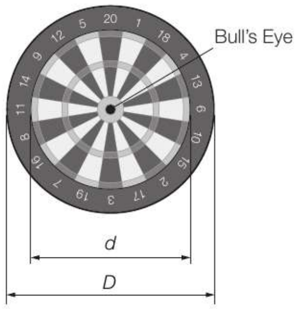
Aus: aufgabenpool.at zum Stichwort „Binomialverteilung“

Darts * (A_302)

Darts ist ein Spiel, bei dem Pfeile auf eine kreisförmige Dartscheibe geworfen werden (siehe nebenstehende Abbildung).



d) Ein Spieler wirft 5-mal hintereinander auf eine Dartscheibe. Die Wahrscheinlichkeit, das sogenannte *Bull's Eye* in der Mitte der Dartscheibe zu treffen, beträgt bei jedem Wurf p.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D zu, sodass zutreffende Aussagen entstehen.

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	

A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

Sauna * (A_297)

In der kalten Jahreszeit besuchen viele Menschen regelmäßig eine Sauna.

d) Frau Maier nimmt sich vor, zwischen Oktober und April an jedem Mittwoch die Sauna zu besuchen.
Sie stellt fest, dass sie diese Termine unabhängig voneinander mit jeweils 90%iger Wahrscheinlichkeit wahrnehmen kann.

Man betrachtet n Wochen in diesem Zeitraum.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = 1 - 0{,}1^n$

Sicherheit auf dem Schulweg * (A_293)

Im Nahbereich von Schulen stellen die zu- und abfahrenden Fahrzeuge ein großes Problem dar.

a) Vor einer Schule werden Geschwindigkeitsmessungen durchgeführt. Es ist bekannt, dass sich Kfz-Lenker/innen mit einer Wahrscheinlichkeit von nur 26 % an das geltende Tempolimit halten.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 20 zufällig ausgewählten Kfz-Lenkerinnen und -Lenkern mehr als die Hälfte an das geltende Tempolimit hält.

Fahrscheine * (A_133)

b) Erfahrungsgemäß wird man bei einer Fahrt mit einer bestimmten U-Bahn-Linie mit einer Wahrscheinlichkeit von 2,5 % kontrolliert.

Eine Person fährt 300-mal mit dieser U-Bahn-Linie.

1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das entsprechende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^{2}$	
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^{1} - \binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^{0}$	

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	Die Person wird genau 2-mal nicht kontrolliert.
C	Die Person wird mindestens 2-mal nicht kontrolliert.
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

Psi-Tests * (A_291)

Seit vielen Jahren hat die GWUP (Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften e. V.) ein Preisgeld für den Nachweis einer paranormalen (übersinnlichen) Fähigkeit ausgeschrieben.
Die behaupteten Fähigkeiten einer Versuchsperson werden dabei mit verschiedenen Tests überprüft.

a) Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, unter welcher von 10 Schachteln ein Glas Wasser versteckt ist. Der Versuch wird 13-mal durchgeführt, wobei das Glas Wasser jedes Mal neu versteckt wird. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 13 Durchführungen des Versuchs 7 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen Treffer erzielt.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Treffer.
2) Zeigen Sie, dass es wahrscheinlicher ist, dass diese Versuchsperson mindestens 1 Treffer erzielt, als dass sie gar keinen Treffer erzielt.
3) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Versuchsperson die Testphase besteht.

Psi-Tests * (A_291)

Seit vielen Jahren hat die GWUP (Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften e. V.) ein Preisgeld für den Nachweis einer paranormalen (übersinnlichen) Fähigkeit ausgeschrieben.
Die behaupteten Fähigkeiten einer Versuchsperson werden dabei mit verschiedenen Tests überprüft.

b) Eine Versuchsperson muss auf Basis ihrer paranormalen Fähigkeiten angeben, ob in einem Kabel Strom fließt oder nicht. Dieser Versuch wird 50-mal durchgeführt. Um die Testphase zu bestehen, müssen bei 50 Durchführungen des Versuchs 40 oder mehr Treffer erzielt werden.

Es wird angenommen, dass die Versuchsperson keine paranormalen Fähigkeiten besitzt und daher bei jeder Durchführung des Versuchs mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % einen Treffer erzielt.

1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer.	
Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer.	

A	$\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
B	$\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
C	$\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
D	$\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$

Kontrolle der Geschwindigkeit * (A_117)

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einem bestimmten Abschnitt der Westautobahn ein Fahrzeug mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs ist, beträgt 4 %.
Eine Zufallsstichprobe von 1 500 Fahrzeugen wird überprüft.
Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl derjenigen Fahrzeuge an, die dort mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau a Fahrzeuge dieser Zufallsstichprobe mit überhöhter Geschwindigkeit unterwegs sind.

$P(X = a) =$ ______________________________

Lieblingsfarbe * (A_082)

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Rosa als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 13 %.
25 zufällig ausgewählte Personen werden nach ihrer Lieblingsfarbe gefragt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 3 der 25 Personen Rosa als Lieblingsfarbe nennen.

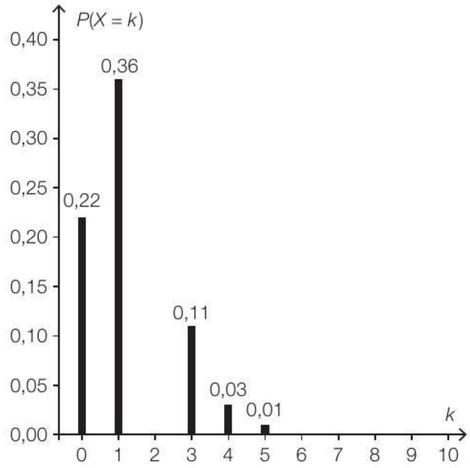
Lieblingsfarbe * (A_082)

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person Orange als Lieblingsfarbe nennt, beträgt 7 %.
Unter n befragten Personen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1 Person sein, die Orange als Lieblingsfarbe nennt.

1) Berechnen Sie die Anzahl n derjenigen Personen, die dafür mindestens befragt werden müssen.

Lieblingsfarbe * (A_082)

c) Die binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl derjenigen Personen unter 10 Befragten, die Lila als Lieblingsfarbe nennen. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser Zufallsvariablen ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 Befragten maximal 3 Befragte Lila als Lieblingsfarbe nennen, beträgt 96 %.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende Säule für $P(X = 2)$ ein.

Zimt (A_164)

Zimt ist eines der ältesten bekannten Gewürze und wird aus der getrockneten Rinde von Zimtbäumen gewonnen.

d) Das Zimtpulver wird in einer Anlage automatisch in Säckchen verpackt. Aus Erfahrung weiß man, dass 2 % der Säckchen nicht korrekt verschlossen sind. Eine Zufallsstichprobe von 50 Säckchen wird kontrolliert.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird:
$P(E) = 0{,}98^{50} + 50 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{49} + \binom{50}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{48}$

Marillenernte (A_139)

In einer bestimmten Region werden Marillen geerntet.

a) Man geht davon aus, dass in dieser Region 12 % der Marillen Schäden aufweisen.

– Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck $\binom{50}{3} \cdot 0{,}12^3 \cdot 0{,}88^{47}$ berechnet wird.

Aus der gesamten Ernte wird eine Zufallsstichprobe von n Stück Marillen ausgewählt.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit:

P(„keine der ausgewählten Marillen weist Schäden auf“) = ____________________

Natur in Zahlen (A_136)

c) Erdmännchen sind Raubtiere, die im südlichen Afrika leben. Es wird angenommen: In freier Wildbahn beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Jungtier überlebt, unabhängig voneinander 25 %.
In einer Erdmännchen-Kolonie werden 20 Jungtiere geboren.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 30 % davon überleben.

Ein Erdmännchen-Weibchen bringt 3 Jungtiere zur Welt.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$P(E) = 0{,}25^3$	
$P(E) = 1 - 0{,}25^3$	

A	E = „alle 3 Jungtiere überleben“
B	E = „keines der Jungtiere überlebt“
C	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt“
D	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht“

Basketball (A_081)

Beim Basketball versuchen die Spieler/innen, den Ball in den Korb der gegnerischen Mannschaft zu werfen.

d) Auf der Basis von statistischen Aufzeichnungen geht man davon aus, dass ein bestimmter Spieler bei jedem Freiwurf mit einer Wahrscheinlichkeit von 87,7 % in den Korb trifft. Der Spieler wettet, dass er bei 10 Freiwürfen mindestens 9 Treffer erzielt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler die Wette verliert.

Das perfekte Ei (A_073)

Der österreichische Physiker Werner Gruber entwickelte folgende Formel für das Kochen von Eiern:

$$t = 0{,}0016 \cdot d^2 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot (T_S - T_A)}{T_S - T_{Ei}}\right)$$

t … Kochzeit des Eies in min
T_A … Ausgangstemperatur des Eies in °C
d … Durchmesser des Eies an der dicksten Stelle in mm
T_S … Siedetemperatur des Wassers in °C
T_{Ei} … gewünschte Innentemperatur des Eies in °C

c) Im Kühlschrank liegt eine Zehnerpackung Eier, deren Mindesthaltbarkeitsdatum stark überschritten ist. Aus langjähriger Erfahrung weiß man, dass jedes dieser Eier mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % verdorben ist.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass genau n Eier aus dieser Packung verdorben sind.

