Es. del 27/5/ 2020

Esercizi di esame da
https://www.pi.infn.it/~ciocci/

Un modo particolare per mettere in rotazione o per far rotolare un corpo rigido è di applicargli per un tempo molto breve una forza impulsiva.

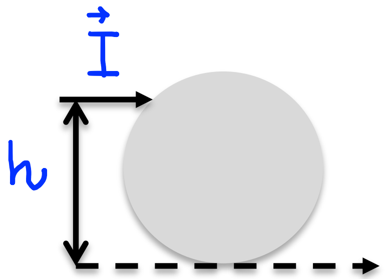
$$\vec{I} = \int \vec{F}\, dt = M \vec{v}^{\,f}_{CM} - M \vec{v}^{\,i}_{CM}$$

D'altra parte scelto un polo O: $\vec{r}^{\,O} \wedge \vec{I} = \vec{r}^{\,O} \wedge M \vec{v}^{\,CM}_{f} - \vec{r}^{\,O} \wedge M \vec{v}^{\,CM}_{i}$

ma anche $\vec{r}^{\,O} \wedge \vec{I} = \vec{L}^{O}_{f\,CM} - \vec{L}^{O}_{i\,CM}$

Es. palla da biliardo (non vincolata!) colpita da una stecca da biliardo (forza impulsiva)

A che quota h (vedi figura) è necessario colpire con una stecca da biliardo una palla da biliardo di raggio r per avere rotolamento puro?

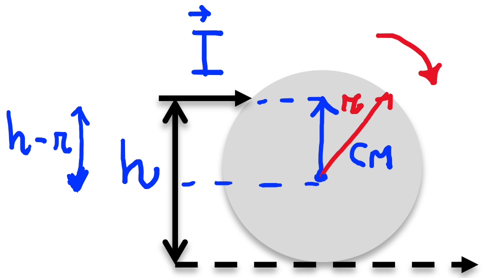


Il colpo della stecca fornisce un impulso

$$\vec{I} = \int_0^t \vec{F} \cdot dt = M\vec{v}_{cm}(t) - M\vec{v}_{cm}(0) = M\vec{v}_{cm}(t)$$

per cui subito dopo l'urto $\quad M\vec{v}_{cm}(t^*) = \vec{I} = M\vec{v}_{cm}$

un istante dopo agisce la forza di attrito e in generale l'oggetto può rotolare e strisciare.



Valutiamo il momento angolare scegliamo come polo il CM della palla da biliardo

$$\vec{r}^{\,CM}_{CM-I} \wedge \vec{I} = (\vec{h} - \vec{r}) \wedge \vec{I} = \vec{L}^{CM}_{CM\,f} - \underbrace{\vec{L}^{CM}_{CM\,i}}_{\emptyset} = \underbrace{\vec{r}^{\,CM}_{CM-CM}}_{\emptyset} \wedge \vec{P}_{CM} + I_{CM}\,\vec{\omega}_{ROT}$$

$$\Rightarrow (\vec{h} - \vec{r}) \wedge \vec{I} = I_{CM}\,\vec{\omega}_{ROT} \Rightarrow -(h-r)\,I\,\hat{z} = -I_{CM}\,\omega_{ROT} \cdot \hat{z}$$

$(h-r)\,I = I_{CM}\,\omega$ ma $I = M v_{CM}$ e se vogliamo che la p.d.b. abbia un moto di puro rotolamento

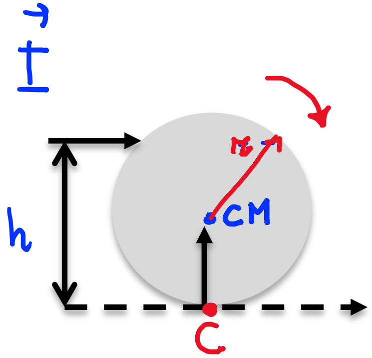
$v_{CM} = \omega \cdot r \Rightarrow \dfrac{I}{M} = \omega r$ per cui $\omega = \dfrac{I}{Mr}$

$(h-r)I = I_{CM}\,\omega$ $\qquad\qquad$ $\omega = \dfrac{I}{Mr}$

$\Rightarrow (h-r)I = I_{CM}\cdot\dfrac{I}{Mr}$ $\qquad$ dalla quale sostituendo $I_{CM} = \frac{2}{5}Mr^2$

$(h-r) = \frac{2}{5}r$ e $h = \frac{7}{5}r$ è la quota a cui va colpita la p.d.b. per avere un moto di puro rotolamento.

Usando il punto di contatto come polo si dimostri che si ottiene lo stesso risultato.



Dalla figura: $\vec{h}\wedge\vec{I} = I_{CM}\,\vec{\omega}_{ROT} + \vec{r}_{C-CM}\wedge\vec{P}_{CM}$

$= -hI\hat{z} + r_{C-CM}P_{CM}\cdot\hat{z} = -I_{CM}\,\omega_{ROT}\,\hat{z}$

$\Rightarrow hI - rP_{CM} = I_{CM}\,\omega_{ROT} = I_{CM}\,\omega$

nota: $P_{CM} = Mv_{CM} = I \Rightarrow (h-r)I = I_{CM}\,\omega$

C.V.D

$\Rightarrow \quad hI - r P_{CM} = I_{CM}\,\omega_{ROT} = I_{CM}\,\omega$ nota: $P_{CM} = M v_{CM} = I$

$\Rightarrow \quad hI = rI + I_{CM}\,\omega$ dalla quale se $h = r \Rightarrow \omega = 0$

per cui per $h = r$ la palla striscia e basta.

- Se h aumenta rispetto a r ω aumenta
- Se h diminuisce rispetto a r ω diventa negativo

Concludendo $\quad hI = rI + I_{CM}\cdot\omega$

→ rotolamento puro $\quad h = \frac{7}{5} r$

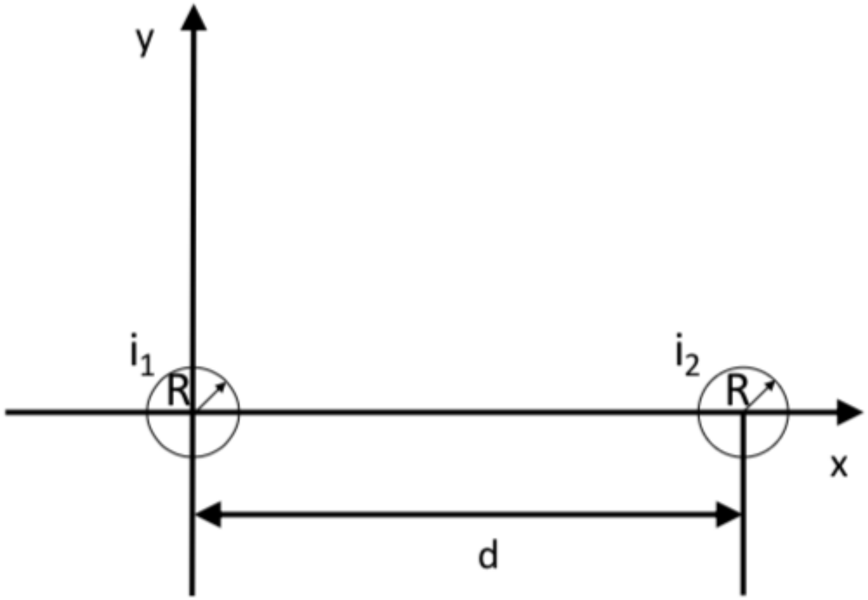
→ rotola e striscia $\quad h > \frac{7}{5} r$

→ rotola e striscia ma con ω che diminuisce fino a quando per $h = r$ $\omega = 0$! trasla e basta $\quad r < h < \frac{7}{5} R$

