_p \\ \dot I = \dot I_x + \alpha \dot I_R \Rightarrow \left(\frac{R}{LS} + 1 - \alpha\right) I_R = I_x \end{cases}$$

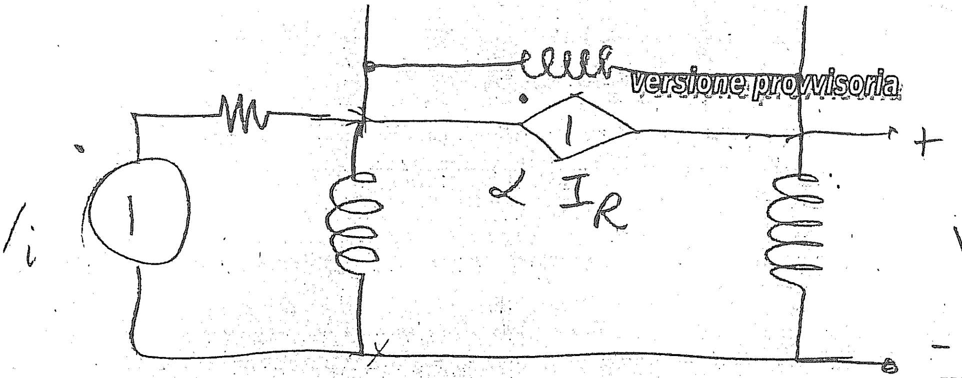
$$\dot I_R = \frac{LS\, I_x}{R+(1-\alpha)LS}$$

$$V_{th} = \left[2Z_p + Ls + \alpha Z_p \frac{LS}{R+(1-\alpha)LS}\right] I_x$$

$$\dot I_x = V_{th} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{(2Z_p+LS)(R+(1-\alpha)LS) + \alpha Z_p LS} =$$

$$= \frac{V_i\, Z_p}{R} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{2Z_p(R+(1-\alpha)LS) + \frac{RLS+(1-\alpha)L^2S^2}{Z_p} + \alpha Z_p LS} =$$

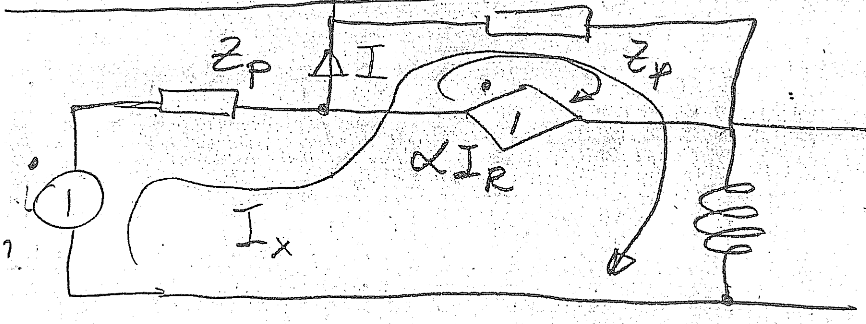
$$= \frac{V_i}{\ldots} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{\ldots} ; \quad \boxed{V_u = LS\, I_x}$$



OS 4 18/7/03

14

V_u $\qquad Z_p = \frac{RLS}{R+LS}$



$$V_{ith} = \frac{V_i\, LS}{R+LS} = V_i \frac{Z_p}{R}$$

$$I_R = \frac{I \cdot LS}{R+LS}$$

$$\Downarrow$$

$$I = \frac{R+LS}{LS} I_R = \left(\frac{R}{LS}+1\right) I_R$$

$$V_{th} = (2Z_p + LS)\, I_x + \alpha I_R \cdot Z_p$$

$$I = I_x + \alpha I_R \Rightarrow \left(\frac{R}{LS} + 1 - \alpha\right) I_R = I_x$$

$$I_R = \frac{LS\, I_x}{R+(1-\alpha)LS}$$

$$V_{th} = \left[2 Z_p + LS + \alpha Z_p \frac{LS}{R+(1-\alpha)LS}\right] I_x$$

$$I_x = V_{th} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{(2Z_p+LS)(R+(1-\alpha)LS) + \alpha Z_p LS} =$$

$$= \frac{V_i\, \cancel{Z_p}}{R} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{2\cancel{Z_p}(R+(1-\alpha)LS) + \frac{RLS+(1-\alpha)L^2S^2}{Z_p} + \alpha \cancel{Z_p} LS} =$$

$$= \frac{V_i}{R} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{2R(R+(1-\alpha)LS) + (R+(1-\alpha)LS)(R+LS) + \alpha LS}$$

$$\boxed{V_u = LS\, I_x}$$

$$= \frac{V_i\, LS}{R+LS} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{\left(2\dfrac{RLS}{R+LS}+LS\right)\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\alpha\dfrac{RLS}{R+LS}\cdot LS}$$