P(„es sind genau n Eier verdorben“) = ____________________

Veranstaltungszentrum (B_036)

Ein neues Veranstaltungszentrum wird geplant.

c) Die Veranstalter wissen aus Erfahrung, dass 15 % der verkauften Eintrittskarten letztendlich nicht zum Besuch der Veranstaltung genutzt werden. Für den 1 000 Besucher/innen fassenden Konzertsaal werden 1 150 Karten verkauft.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 1 000 Personen, die eine Eintrittskarte gekauft haben, tatsächlich zur Veranstaltung erscheinen.

Goldener Schnitt (B_291)

Eine Strecke (vgl. Abbildung 1) wird in die zwei Teile a und b geteilt ($a > b$).
Gilt $a : b = (a + b) : a$, dann bezeichnet man das Teilungsverhältnis $\phi = a : b$ als den *Goldenen Schnitt*.

Abbildung 1

c) Schon nach dem antiken Schönheitsideal gilt ein Mensch als wohlproportioniert, wenn die Höhe des Nabels die Körpergröße im Goldenen Schnitt teilt. In einer Bevölkerungsgruppe entsprechen 87 % diesem Ideal.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 5 zufällig ausgewählten Personen dieser Bevölkerungsgruppe mindestens 3 diesem Ideal entsprechen.

In einer anderen Bevölkerungsgruppe wurden die Daten von 5 Personen erhoben:

x = Höhe bis zum Nabel in cm	105	115	108	121	114
y = Körpergröße in cm	159	174	161	182	171

– Ermitteln Sie mithilfe der gegebenen Daten eine Gleichung der zugehörigen linearen Regressionsfunktion.

Navigationsgeraete * (B_465)

Moderne Navigationsgeräte (Navis) haben eine Reihe von Zusatzfunktionen.

b) Entlang einer 45 km langen Teststrecke auf einer Autobahn sind insgesamt 8 Radarboxen in gleichen Abständen zur Überwachung der Geschwindigkeit aufgestellt. Eine dieser Radarboxen steht am Anfang und eine am Ende der Strecke.

Die Abstände der Radarboxen vom Streckenanfang lassen sich durch eine Folge $(a_1, a_2, \ldots, a_8)$ modellieren.

1) Geben Sie an, welche Art von Folge hierfür in Frage kommt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

2) Stellen Sie für diese Folge ein explizites Bildungsgesetz auf.

Die 8 Radarboxen werden unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit 0,95 vom Navi erkannt.

3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 Radarboxen auf dieser Strecke nicht erkannt werden.

Gluecksspiel* (A_282)

Bei einem Glücksspiel werden aus verschiedenen Gefäßen Kugeln zufällig gezogen.

b) Im zweiten Gefäß befinden sich 6 schwarze und 2 blaue Kugeln.

Aus diesem Gefäß zieht Susi 1 Kugel und legt diese Kugel anschließend in das Gefäß zurück. Das macht sie insgesamt 5-mal.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Susi dabei genau 3-mal eine schwarze Kugel zieht.

Gluecksspiel* (A_282)

Bei einem Glücksspiel werden aus verschiedenen Gefäßen Kugeln zufällig gezogen.

c) Im dritten Gefäß befinden sich 12 Kugeln. 7 dieser Kugeln sind grün, die anderen Kugeln sind gelb.

Aus diesem Gefäß zieht Moritz 1 Kugel und legt diese Kugel anschließend in das Gefäß zurück. Das macht er insgesamt 3-mal.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen so, dass eine korrekte Aussage entsteht. *[Lückentext]*

Die Wahrscheinlichkeit, dass ______①______, ist durch den Ausdruck ______②______ gegeben.

①	
alle 3 Kugeln grün sind	☐
mindestens 1 Kugel grün ist	☐
höchstens 1 Kugel grün ist	☐

②	
$1-\left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐
$1-\left(\frac{7}{12}\right)^3$	☐
$\left(\frac{5}{12}\right)^3$	☐

Muenzen (1) * (A_276)

Susi und Markus spielen mit fairen Münzen. Beim Werfen einer fairen Münze treten die beiden Ereignisse „Kopf" und „Zahl" jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.

b) Markus will eine Zwei-Euro-Münze 10-mal werfen.
Susi stellt die Frage: „Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten wir mindestens 3-mal ‚Zahl'?"

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10 Würfen mindestens 3-mal „Zahl" geworfen wird.

Vergnuegungspark (3) (B_033)

c) Erfahrungsgemäß weiß man, dass bei einer Achterbahnfahrt 5 % der Fahrgäste übel wird.
30 Personen werden zufällig ausgewählt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 2 der ausgewählten Personen während der Achterbahnfahrt übel wird.

Brettspiel (B_288)

Bei einem Spiel gewinnt diejenige Person, die als erstes ein vorgegebenes Muster auf ihrem Spielbrett mit roten und grünen Farbsteinen ausgelegt hat.
Bei einem Spielzug wird zuerst mit 2 Zahlenwürfeln („normale" Würfeln mit den Augenzahlen 1 bis 6) geworfen. Die aus den Augenzahlen gebildete Summe (Augensumme) bestimmt, wie viele Farbsteine man auf das Spielbrett legen darf.
Anschließend wird für jeden zu legenden Farbstein die Farbe gewürfelt. Dazu wird ein spezieller Farbwürfel mit 4 grünen und 2 roten Seiten verwendet.
Ein Spielzug besteht daher aus dem Werfen der 2 Zahlenwürfel und dem darauffolgenden mehrmaligen Werfen des Farbwürfels.

c) Ein Kind wirft in einem Spielzug 7-mal den Farbwürfel.

– Ordnen Sie den beiden gegebenen Ausdrücken jeweils das passende Ereignis aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$\sum_{k=0}^{4}\binom{7}{k}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{k}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{7-k}$	
$\sum_{k=0}^{5}\binom{7}{k}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{k}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}$	

A	Es werden weniger als 5 grüne Steine gelegt.
B	Es werden maximal 5 rote Steine gelegt.
C	Es werden weniger als 5 rote Steine gelegt.
D	Es werden maximal 5 grüne Steine gelegt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind mindestens 4-mal die Farbe Grün würfelt.

Brettspiel (B_288)

Bei einem Spiel gewinnt diejenige Person, die als erstes ein vorgegebenes Muster auf ihrem Spielbrett mit roten und grünen Farbsteinen ausgelegt hat.
Bei einem Spielzug wird zuerst mit 2 Zahlenwürfeln („normale" Würfeln mit den Augenzahlen 1 bis 6) geworfen. Die aus den Augenzahlen gebildete Summe (Augensumme) bestimmt, wie viele Farbsteine man auf das Spielbrett legen darf.
Anschließend wird für jeden zu legenden Farbstein die Farbe gewürfelt. Dazu wird ein spezieller Farbwürfel mit 4 grünen und 2 roten Seiten verwendet.
Ein Spielzug besteht daher aus dem Werfen der 2 Zahlenwürfel und dem darauffolgenden mehrmaligen Werfen des Farbwürfels.

d) Ein Kind steht kurz vor dem Gewinn des Spiels. Es benötigt im nächsten Spielzug zum Fertigstellen des Musters noch genau 2 rote Steine.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind nach dem Würfeln genau 2 Steine, die beide rot sind, zur Verfügung hat.

Blut (B_372)

Das Blut erfüllt wichtige Funktionen in unserem Körper. Es transportiert zum Beispiel den Wirkstoff von Medikamenten durch den Körper.

c) Karl Landsteiner entwickelte das AB0-Blutgruppensystem. Er entdeckte auch die beiden Rhesusfaktoren Rh+ und Rh–.
37 % der österreichischen Bevölkerung haben die Blutgruppe A, Rh+.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.
– Ermitteln Sie, wie viele zufällig ausgewählte Personen mindestens Blut spenden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens eine Person mit der Blutgruppe A, Rh+ darunter ist.
– Interpretieren Sie, die Bedeutung des Ausdrucks $\sum_{k=2}^{6} \binom{60}{k} \cdot 0{,}37^k \cdot 0{,}63^{60-k}$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Rohre (B_178)

Rohrleitungen und Rohrleitungssysteme stellen wesentliche technische Bestandteile in landwirtschaftlichen Betrieben dar.

c) Bei einem Rohrleitungssystem werden Rohre miteinander verschweißt. Es sind 52 Schweißstellen notwendig. Erfahrungsgemäß hält eine Schweißstelle innerhalb eines fixen Zeitraums mit 98%iger Wahrscheinlichkeit.
Das Reißen einer Schweißstelle verändert die Wahrscheinlichkeit bei den anderen Schweißstellen nicht.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung derjenigen Wahrscheinlichkeit auf, dass innerhalb des fixen Zeitraums mindestens n Schweißstellen reißen.

