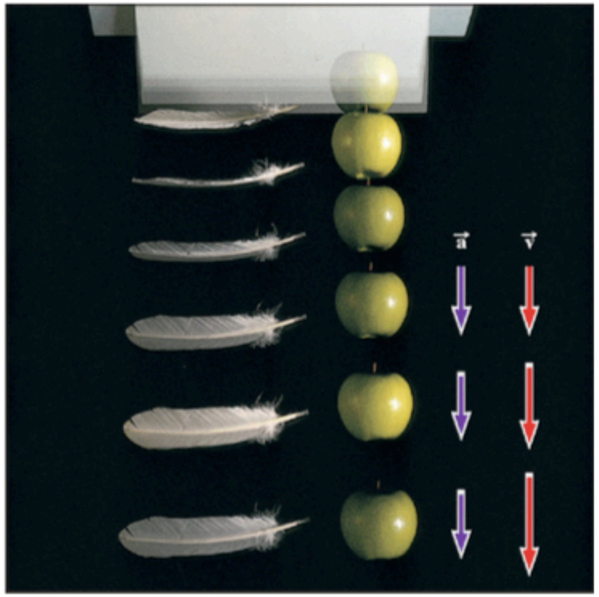
Accelerazione di gravità

Un oggetto lasciato libero cade verso terra per effetto della *forza di gravità*. L'accelerazione causata dalla gravità è la stessa per qualunque oggetto: in assenza di altre forze (per esempio, resistenza dell'aria) tutti gli oggetti cadono con la stessa accelerazione.



L'accelerazione di gravità si indica per convenzione con la lettera g.

- Alle nostre latitudini, alla superficie terrestre: $g = 9.81 \mathrm{m/s}^2$
- All'equatore, $g = 9.78 \mathrm{m/s}^2$
- Al polo nord, $g = 9.83 \mathrm{m/s}^2$

Caduta libera dei gravi

Nell'esempio a lato,

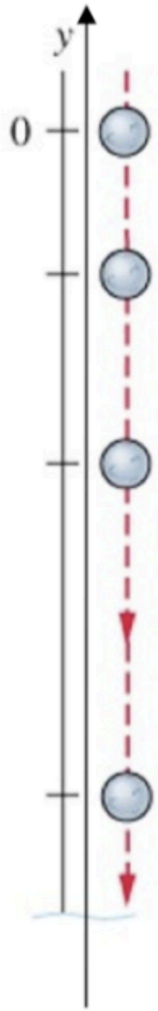
$$y_0 = y(t = 0) = 0$$

$$v_0 = v(t = 0) = 0$$

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}gt^2$$

Il segno dell'accelerazione è dovuto alla scelta del verso dell'asse y (positivo verso l'alto)

$$v(t) = -gt$$



t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s^2)
0	0	0	–9.8
1	–4.9	–9.8	–9.8
2	–19.6	–19.6	–9.8
3	–44.1	–29.4	–9.8
	–48.0		–9.8

$$y = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + y_0$$

$$v = v(t) = at + v_0$$

$$y = y_0 + \tfrac{1}{2}(v + v_0)t$$

$$v^2 - v_0^2 + 2a(y - y_0)$$

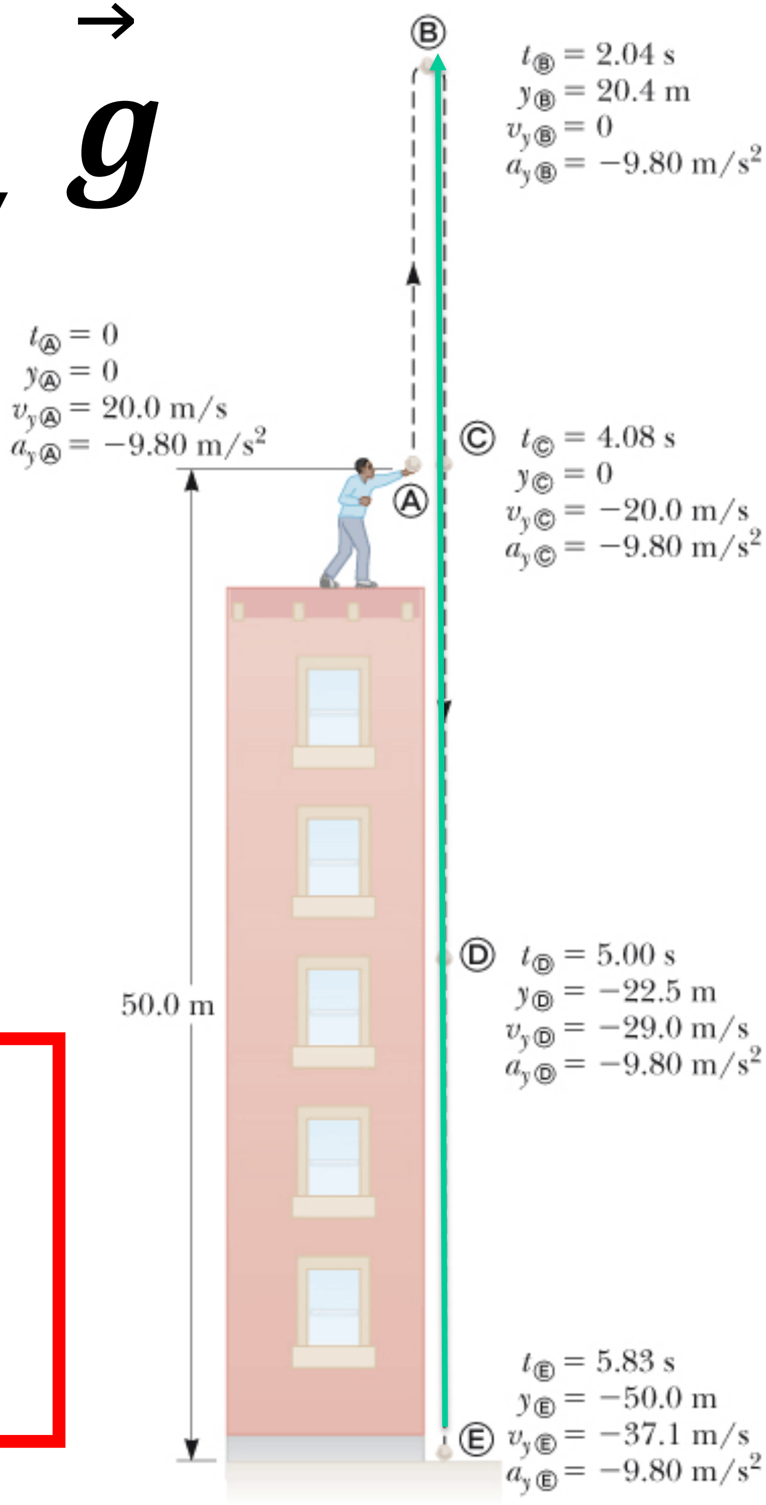
$\downarrow \vec{g}$

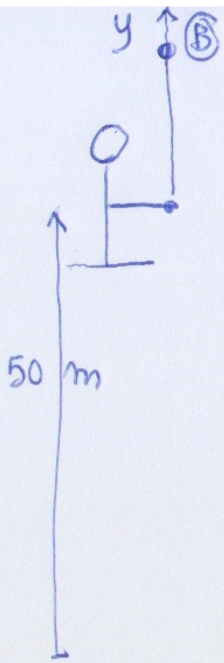
$a = a_y = -g$

$v = v_y$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_{yf} - v_{yi}}{a_y}$$

$$t = t_{Ⓑ} = \frac{0 - 20.0\ \mathrm{m/s}}{-9.80\ \mathrm{m/s^2}} = \boxed{2.04\ \mathrm{s}}$$





$\downarrow \vec{g}$ $\quad |\vec{v}_0| = 20\,m/s$

$\vec{a} = -g\hat{y}$

D.1 Quando raggiunge la quota max? (B)

1) $y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

2) $v_0 = 20\,m/s \quad a = -g$

$\Big\} \; v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = y(t)$

$v(t) = v_0 + at \Rightarrow v(t) = v_0 - gt$

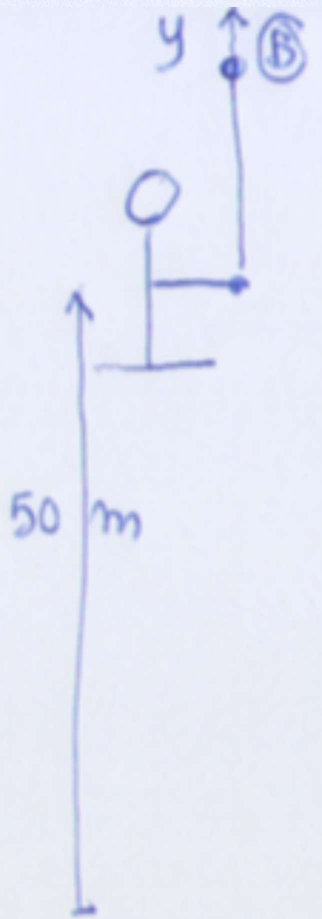
alla quota max $\quad v(t^*) = 0 \Rightarrow v_0 - g t^* = 0$

$$\boxed{t^* = \frac{v_0}{g} = 2{,}04\,s}$$

D.2 quanto vale la quota max

$$\boxed{y(t^*) = v_0 t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} = 20{,}4\,m}$$

nello stesso intervallo di tempo (t*) ha raggiunto la quota massima



(2)