$$= V_i\, \cancel{\frac{LS}{R+LS}} \; \frac{R+(1-\alpha)LS}{\cancel{LS}\left[\dfrac{2R+R+LS}{\cancel{R+LS}}\right]\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\dfrac{\alpha RLS}{\cancel{R+LS}}}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(3R+LS)\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\alpha RLS}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{3R^2+3R(1-\alpha)LS+RLS+(1-\alpha)L^2S^2+\alpha RLS}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(1-\alpha)L^2S^2+\left[3R-3\alpha R+R+\alpha R\right]LS+3R^2}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(1-\alpha)L^2S^2+2R(2-\alpha)LS+3R^2}$$

$$V_u = LS\, I_x = V_i \frac{LS\left[R+(1-\alpha)LS\right]}{(1-\alpha)L^2S^2+2R(2-\alpha)LS+3R^2}$$

18/7/03 16 ~~ésu 2~~

$$= \frac{V_i\, LS}{R+LS} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{\left(2\frac{RLS}{R+LS}+LS\right)\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\alpha\frac{RLS}{R+LS}\cdot LS}$$

$$= V_i \frac{\cancel{LS}}{\cancel{R+LS}} \cdot \frac{R+(1-\alpha)LS}{\cancel{LS}\left[\frac{2R+R+LS}{\cancel{R+LS}}\right]\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\frac{\alpha RLS}{\cancel{R+LS}}}$$

$$= V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(3R+LS)\left(R+(1-\alpha)LS\right)+\alpha RLS}$$

$$= V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{3R^2+3R(1-\alpha)LS+RLS+(1-\alpha)L^2S^2+\alpha RLS}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(1-\alpha)L^2S^2+\left[3R-3\alpha R+R+\alpha R\right]LS+3R^2}$$

$$I_x = V_i \frac{R+(1-\alpha)LS}{(1-\alpha)L^2S^2+2R(2-\alpha)LS+3R^2}$$

$$V_u = LS\, I_x = V_i \frac{LS\left[R+(1-\alpha)LS\right]}{(1-\alpha)L^2S^2+2R(2-\alpha)LS+3R^2}$$

18/7/03 17 ~~05~~ ~~4~~ 3

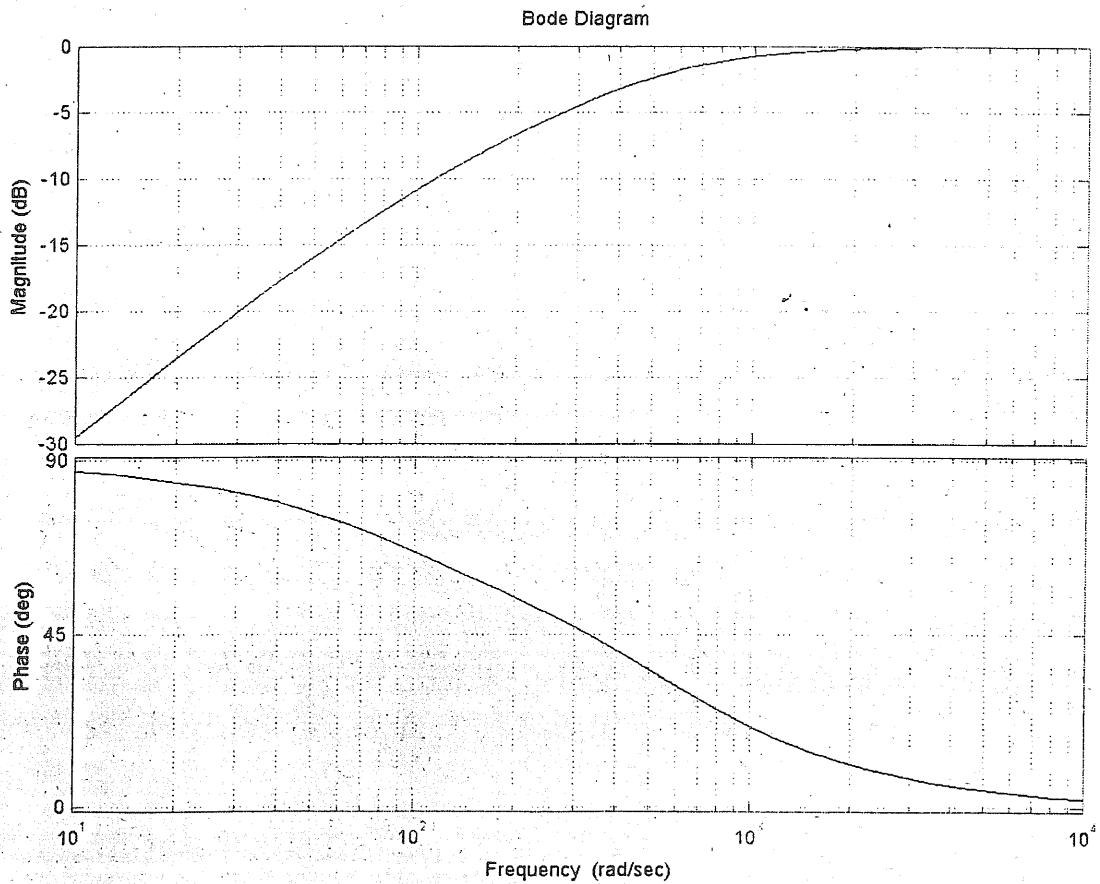
$$W = \frac{L\cancel{R}}{3R^{2}} \cdot \frac{j\omega \left[\text{versione provvisoria} \; 2DR \right]}{-\left[\frac{(1-\alpha)}{3R^2}\right]\omega^2 L^2 + \frac{2R(2-\alpha)}{3R^2} j\omega L + 1}$$