Pauschalreisen * (A_267)

Ein Reisebüro vermittelt Plätze für Pauschalreisen nach Kroatien.

a) Es wird angenommen, dass die vermittelten Plätze unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % nicht in Anspruch genommen werden. Alle 100 zur Verfügung stehenden Plätze werden vermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 4 der vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen werden.

2) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet werden kann:
$\binom{100}{5} \cdot 0{,}05^5 \cdot 0{,}95^{95}$

Pauschalreisen * (A_267)

Ein Reisebüro vermittelt Plätze für Pauschalreisen nach Kroatien.

b) Es wird angenommen, dass die vermittelten Plätze unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 % nicht in Anspruch genommen werden. Es werden 102 Plätze vermittelt, obwohl nur 100 Plätze zur Verfügung stehen.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Plätze unter diesen Voraussetzungen nicht ausreicht.

Schuelerzahlen (A_215)

a) An einer höheren Schule sind n Schülerinnen und Schüler angemeldet. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Schülerin oder ein Schüler am ersten Schultag wieder abmeldet, liegt erfahrungsgemäß bei 5 %.

– Interpretieren Sie folgenden mathematischen Ausdruck im Sachzusammenhang:
$n \cdot 0{,}05$
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 53 angemeldeten Schülerinnen und Schülern keine/keiner am ersten Schultag wieder abmeldet.

Blut und Blutdruck (A_223)

Der Blutkreislauf ist ein wichtiges Versorgungssystem des menschlichen Körpers.

d) Untersuchungen haben ergeben, dass ein bestimmtes Medikament mit einer Wahrscheinlichkeit von 52 % den Blutdruck senkt.
80 zufällig ausgewählte Personen erhalten das Medikament.

– Beschreiben Sie die Bedeutung des folgenden Ausdrucks im gegebenen Sachzusammenhang:
$$\sum_{i=0}^{8} \binom{80}{i} \cdot 0{,}48^i \cdot 0{,}52^{80-i}$$

Wahlmoeglichkeiten beim Fliegen * (A_265)

b) Auf einem Flug mit Verpflegung steht auch ein vegetarisches Gericht zur Auswahl. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast das vegetarische Gericht wählt, beträgt p. Die Wahl jedes Fluggastes wird unabhängig von jener der anderen Fluggäste getroffen.

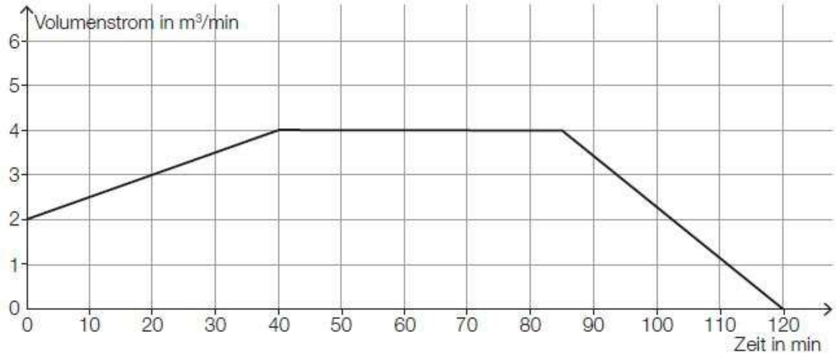
Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der insgesamt n Fluggäste das vegetarische Gericht wählt, beträgt 99 %.

– Kreuzen Sie die für diesen Zusammenhang zutreffende Gleichung an. *[1 aus 5]*

$1 - (1-p)^n = 0{,}99$	☐
$(1-p)^n = 0{,}99$	☐
$1 - (1-p)^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}99$	☐

Volumenstrom (2) (A_197)

In einer Industrieanlage wird zur Kühlung Wasser benötigt. Der Volumenstrom beschreibt, wie viel Kubikmeter Kühlwasser pro Minute in die Anlage fließen. Der gesamte Kühlvorgang dauert 120 min und kann mehrmals am Tag stattfinden. Im unten dargestellten Graphen ist die Abhängigkeit des Volumenstroms von der Zeit dargestellt.

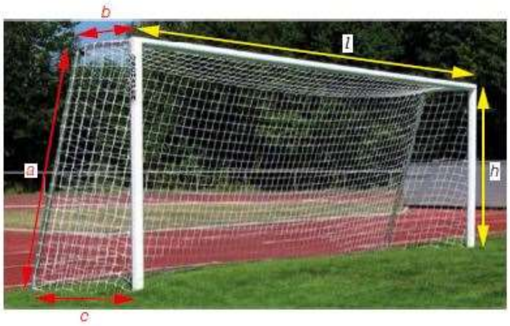


d) Der Volumenstrom wird durch ein Ventil gesteuert. Erfahrungsgemäß öffnet sich das Ventil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 % nicht vollständig.

– Berechnen Sie, wie oft das Ventil mindestens geöffnet werden muss, damit es sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1-mal nicht vollständig geöffnet hat.

Fussballtor (A_183)

Ein Fußballtor hat folgende Abmessungen:



innerer Torrahmen:
$h = 2{,}44$ m
$l = 7{,}32$ m

Stützstangen:
$a = 2{,}62$ m
$b = 1{,}0$ m (verläuft parallel zum Boden)

$c = 1{,}95$ m

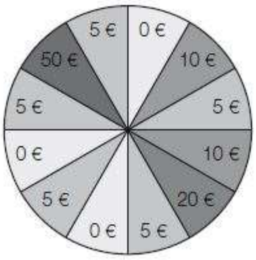
d) Ein bestimmter Tormann hält einen Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 %. In einem Fußballmatch werden 3 Elfmeter auf sein Tor geschossen. (Die Schüsse erfolgen unabhängig voneinander und die Wahrscheinlichkeit bleibt konstant.)

– Veranschaulichen Sie die Situation in einem Baumdiagramm.
– Interpretieren Sie die Wahrscheinlichkeit P, die mit der nachstehenden Formel berechnet wird, im gegebenen Sachzusammenhang.

$P = 1 - 0{,}8^3$

Gluecksrad (A_166)

Auf einem Jahrmarkt steht das nachstehend dargestellte Glücksrad, das in 12 gleich große Felder unterteilt ist. Nach jedem Drehen wird der angezeigte Geldbetrag ausbezahlt.

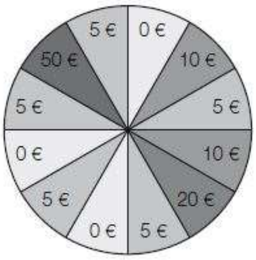


a) Sabine beschäftigt sich mit der Wahrscheinlichkeit, dass man 50 Euro gewinnt. Sie stellt dabei folgende Gleichung auf:
$1 - \left(\frac{11}{12}\right)^n = 0{,}9$

– Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

Gluecksrad (A_166)

Auf einem Jahrmarkt steht das nachstehend dargestellte Glücksrad, das in 12 gleich große Felder unterteilt ist. Nach jedem Drehen wird der angezeigte Geldbetrag ausbezahlt.



b) Die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einmaligem Drehen des Glücksrads einen Gewinn erzielt, ist p. Martin dreht das Glücksrad 3-mal.

– Erstellen Sie eine Formel, mit der man die Wahrscheinlichkeit berechnen kann, dass Martin genau 2-mal einen Gewinn erzielt.
– Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit, wenn die Gewinnwahrscheinlichkeit bei einmaligem Drehen $p = 0{,}75$ beträgt.

Dorffest (A_135)

Auf einem Dorffest gibt es ein Unterhaltungsprogramm für Kinder.

b) Unter den Kindern werden einige Preise verlost.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die dazu äquivalente Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt“)
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen“)
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen“)
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt“)

Fussball * (A_219)

Jedes Wochenende fiebern tausende Zuschauer/innen in den Stadien bei den Spielen der Fußball-Bundesliga mit ihren Mannschaften mit.

b) Eine bestimmte Mannschaft verwandelt 80 % der Elfmeter (d. h. erzielt dabei ein Tor).

– Berechnen Sie unter der Annahme einer Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft genau 4 von 5 Elfmetern verwandelt.

Werbedruck (A_173)

Eine Großbank erteilt einer Druckerei den Auftrag, ihre Bankenlogos anzufertigen.

c) Für jedes produzierte Stück beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass es unbrauchbar ist, 3 %. Täglich werden 80 Stück unabhängig voneinander hergestellt.

– Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit mit dem Ausdruck $1 - 0{,}97^{80}$ berechnet wird.

Aepfel * (A_170)

d) Aus Erfahrung ist bekannt, dass $\frac{1}{30}$ aller Äpfel einer Lieferung wurmstichig ist.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 200 Äpfeln höchstens 5 Äpfel wurmstichig sind.

Vergnuegungspark (2) * (A_249)

c) Aus Erfahrung weiß man, dass eine bestimmte Attraktion des Vergnügungsparks von jeder Person mit der Wahrscheinlichkeit p genutzt wird.

Es werden 10 Personen zufällig ausgewählt.