$\boxed{\text{D.3 Quando torna nella stessa posizione C ?}}$

$y(t') = 0$

$0 = v_0 t' - \frac{1}{2} g t'^2 = t'(v_0 - \frac{1}{2} g t')$

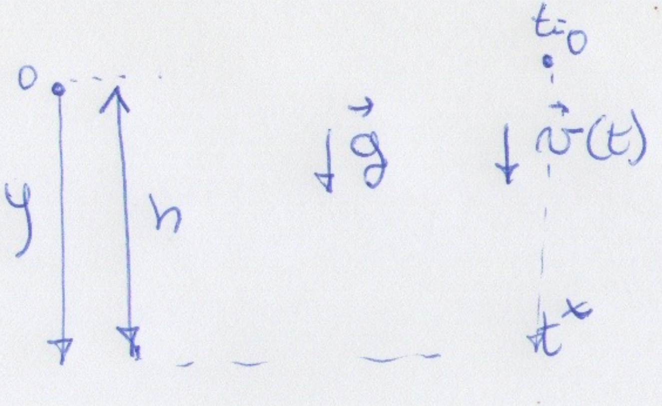
nulla per $t' = 0$ (t=zero!)

e per $\boxed{t' = \frac{2 v_0}{g} = 4{,}08\,s}$

Esercizio

In un cantiere una chiave inglese viene lasciata cadere da ferma da una certa altezza h e arriva al suolo con velocità $v = 24\ m/s$

D1 Quanto tempo ha impiegato ad arrivare a terra?



$$\boxed{\vec{a} = g\hat{y}}$$

Dati

$v(t^*) = 24\ m/s$

$v(0) = 0$

$t^*? = 2.45\ s$

$$y(t) = \underbrace{y_0}_{=0} + \underbrace{v_0}_{=0} t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t = g t \Rightarrow v(t^*) = g t^* \rightarrow \boxed{t^* = \frac{v(t^*)}{g}}$$

D.2 da che altezza è caduta la chiave

da $y(t) = \frac{1}{2} g t^2$ $\qquad h = y(t^*) = \frac{1}{2} g t^{*2} = \frac{1}{2} g \left(\frac{v(t^*)}{g} \right)^2 = 29{,}4\,m$

ma anche usando

$$\underset{}{v^2} - \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{v_0^2} = 2\underset{g}{a}\,(x - \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{x_0}) \quad \rightarrow \quad y(t^*) = \frac{v^2(t^*)}{2a}$$

Come impostare la risoluzione di un problema

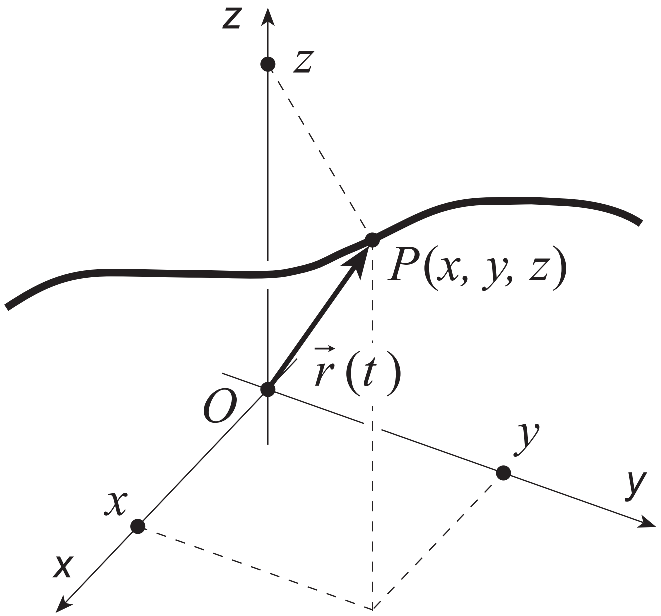
Qualche consiglio utile:

a) Leggere attentamente il testo
b) Fare un disegno scegliendo il sistema di riferimento
c) Analizzare il problema: quali relazioni cinematiche si possono usare?
d) Risolvere il problema simbolicamente
e) Verificare se la risposta è dimensionalmente corretta
f) Risolvere il problema numericamente.

Moto di un punto materiale in 3D

- Leggi orarie per le 3 coordinate, si compongono indipendentemente per costruire il vettore posizione in funzione del tempo
- La curva continua prende il nome di traiettoria

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases}$$



$$\boldsymbol{OP}(t) = \boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{i}\, x(t) + \boldsymbol{j}\, y(t) + \boldsymbol{k}\, z(t)$$

Cinematica in due o piu` dimensioni

- Le grandezze cinematiche fondamentali:
  - *posizione*,
  - *velocità*,
  - *accelerazione*,

  sono dei *vettori* nello spazio a due o tre dimensioni, dotati di *modulo*, *direzione*, *verso*.

  In realtà anche nel moto rettilineo tali grandezze sono dei vettori, ma ... in una dimensione! Hanno un segno e un modulo ma la direzione è fissata.

- Il corpo percorre una *traiettoria* nello spazio

Moti in 2-D e 3-D

L'estensione ai casi 2-D e 3-D si ottiene applicando le definizioni di velocità ed accelerazione alle singole componenti: il moto 2-D (3-D) e' la "sovrapposizione" di 2 (3) moti 1-D.

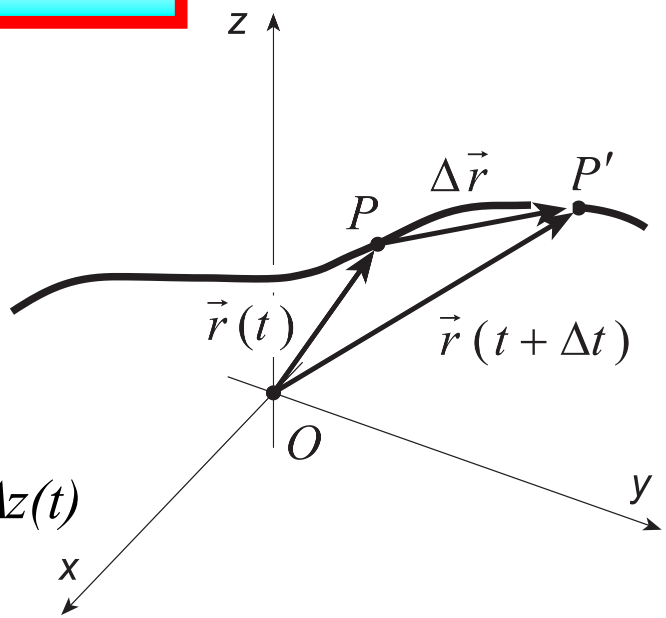
Posizione	Velocità	Accelerazione
$\vec{s} = \vec{s}(t)$	$\vec{v} = \vec{v}(t)$	$\vec{a} = \vec{a}(t)$

$$\vec{s} = \vec{s}(t) \rightarrow \vec{v} = \vec{v}(t) \rightarrow \vec{a} = \vec{a}(t)$$

$$\left[\begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} v_x = v_x(t) \\ v_y = v_y(t) \\ v_z = v_z(t) \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} a_x = a_x(t) \\ a_y = a_y(t) \\ a_z = a_z(t) \end{array}\right.$$

Moto di un punto materiale in 3D

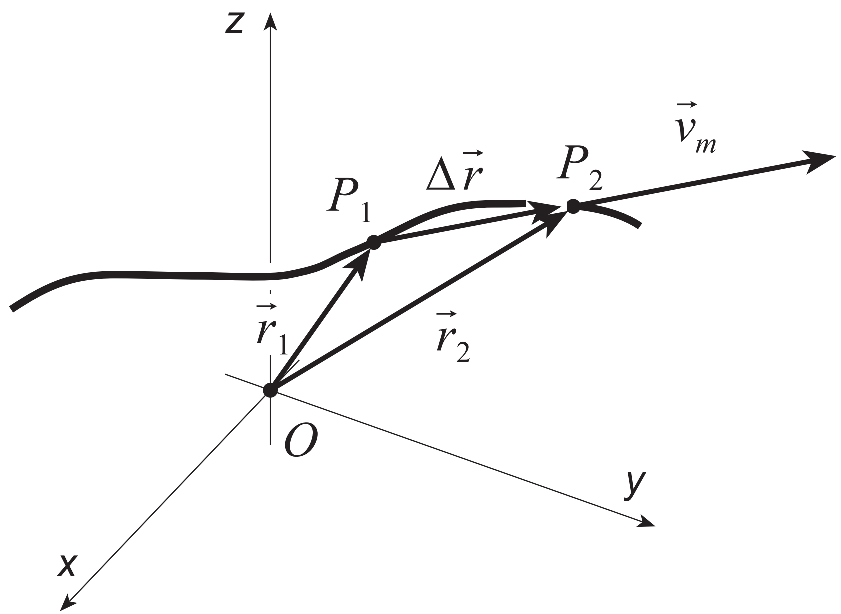
- Possiamo scrivere il vettore spostamento del punto materiare, a partire dalla posizione tra gli istanti *t* e *t+Δt.*
- La punta del vettore **PP`** segue la traiettoria del punto materiale



$$\overrightarrow{PP'}(t) = \overrightarrow{\Delta r}(t) = \vec{\mathbf{r}}(t+\Delta t) - \vec{\mathbf{r}}\,(t) \;= \boldsymbol{i}\;\Delta x(t) + \boldsymbol{j}\;\Delta y(t) + \boldsymbol{k}\;\Delta z(t)$$