zeri : $j\omega_{z1} = 0$; $j\omega_{z2} = -200$

poli : $j\omega_{p1} = -473.2$; $j\omega_{p2} = -126.8$

$K = 0.0033$

$$W = 0.0033 \, \frac{j\omega \cdot \left[\frac{j\omega}{200} + 1\right]}{\left[\frac{j\omega}{473.2} + 1\right]\left[\frac{j\omega}{126.8} + 1\right]}$$



$$W = \frac{LR}{3R^2} \cdot \frac{j\omega\left[j\omega L(1-\alpha) + 1\right]}{-\left[\frac{(1-\alpha)}{3R^2}\right]\omega^2 L^2 + \frac{2R(2-\alpha)}{3R^2} j\omega L + 1}$$

18/7/03

8S 3

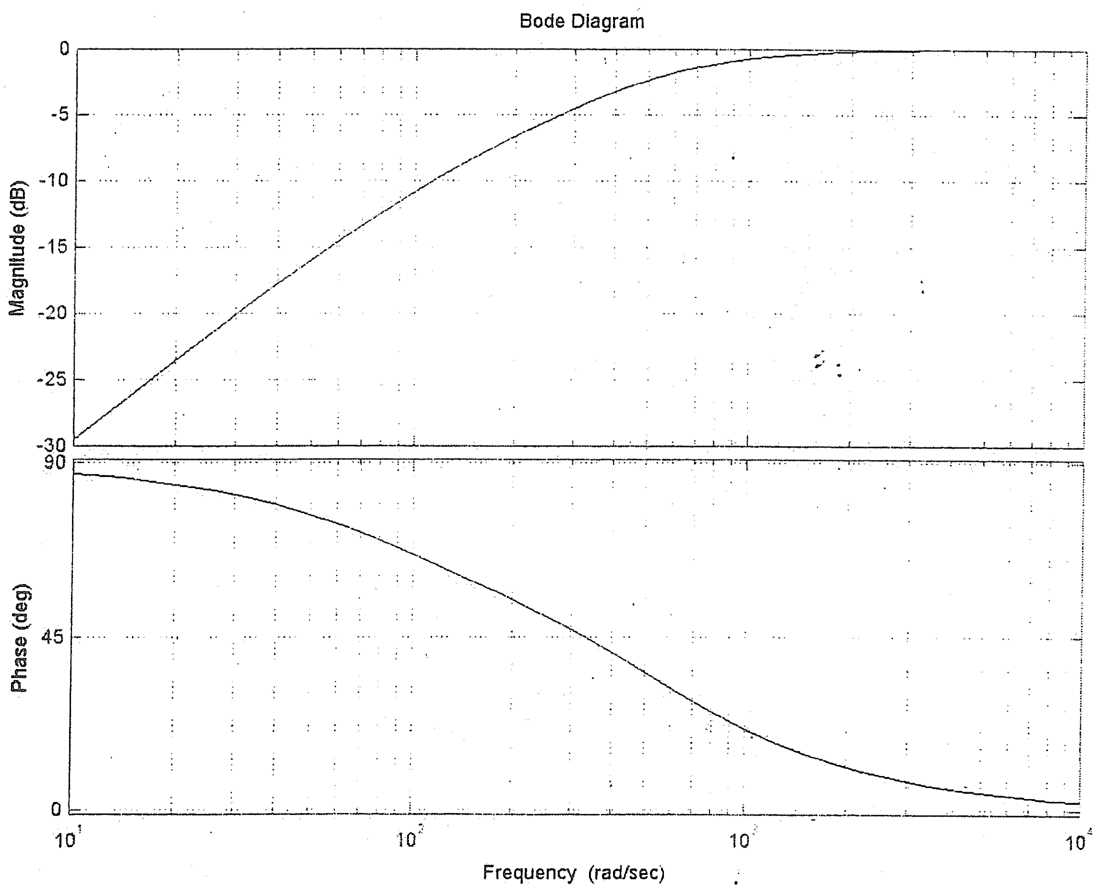
18

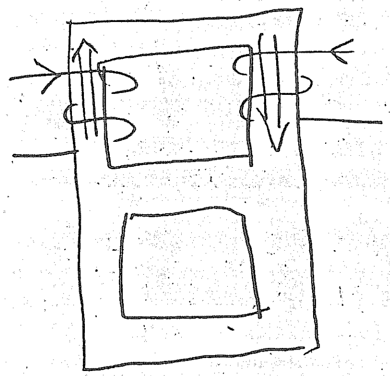
zeri : $j\omega_{z1} = 0$; $j\omega_{z2} = -200$