– Kreuzen Sie dasjenige Ereignis E an, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:

$P(E) = \binom{10}{3} \cdot p^3 \cdot (1 - p)^7$ *[1 aus 5]*

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Maximal 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Mindestens 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Genau 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Höchstens 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐

Vernetzte Welt * (A_245)

c) Die Bauteile eines elektronischen Systems haben innerhalb eines Jahres unabhängig voneinander eine konstante Ausfallwahrscheinlichkeit von 2 %.

Das elektronische System fällt aus, wenn mindestens 1 Bauteil ausfällt.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein elektronisches System, in dem 10 Bauteile vernetzt sind, innerhalb eines Jahres ausfällt.

Sportgeschaeft (B_263)

b) Ein Sportgeschäft verleiht tageweise Ski. Erfahrungsgemäß müssen bei etwa 6 % der zurückgebrachten Paar Ski Reparaturen durchgeführt werden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Zufallsauswahl von 10 Paar ausgeliehenen Ski mindestens 2 Paar Ski repariert werden müssen.

Blutgruppen * (A_243)

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

b) – Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einer Zufallsstichprobe von 25 Personen in Österreich mindestens 9 Personen die Blutgruppe 0 haben.

Teilchenbeschleuniger * (A_239)

Am Forschungsinstitut CERN wird mithilfe moderner Teilchenbeschleuniger physikalische Grundlagenforschung betrieben. In einem Teilchenbeschleuniger werden elektrisch geladene Teilchen auf hohe Geschwindigkeiten beschleunigt.

b) Wenn Teilchen im Teilchenbeschleuniger kollidieren, können neue Teilchen entstehen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Kollision ein Teilchen eines bestimmten Typs entsteht, beträgt 3,4 %.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit $P(E) = \binom{500}{2} \cdot 0{,}034^2 \cdot (1 - 0{,}034)^{498}$ berechnet.

– Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit so berechnet wird.
– Berechnen Sie, wie viele dieser Teilchen im Mittel entstehen, wenn 1 000 Kollisionen stattfinden.

Pac-Man (B_292)

Pac-Man ist ein Videospiel, das 1980 veröffentlicht wurde. Die Spielfigur Pac-Man muss Punkte in einem Labyrinth fressen, während sie von Gespenstern verfolgt wird.

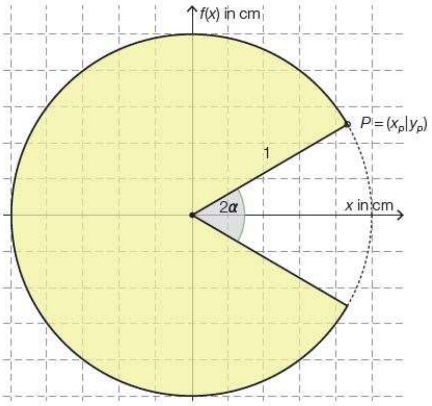


Abbildung 1: Pac-Man

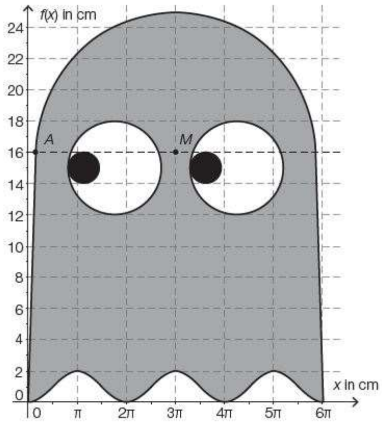


Abbildung 2: Gespenst

c) Erwischt Pac-Man eine „Kraftpille", so kann er für eine gewisse Zeit lang selbst Gespenster fangen und damit Bonuspunkte sammeln. In Abbildung 3 ist eine mögliche Spielsituation dargestellt. Ein Spieler versucht, mit Pac-Man eine der Kraftpillen zu erreichen, und wird von 3 Gespenstern verfolgt.

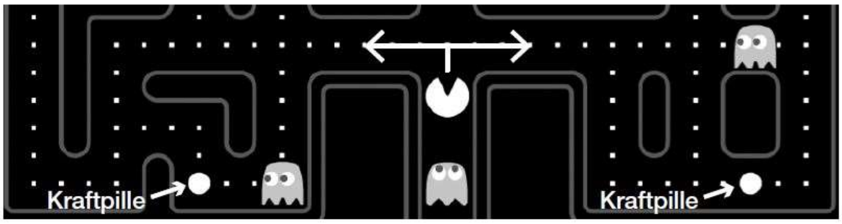


Abbildung 3

Der Spieler entscheidet sich mit angegebener Wahrscheinlichkeit für eine der beiden dargestellten Richtungen (links/rechts) und versucht, die jeweilige Kraftpille zu erreichen. In der nachstehenden Tabelle sind die möglichen Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten angegeben.

	Wahl der Richtung	ein Gespenst erwischt Pac-Man	Pac-Man erreicht eine Kraftpille
links	25 %	65 %	35 %
rechts	75 %	45 %	55 %

– Stellen Sie die möglichen Ausgänge des Spielverlaufs und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten durch ein Baumdiagramm dar.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Pac-Man eine der Kraftpillen erreicht.

Hotel (A_162)

Ein Hotel kann 93 Zimmer vermieten.

c) Anlässlich einer Sportveranstaltung besteht eine große Buchungsnachfrage. Aus Erfahrung weiß man, dass durchschnittlich p % aller Buchungen kurzfristig storniert werden. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der kurzfristigen Stornierungen an.

– Erklären Sie, unter welchen Bedingungen diese Zufallsvariable im gegebenen Sachzusammenhang binomialverteilt ist.

Hotel (A_162)

Ein Hotel kann 93 Zimmer vermieten.

d) Erfahrungsgemäß nehmen 55 % der Gäste Vollpension in Anspruch.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit von 40 zufällig ausgewählten Gästen mehr als 20 und weniger als 25 Personen Vollpension in Anspruch nehmen.

Gummibaerchen ziehen * (B_354)

Gummibärchen werden in unterschiedlichen Farben hergestellt.

b) Stefan nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus einer Packung, die verschiedenfärbige Gummibärchen enthält. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen weiß, legt er es zurück, ist es ein andersfärbiges, wird es sofort gegessen. Das macht er 10-mal hintereinander.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der dabei gezogenen weißen Gummibärchen.

– Erklären Sie, warum dieses Zufallsexperiment nicht durch eine Binomialverteilung beschrieben werden kann.

Batterien * (A_228)

Ein Unternehmen produziert Batterien.

a) Ein Händler kauft Batterien bei diesem Unternehmen und erhält die Information, dass erfahrungsgemäß 2 % der gelieferten Batterien defekt sind.

Der Händler entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 40 Batterien.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 der entnommenen Batterien defekt sind.

Batterien * (A_228)

Ein Unternehmen produziert Batterien.

b) Für den Versand der Batterien an Einzelhändler werden diese jeweils in 4er-Packungen verpackt. Ein Einzelhändler erhält eine Lieferung von a 4er-Packungen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie defekt ist, beträgt p.

– Beschreiben Sie, was mit dem Ausdruck $4 \cdot a \cdot p$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

Diabetes * (A_155)

In Österreich leiden 4,6 % der Bevölkerung an Diabetes („Zuckerkrankheit“).

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 30 nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Österreicherinnen/Österreichern mindestens 2 an Diabetes leiden.

Regentage in Gmunden (B_253)

Die angeführte Tabelle zeigt die durchschnittliche Anzahl der Regentage in Gmunden (Oberösterreich) für die Monate Juni bis September.

Monat	durchschnittliche Anzahl der Regentage
Juni	15,2
Juli	13,8
August	12,3
September	11,0

a) Eine Familie macht im Juli Sommerurlaub in Gmunden und bleibt 5 Tage.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass während ihrer Urlaubstage nicht mehr als ein Regentag vorkommt. Vorausgesetzt wird dabei eine annähernde Unabhängigkeit der Regentage.

Produktion von Rucksaecken * (A_210)

Bei der Produktion von Rucksäcken treten erfahrungsgemäß 3 verschiedene Fehlerarten unabhängig voneinander auf.

P(„Nahtfehler") = 2 %

P(„Reißverschlussdefekt") = 3 %

P(„Farbfehler") = 1 %

c) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 100 Stück weniger als 3 Rucksäcke mit Reißverschlussdefekt vorhanden sind.

Rampe fuer Rollstuehle * (A_204)

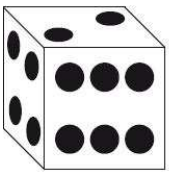
Ein Hotel muss zusätzlich zur „normalen" Treppe eine Rampe für Rollstühle einbauen.

c) Beobachtungen zufolge sind 2 % aller Gäste mit einem Rollstuhl unterwegs.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einer Zufallsstichprobe von 50 Gästen mehr als 2 Rollstuhlfahrer/innen befinden.