- Definiamo come in precedenza la velocità media, rapidità con cui cambia il vettore spostamento nel tempo, tra gli istanti
  - $t_1 = t$ (vettore posizione $\mathbf{r}(t_1) = \mathbf{r_1}$)
  - $t_2 = t+\Delta t$ (vettore posizione $\mathbf{r}(t_2) = \mathbf{r_2}$)

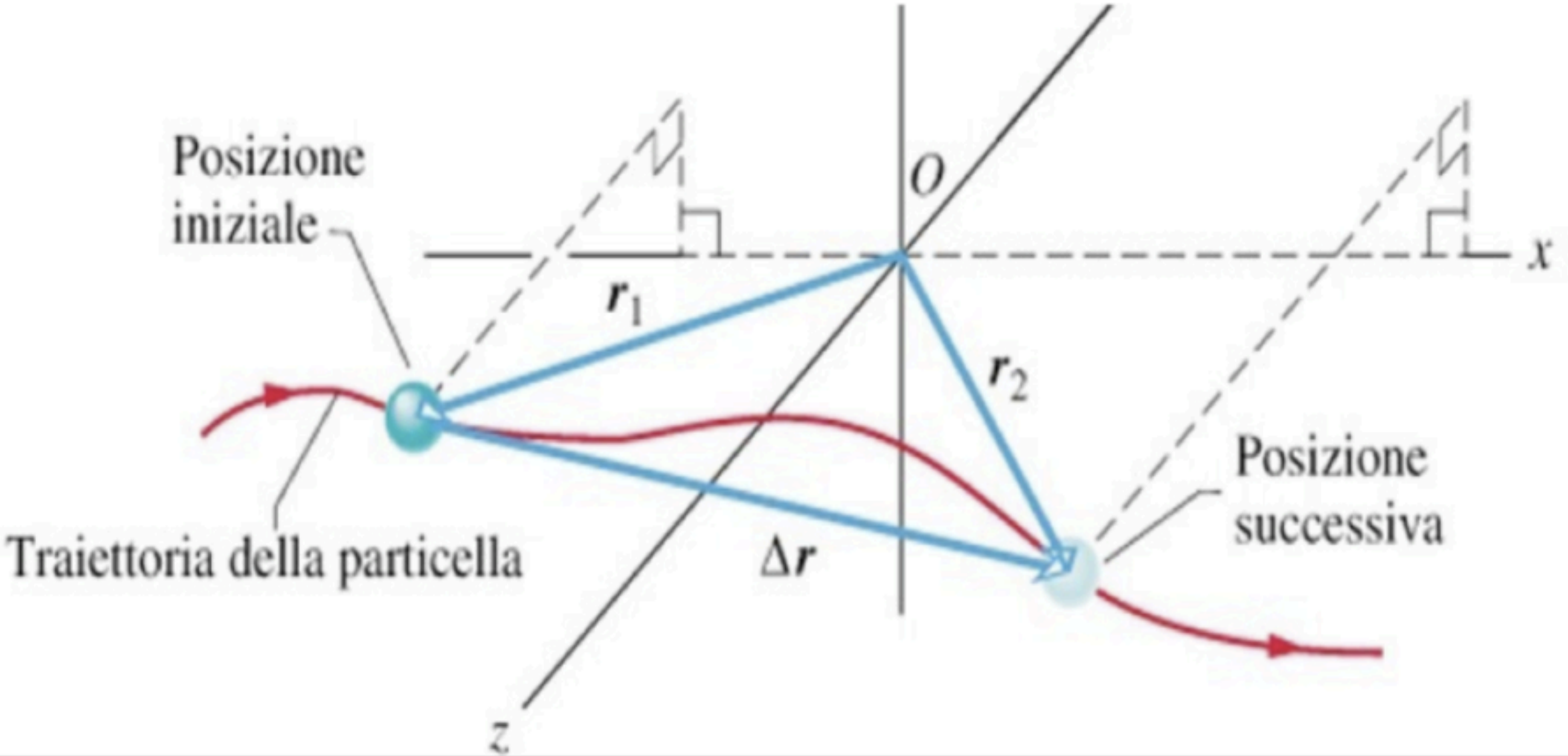
$$\vec{v}_m \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1},$$



Posizione e spostamento

- Vettore *posizione*: $\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathbf{i}} + y(t)\hat{\mathbf{j}} + z(t)\hat{\mathbf{k}}$

- *Spostamento*: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{\mathbf{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathbf{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathbf{k}}$

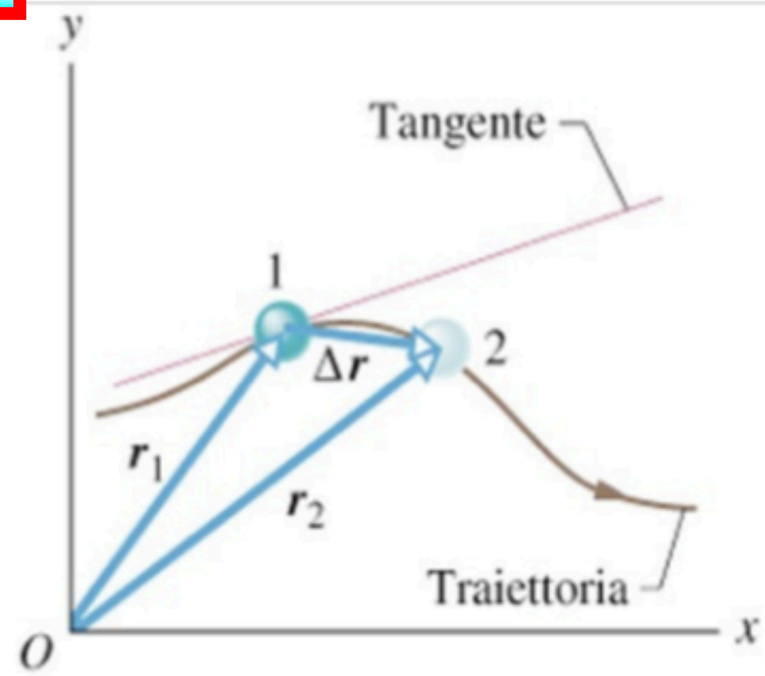


Velocità

Velocità media: $\vec{\bar{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

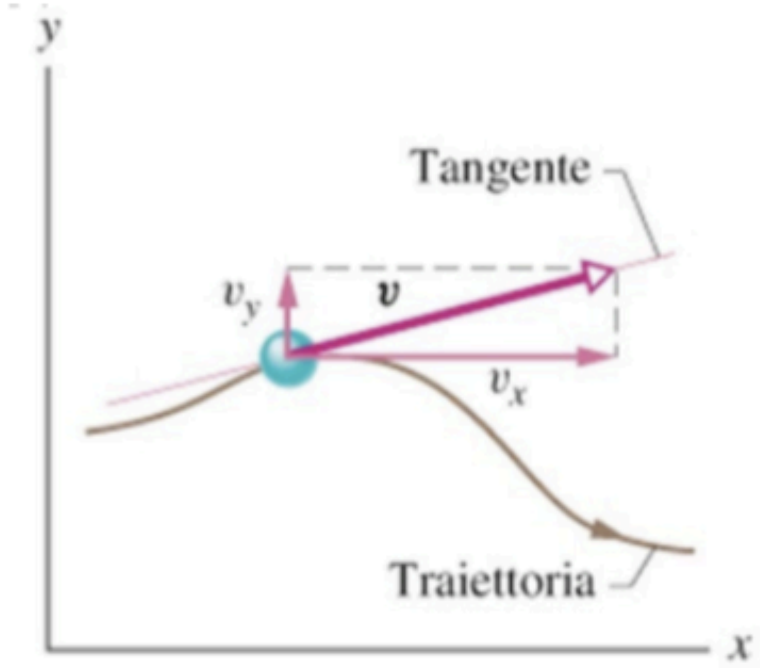
Velocità istantanea:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



La velocità istantanea:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= v_x(t)\hat{\mathbf{i}} + v_y(t)\hat{\mathbf{j}} + v_z(t)\hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$