→ per $h < r$ rotola e striscia ma

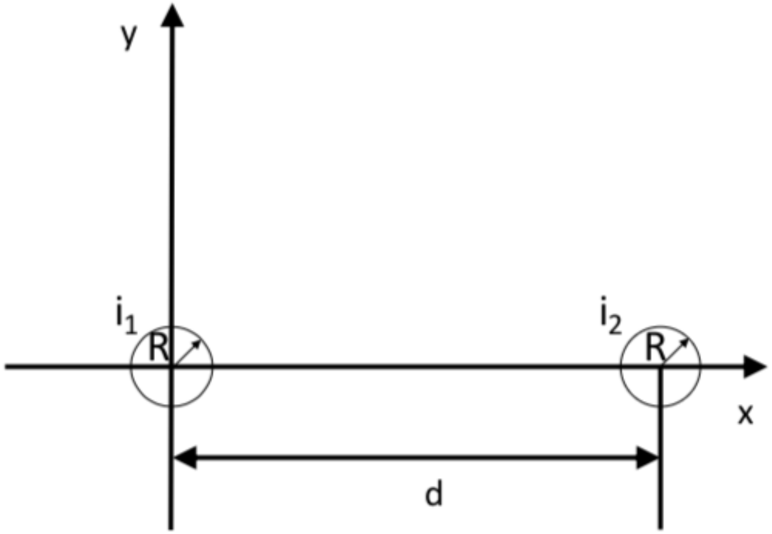
Esame di Fisica Generale del 18/9/2019

Consideriamo due fili di materiale conduttore paralleli, di raggio R, posti nel vuoto, con gli assi distanti d e percorsi dalla stessa corrente $i_1 = i_2 = i$ in direzione dell'asse z (vedi figura) e con lo stesso verso (ortogonale e uscente dal foglio). Assumendo l'asse x come indicato in figura:



1. Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (A) dell'asse x (y=z=0) corrispondente a $0 \leq x \leq R$, $\vec{B}_A(x)$ e calcolare le componenti del campo quando $x = 0$, $\vec{B}_A(0)$. $\vec{B}_A(x) =$ .... $\vec{B}_A(0) =$ ....
2. Si determini l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (B) dell'asse x (y=z=0), compresa tra i due fili, corrispondente a $R \leq x \leq d - R$, $\vec{B}_B(x)$, e calcolare e componenti del campo quando $x = d/2$, $\vec{B}_B\left(\frac{x}{2}\right)$.
   $\vec{B}_B(x) =$ .... $\vec{B}_B\left(\frac{x}{2}\right) =$ ....
3. Si determini l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (C) dell'asse x (y=z=0), corrispondente a $x \geq d + R$, $\vec{B}_C(x)$. $\vec{B}_C(x) =$ ....

Dati: $d = 4\ cm$, $i = 4\ A$.



due fili di materiale conduttore paralleli, di raggio R, nel vuoto, con gli assi distanti **d** e percorsi dalla stessa corrente $i_1 = i_2 = i$ in direzione dell'asse z (vedi figura) e con lo stesso verso (ortogonale e uscente dal foglio).

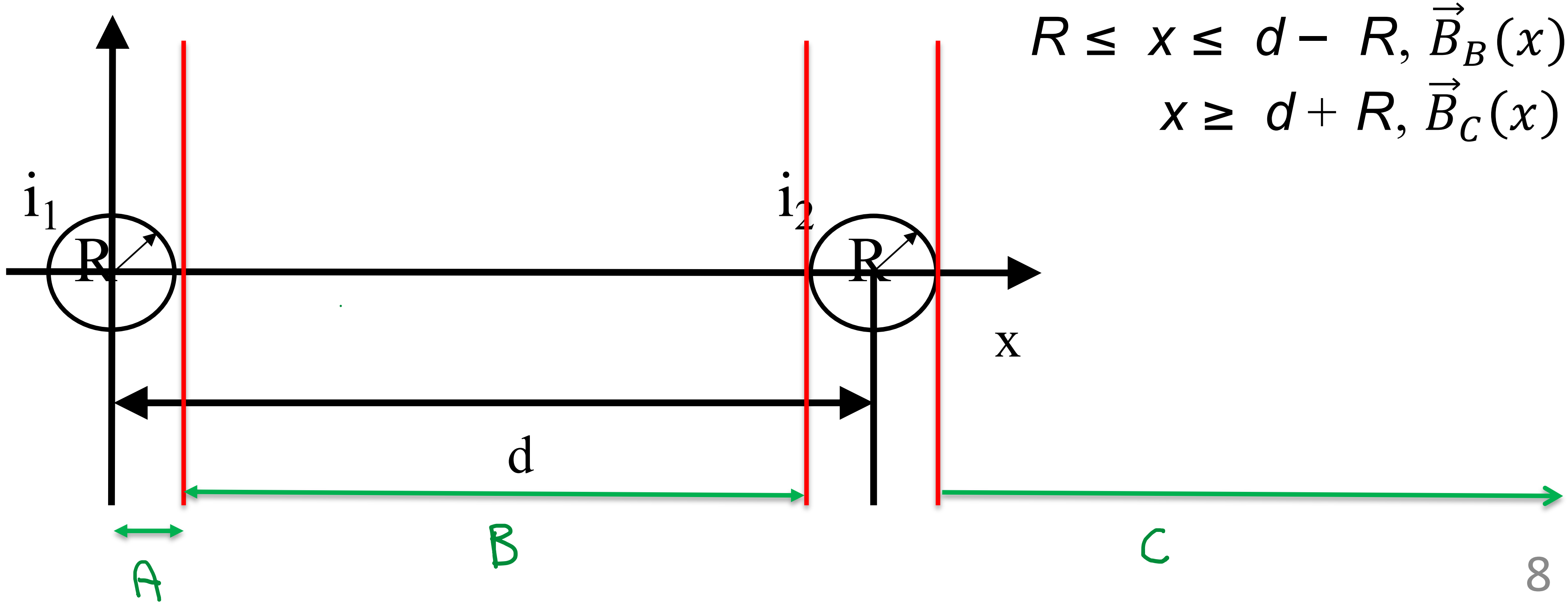
Dati: $d = 4\ cm$, $i = 4\ A$

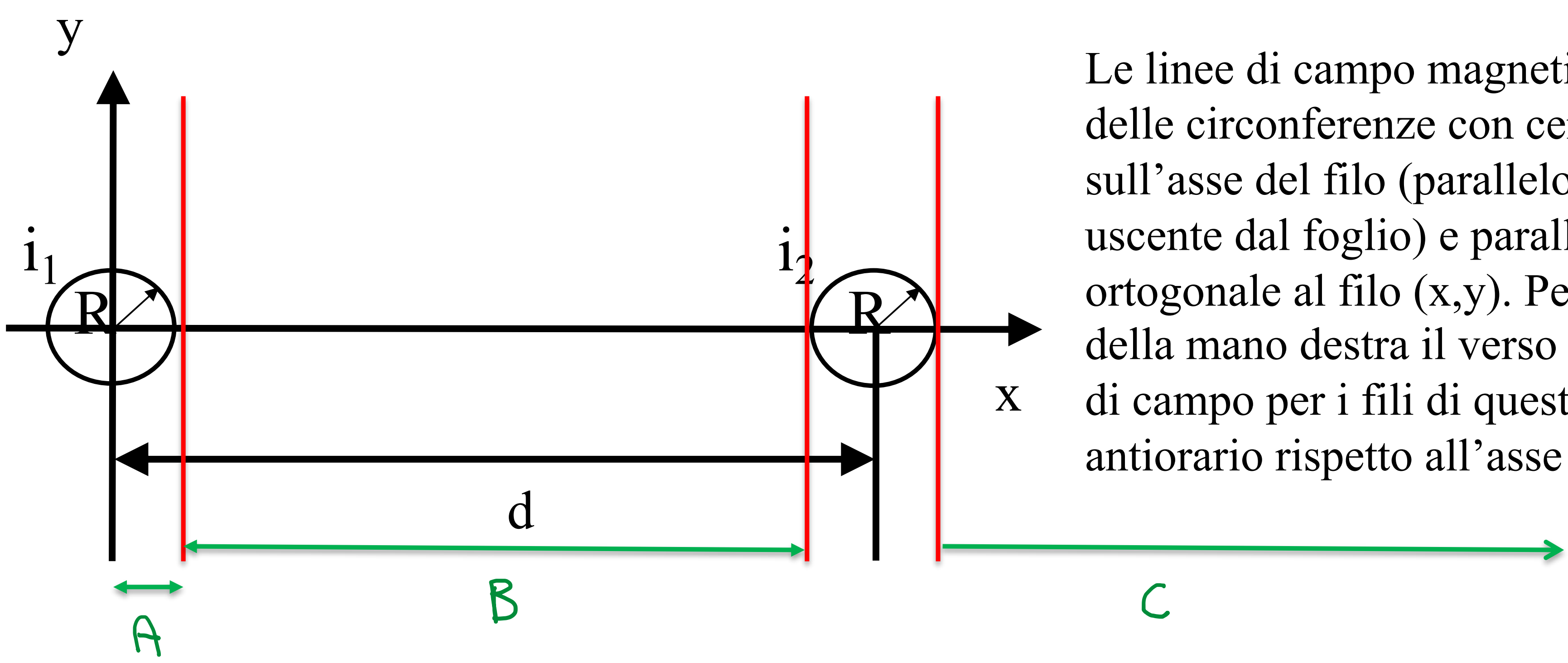
Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (A), (B),(C)