Wuerfelspiele * (A_191)

Würfelspiele sind seit Jahrtausenden auf der ganzen Welt bekannt und beliebt.
Die im Folgenden beschriebenen Spiele werden mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten.



d) Das chinesische Spiel *Pat Cha* („Griff nach acht") wird mit 8 Würfeln gespielt. Jede Spielerin / jeder Spieler setzt auf eine der 6 Augenzahlen. Eine Spielerin / ein Spieler gewinnt, wenn mindestens 3 der 8 Würfel die gesetzte Zahl zeigen.

Martin setzt auf die Augenzahl 6.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Martin gewinnt.

Swimmingpool (A_175)

Petra plant einen Swimmingpool für ihren Garten.

c) Der Hersteller verkauft in einem bestimmten Jahr 40 Swimmingpools.
Die Wahrscheinlichkeit, dass die Innenbeschichtung eines Swimmingpools eine größere als die vom Hersteller garantierte Lebensdauer hat, beträgt bei einem zufällig ausgewählten Swimmingpool ungefähr 97 %.

– Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang, welche Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Ausdruck berechnet werden kann:
$1 - \sum_{k=5}^{40} \binom{40}{k} \cdot 0{,}03^k \cdot 0{,}97^{40-k}$

Kfz-Kennzeichen (A_124)

a) Laut einer Umfrage in Deutschland hätten 73,5 % der Autobesitzer/innen auf ihrem Auto gerne ein Wunschkennzeichen.
Es werden 8 zufällig ausgewählte Autobesitzer/innen befragt, ob sie ein Wunschkennzeichen wollen.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens die Hälfte der Befragten ein Wunschkennzeichen will.

Produzent von landwirtschaftlichen Geraeten (B_179)

Ein Hersteller landwirtschaftlicher Geräte entwickelt innovative Produkte.

c) Bei der Überprüfung von bestimmten kleinen Teilen hat man bei einer Qualitätskontrolle festgestellt, dass durchschnittlich jedes 5. Stück einen Lackierungsfehler aufweist.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Schachtel von 20 Stück mindestens 3 Teile mit Lackierungsfehler zu finden sind.
– Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Anzahl von Teilen mit Lackierungsfehler für eine Schachtel, in der 5 Stück verpackt sind, grafisch dar.

Oelbohrungen * (B_221)

Eine Ölgesellschaft führt Probebohrungen in Texas und in Alaska durch. Erfahrungsgemäß findet man bei einer Bohrung in Texas mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % und bei einer Bohrung in Alaska mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % Öl.

c) – Berechnen Sie, wie viele Bohrungen in Alaska zumindest notwendig sind, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
– Beschreiben Sie, wie sich die gesuchte Anzahl der Bohrungen verändert, wenn eine 95%ige Wahrscheinlichkeit, Öl zu finden, ausreichend ist.

Halterungen fuer Glasfassaden (B_024)

Ein Betrieb erzeugt Halterungen für Glasfassaden. Die monatlichen Produktionskosten für die Herstellung der Halterungen bis zu einer Grenze von $x = 5\,000$ Stück können durch folgende Funktion K beschrieben werden:

$K(x) = 0{,}00001 \cdot x^3 - 0{,}025 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 3\,500$

x … Stückzahl mit $0 \leq x \leq 5\,000$
$K(x)$ ... Produktionskosten in € für x Stück

d) Ein Abnehmer bezieht die Halterung in sehr großer Stückzahl. Er nimmt die Lieferung an, wenn er bei einer Zufallsstichprobe von 50 Stück höchstens eine fehlerhafte Halterung findet. Die Wahrscheinlichkeit für eine fehlerhafte Halterung in der gesamten Lieferung beträgt erfahrungsgemäß 2 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Annahme der Lieferung.
– Begründen Sie die Verwendung der von Ihnen gewählten Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Erweiterung der Produktpalette (B_142)

Ein Unternehmen möchte sein Angebot um ein neues Produkt erweitern. Im Zuge dessen werden die Gesamtkosten untersucht und es wird die Aufnahme eines Kredits in die Wege geleitet.

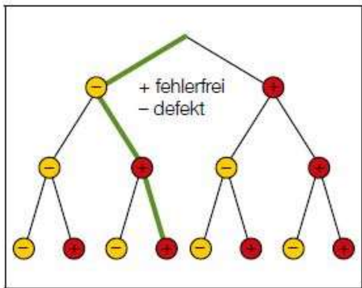
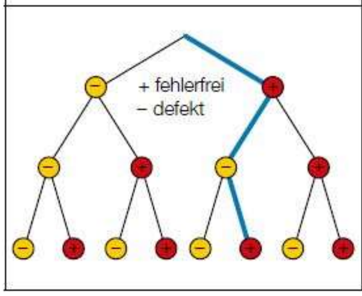
c) Eine Gewinnminderung ergibt sich für den Unternehmer durch die Tatsache, dass bei der Produktion erwartungsgemäß 10 % fehlerhafte Artikel auftreten.

Man entnimmt der Produktion 10 Stück.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit mindestens 2 fehlerhafte Stück unter diesen 10 auftreten werden.

Gegeben sind zwei Baumdiagramme. Der markierte Ast des jeweiligen Baumdiagramms gibt bei Entnahme von 3 Stück aus der Produktion die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften bzw. fehlerfreien Produktionsreihe wieder.

– Ordnen Sie den beiden Diagrammen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

A	Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.
B	Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
C	Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
D	Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

Blitze (A_174)

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person in Österreich innerhalb eines Jahres vom Blitz getroffen wird und dabei stirbt, liegt bei 1 : 1 000 000.
Die durchschnittliche Lebenserwartung in Österreich liegt bei ungefähr 80 Jahren.

– Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch $P(E) = \left(\frac{999\,999}{1\,000\,000}\right)^{80}$ berechnet wird.

Hotelrenovierung (1) (B_210)

Ein Hotel wird renoviert.

c) Während der Renovierungsarbeiten möchte der Hotelbesitzer eine Reisegruppe einquartieren. Leider stehen dafür 2 Zimmer zu wenig zur Verfügung. Aus Erfahrung weiß man, dass im Schnitt 12 % aller Buchungen wieder kurzfristig storniert werden. Das Hotel nimmt daher die Buchung der Reisegruppe an. Dabei wird angenommen, dass Einzelstornierungen voneinander unabhängig sind.

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit der die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, dass bei der Annahme von 50 Buchungen mindestens 2 storniert werden. *[1 aus 5]*

$1-\binom{50}{1}\cdot 0{,}12^1\cdot 0{,}88^{49}-\binom{50}{2}\cdot 0{,}12^2\cdot 0{,}88^{48}$	☐
$1-\binom{50}{0}\cdot 0{,}12^0\cdot 0{,}88^{50}+\binom{50}{1}\cdot 0{,}12^1\cdot 0{,}88^{49}$	☐
$1-\binom{50}{0}\cdot 0{,}12^0\cdot 0{,}88^{50}-\binom{50}{1}\cdot 0{,}12^1\cdot 0{,}88^{49}$	☐
$1-\binom{50}{1}\cdot 0{,}88^1\cdot 0{,}12^{49}+\binom{50}{2}\cdot 0{,}88^2\cdot 0{,}12^{48}$	☐
$1-\binom{50}{0}\cdot 0{,}88^0\cdot 0{,}12^{50}+\binom{50}{1}\cdot 0{,}88^1\cdot 0{,}12^{49}$	☐

CeBIT (B_093)

Jedes Jahr im Frühjahr findet die CeBIT, die Messe für Informationstechnik, in Hannover statt.

b) Für den Besuch der CeBIT soll ein Flug nach Hannover gebucht werden. Erfahrungsgemäß werden 6 % der Flüge storniert. Aus diesem Grund wurden 160 voneinander unabhängige Buchungen für eine Maschine mit 156 Sitzplätzen durchgeführt.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass am Flugtag niemand aus Platzgründen auf eine andere Maschine umgebucht werden muss.
– Begründen Sie, warum die Binomialverteilung unter diesen Voraussetzungen ein geeignetes Modell ist.

Hoehentraining (A_202)

Eine Nachwuchsfußballmannschaft führte ein Experiment durch, bei dem die eine Hälfte der Mannschaft ein Trainingslager auf Meeresniveau und die andere Hälfte der Mannschaft ein Höhentrainingslager absolvierte.

d) Um die Treffsicherheit unter Belastung zu testen, musste ein Ball nach Überwindung einiger Hindernisse in einer Torwand versenkt werden. Einer der besten Spieler der Mannschaft erzielte bei diesem Test eine Treffsicherheit von 70 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Spieler bei 10 Versuchen mindestens 8-mal den Ball in der Torwand versenken kann.
– Geben Sie die für diese Problemstellung passende Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

Wuerfel (1) (B_078)

Würfel werden im Kasino und bei vielen Gesellschaftsspielen verwendet.

a) Die Mathematiker Blaise Pascal und Pierre de Fermat beschäftigten sich in einem Briefwechsel mit der folgenden Frage: „Was ist wahrscheinlicher: Bei 4 Würfen mit einem Würfel mindestens einen Sechser zu werfen oder bei 24 Würfen mit 2 Würfeln mindestens einen Doppelsechser?“ Dabei wird mit einem herkömmlichen Spielwürfel gewürfelt, wobei die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.