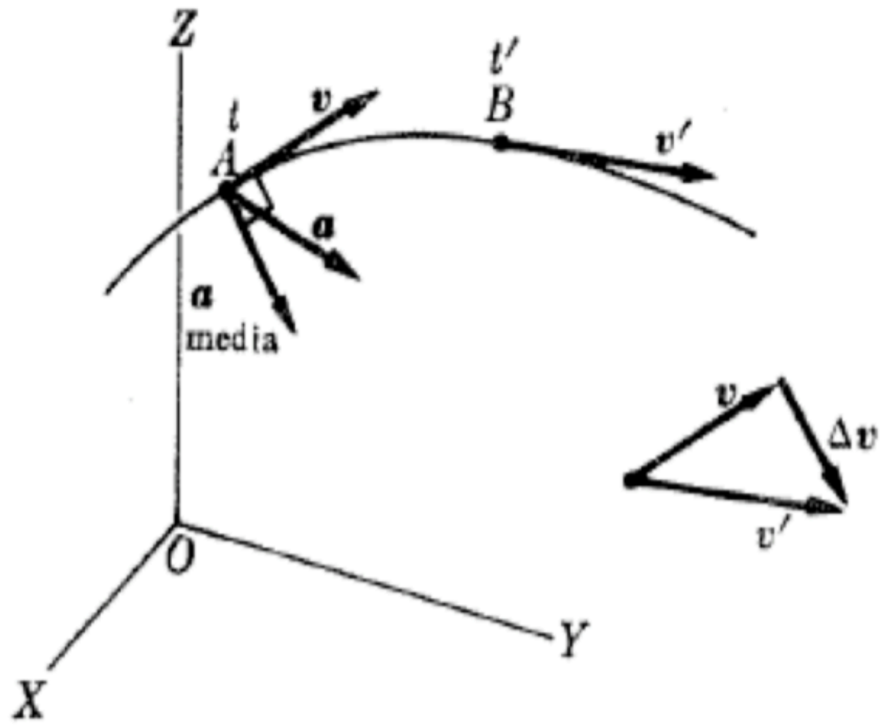
è sempre *tangente* alla traiettoria

Accelerazione

Accelerazione media: $\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

Accelerazione istantanea:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



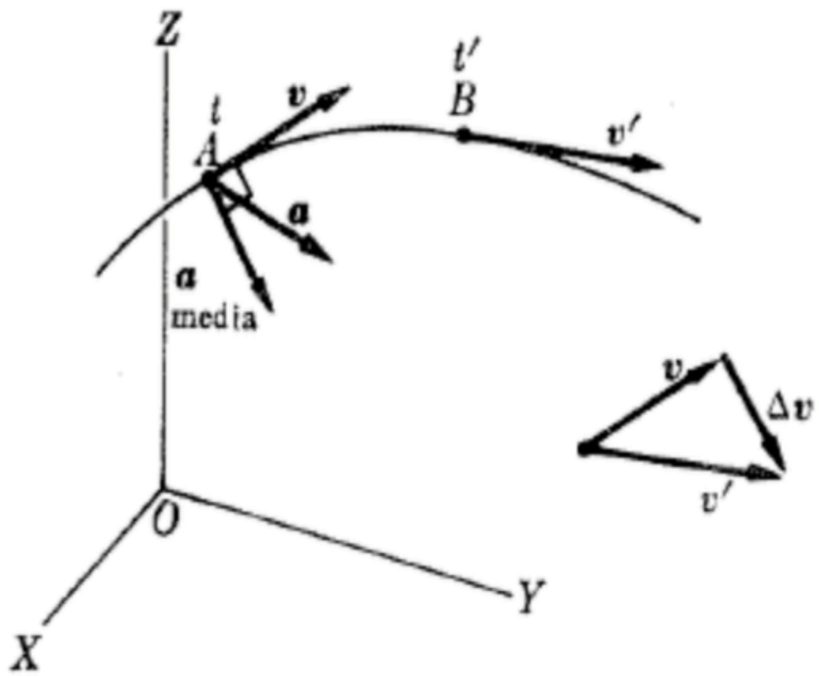
In componenti cartesiane:

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= a_x(t)\hat{\mathbf{i}} + a_y(t)\hat{\mathbf{j}} + a_z(t)\hat{\mathbf{k}} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\mathbf{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{\mathbf{i}} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{\mathbf{j}} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

Accelerazione (2)

- In generale, in un moto curvilineo, la velocità cambia *sia in modulo che in direzione*: l'accelerazione può essere non nulla anche se il modulo della velocità non cambia.

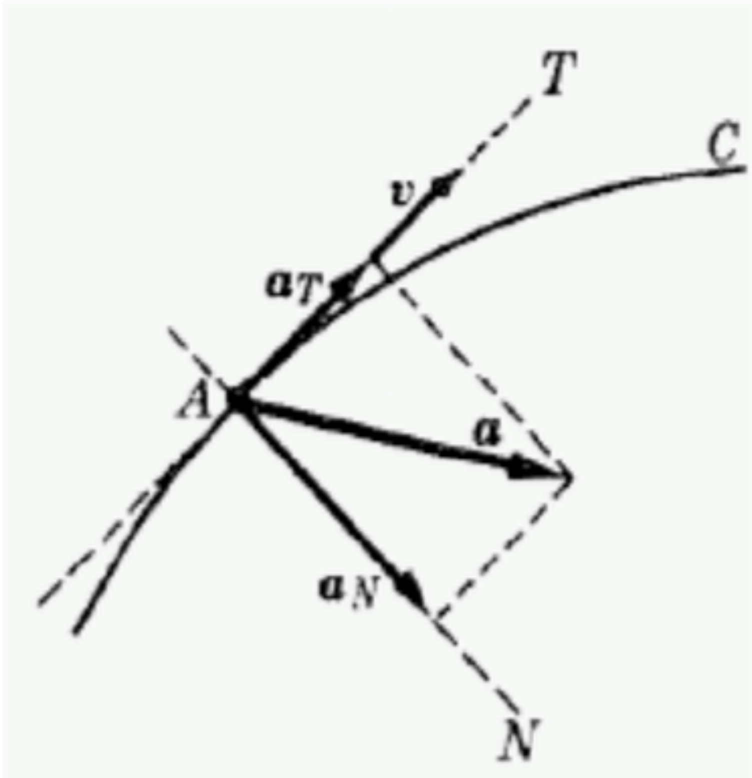
- L'accelerazione è un vettore *nella direzione della variazione della velocità*. Poiché la velocità cambia nella direzione in cui la traiettoria s'incurva, l'accelerazione è sempre diretta verso la *concavità* della traiettoria



Accelerazione (3)

Scomponiamo velocità e accelerazione in parte *tangenziale* (lungo la tangente) e parte *radiale* (lungo la normale alla curva):

Introducendo i versori $\hat{\mathbf{u}}_T$ e $\hat{\mathbf{u}}_N$,



$$\vec{v} = v_T \hat{\mathbf{u}}_T, \quad \vec{a} = a_T \hat{\mathbf{u}}_T + a_N \hat{\mathbf{u}}_N$$

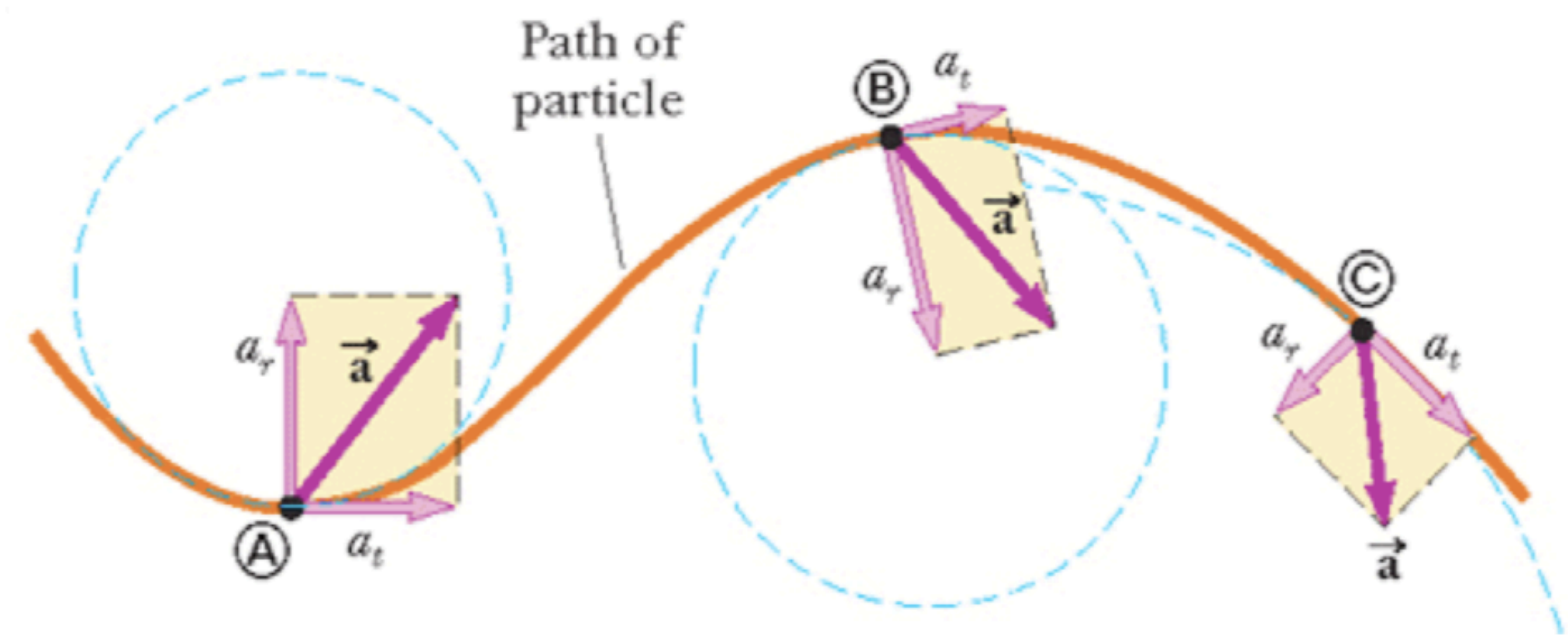
(la velocità è solo tangenziale) da cui

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_T}{dt}\hat{\mathbf{u}}_T + v_T \frac{d\hat{\mathbf{u}}_T}{dt}$$

($\hat{\mathbf{u}}_T$ dipende dal tempo, ma $\frac{d}{dt}(\hat{\mathbf{u}}_T \cdot \hat{\mathbf{u}}_T) = 0$ da cui $\frac{d\hat{\mathbf{u}}_T}{dt} \cdot \hat{\mathbf{u}}_T = 0$).