poli : $j\omega_{p1} = -473.2$; $j\omega_{p2} = -126.8$

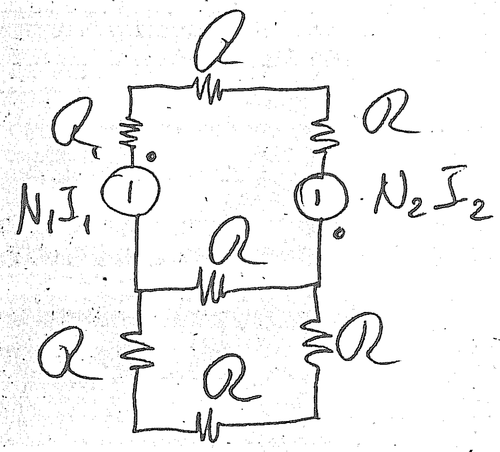
$K = 0.0033$

$$W = 0.0033 \frac{j\omega \cdot \left[\frac{j\omega}{200} + 1\right]}{\left[\frac{j\omega}{473.2} + 1\right]\left[\frac{j\omega}{126.8} + 1\right]}$$





$\Rightarrow$



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r \cdot S} = 2.65 \cdot 10^5 \ H^{-1}$$

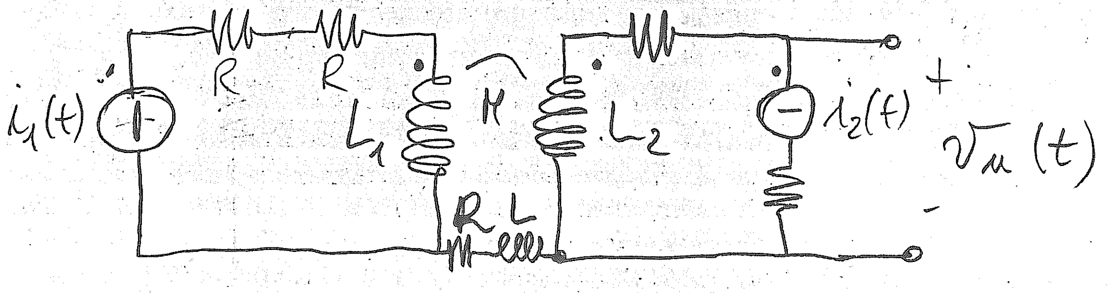
$$L_1 = \left.\frac{\Phi_{1c}}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_v} = 0.161 \ H$$

con $\mathcal{R}_v = 3\mathcal{R} + 3\mathcal{R} // \mathcal{R} = 3\mathcal{R} + \frac{3\mathcal{R}\cdot\mathcal{R}}{4\mathcal{R}} = \frac{15}{4}\mathcal{R}$

$$L_2 = \left.\frac{\Phi_{2c}}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_v} = 0.0905 \ H$$

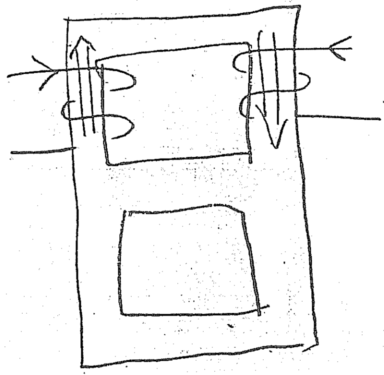
$$M = \left.\frac{\Phi_{1-2c}}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathcal{R}_v} = 0.1206 \ H \quad (+)$$

Disegniamo il circuito elettrico:
(sostituiamo il gen. di corrente $i_1(t)$ con il generatore di tensione equivalente)

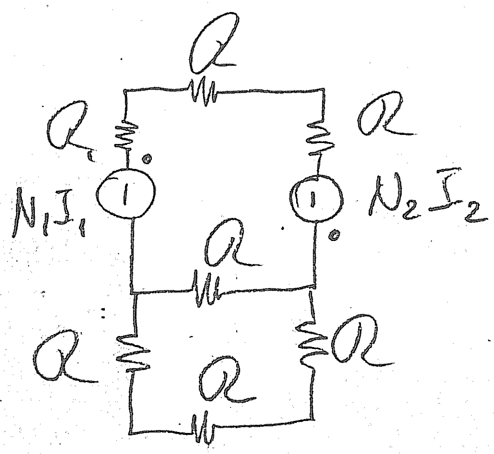


ES 5
18/7/03

2 1



$\Rightarrow$



$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r \cdot S} = 2.65 \cdot 10^5 \ H^{-1}$$