– Überprüfen Sie die Fragestellung durch Berechnung der jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

Schweinezucht (1) (B_168)

Bei Schweinen wird die Rückenspeckdicke gemessen.

a) In einem Stall gibt es 20 Schweine, die nach der Eigenschaft „ideale Rückenspeckdicke" und „nicht ideale Rückenspeckdicke" unterschieden werden können. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schwein eine „ideale Rückenspeckdicke" hat, liegt bei 93 %.

– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in diesem Stall mindestens 15 Schweine mit idealer Rückenspeckdicke zu finden sind.

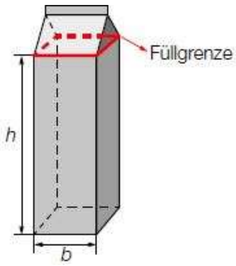
Essen (A_090)

c) Laut einer Studie nehmen 25 % der 11- bis 15-jährigen Mädchen kein Frühstück zu sich. In einer Schulklasse dieser Altersgruppe mit 28 Schülerinnen/Schülern verhält sich die Anzahl der Mädchen zu der Anzahl der Burschen wie 4 zu 3.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 3 zufällig aus den Schülerinnen dieser Klasse ausgewählte Mädchen kein Frühstück zu sich genommen haben.

Milchverpackung (A_052)

Milch wird in verschiedenen Verpackungen angeboten. Eine Möglichkeit ist ein quaderförmiger Getränkekarton mit Giebel (siehe nebenstehende Abbildung).



c) Die Milchverpackungen werden maschinell ausgestanzt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Maschine eine Milchverpackung korrekt ausstanzt, beträgt 96 %. Bei einer Qualitätsprüfung der Produktion werden 4 zufällig ausgewählte Milchverpackungen kontrolliert.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den kontrollierten Milchverpackungen mindestens 1 Milchverpackung fehlerhaft ist.

Wirksamkeit von Medikamenten (A_048)

b) Das Schmerzmittel D wirkt erfahrungsgemäß in 60 % aller Fälle positiv. In den anderen Fällen zeigt es keine positive Wirkung. n Frauen nehmen das Medikament ein.

– Interpretieren Sie, was durch den Term $0{,}4^n$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.
– Interpretieren Sie, was durch den Term $(1 - 0{,}4^n)$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

Stadtlauf (2) (A_079)

In einer Stadt findet jährlich ein Laufwettbewerb statt.

c) Erfahrungsgemäß verwenden etwa 6,3 % der Hobbyläufer/innen Dopingmittel. Es werden n zufällig ausgewählte Personen auf die Verwendung von Dopingmitteln getestet.

– Erstellen Sie mithilfe von n eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 dieser n Personen Dopingmittel verwendet hat.

Torten (A_054)

In einer Konditorei werden zylinderförmige Torten mit dem Radius r und der Höhe h mit einer Schicht aus Creme oder Gelee versehen.

d) Das zur Verzierung von Torten benötigte Schlagobers wird häufig mit einem Schlagobers-Bereiter aufgeschäumt. Dazu werden mit Lachgas gefüllte Kapseln verwendet. Aufgrund eines Abfüllfehlers sind 0,1 % der in Schachteln zu 8 Stück verpackten Kapseln leer.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einer zufällig ausgewählten Schachtel genau 1 Kapsel leer ist.

Joghurtbecher * (A_105)

Erfahrungsgemäß enthalten 4 % aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 solcher Becher.

a) – Berechnen Sie den Erwartungswert der Anzahl der Becher mit verdorbenem Joghurt.

Joghurtbecher * (A_105)

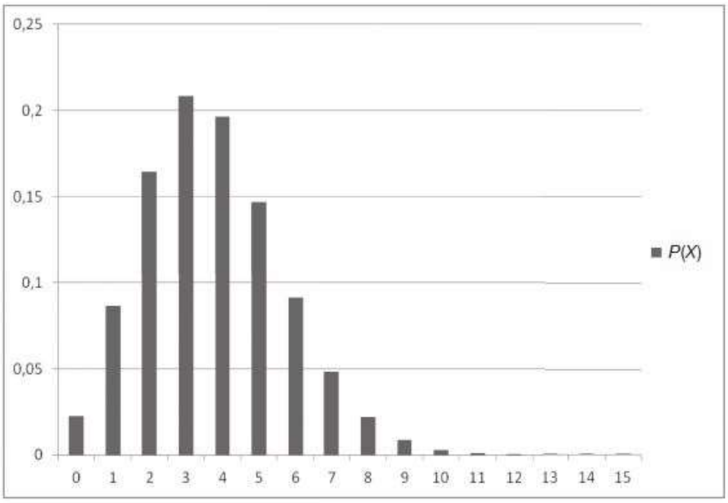
Erfahrungsgemäß enthalten 4 % aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 solcher Becher.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in höchstens 5 der 200 Joghurtbecher verdorbene Ware enthalten ist.

Joghurtbecher * (A_105)

Erfahrungsgemäß enthalten 4 % aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 solcher Becher.

c) In der folgenden Grafik ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Zufallsvariable X dargestellt:



X ... Anzahl der Joghurtbecher mit Verpackungsfehler
$P(X)$ ... Wahrscheinlichkeit für X Joghurtbecher mit Verpackungsfehler

– Erklären Sie, wie Sie aus der Grafik die Wahrscheinlichkeit ablesen können, dass mindestens 4 Joghurtbecher einen Verpackungsfehler aufweisen.

Zimmerei (A_099)

In einem Zimmereibetrieb ergeben sich die folgenden Aufgabenstellungen:

b) Der Zimmereibetrieb überprüft eine Lieferung von Konstruktionsholz aus Fichte. Erfahrungsgemäß ist ein bestimmter Prozentsatz der Fichtenstämme von minderer Qualität und daher nicht verwendbar. Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Fichten von minderer Qualität in einer Lieferung.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird:
$P(E) = 1 - P(X \leq 2)$

Nennfuellmenge (A_132)

Eine Verordnung stellt sicher, dass die Nennfüllmenge eines Produkts innerhalb eines vorgegebenen Toleranzbereichs eingehalten wird.

c) Ein Betrieb füllt Tee ab. Man weiß, dass durchschnittlich 2,5 % der Packungen aus diesem Betrieb weniger als die angeführte Nennmenge enthalten. Aus einer Lieferung werden 40 Packungen nach dem Zufallsprinzip entnommen und überprüft.

– Berechnen Sie die Anzahl derjenigen Packungen, bei denen ein geringerer Inhalt als die angegebene Nennfüllmenge zu erwarten ist.

Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass 2 oder mehr Packungen eine zu geringe Füllmenge aufweisen, verwendet ein Schüler den folgenden Ausdruck:

$$0{,}975^{40} + \binom{40}{1} \cdot 0{,}025^1 \cdot 0{,}975^{39} + \binom{40}{2} \cdot 0{,}025^2 \cdot 0{,}975^{38}$$

– Argumentieren Sie unter Angabe des richtigen Ausdrucks, warum der verwendete Ausdruck falsch ist.

Spielefest (2) (A_137)

Bei einem Spielefest können die teilnehmenden Kinder verschiedene Spielstationen besuchen.

b) Bei einer Station werfen die Kinder aus einer bestimmten Entfernung 5 Tennisbälle in einen Kübel. Peter hat bei jedem Wurf eine Trefferwahrscheinlichkeit von 80 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter höchstens 4-mal trifft.

Netzwerkadministration (A_130)

Ein Netzwerkadministrator stellt folgende Überlegungen an.

c) Ein Image wird in einem Netzwerk auf 40 nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Rechnern installiert. Aus Erfahrung weiß man, dass bei jeder Netzwerkinstallation 4 % der Rechner nicht korrekt funktionieren.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1: „Das Image wird auf 38 Rechnern korrekt installiert."
– Stellen Sie eine Formel auf, die die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_2: „Das Image wird auf mindestens 36 Rechnern korrekt installiert" berechnet.

Leuchtmittel * (A_109)

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

a) – Erklären Sie, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann.

Leuchtmittel * (A_109)

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind.

Leuchtmittel * (A_109)

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

c) – Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck

$$0{,}05^4 \cdot 0{,}95^{96} \cdot \binom{100}{4}$$

berechnet wird.

Brieflos (A_023)

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass jemand beim Glücksrad mindestens € 50.000 gewinnt, beträgt ungefähr 7,8 %.

– Berechnen Sie, wie viele Personen das Glücksrad drehen müssen, damit mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens 1-mal ein Betrag dieser Höhe ausbezahlt werden muss.

Darts * (A_302) Lösung

d1)

Mit dem Ausdruck $\binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) + p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	D
Mit dem Ausdruck $1 - \binom{5}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p) - p^5$ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass der Spieler bei 5 Würfen ...	A

A	... höchstens 3-mal das Bull's Eye trifft.
B	... mindestens 3-mal das Bull's Eye trifft.
C	... höchstens 4-mal das Bull's Eye trifft.
D	... mindestens 4-mal das Bull's Eye trifft.