- Da qui si vede che a_T è legata alla variazione del *modulo*, v_T, di $\vec{v}$; a_N alla variazione della *direzione* di $\vec{v}$.

Accelerazione in moto curvilineo



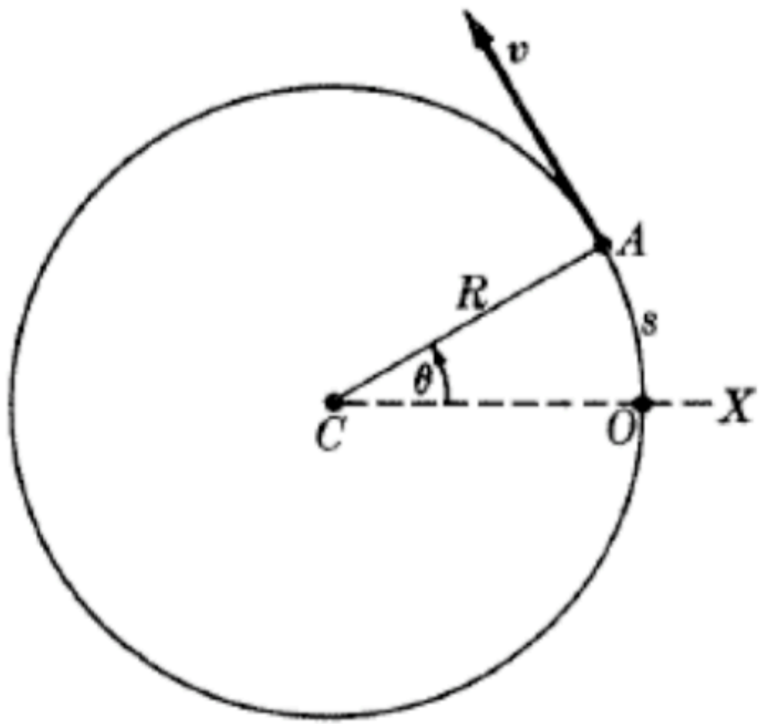
- L'accelerazione *tangenziale* causa il cambiamento nella velocità *scalare* della particella; del modulo della velocità della particella!
- L'accelerazione *radiale* causa il cambiamento della *direzione* del vettore velocità.

Moto circolare e circolare uniforme

Moto caratterizzato da $\vec{v} \perp \vec{R}$, con R costante. Introduciamo la distanza percorsa lungo la circonferenza, $s = R\theta$:

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$$

La grandezza $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ è detta *velocità angolare*, si misura in radianti/s o in s^{-1}.



Moto circolare *uniforme:* caratterizzato da velocità angolare ω costante.

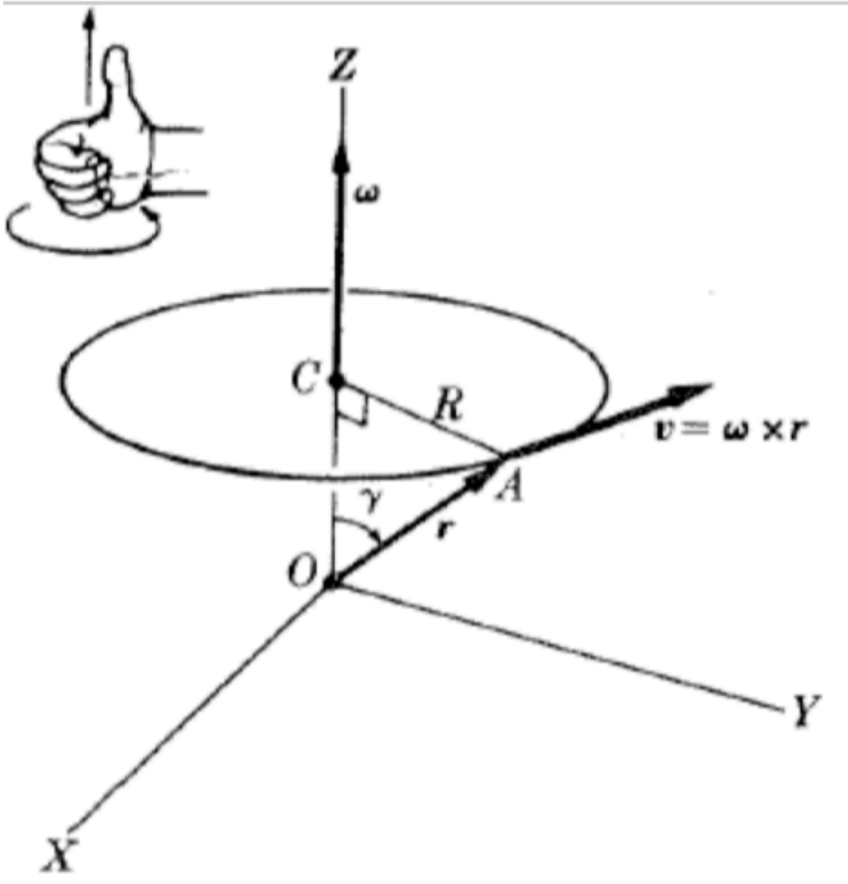
Periodo: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, tempo necessario per fare un giro completo.

Frequenza: $\nu = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$, numero di giri per unità di tempo.

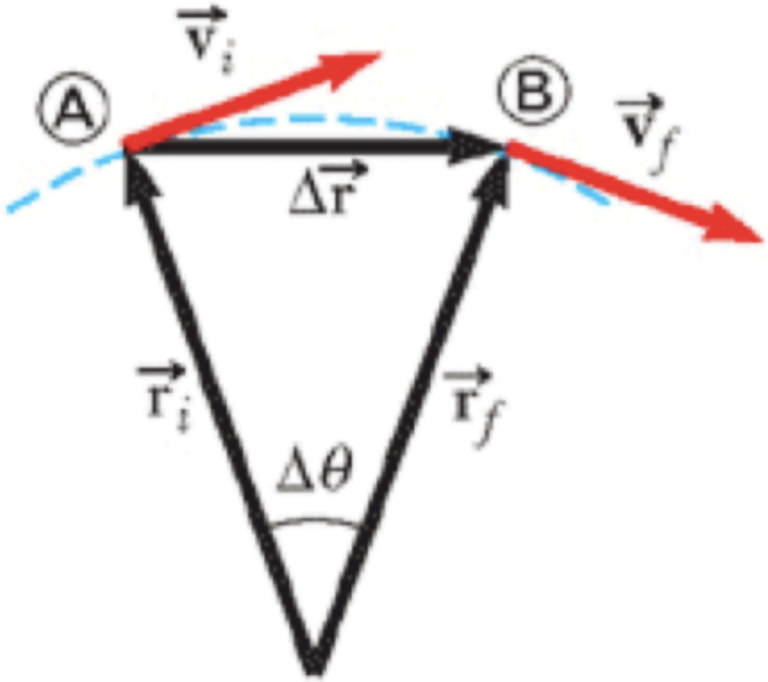
Velocità angolare come vettore

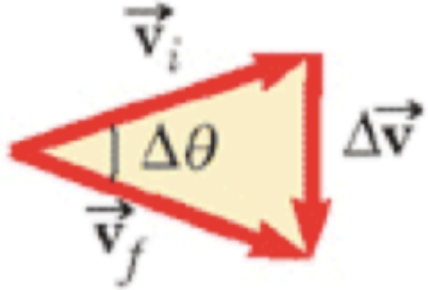
La velocità angolare può essere definita come un vettore di modulo ω, direzione perpendicolare al piano del moto, verso secondo la regola della mano destra. Con queste convenzioni:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



Velocità e accelerazione nel moto circolare uniforme

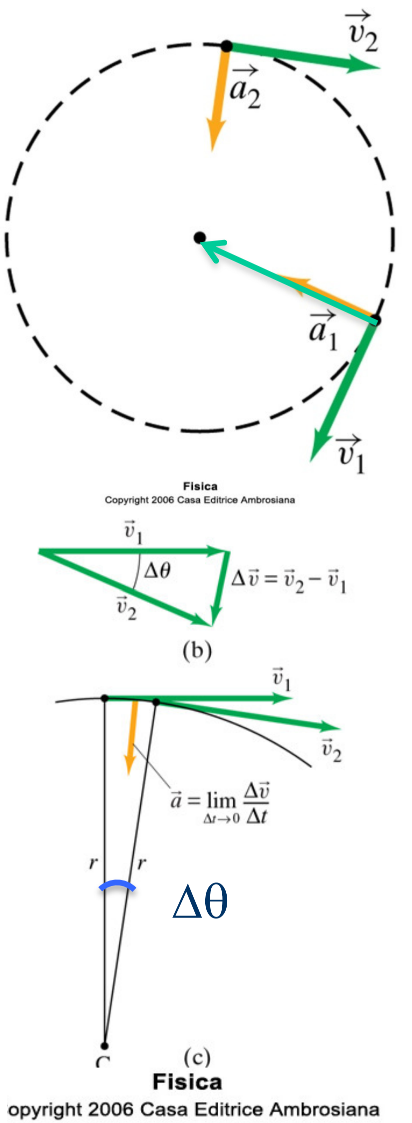




- Dal disegno sopra si vede che $\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$ tende ad un vettore di modulo $v\Delta\theta = v\omega\Delta t = (v^2/r)\Delta t$, diretto verso il centro

- l'accelerazione è quindi *centripeta* e di modulo $\boxed{a_C = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r}$.