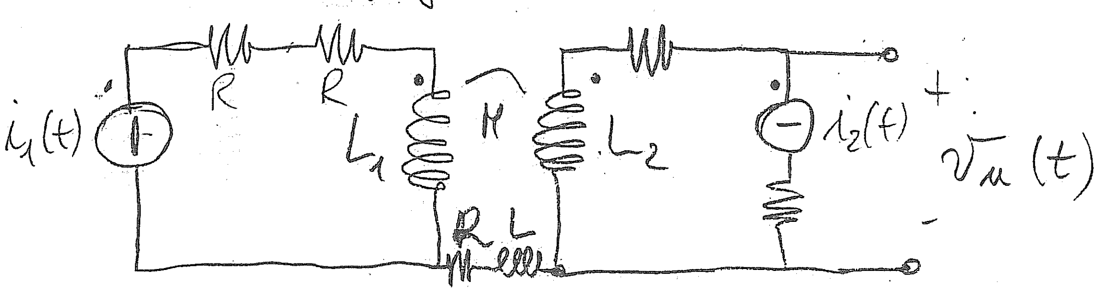
$$L_1 = \left.\frac{\Phi_{1c}}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_v} = 0.161 \ H$$

con $\mathcal{R}_v = 3\mathcal{R} + 3\mathcal{R} // \mathcal{R} = 3\mathcal{R} + \frac{3\mathcal{R} \cdot \mathcal{R}}{4\mathcal{R}} = \frac{15}{4}\mathcal{R}$

$$L_2 = \left.\frac{\Phi_{2c}}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_v} = 0.0805 \ H$$

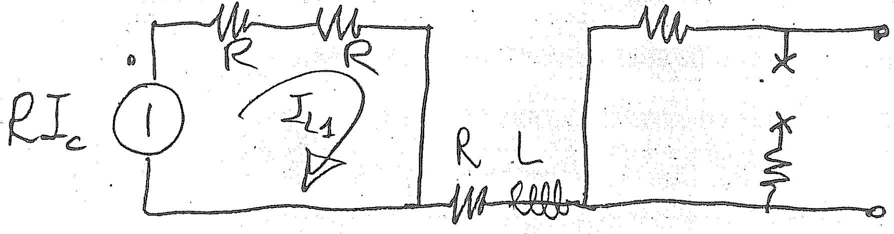
$$M = \left.\frac{\Phi_{1-2c}}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathcal{R}_v} = 0.1206 \ H \quad (+)$$

Disegniamo il circuito elettrico:
(sostituiamo il gen. di corrente $i_1(t)$ con il generatore di tensione equivalente)



Applichiamo sovrapp. effetti: Es 5 18/7/03 21

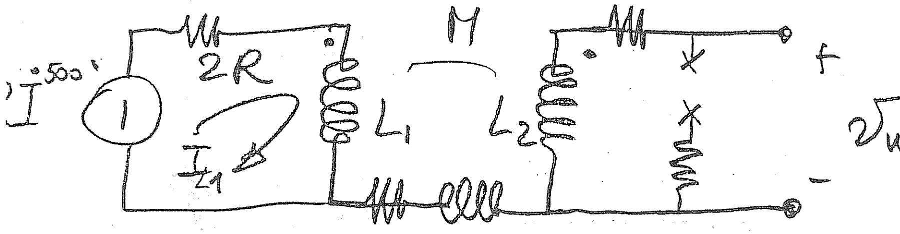
Agisce la componente in continua di $i_1(t)$:



$$I_{L1}^c = \frac{RI_c}{2R} = \frac{5}{2} = 2.5\ A; \quad \underline{\underline{v_u^c = 0}}\ ; \ I_{L2}^c = 0$$

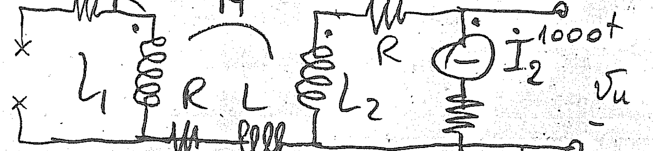
Agisce comp. sinusoidale a pulsazione $500\ \frac{rad}{s}$

$$\dot{I}^{500} = 10\ A$$



$$\dot{I}_{L1}^{500} = \frac{R\dot{I}^{500}}{2R+j\omega L_1} = 0.3 - j1.17\ A;\ I_{L2}^{500} = 0\ ;\ \dot{v}_u^{500} = j\omega M I_{L1}^{500} = 70.6 + j17.5\ V$$