Sauna * (A_297) Lösung

d1) In diesen n Wochen besucht sie (mittwochs) mindestens 1-mal die Sauna.

Sicherheit auf dem Schulweg * (A_293) Lösung

a1) Binomialverteilung mit $n = 20$, $p = 0{,}26$
X ... Anzahl der Kfz-Lenker/innen, die sich an das geltende Tempolimit halten

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 10) = 0{,}0054...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,5 %.

Fahrscheine * (A_133) Lösung

b1)

$\binom{300}{2} \cdot 0{,}975^{298} \cdot 0{,}025^2$	A
$1 - \binom{300}{1} \cdot 0{,}975^{299} \cdot 0{,}025^1 - \binom{300}{0} \cdot 0{,}975^{300} \cdot 0{,}025^0$	D

A	Die Person wird genau 2-mal kontrolliert.
B	
C	
D	Die Person wird mindestens 2-mal kontrolliert.

Psi-Tests * (A_291) Lösung

a1) X ... Anzahl der Treffer
Binomialverteilung mit $n = 13$, $p = 0{,}1$:

$E(X) = n \cdot p = 13 \cdot 0{,}1 = 1{,}3$

a2) $P(X = 0) = 0{,}9^{13} = 0{,}254... < 1 - P(X = 0)$

a3) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(7 \leq X \leq 13) = 0{,}000099... = 0{,}0099...\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 0,01 %.

Psi-Tests * (A_291) Lösung

b1)

Die Versuchsperson erzielt mindestens 40 Treffer.	D
Die Versuchsperson erzielt höchstens 20 Treffer.	B

A	$\sum_{k=20}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
B	$\sum_{k=0}^{20} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
C	$\sum_{k=0}^{40} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$
D	$\sum_{k=40}^{50} \binom{50}{k} \cdot 0{,}5^k \cdot 0{,}5^{50-k}$

Kontrolle der Geschwindigkeit * (A_117) Lösung

a1) $P(X = a) = \binom{1\,500}{a} \cdot 0{,}04^a \cdot 0{,}96^{1500-a}$

Lieblingsfarbe * (A_082) Lösung

a1) X … Anzahl derjenigen Personen, die Rosa als Lieblingsfarbe nennen

Binomialverteilung mit $n = 25$ und $p = 0{,}13$:
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2360\ldots$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 23,6 % nennen genau 3 der 25 befragten Personen Rosa als Lieblingsfarbe.

Lieblingsfarbe * (A_082) Lösung

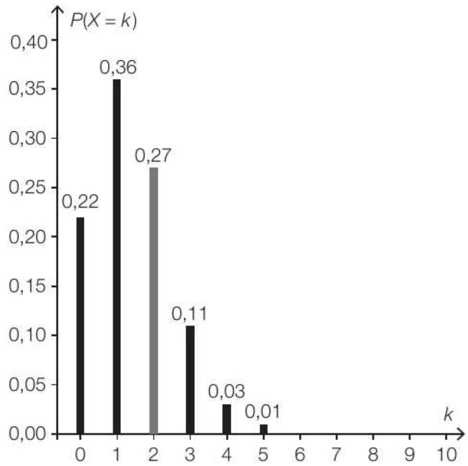
b1) X … Anzahl derjenigen Personen, die Orange als Lieblingsfarbe nennen

Binomialverteilung mit $p = 0{,}07$:
$P(X \geq 1) = 0{,}9$
$1 - P(X = 0) = 0{,}9$
$1 - 0{,}93^n = 0{,}9$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$n = 31{,}7\ldots$
Es müssen mindestens 32 Personen befragt werden.

Lieblingsfarbe * (A_082) Lösung

c1) $P(X = 2) = 0{,}96 - (0{,}22 + 0{,}36 + 0{,}11) = 0{,}27$



Zimt (A_164) Lösung

d) E … in der Stichprobe befinden sich 0, 1 oder 2 Säckchen, die nicht korrekt verschlossen sind

Marillenernte (A_139) Lösung

a) In einer Zufallsstichprobe von 50 Stück weisen genau 3 Marillen Schäden auf.

P(„keine der ausgewählten Marillen weist Schäden auf") = $0{,}88^n$

Natur in Zahlen (A_136) Lösung

c) X … Anzahl der überlebenden Jungtiere
Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0{,}25$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 6) = 0{,}3828\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 38,3 %.

$P(E) = 0{,}25^3$	A
$P(E) = 1 - 0{,}25^3$	D

A	E = „alle 3 Jungtiere überleben"
B	E = „keines der Jungtiere überlebt"
C	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt"
D	E = „mindestens 1 Jungtier überlebt nicht"

Basketball (A_081) Lösung

d) X … Anzahl der Treffer

Binomialverteilung mit $n = 10$ und $p = 0{,}877$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 8) = 0{,}3533\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 35,3 %.

Das perfekte Ei (A_073) Lösung

c) P(„es sind genau n Eier verdorben") = $\binom{10}{n} \cdot 0{,}15^n \cdot 0{,}85^{10-n}$

Veranstaltungszentrum (B_036) Lösung

c) X = „Anzahl der zum Besuch der Veranstaltung genutzten Eintrittskarten"
Bionominalverteilung mit $p = 0{,}85$ und $n = 1\,150$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 1\,000) = 0{,}0270\ldots$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 2,7 % erscheinen mehr als 1 000 Personen zur Veranstaltung.

Goldener Schnitt (B_291) Lösung

c) Binomialverteilung mit $p = 0{,}87$ und $n = 5$
$P(X \geq 3) = 0{,}9820\ldots \approx 98{,}2$ %

Ermitteln der Gleichung mittels Technologieeinsatz:
$y = 1{,}5064 \cdot x - 0{,}2163$ *(Parameter gerundet)*

Navigationsgeraete * (B_465) Lösung

b1) Da die Abstände zwischen den Radarboxen gleich groß sind, lassen sich ihre Abstände vom Streckenanfang als arithmetische Folge modellieren.

b2) $a_n = \frac{45}{7} \cdot (n - 1)$

b3) Binomialverteilung mit $p = 0{,}05$, $n = 8$:
X ... Anzahl der nicht erkannten Radarboxen

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 2) = 0{,}0514...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 5,1 %.

Gluecksspiel* (A_282) Lösung

b1) Binomialverteilung mit $n = 5$, $p = 0{,}75$:
X ... Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 3) = 0{,}2636...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 26,4 %.

Gluecksspiel* (A_282) Lösung

c1)

①	
mindestens 1 Kugel grün ist	☒

②	
$1 - \left(\frac{5}{12}\right)^3$	☒

Muenzen (1) * (A_276) Lösung

b1) Berechnung der Wahrscheinlichkeit mithilfe der Binomialverteilung: $n = 10$ und $p = 0{,}5$

$P(X \geq 3) = 0{,}9453... \approx 94{,}5\ \%$

Vergnuegungspark (3) (B_033) Lösung

c) Binomialverteilung:
X … Anzahl der Personen, denen während der Achterbahnfahrt übel wird
$n = 30$, $p = 0{,}05$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X > 2) = P(X \geq 3) = 0{,}18782... \approx 18{,}78\ \%$

Brettspiel (B_288) Lösung

c)

$\sum_{k=0}^{4}\binom{7}{k}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{k}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{7-k}$	C
$\sum_{k=0}^{5}\binom{7}{k}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{k}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{7-k}$	D

A	Es werden weniger als 5 grüne Steine gelegt.
B	Es werden maximal 5 rote Steine gelegt.
C	Es werden weniger als 5 rote Steine gelegt.
D	Es werden maximal 5 grüne Steine gelegt.

X ... Anzahl der Würfe, bei denen die Farbe Grün gewürfelt wird

Binomialverteilung mit $n = 7$ und $p = \frac{2}{3}$:
$P(X \geq 4) = 0{,}8267\ldots \approx 82{,}7\ \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 82,7 % wird bei 7 Würfen mit dem Farbwürfel mindestens 4-mal die Farbe Grün geworfen.

Brettspiel (B_288) Lösung

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass das Kind die Augensumme 2 und mit dem Farbwürfel 2-mal die Farbe Rot wirft, wird gebildet mit:

$P(\text{„Augensumme = 2"}) \cdot P(\text{„der Farbwürfel zeigt bei beiden Würfeln Rot"})$
$= \frac{1}{36}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = 0{,}0030\ldots$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 0,3 % hat das Kind genau 2 Steine, die beide rot sind.

Blut (B_372) Lösung

c) X ... Anzahl der Personen mit Blutgruppe A, Rh+
Binomialverteilung mit $n = 60$ und $p = 0{,}37$
$P(X \leq 15) = 0{,}0339$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 3,4 % haben höchstens 15 Personen die Blutgruppe A, Rh+.

$P(X \geq 1) \geq 0{,}95$
$0{,}05 \geq P(X = 0)$
$0{,}05 \geq 0{,}63^n$
$n \geq \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}63)}$
$n \geq 6{,}4\ldots$
Es müssen mindestens 7 Personen Blut spenden.