$$0 \leq x \leq R,\ \vec{B}_A(x)$$

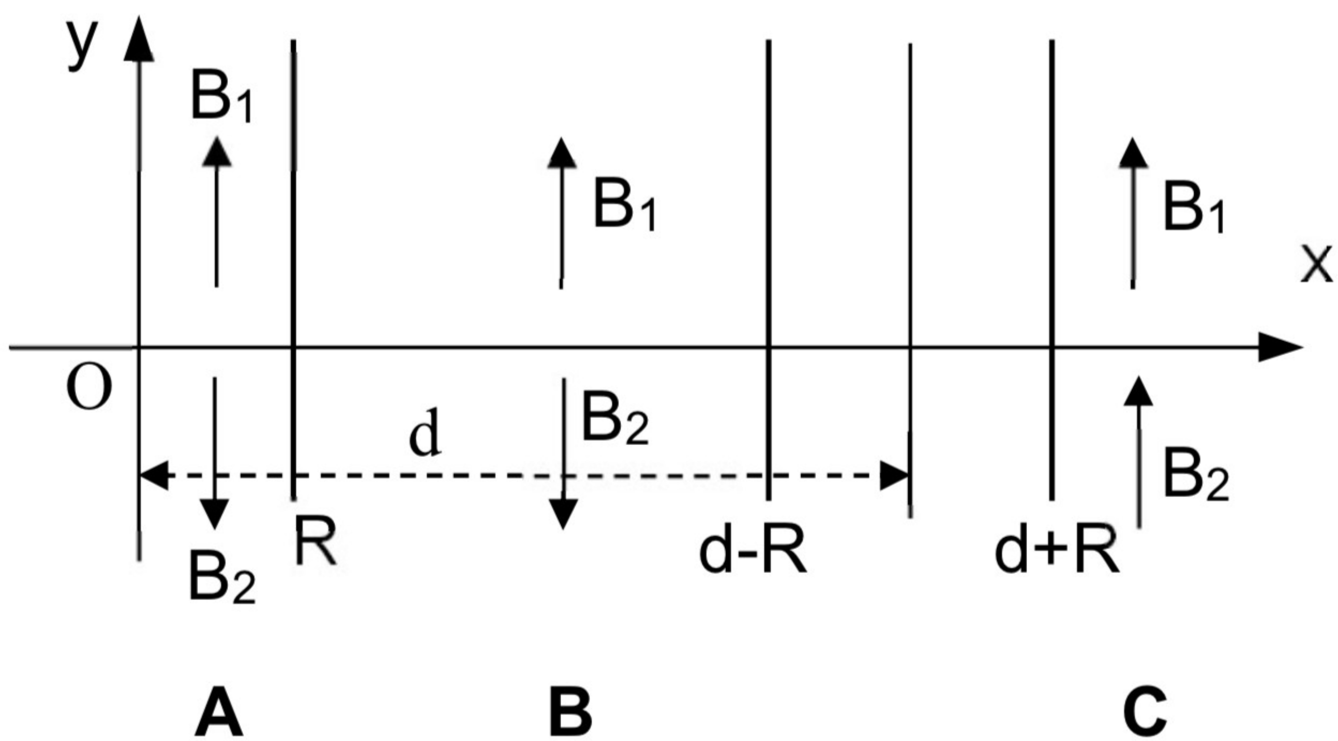
$$R \leq x \leq d - R,\ \vec{B}_B(x)$$

$$x \geq d + R,\ \vec{B}_C(x)$$

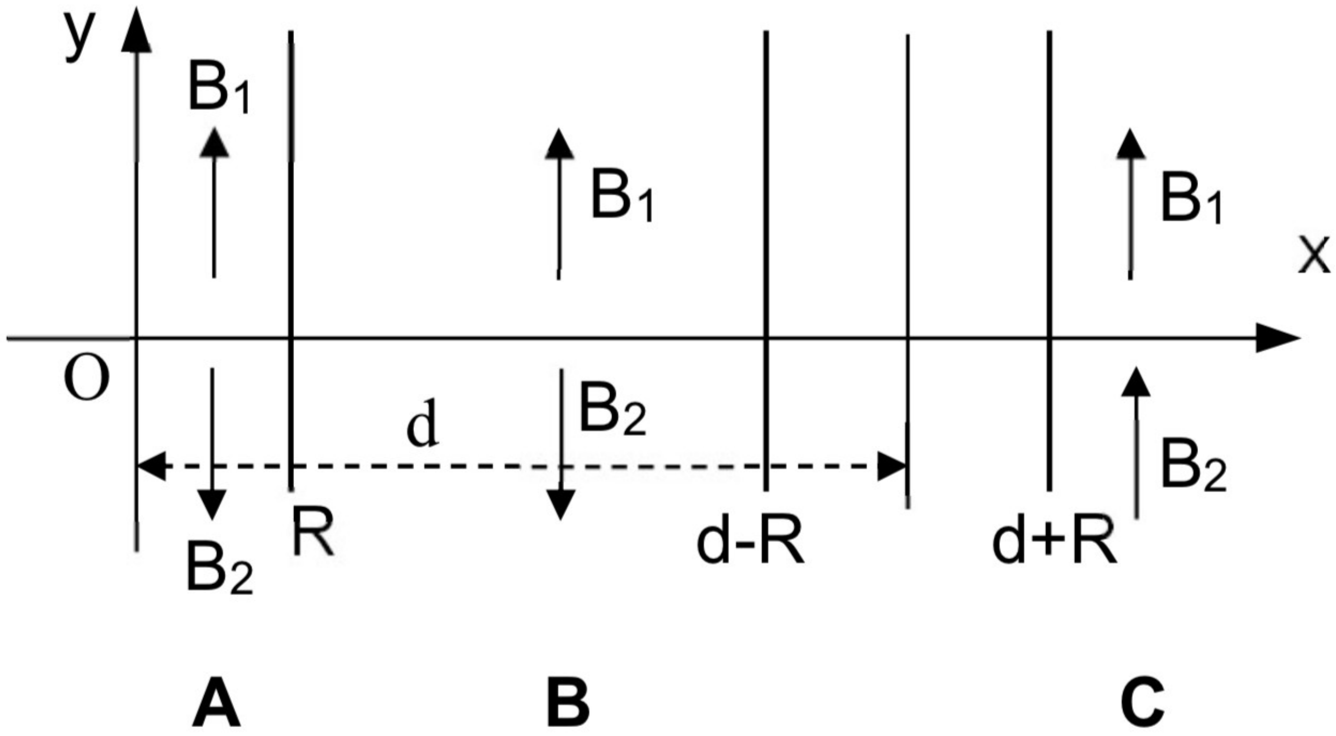




Le linee di campo magnetico sono delle circonferenze con centro sull’asse del filo (parallelo all’asse z e uscente dal foglio) e parallele al piano ortogonale al filo (x,y). Per la regola della mano destra il verso delle linee di campo per i fili di questo esercizio è antiorario rispetto all’asse z.



Determinazione di direzione e verso di $\vec{B}$ nelle 3 regioni



Il verso e la direzione del campo creato da ciascun filo (B1 e B2), nelle regioni A, B e C, è indicato nella figura (disegno non in scala).