Agisce comp. sinusoidale a pulsazione $1000\ \frac{rad}{s}$



$$\dot{I}_2^{1000} = 5 \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)} = -4 + j2.5\ A$$

$$\dot{I}_{L1}^{1000} = 0\ ;\ \dot{I}_{L2}^{1000} = \dot{I}_2^{1000} = -4 + j2.5\ A$$

$$\dot{v}_u^{1000} = (R + j\omega L_2)\,\dot{I}_2^{1000} \cong -270 - j366.8\ V$$

$$v_u(t) = |v_u^{500}|\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(500t + \varphi_{500}) + |v_u^{1000}|\sqrt{2}\sin(1000t + \varphi_{1000}) \Rightarrow$$

$$\boxed{v_u(t) = 72.8\cdot\sqrt{2}\sin(500t + 0.24) + 455.2\cdot\sqrt{2}\sin(1000t - 2.2)\ V}$$

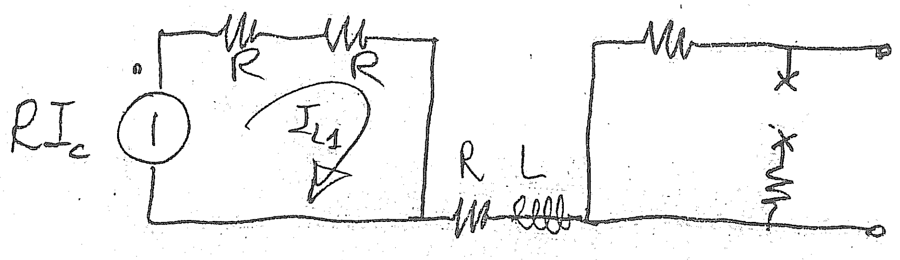
$$\boxed{\bar{W} = \frac{1}{2}L_1\cdot I^{c^2} + \frac{1}{2}L_1\left(I_{L1e}^{500}\right)^2 + \frac{1}{2}L_2\left(I_{L2e}^{1000}\right)^2 = 1.75\ \text{Joule}}$$

Applichiamo sovrapp. effetti:

Es 5
18/7/03

22

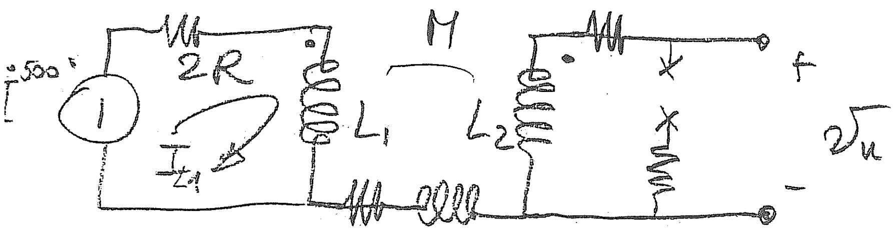
Agisce la componente in continua di $i_1(t)$:



$$I_{L1}^c = \frac{\cancel{R}I_c}{2\cancel{R}} = \frac{5}{2} = 2.5\ A; \quad \underline{\underline{v_u^c = 0}}; \quad I_{L2}^c = 0$$

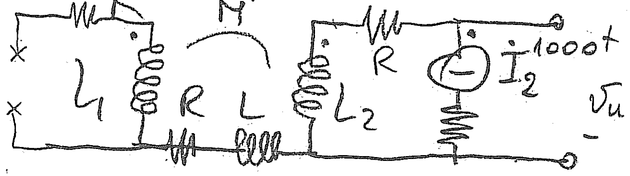
Agisce comp. sinusoidale a pulsazione 500 $\frac{rad}{s}$

$\dot{I}^{500} = 10\ A$



$$\dot{I}_{L1}^{500} = \frac{R\dot{I}^{500}}{2R+j\omega L_1} = 0.3 - j1.17\ A; \quad \dot{I}_{L2}^{500} = 0; \quad \dot{v}_u^{500} = j\omega M \dot{I}_{L1}^{500} = 70.6 + j17.5\ V$$

Agisce comp. sinusoidale a pulsazione 1000 $\frac{rad}{s}$



$$\dot{I}_2^{1000} = 5 \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)} = -4 + j2.5\ A$$

$$\dot{I}_{L1}^{1000} = 0; \quad \dot{I}_{L2}^{1000} = \dot{I}_2^{1000} = -4 + j2.5\ A$$