Moto circolare uniforme



è il moto ad esempio di una pallina legata la cui traiettoria è una circonferenza e che percorre in tempi uguali gli stessi archi di circonferenza: la velocità è tangente alla traiettoria ed ha modulo costante -> acc tangenziale a_T nulla!

$$vT = 2\pi r \rightarrow v = \frac{2\pi}{T} r = \omega r$$

$$\rightarrow \omega : \text{velocità angolare} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

angolo "spazzato" nell'unità di tempo: ω è costante

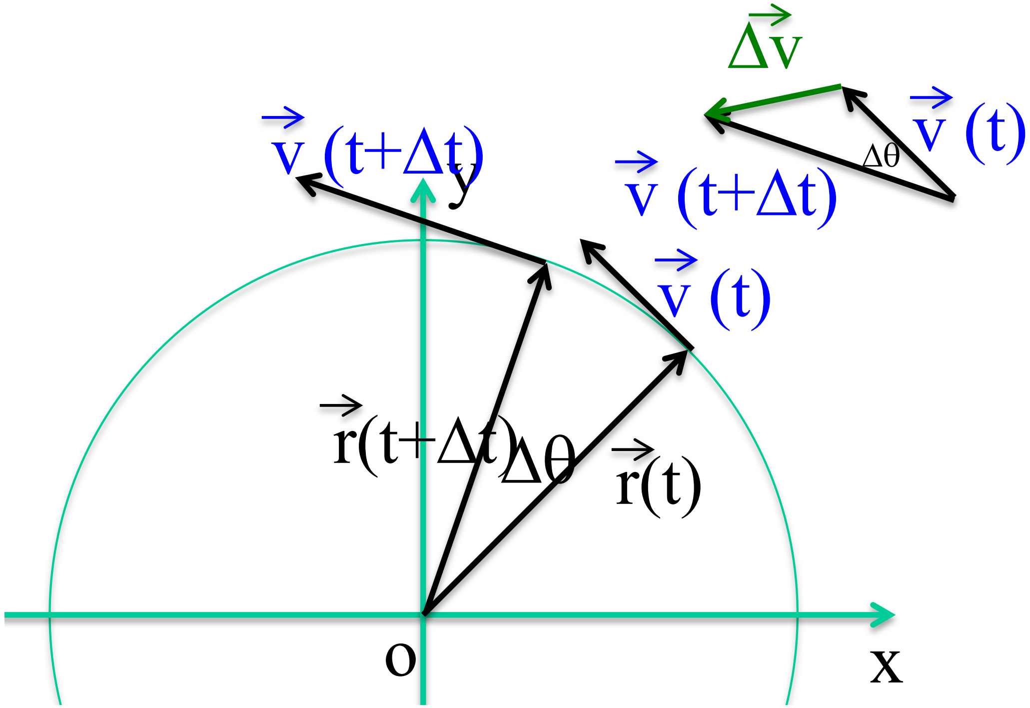
$$v\Delta t = r\Delta\theta \rightarrow v = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega$$

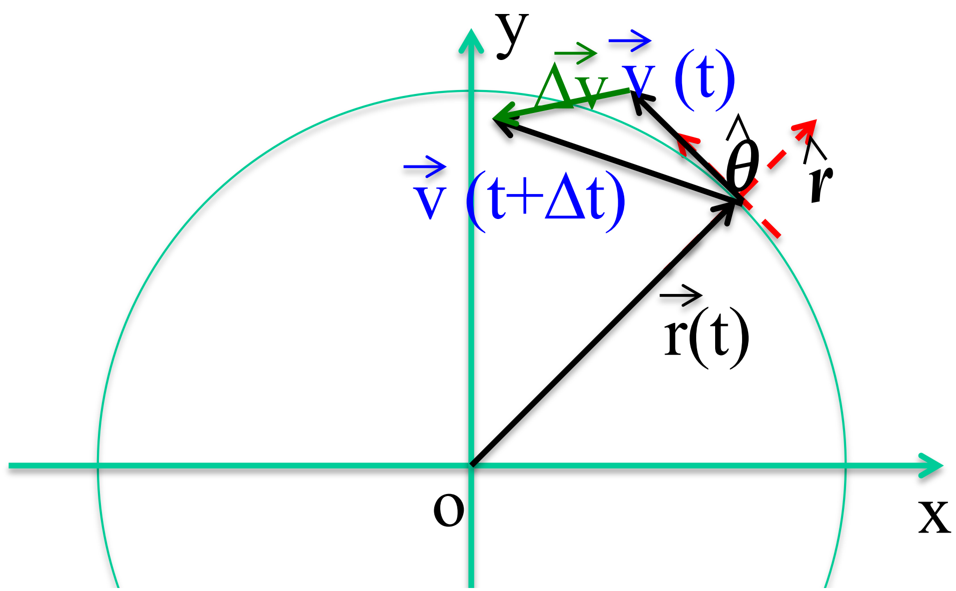
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{v\Delta t}{r} \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Moto circolare vario

- Nel caso di **moto circolare vario** cambia sia la direzione e verso della velocità (come nel moto uniforme) ma anche il modulo del vettore velocità.
- La conseguenza è che la variazione della velocità non avrà solo una direzione radiale ma anche lungo la tangente

- Se la velocità scalare, o il modulo della velocità, non è costante durante il moto allora il punto materiale si muove di **moto circolare vario.** Comunque il raggio della traiettoria è costante
- In questo caso il vettore accelerazione sarà più complicato: avrà in generale 2 componenti.



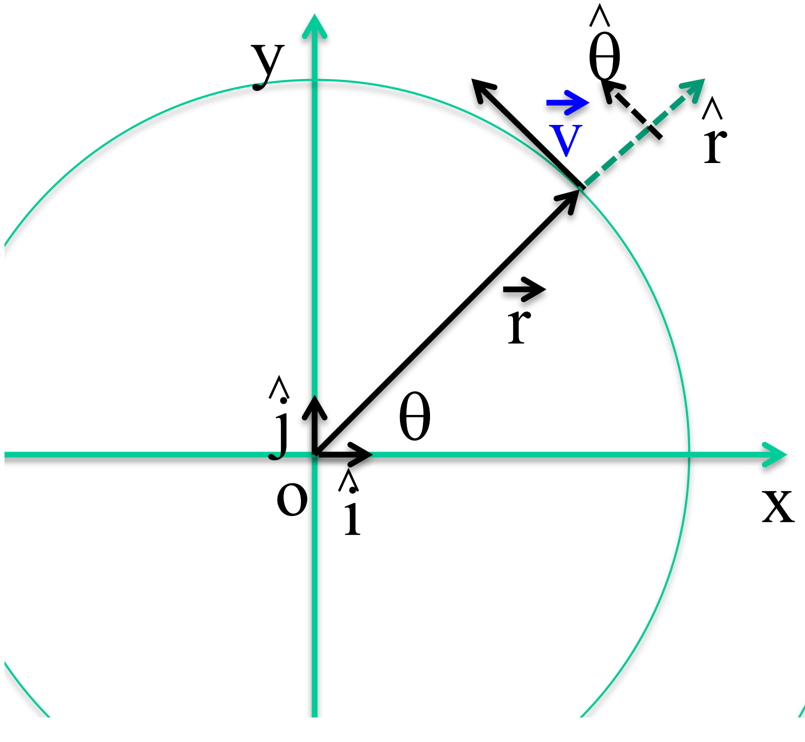


Moto circolare vario in coordinate polari

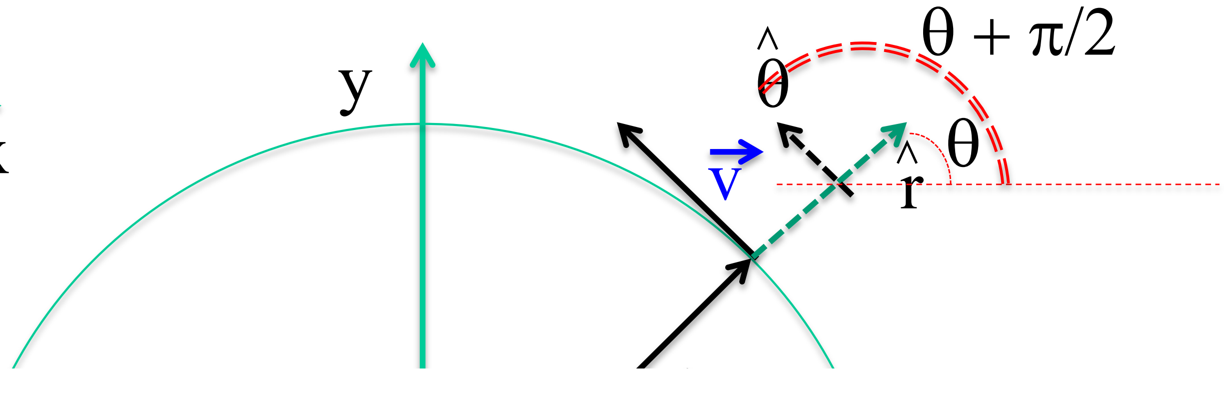
- **Se il moto circolare è vario allora anche la velocità angolare non è costante :** $$\frac{d\theta}{dt} = \omega(t) = \frac{v(t)}{r}$$