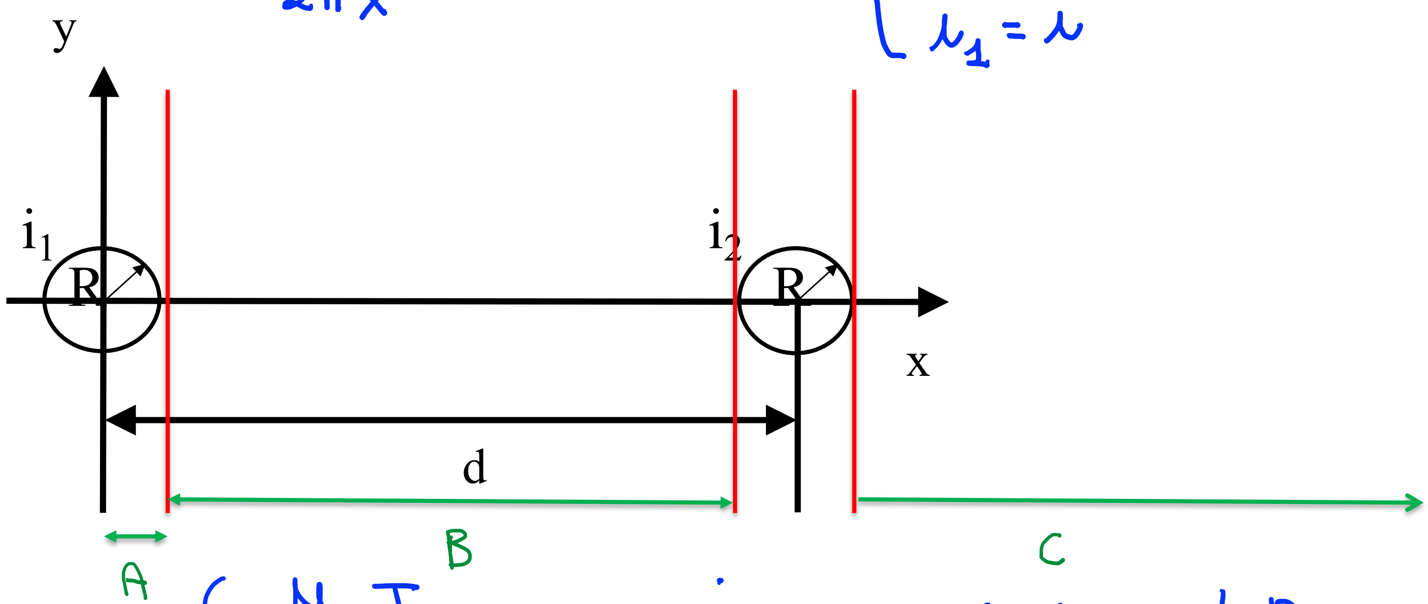
Per il teorema di sovrapposizione il campo magnetico risultante in ogni regione è dato dalla somma vettoriale dei campi $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ nella regione di interesse.

L'espressione dei moduli dei campi magnetici B_1 e B_2 in ogni regione si ottiene applicando il Teorema di Ampere ad una linea di campo circolare di raggio generico r

$$B(r) \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{conc}$$

Dal Teorema di Ampere $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{conc} = B(r)\cdot 2\pi r = \mu_0 I_{conc}$

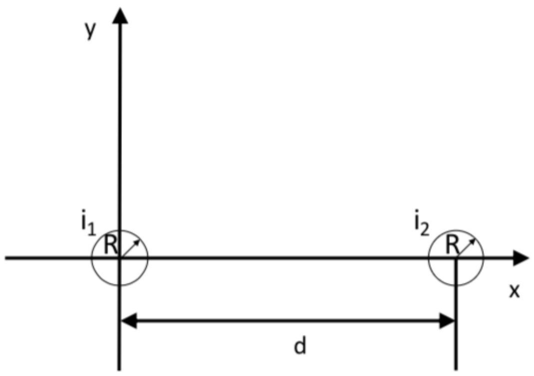
$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I_{conc}}{2\pi x} \quad \text{con} \quad I_{conc} = \begin{cases} \dfrac{i_1}{\pi R^2}\pi x^2 = \dfrac{i\, x^2}{R^2} & 0 \leq x \leq R \\ i_1 = i & R \leq x \end{cases}$$



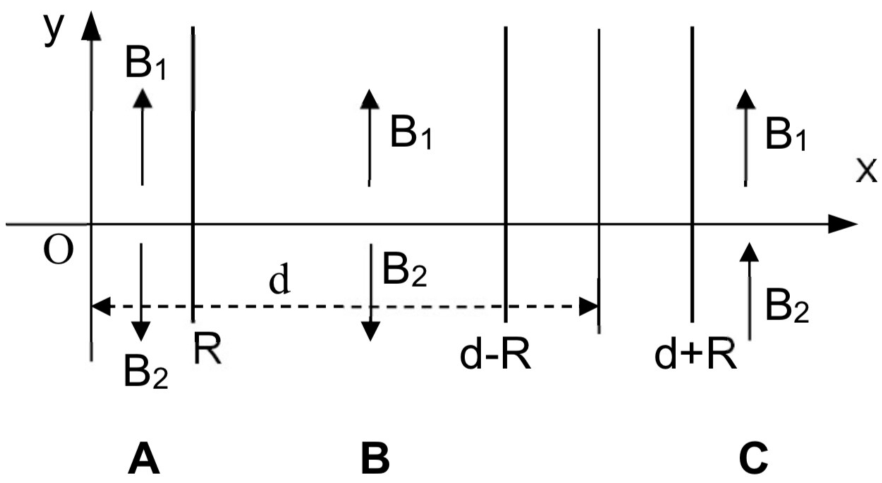
$$B_2(x) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I_{conc}}{2\pi(d-x)} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)} & 0 \leq x \leq d-R \qquad I_{conc} = i_2 = i \\[2ex] \dfrac{\mu_0 I_{conc}}{2\pi(x-d)} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(x-d)} & d+R \leq x \qquad I_{conc} = i_2 = i \end{cases}$$

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I_{conc}}{2\pi x} \quad \text{con} \quad I_{conc} = \begin{cases} \frac{i_1}{\pi R^2}\pi x^2 = \frac{i\, x^2}{R^2} & 0 \leq x \leq R \\ i_1 = i & R \leq x \end{cases}$$

$$\vec{B}_1(x) = \begin{cases} \frac{\mu_0\, i\, x}{2\pi R^2}\,\hat{y} & \overset{A}{0 \leq x \leq R} \\ \frac{\mu_0\, i}{2\pi x}\,\hat{y} & \overset{B}{R \leq x \leq d-R} \quad e \quad \overset{C}{d+R \leq x} \end{cases}$$

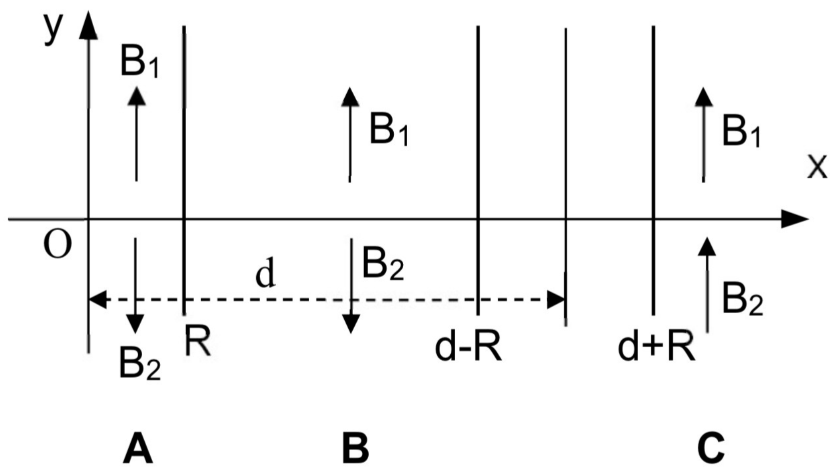


$$\vec{B}_2(x) = \begin{cases} -\frac{\mu_0\, i}{2\pi(d-x)}\,\hat{y} & \overset{A \ e \ B}{0 \leq x \leq d-R} \\ \frac{\mu_0\, i}{2\pi(x-d)}\,\hat{y} & \overset{C}{d+R \leq x} \end{cases}$$



$$\vec{B}_1(x) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i x}{2\pi R^2}\hat{y} & A \quad 0 \leq x \leq R \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi x}\hat{y} & B \quad R \leq x \leq d-R \quad e \quad C \quad d+R \leq x \end{cases}$$

$$\vec{B}_2(x) = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)}\hat{y} & A\ e\ B \quad 0 \leq x \leq d-R \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(x-d)}\hat{y} & C \quad d+R \leq x \end{cases}$$



1. Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (A) dell'asse x (y=z=0) corrispondente a $0 \leq x \leq R$, $\vec{B}_A(x)$ e calcolare le componenti del campo quando $x = 0$, $\vec{B}_A(0)$. $\vec{B}_A(x) =$ .... $\vec{B}_A(0) =$ ....

$$\vec{B}_A(x) = \vec{B}_{1A}(x) + \vec{B}_{2A}(x)$$

$$\vec{B}_A(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{x}{R^2} - \frac{1}{d-x}\right)\hat{y} \quad , \quad \vec{B}_A(0) = -\frac{\mu_0 i}{2\pi d}\hat{y} = -2\times10^{-5}\,T$$

2. Si determini l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (B) dell'asse x (y=z=0), compresa tra i due fili, corrispondente a $R \leq x \leq d - R$, $\vec{B}_B(x)$, e calcolare e componenti del campo quando x =d/2 , $\vec{B}_B\left(\frac{x}{2}\right)$.