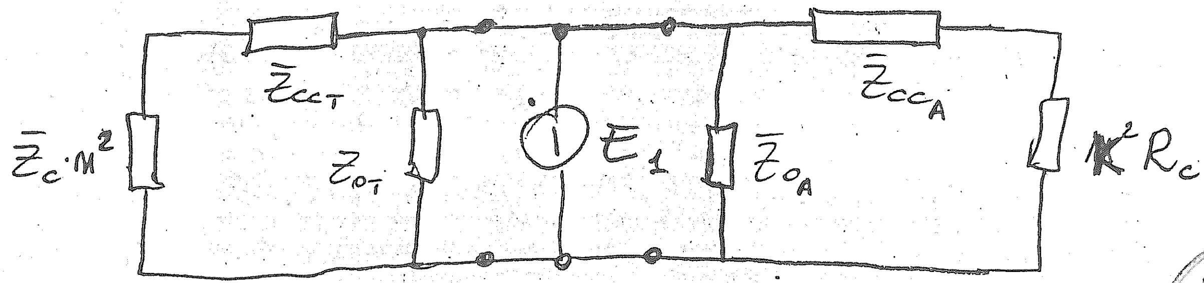
$$\dot{v}_u^{1000} = (R + j\omega L_2)\dot{I}_2^{1000} \cong -270 - j366.8\ V$$

$$v_u(t) = |v_u^{500}| \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(500t + \varphi_{500}) + |v_u^{1000}|\sqrt{2}\sin(1000t + \varphi_{1000}) \Rightarrow$$

$$\boxed{v_u(t) = 72.8 \cdot \sqrt{2}\sin(500t + 0.24) + 455.2 \cdot \sqrt{2}\sin(1000t - 2.2)\ V}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}L_1 \cdot I^{c^2} + \frac{1}{2}L_1\left(I_{L1}^{500}\right)^2 + \frac{1}{2}L_2\left(I_{L2}^{1000}\right)^2 = 1.75\ Joule}$$

Monofase equivalente:



Parametri Trasformatore

Dalla prova a vuoto:

$$R_0 = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = 96.26\ \Omega\ ; \quad G_0 = \frac{1}{R_0} = 0.0104\ \Omega\ ;$$

$$Y_0 = \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 0.0547\ \Omega\ ; \quad X_0 = \frac{1}{\sqrt{Y_0^2 - G_0^2}} = 18.62\ \Omega\ ;$$

$$\boxed{Z_0 = \frac{R_0 \cdot jX_0}{R_0 + jX_0} = 3.47 + j\,17.95\ \Omega}$$

Dalla prova in c.c.

$$|Z_{cc}| = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} = 3.46\ \Omega\ ; \quad \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc}\, I_{1cc}} = 0.6543\ ;$$

$$\bar{Z}_{cc} = |Z_{cc}| \cdot \left[\cos\varphi_{cc} + j\sin\varphi_{cc}\right] = \boxed{2.26 + j\,2.62\ \Omega}$$

Parametri macchina asincrona

(stesse formule di prima): $R_0 = 128\ \Omega$

$$\bar{Z}_0 = 1.85 + j\,15.28\ \Omega$$

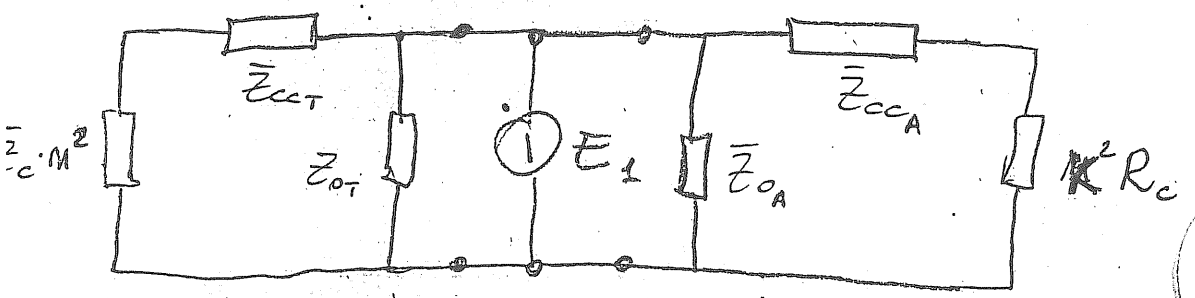
$$\bar{Z}_{cc} = 1.02 + j\,3.13\ \Omega$$

$$\bar{Z}_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}\ ; \quad R_{cc} = R_{1S} + K^2 R_{2R} \Rightarrow R_{2R} = \frac{R_{cc} - R_{1S}}{K^2}$$

$$\boxed{R_c = R_{2R} \cdot \frac{1-s}{s} \cong 0.7\ \Omega}$$

Es. 6 del 18/7/03

,mofase equivalente:



rametri Trasformatore

lla prova a vuoto:

$$R_0 = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = 96.26\ \Omega \; ; \quad G_0 = \frac{1}{R_0} = 0.0104\ \Omega$$

$$= \frac{\sqrt{3}\, I_{10}}{V_{10}} = 0.0547\ \Omega \quad X_0 = \frac{1}{\sqrt{Y_0^2 - G_0^2}} = 18.62\ \Omega \; ;$$

$$\boxed{{}_0 = \frac{R_0 \cdot jX_0}{R_0 + jX_0} = 3.47 + j\,17.95\ \Omega}$$

lla prova in c.c

$$|= \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}\, I_{1cc}} = 3.46\ \Omega \; ; \quad \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}\, V_{1cc}\, I_{1cc}} = 0.6543 \; ;$$