- La velocità è un vettore comunque tangente alla traiettoria circolare

$$\vec{v} = v(t)\hat{\theta} \qquad \vec{a} = d\vec{v}/dt = d/dt\,(\,v(t)\,\hat{\theta}\,) = (dv/dt)\,\hat{\theta} \;+ v\,(d\hat{\theta}\,/dt\,)$$



$$\begin{cases} \hat{r} = \cos\theta\hat{i} + \sin\theta\hat{j} \\ \hat{\theta} = -\sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j} \end{cases}$$



accelerazione radiale e tangenziale

$$\begin{cases} \hat{r} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j} \\ \hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j} \end{cases}$$

- La variazione della direzione tangenziale può essere calcolata in coordinate cartesiane (fisse)

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\theta}}}{dt} = -\cos\theta\,\frac{d\theta}{dt}\,\hat{\boldsymbol{i}} - \sin\theta\,\frac{d\theta}{dt}\,\hat{\boldsymbol{j}} = -\frac{d\theta}{dt}\,\hat{\boldsymbol{r}} = -\frac{v}{r}\,\hat{\boldsymbol{r}}$$

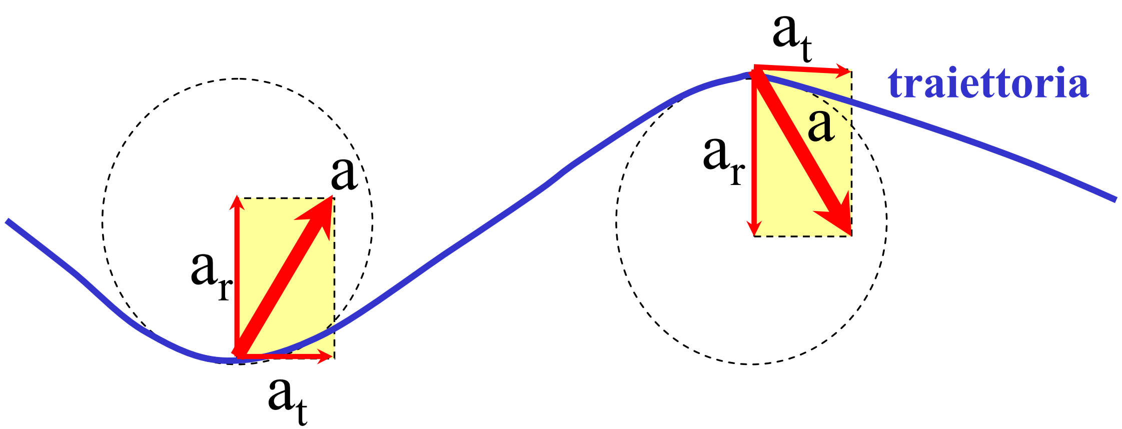
- L'accelerazione ha allora 2 componenti: una radiale (presente anche nel moto uniforme) ed una tangenziale

$$\boxed{\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{r} + \frac{dv}{dt}\,\hat{\theta}}$$

Traiettoria curva arbitraria

[velocità variabile in direzione e modulo]

approssimo la curva con **archi** di **circonferenza**:



$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$\left|\vec{a}_t\right| = \frac{d\left|\vec{v}\right|}{dt}$$

accelerazione **tangenziale:**
dovuta a
variazione del **modulo** della velocità

$$\left|\vec{a}_r\right| = \frac{v^2}{r}$$

accelerazione **radiale [o centripeta]:**
dovuta a
variazione della **direzione** della velocità

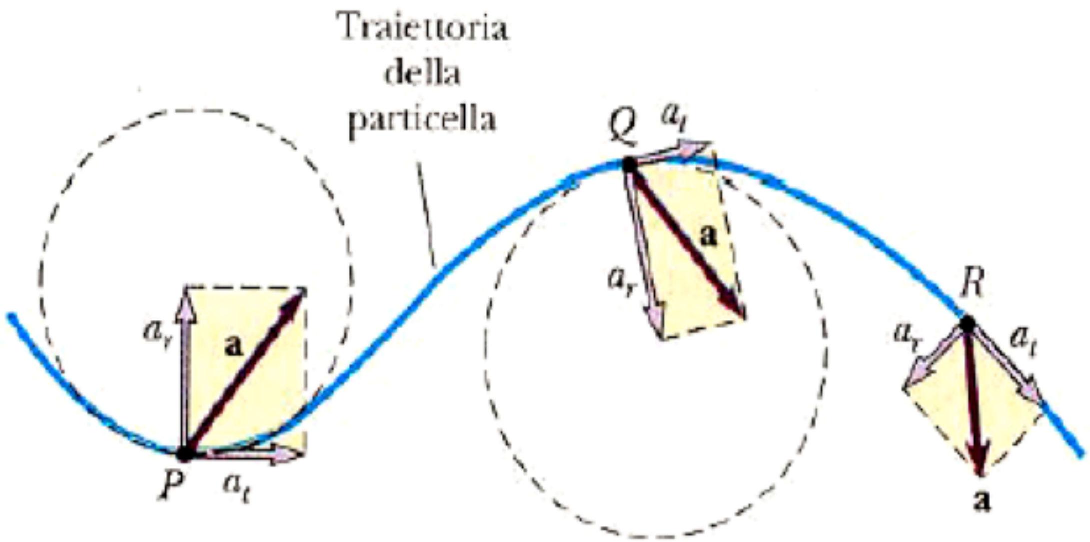
$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

N.B. moto circolare uniforme [v costante]:

$a_t = 0$ sempre; ho solo a_r

Moto vario

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\hat{r} + \frac{dv}{dt}\hat{\theta}$$



- Ogni qualvolta osserviamo un moto su **una traiettoria curvilinea**, possiamo immediatamente concludere che il **moto è accelerato** in quanto esiste almeno la **componente normale dell'accelerazione** (perpendicolare alla traiettoria) **diretta verso la concavità della traiettoria stessa**, la cui intensità è pari al modulo della velocità al quadrato diviso il raggio di curvatura. A questa si potrà aggiungere anche una **componente tangenziale** se il modulo della velocità non è costante.

Esercizio

Le equazioni orarie del moto di un punto materiale nel piano x,y siano

$$\begin{cases} x(t) = A\cos\omega t \\ y(t) = A\sin\omega t \end{cases}$$

con ω = costante

nota argomento del seno e del coseno adimensionale $\rightarrow [\omega] = [T]^{-1}$

D1. determinare $\vec{v}(t)$ e $\vec{a}(t)$

$$\begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} = -\omega A\sin\omega t \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} = \omega A\cos\omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt} = -\omega^2 A\cos\omega t \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt} = -\omega^2 A\sin\omega t \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) = -\omega A\sin\omega t\,\hat{i} + \omega A\cos\omega t\,\hat{j}$$

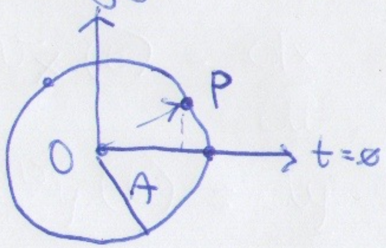
$$\vec{a}(t) = -\omega^2 A\cos\omega t\,\hat{i} - \omega^2 A \cdot \sin\omega t\,\hat{j}$$

D.2 Determinare il tipo di traiettoria (rettilinea circolare ecc.

Determinare la traiettoria $\Rightarrow$ eliminare la dipendenza dal tempo!

$$x(t)^2 + y(t)^2 = A^2\cos^2\omega t + A^2\sin^2\omega t = A^2$$

L'equazione è quella di una circonferenza di raggio A



Il punto P descrive una circonferenza

$$\vec{OP} = A\cos\omega t\,\hat{i} + A\sin\omega t\,\hat{j}$$

dopo un tempo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ritorna nella posizione occupata a $t=0$

D3. Determinare il modulo delle velocità

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t + \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t)} = \sqrt{\omega^2 A^2}$$

$|\vec{v}|$ è costante! $\quad |\vec{v}| = \omega A$ $\quad \omega t = \alpha$

raggio! $\quad cost = \omega = \frac{\alpha}{t}$!