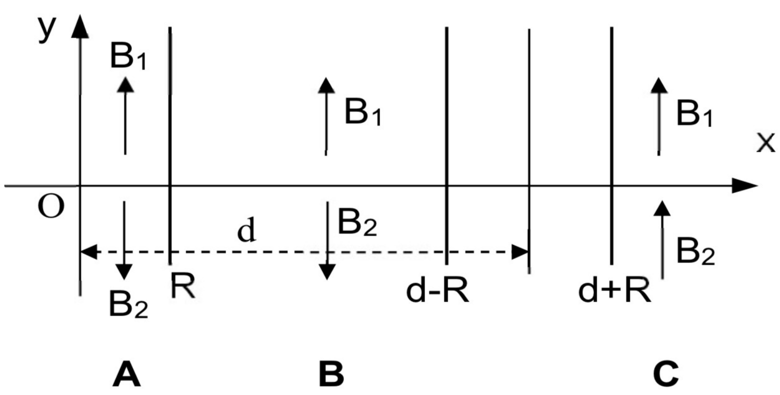
$\vec{B}_B(x) =$ .... $\vec{B}_B\left(\frac{x}{2}\right) =$ ....

$$\vec{B}_1(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\hat{y}$$

B: $R \leq x \leq d-R$ e C: $d+R \leq x$

$$\vec{B}_2(x) = -\frac{\mu_0 i}{2\pi(d-x)}\hat{y}$$

A e B: $0 \leq x \leq d-R$



$$\vec{B}_B(x) = \vec{B}_{1B}(x) + \vec{B}_{2B}(x)$$

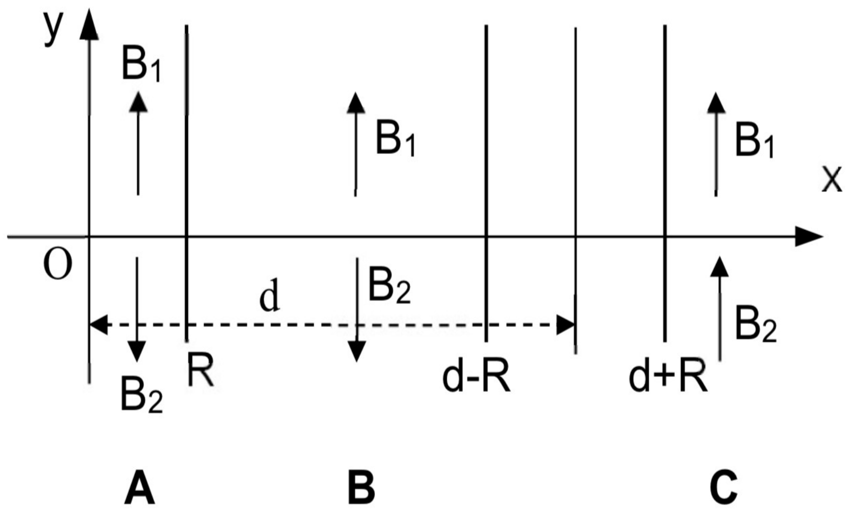
$$\vec{B}_B(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{d-x}\right)\hat{y}$$

$$\vec{B}_B\left(\frac{d}{2}\right) = \emptyset$$

3. Si determini l'espressione del campo di induzione magnetica nella regione (C) dell'asse x (y=z=0), corrispondente a $x \geq d + R$, $\vec{B}_C(x)$. $\vec{B}_C(x)$ = ...

$$\vec{B}_1(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi x}\hat{y} \qquad \overset{B}{R \leq x \leq d-R} \quad e \quad \overset{C}{d+R \leq x}$$

$$\vec{B}_2(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi(x-d)}\hat{y} \qquad \overset{C}{d+R \leq x}$$



$$\vec{B}_C(x) = \vec{B}_{1C}(x) + \vec{B}_{2C}(x)$$

$$\vec{B}_C(x) = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-d}\right)\hat{y}$$

Esame di Fisica Generale del 27/02/2013

Una spira conduttrice quadrata di lato l, chiusa su una resistenza R è posta in rotazione, con velocità angolare ω intorno ad un asse passante per i punti medi di due suoi lati come mostrato in Fig.1. La spira si trova inoltre in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico costante e uniforme di intensità B, diretto ortogonalmente all'asse di rotazione. Trascurando gli effetti di autoinduzione, si calcoli:

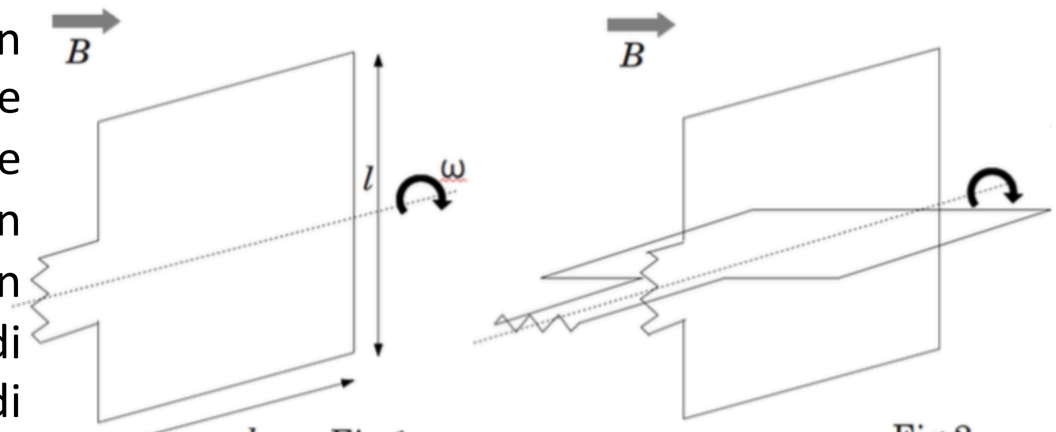


Fig.1 Fig.2

1. il flusso del campo magnetico che attraversa la spira in funzione del tempo, supponendo che al tempo t = 0 il piano su cui giace la spira sia ortogonale al campo magnetico B.
   $\phi^B(t)$ = ...
1. la corrente che circola nella spira in funzione del tempo I(t) = ...
2. si scriva l'espressione della potenza dissipata sulla resistenza R in funzione del tempo
   P (t) = ...
1. Si consideri adesso il caso in cui due spire identiche, di lunghezza l e chiuse su due resistenze R, sono disposte ortogonalmente l'una all'altra come mostrato in Fig.2. Si dimostri che la potenza necessaria a far ruotare il sistema formato dalle due spire è costante nel tempo. In particolare, si scriva la potenza dissipata da ognuna delle due spire $P_1(t)$ e $P_2(t)$, mostrando che la somma di esse risulta essere costante P_{tot}:
   $P_1(t)$ = ... $P_2(t)$ = ... P_{tot} = ...

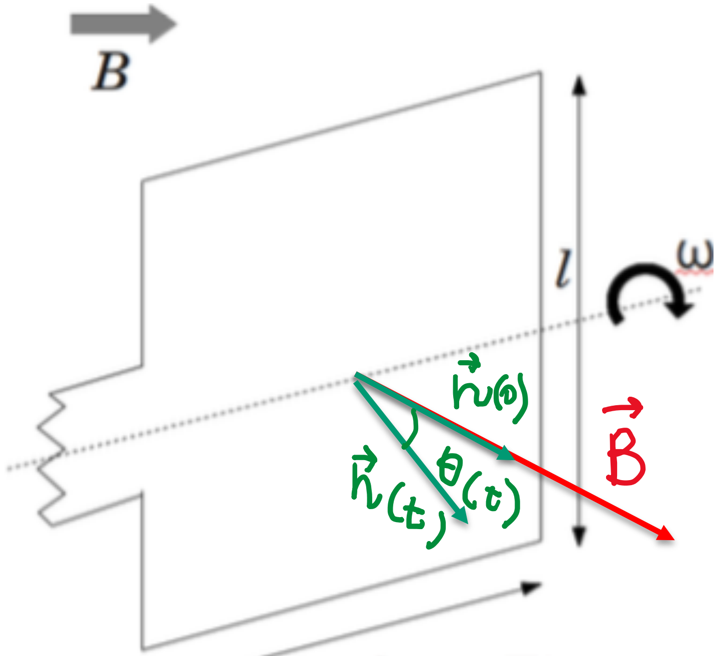


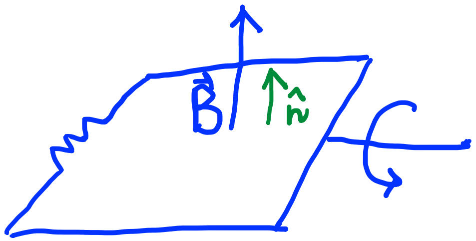
Fig.1

spira conduttrice quadrata
lato l, resistenza R che ruota con velocità angolare ω intorno ad un asse passante per i punti medi.
campo magnetico costante e uniforme di intensità B, diretto ortogonalmente all'asse di rotazione.