$$= |Z_{cc}| \cdot \left[\cos\varphi_{cc} + j\sin\varphi_{cc}\right] = \boxed{2.26 + j\,2.62\ \Omega}$$

metri macchina asincrona

se formule di prima): $R_0 = 128\ \Omega$

$= 1.85 + j\,15.28\ \Omega$

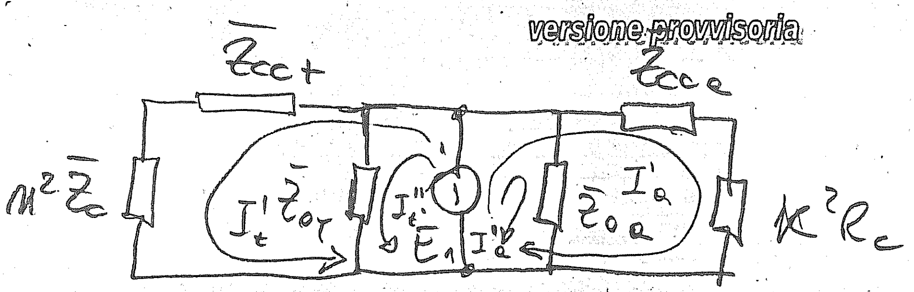
$= 1.02 + j\,3.13\ \Omega$

$= R_{cc} + jX_{cc}$; $R_{cc} = R_{1S} + K^2 R_{2R} \Rightarrow R_{2R} = \frac{R_{cc} - R_{1S}}{K^2}$

$= R_{cc} \cdot$ [illegible] $\simeq 0.$[illegible] Ω

~~Es 6~~ ~~2~~
18/7/03

25



$$\dot{E}_1 = 240 \text{ V}$$

$$I'_t = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{cct} + m^2\bar{Z}_c} = 20.7 - j\,12.45 \text{ A}$$

$$I''_t = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{0T}} = 2.5 - j\,12.8 \text{ A}$$

$$I'_a = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{cca} + k^2R_c} = 25.42 - j\,66.82 \text{ A}$$

$$I''_a = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{0a}} = 1.87 - j\,15.47 \text{ A}$$

$$\dot{I}_g = I'_t + I''_t + I'_a + I''_a = 50.5 - j\,107.6 \text{ A}$$

$$\bar{S}_g = 3\cdot\dot{E}_1\cdot\dot{I}_g^* = 36.36 + j\,77.5 \text{ KVA}$$

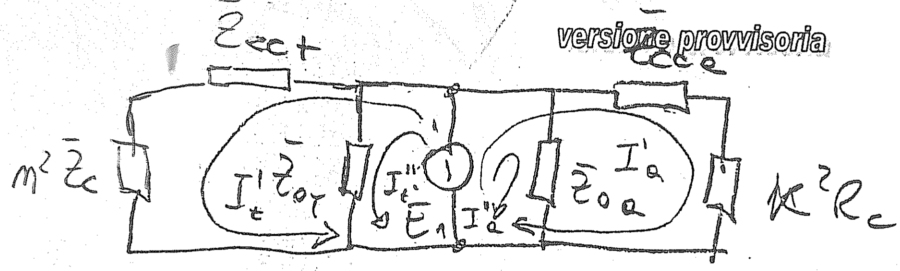
$$\boxed{P = 36.36 \text{ KW}; \quad Q = 77.5 \text{ KVAR}}$$

$$P_{fe_t} = 3\cdot\frac{E_1^2}{R_{0t}} \cong 1800 \text{ W}$$

$$P_{fe_a} = 3\cdot\frac{E_1^2}{R_{0a}} = 1350 \text{ W}$$

6s 6
18/7/03

26



$$\dot{E}_1 = 240 \text{ V}$$

$$I'_t = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{cct} + n^2 \bar{Z}_c} = 20.7 - j\,12.45 \text{ A}$$

$$I''_t = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{0T}} = 2.5 - j\,12.8 \text{ A}$$

$$I'_a = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{cca} + k^2 R_c} = 25.42 - j\,66.82 \text{ A}$$

$$I''_a = \frac{\dot{E}_1}{\bar{Z}_{0a}} = 1.87 - j\,15.47 \text{ A}$$

$$\dot{I}_g = I'_t + I''_t + I'_a + I''_a = 50.5 - j\,107.6 \text{ A}$$

$$\bar{S}_g = 3 \cdot \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_g^* = 36.36 + j\,77.5 \text{ KVA}$$

$$\boxed{P = 36.36 \text{ KW}; \quad Q = 77.5 \text{ KVAR}}$$

$$P_{fe_t} = 3 \cdot \frac{E_1^2}{R_{0t}} \cong 1800 \text{ W}$$

$$P_{fea} = 3 \cdot \frac{E_1^2}{R_{0a}} = 1350 \text{ W}$$