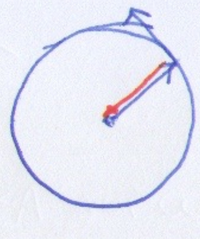
D4. Determinare il modulo di $\vec{a}$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)} = \sqrt{\omega^4 A^2 \cos^2(\omega t) + \omega^4 A^2 \sin^2 \omega t} = \omega^2 A$$

$\omega^2 A = \omega^2 r$! $=$ costante

Ma: moto circolare uniforme: $|\vec{v}| = \omega A$ = costante!

Dimostrare che $\vec{R} = \vec{OP} \perp \vec{v}$



$$\begin{cases} \vec{OP} = A\cos\omega t\,\hat{\imath} + A\sin\omega t\,\hat{\jmath} \\ \vec{v} = -\omega A\sin\omega t\,\hat{\imath} + \omega A\cos\omega t\,\hat{\jmath} \end{cases}$$

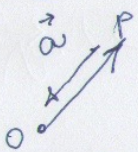
$\vec{OP}\perp\vec{v}$: $\vec{OP}\cdot\vec{v} = \emptyset$ $\overset{?}{\Rightarrow}$ $\vec{OP}\cdot\vec{v} = -\omega A^2\cos\omega t\sin\omega t + \omega A^2\sin\omega t\cdot\cos\omega t$

$= 0$!

D4 mostrare che $\vec{a}\perp\vec{v}$.

$$\begin{cases} \vec{a} = -\omega^2 A\cos\omega t\,\hat{\imath} - \omega^2 A\sin\omega t\,\hat{\jmath} \end{cases}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{v} = \omega^3 A^2\left(\cos\omega t\sin\omega t - \sin\omega t\cos\omega t\right) = 0$$

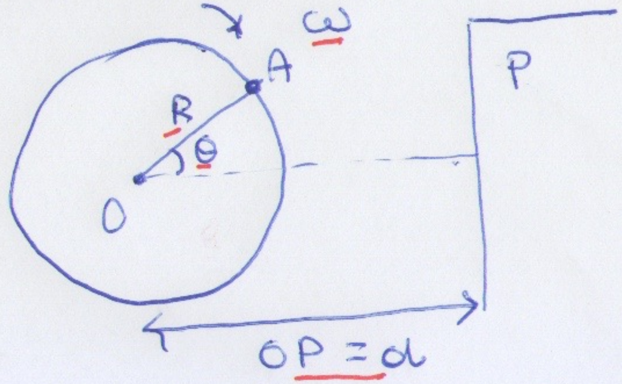


Per casa: mostrare che $\alpha = 90$ e che $\gamma = 180°$

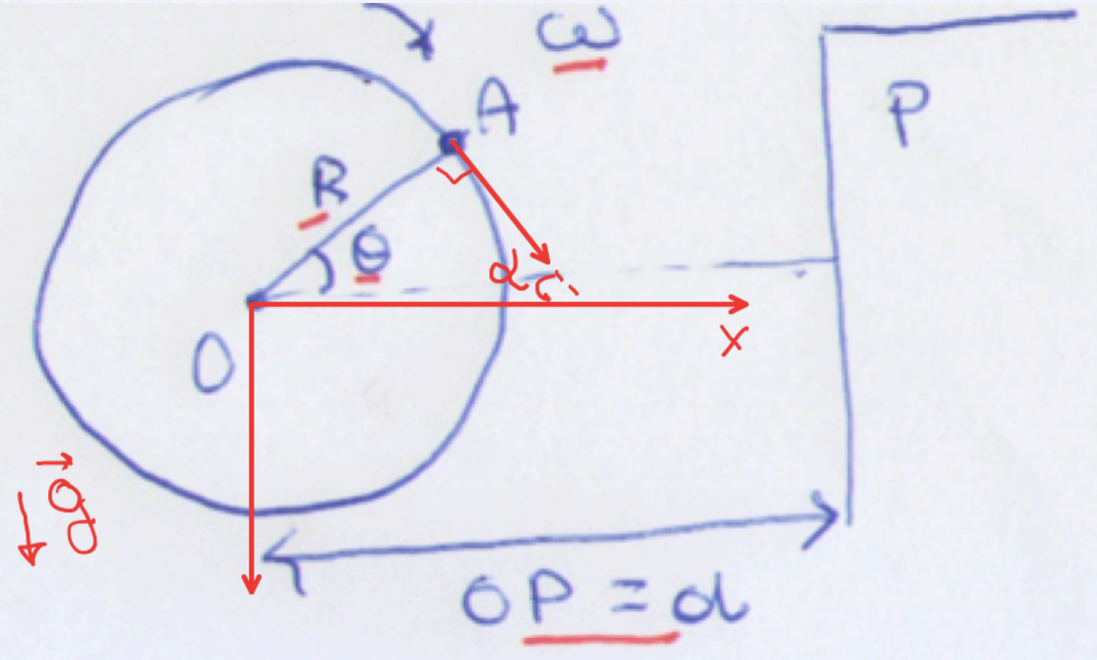
$\gamma = \widehat{\vec{a}\ \vec{OP}}$

Es 1.19 Mazz. Sagg.

Una ruota di raggio $R = 50$ cm gira con moto uniforme con verso orario attorno ad un asse passante per il suo centro O e ortogonale al piano della ruota con $\omega = 4$ rad/s. Nell'istante in cui il raggio OA forma l'angolo $\Theta = 30°$ con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che dopo un certo tempo colpisce una parete P distante $d = 1$ m da O. Calcolare il tempo di volo del punto e la sua velocità nell'istante dell'urto $\vec{v}$?



(2)



Dati $d = 1\,m$

$R = 50\,cm = 0.5\,m$

$\omega = 4\,rad/s$

$\theta = 30°$

Domanda 1)

tempo di volo t^* ? dal distacco alla parete

2) $\vec{v}$ del punto materiale a $t = t^*$?

Prima del distacco il punto si muove di moto circolare uniforme!

$$\vec{v} = \omega R\, \hat{u}_T$$

$$\alpha = \pi - \pi/2 - \theta = (\pi/2 - \theta)$$

$$|\vec{v}_D| = \omega R = 2\,m/s$$

$\vec{v} \perp \vec{OA}$ e tg. alla traiettoria

$$\vec{v}_D = \underbrace{|\vec{v}_D| \cos(\pi/2 - \theta)}\, \hat{i} + \underbrace{v_D \cdot \sin(\pi/2 - \theta)}\, \hat{j}$$

Dopo il distacco:

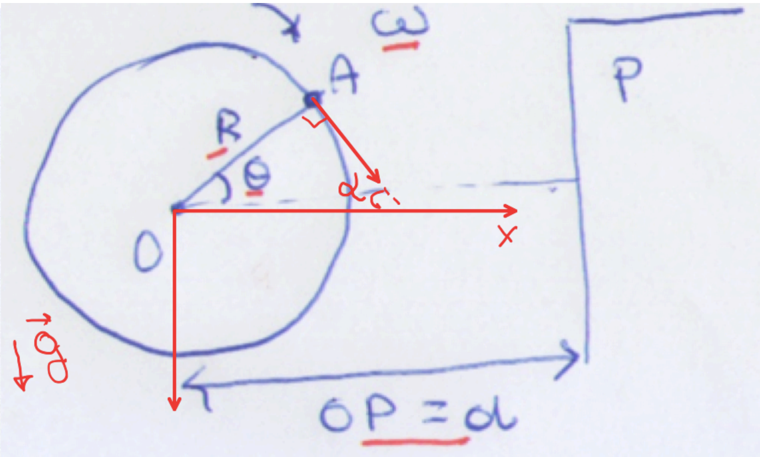
moto lungo x uniforme rettilineo

moto lungo y uniformemente accelerato.

$$x(t) = x_{(distacco)} + v_D^x\, t$$

$$y(t) = y_D + v_D^y \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$$

quando impatta $x(t^*) = 1\,m$



$$\vec{v}_D = |\vec{v}_D| \sin\theta\, \hat{i} + v_D \cdot \cos\theta\, \hat{j}$$

(0.5; 30°; √3/2)

$$\vec{v}_D = 1\, m/s\ \hat{i} + 1.73\, m/s\ \hat{j}$$

$$v_D^x = 1\, m/s$$

$$X_D = R\cos\theta = 0.43\, m$$

Quindi per trovare: (3)

t^*: tempo trascorso dal distacco all'impatto

ci serve conoscere X_D e v_D^x

$$d = x(t^*) = 1m = X_D + v_D^x\, t^*$$

• R.1 $\boxed{t^* = \frac{d - X_D}{v_D^x} = \frac{0.57}{1} = 0.57\ s}$

D2. $\vec{v}(t^*)$? velocità del punto materiale all'impatto?

$$v^x(t^*) = \text{cost.} = v_D^x = 1\, m/s$$

(lungo x moto rettil. unif.)

lungo y moto rettil uniformemente acc

$$v^y(t) = v_D^y + g\,t \quad \text{per } t = t^*$$

$$v^y(t^*) = v_D^y + g\,t^* = 18.92\, m/s$$

Il vettore velocità all'impatto si esprime

$$\vec{v}(t^*) = \left(v^x(t^*),\ v^y(t^*)\right) \, m/s = (1\ m/s,\ 18{,}92\ m/s)$$

oppure

$$\vec{v}(t^*) = (1\ \hat{\imath} + 18.92\ \hat{\jmath})\ m/s$$

(4)