1. Si calcoli il flusso del campo magnetico che attraversa la spira in funzione del tempo, supponendo che al tempo t = 0 il piano su cui giace la spira, sia ortogonale al campo magnetico B. $\phi^B(t)$ = ...

$$\omega = \text{cost} = \dot{\theta} \quad \rightarrow \quad \theta(t) = \underbrace{\theta(0)}_{=0} + \dot{\theta}(0)\, t = \omega t$$

$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{n}\, dS = \int \vec{B} \cdot \vec{n}(t)\, dS = B \cos \omega t \int dS = B \cos \omega t\, l^2$$



$$\Phi^B(t) = B l^2 \cos \omega t$$

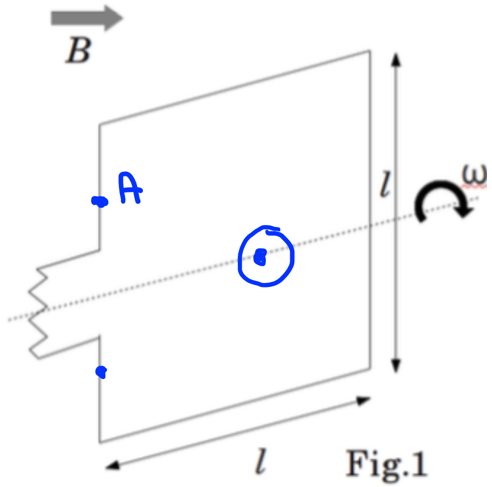


Fig.1

2. Si calcoli la corrente che circola nella spira in funzione del tempo I(t) = ...

Dalla legge di Lenz (Faraday - Neumann-Lenz)

$$fem = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -(-\omega \sin\omega t)\, B l^2$$

dalla quale $$|I(t)| = \frac{|fem|}{R} = \frac{\omega \sin\omega t\, B l^2}{R}$$

3. Si scriva l'espressione della potenza dissipata sulla resistenza R in funzione del tempo P (t) = ...

$$P(t) = I^2(t)R = fem\, I = \frac{fem^2}{R} = (\omega \sin\omega t\, B l^2)^2 / R$$

Essa coincide con la potenza spesa per mettere in rotazione la spira

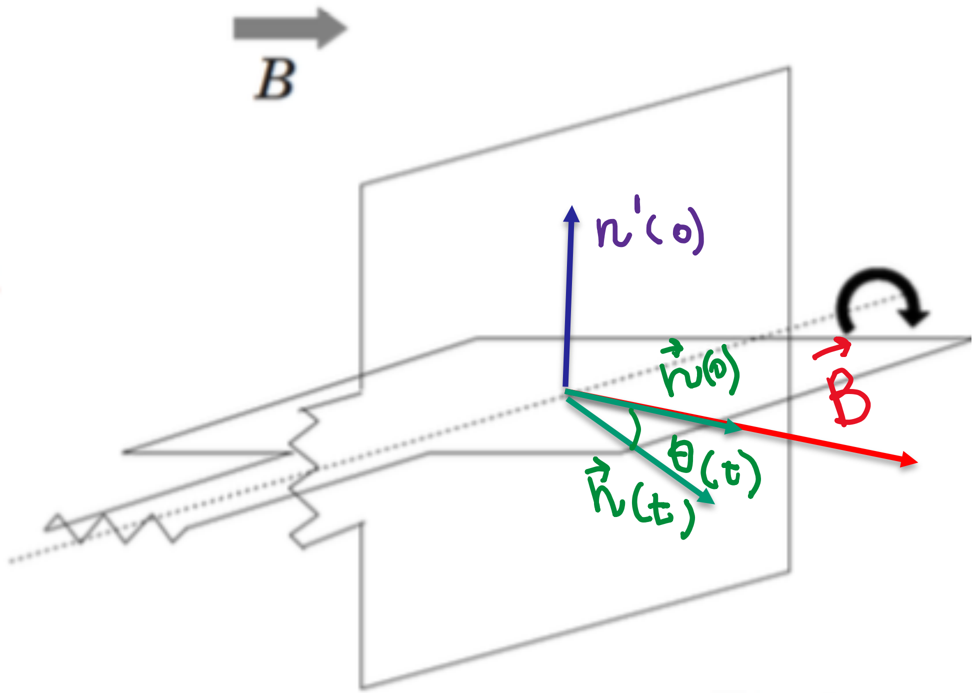


Fig.2

3. Si consideri adesso il caso in cui due spire identiche, di lunghezza l e chiuse su due resistenze R, sono disposte ortogonalmente l'una all'altra come mostrato in Fig.2. Si dimostri che la potenza necessaria a far ruotare il sistema formato dalle due spire è costante nel tempo. In particolare, si scriva la potenza dissipata da ognuna delle due spire $P_1(t)$ e $P_2(t)$, mostrando che la somma di esse risulta essere costante P_{tot}:

P1(t) = ... P2(t) = ... Ptot = ...

$$\theta_1(t) = \omega t \qquad \theta_2(t) = \pi/2 + \omega t \qquad \text{nota: } \theta_2(0) = \pi/2$$

$$P_1(t) = \frac{(B\ell^2 \omega \sin \omega t)^2}{R} \qquad P_2(t) = \frac{(B\ell^2 \omega \sin(\omega t + \pi/2))^2}{R}$$

$$\sin(\omega t + \pi/2) = \cos(\omega t) \Rightarrow P_1(t) + P_2(t) = \frac{(B\ell^2\omega)^2}{R}(\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)$$

$$= (B\ell^2\omega)^2/R = \text{Costante!}$$

Esame di Fisica Generale del 21/02/2017

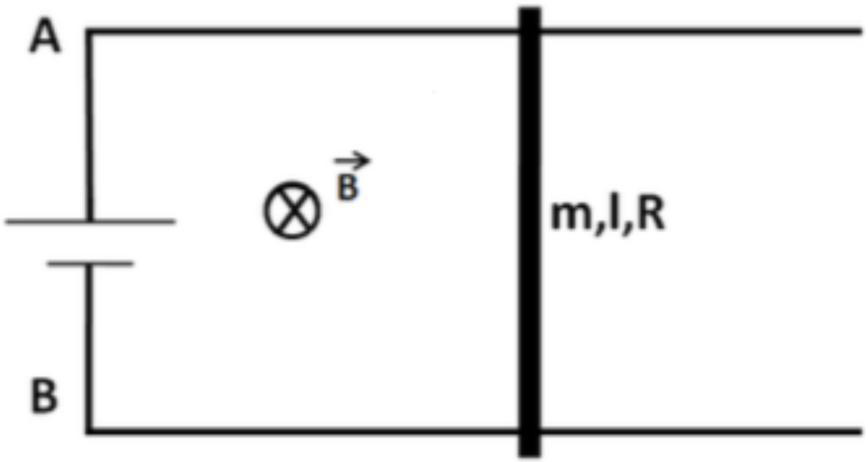


Fig.2

Una barra conduttrice, di massa m = 100 g e resistenza R = 500 Ω, appoggia senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile. La distanza tra i binari è l = 40 cm e il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme B = 0.8 T, perpendicolare ai binari ed alla barra (entrante nel foglio, vedere Fig.2). All'istante t=0 la barra è ferma e tra i binari viene posto un generatore ($V_A - V_B > 0$).

Il generatore fornisce una corrente costante i_0 = 0.2 A. Si calcoli:

a) in che direzione si muove la sbarra e la velocità della sbarra al tempo t_1 = 15 s. v_1 = ...

b) il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1. L = ...

Se invece il generatore fornisse una FEM costante pari a V_0 = 8 V calcolare:

c) la velocità limite della sbarra, ossia la velocità della sbarra quando si annulla l'accelerazione della sbarra stessa. v_{lim} = ...

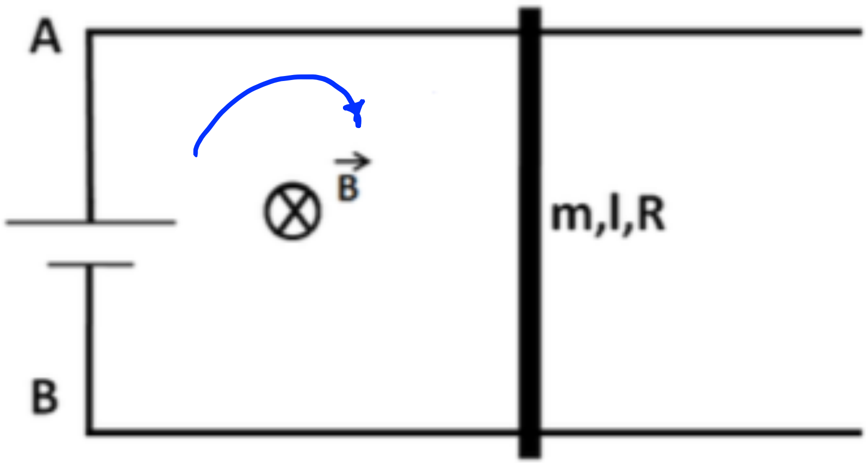


Fig.2

barra conduttrice
m = 100 g, R = 500 Ω,
libera di scorrere senza attrito su due binari orizzontali conduttori.
distanza tra i binari, l= 40 cm
Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante B = 0.8 T diretto come in figura.
Per t=0 la barra è ferma e tra i binari viene posto un generatore ($V_A - V_B > 0$).

Il generatore fornisce una corrente costante i_0 = 0.2 A. Si calcoli:
a) in che direzione si muove la sbarra e la velocità della sbarra al tempo t_1 = 15 s. v_1 = ...
b) il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1. L = ...

1) a t = 0 la barra è ferma e $V_A - V_B > 0$

2) Il generatore fornisce una corrente costante i_0 che circola nel circuito.

$$\Delta V(t) + f_{em}^{ind} = i_0 R \qquad \text{dove} \quad f_{em}^{ind} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

$$\phi(\vec{B}) = \int_{circuito} \vec{B} \cdot \hat{n}\, ds = B l x$$

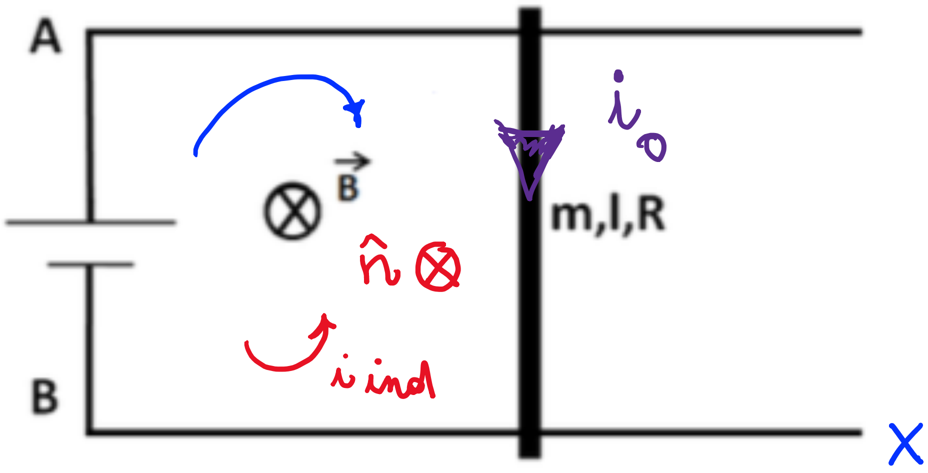


Fig.2

$$\phi(\vec{B}) = \int_{circuito} \vec{B} \cdot \hat{n} \, ds = B l x$$

Abbiamo scelto la normale parallela e concorde a $\vec{B}$

$$f_{em}^{ind} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -B l \frac{dx}{dt} = -B l v \Rightarrow \Delta V(t) + f_{em}^{ind} = i_0 R$$

→ Per mantenere la corrente costante il generatore eroga una $\Delta V(t)$ tale da "bilanciare" la f_{em}^{ind} dal moto della sbarretta

La corrente indotta è $-\frac{Blv}{R} = i_{ind} \Rightarrow \frac{\Delta V(t)}{R} + \underbrace{\frac{f_{em}^{ind}}{R}} = i_0$

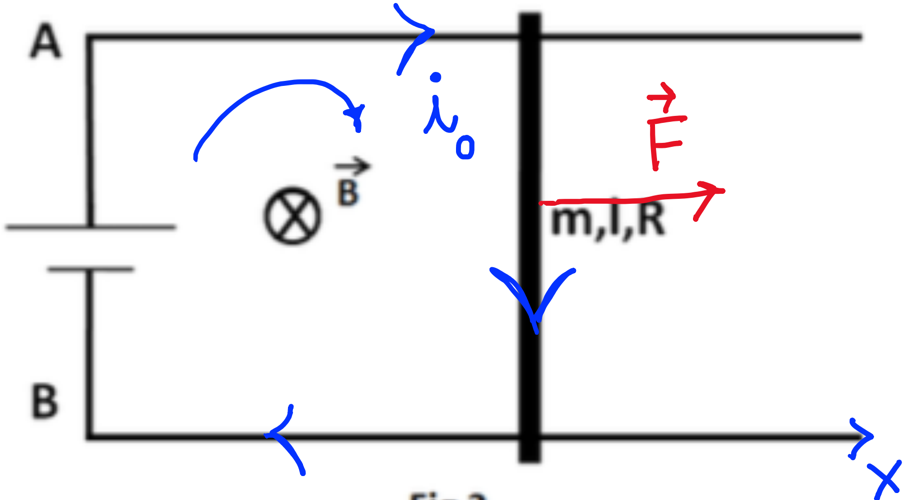


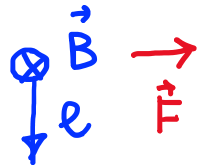
Fig.2

Il generatore fornisce una corrente costante i_0 = 0.2 A. Si calcoli:

a) in che direzione si muove la sbarra e la velocità della sbarra al tempo t_1 = 15 s.
v_1 = ...

Sulla sbarra agisce la forza

$\vec{F} = i_0 \vec{l} \wedge \vec{B}$



La corrente circola in verso orario e la sbarretta si muove verso destra a causa di $\vec{F}$.

Inoltre $m a_x = m a = i_0 l B \Rightarrow a = \dfrac{i_0 l B}{m}$

per cui a = cost $\Rightarrow$ moto unif. accelerato.

$\Rightarrow v(t) = v(0) + a t$ con $v(0) = 0$

$\Rightarrow v(t_1) = v_1 = \dfrac{i_0 l B}{m} \cdot t_1 = 9{,}6$ m/s

La corrente indotta $-\frac{B\ell v}{R} = i_{ind} \Rightarrow \frac{\Delta V(t)}{R} + \underbrace{\frac{f_{ind}}{R}} = i_0$

$$\frac{\Delta V(t)}{R} + \left(-\frac{B\ell i_0 \ell B t}{m}\right)\cdot\frac{1}{R} = i_0$$

: Per mantenere $i_0 = cost$ $\Delta V(t)$ deve crescere nel tempo.

Il generatore fornisce una corrente costante i_0 = 0.2 A. Si calcoli: b) il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1. L = ...

Il lavoro fatto dal generatore è il lavoro fatto per portare la sbarretta a velocità v_1 + quello dissipato nella resistenza:

$$L = \int_0^{t_1} i_0^2 R\, dt + \frac{1}{2} M v_1^2 = i_0^2 R t_1 + \int_{x_0}^{x(t_1)} M \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{x}$$

$$= i_0^2 R t_1 + \int_{x_0}^{x(t_1)} M \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot \vec{v}\, dt = i_0^2 R t_1 + \frac{1}{2} M v_1^2 = 305\,J$$

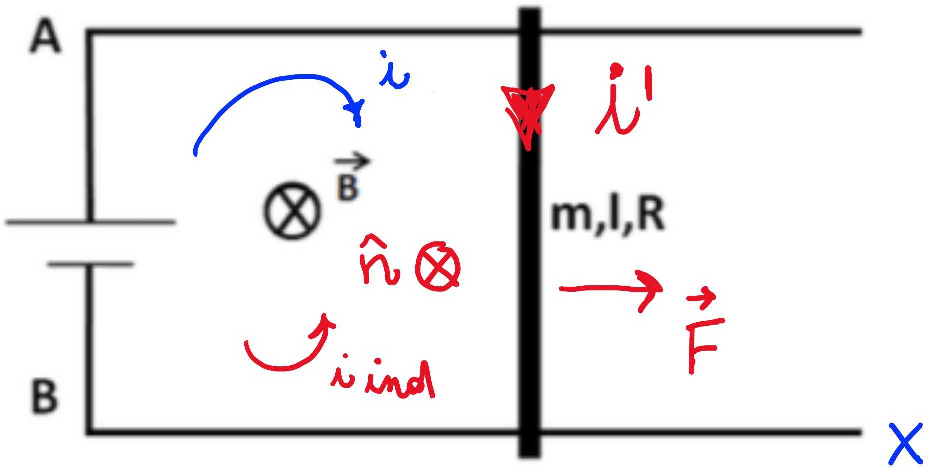


Fig.2

Se invece il generatore fornisse una FEM costante pari a V_0 = 8 V calcolare:

c) la velocità limite della sbarra, ossia la velocità della sbarra quando si annulla l'accelerazione della sbarra stessa. v_{lim} = ...

Quando la barra raggiunge la $v_{lim} \Rightarrow v = v_{lim} = \text{cost}$

$$\Rightarrow \vec{F}^{B}_{barra} = \emptyset = i'\vec{l} \wedge \vec{B} = 0$$

$$V_0 + f_{em}^{ind} = i' R$$

$$\left.\begin{array}{l} i' = \dfrac{V_0}{R} - \dfrac{d\phi_B}{dt} \cdot \dfrac{1}{R} \\ i' = i + i_{ind} \end{array}\right\}$$

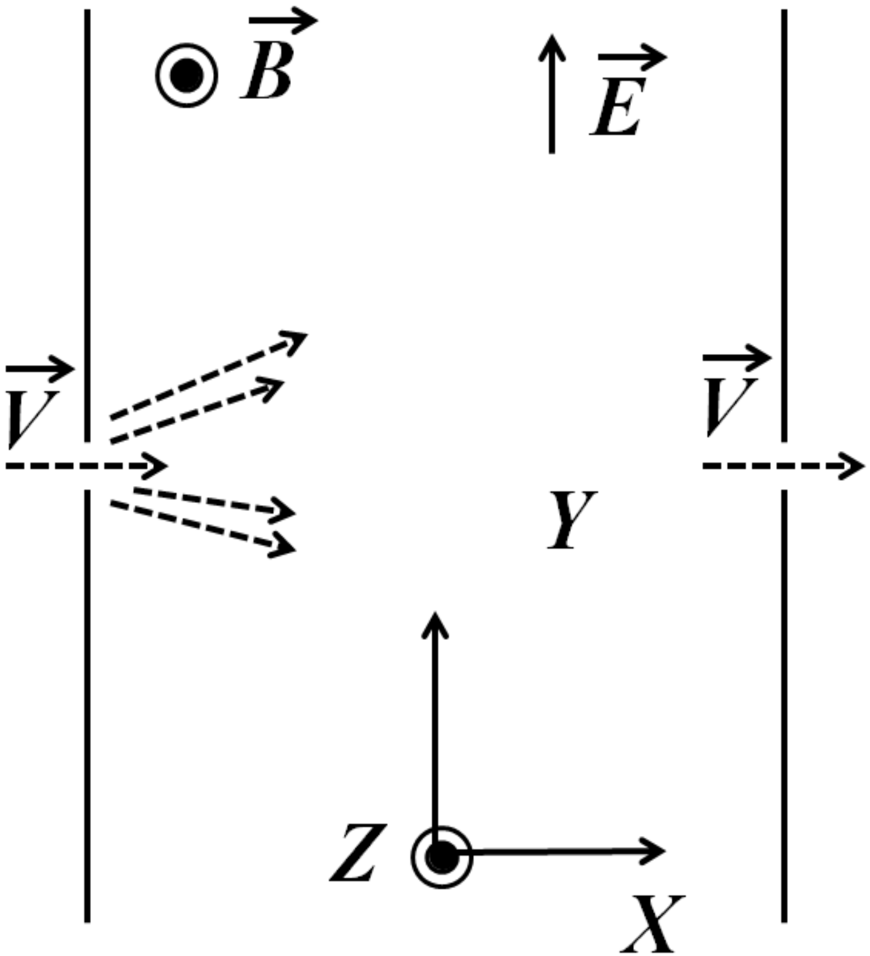
Quando la corrente circola varia il flusso del campo magnetico ($i'\vec{l} \wedge \vec{B}$), $v_{sbarra} \neq 0$ e si genera una f_{em}^{ind} che si oppone alla variazione di flusso

$$\phi(\vec{B}) = \int_{S_{circuito}} \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS = B \int_{S_{circuito}} dS = B l x \Rightarrow -\frac{d\phi_B}{dt} = -B l v$$

$$i' = \frac{V_0}{R} - \frac{d\phi_B}{dt} \cdot \frac{1}{R} = \frac{V_0}{R} - \frac{B\ell v}{R} \Rightarrow \vec{F} = 0 = i' \vec{\ell} \wedge \vec{B} \Rightarrow i' = \emptyset$$

$$\frac{V_0}{R} - \frac{B\ell v_{lim}}{R} = 0 \Rightarrow v_{lim} = \frac{V_0}{B\ell} = 25\,m/s$$

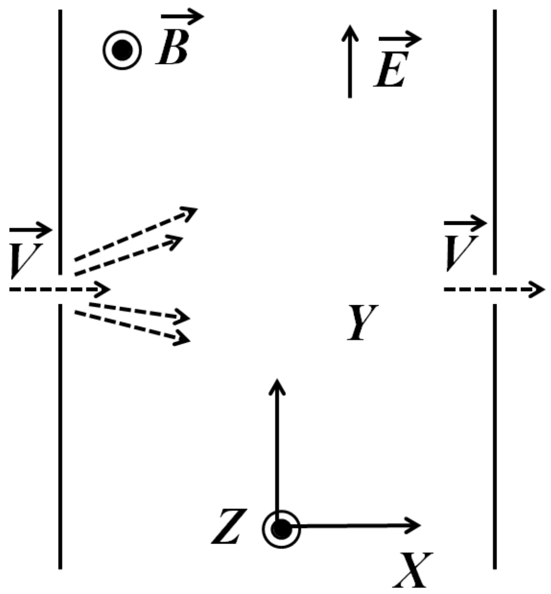
Esercizio 1): il selettore di velocità.



Un'altra applicazione dell'orbita circolare percorsa da una particella carica sotto l'azione di un campo di induzione magnetica uniforme $\vec{B}$ è il selettore di velocità, un'apparecchiatura che consente di isolare particelle cariche con una velocità definita. Le particelle cariche in ingresso hanno tutte la stessa direzione ma diversa velocità

L'idea consiste nell'utilizzare un campo $\vec{B}$ ed uno $\vec{E}$, ortogonali fra loro e scelti opportunamente. La particella penetra nella regione dello spazio sede dei campi attraverso la fessura a sinistra in figura e prosegue il suo moto all'interno di tale regione, fino a raggiungere lo schermo assorbente a destra. La particella può proseguire oltre solo se la sua traiettoria le consente di arrivare sulla fessura a destra in direzione perpendicolare allo schermo.

1) Quale è la relazione fra i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ e la velocità $\vec{V}$ che rende possibile l'attraversamento della regione di spazio compresa fra i due schermi ?



1) Quale è la relazione fra i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ e la velocità $\vec{V}$ che rende possibile l'attraversamento della regione di spazio compresa fra i due schermi ?

Soluzione.

Poiché le due fessure sono allineate lungo l'asse X, la particella raggiungerà la fessura a destra se, entrando da quella a sinistra perpendicolarmente allo schermo, manterrà la sua traiettoria imperturbata, cioè se viaggerà in linea retta.

Affinché ciò possa accadere è necessario che l'accelerazione della particella sia sempre nulla e quindi che la forza agente su di essa sia zero.

La forza totale è la somma della forza dovuta al campo elettrico e di quella di Lorentz, per cui:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_L = q\left(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}\right) = 0 \Leftrightarrow \vec{E} = -\left(\vec{V} \wedge \vec{B}\right)$$

Poiché il campo $\vec{E}$ è diretto lungo Y ed il campo $\vec{B}$ lungo Z, la forza nella posizione della fessura di ingresso su una particella con velocità diretta lungo l'asse X e di modulo $V = E/B$ è zero.

Lo strumento seleziona quindi solo particelle la cui velocità soddisfa $V = E/B$

Essendo la forza e quindi l'accelerazione nulla la particella si muoverà ancora in direzione X, con la stessa velocità, per cui in un istante arbitrario successivo qualsiasi la forza sarà sempre nulla.

In definitiva la particella si muoverà di moto rettilineo uniforme nel verso positivo dell'asse X e raggiungerà quindi la fessura a destra in direzione perpendicolare allo schermo, come richiesto.

Naturalmente la selezione non è "perfetta" a causa di:
1) dimensioni finite delle fessure;
2) non uniformità dei campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$;
3) non perfetta ortogonalità fra i campi e fra i campi e la velocità.