Mit diesem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass unter 60 zufällig ausgewählten Personen der österreichischen Bevölkerung mindestens 2 und höchstens 6 Personen die Blutgruppe A, Rh+ haben.

Rohre (B_178) Lösung

c) X … Anzahl der gerissenen Schweißstellen
$P(X \geq n) = \sum_{i=n}^{52}\binom{52}{i}\cdot 0{,}02^{i}\cdot 0{,}98^{52-i}$

Pauschalreisen * (A_267) Lösung

a1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 4) = 0{,}4359...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 43,6 %.

a2) Es werden 5 der 100 vermittelten Plätze nicht in Anspruch genommen.

Pauschalreisen * (A_267) Lösung

b1) X ... Anzahl der nicht in Anspruch genommenen Plätze

Binomialverteilung mit $n = 102$ und $p = 0{,}05$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 1) = 0{,}0340...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 3,4 %.

Schuelerzahlen (A_215) Lösung

a) $n \cdot 0{,}05$ beschreibt bei n angemeldeten Schülerinnen und Schülern die zu erwartende Anzahl derer, die sich am ersten Schultag wieder abmelden.

X … Anzahl derjenigen Schüler/innen, die sich am ersten Schultag abmelden

Bionomialverteilung mit $n = 53$ und $p = 0{,}05$:

$P(X = 0) = 0{,}0659... \approx 6{,}6\ \%$

Blut und Blutdruck (A_223) Lösung

d) Mit dem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass das Medikament bei höchstens 8 der 80 Personen den Blutdruck <u>nicht</u> senkt.
(oder: Mit dem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass das Medikament bei mindestens 72 der 80 Personen den Blutdruck senkt.)

Wahlmoeglichkeiten beim Fliegen * (A_265) Lösung

b)

$1 - (1 - p)^n = 0{,}99$	☒

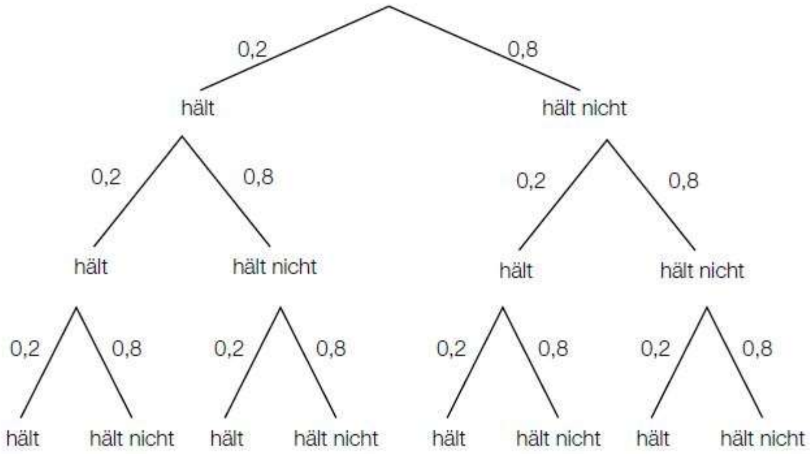
Volumenstrom (2) (A_197) Lösung

d) X … Anzahl der fehlerhaften Öffnungen des Ventils
$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$
$1 - 0{,}999^n \geq 0{,}9$
$n \geq 2\,301{,}4...$ somit $n \geq 2\,302$ (Aufrunden aufgrund von „mindestens 90 %")

Das Ventil muss sich mindestens 2302-mal öffnen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 1-mal ein Fehler auftritt.

Fussballtor (A_183) Lösung

d)



Die Formel gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass der Tormann von 3 Elfmetern mindestens einen Elfmeter hält.

Gluecksrad (A_166) Lösung

a) Sabine möchte berechnen, wie oft sie das Glücksrad drehen muss, um mit 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal den 50-Euro-Betrag zu erhalten.

Gluecksrad (A_166) Lösung

b) Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft ein Gewinn erzielt wird.
$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot p^2 \cdot (1 - p) = 3 \cdot p^2 \cdot (1 - p)$
Für $p = 0{,}75$ ergibt sich $P(X = 2) = 0{,}421875 = 42{,}1875~\%$.

Dorffest (A_135) Lösung

b)

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt")	C
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt")	A

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt")
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen")
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen")
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt")

Fussball * (A_219) Lösung

b) $n = 5$ und $p = 0{,}8$
X ... Anzahl der verwandelten Elfmeter
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X = 4) = 0{,}4096$

Werbedruck (A_173) Lösung

c) Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass mindestens 1 Stück einer Tagesproduktion unbrauchbar ist.

Aepfel * (A_170) Lösung

d) X ... Anzahl der wurmstichigen Äpfel
Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = \frac{1}{30}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 5) = 0{,}34133... \approx 34{,}13\ \%$

Vergnuegungspark (2) * (A_249) Lösung

c)

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☒

Vernetzte Welt * (A_245) Lösung

c) Binomialverteilung:
X ... Anzahl der Bauteile, die innerhalb eines Jahres ausfallen
$n = 10$, $p = 0{,}02$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0{,}1829\ldots \approx 18{,}3\ \%$

Sportgeschaeft (B_263) Lösung

b) mit Technologieeinsatz berechnet: $P(X \geq 2) = 0{,}1176\ldots$
$\left(P(X \geq 2) = \sum_{k=2}^{10} \binom{10}{k} \cdot 0{,}06^k \cdot 0{,}94^{10-k} = 0{,}1176\ldots\right)$
Mit rund 11,8 % Wahrscheinlichkeit müssen mindestens 2 Paar Ski repariert werden.

Blutgruppen * (A_243) Lösung

b) X … Anzahl der Personen mit Blutgruppe 0
Binomialverteilung: $n = 25$, $p = 0{,}37$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8) = 0{,}61524\ldots \approx 61{,}52\ \%$

Teilchenbeschleuniger * (A_239) Lösung

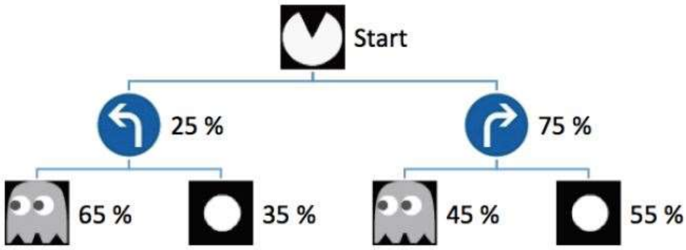
b) Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass bei 500 Kollisionen genau 2 Teilchen dieses Typs entstehen.

$1\,000 \cdot 0{,}034 = 34$

Bei 1 000 Kollisionen entstehen im Mittel 34 Teilchen dieses Typs.

Pac-Man (B_292) Lösung

c)



P(„Wahrscheinlichkeit, eine Kraftpille zu erreichen") = $0{,}25 \cdot 0{,}35 + 0{,}75 \cdot 0{,}55 = 0{,}5$

Pac-Man erreicht mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % eine der Kraftpillen.

Hotel (A_162) Lösung

c) Die Binomialverteilung kann verwendet werden, wenn die Stornierung von Zimmern als Zufallsexperiment mit 2 möglichen Ausgängen (Stornierung, keine Stornierung) aufgefasst werden kann.
Die Wahrscheinlichkeit für eine Stornierung ist unabhängig von eventuell bereits vorausgegangenen Stornierungen.
Die Wahrscheinlichkeit p % für eine Stornierung muss bei jeder Buchung konstant sein.

Hotel (A_162) Lösung

d) Binomialverteilung mit $n = 40$, $p = 0{,}55$
X ... Anzahl der Gäste, die Vollpension buchen

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(20 < X < 25) = 0{,}470... \approx 47\ \%$

Gummibaerchen ziehen * (B_354) Lösung

b) Die Verwendung der Binomialverteilung setzt voraus, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Versuchsausgangs jeweils konstant bleibt. Bei jedem Zug, bei dem kein weißes Gummibärchen gezogen wird, ändert sich die Gesamtzahl in der Packung und damit die Wahrscheinlichkeit des Versuchsausgangs.

Batterien * (A_228) Lösung

a) Binomialverteilung: $n = 40$, $p = 0{,}02$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \leq 2) = 0{,}95432\ldots \approx 95{,}43\ \%$

Batterien * (A_228) Lösung

b) Der angegebene Ausdruck gibt den Erwartungswert für die Anzahl der defekten Batterien in dieser Lieferung an.

Diabetes * (A_155) Lösung

b) Ansatz zur Berechnung mithilfe der Binomialverteilung: $n = 30$, $p = 0{,}046$
$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 0{,}40433... \approx 40{,}43\ \%$

Regentage in Gmunden (B_253) Lösung

a) Die Anzahl der Regentage ist 0 oder 1.
$P(0 \text{ oder } 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.
Die Wahrscheinlichkeiten können mit der Formel für die Binomialverteilung ausgerechnet werden.
Wahrscheinlichkeit für einen Regentag: $p_R = \frac{13{,}8}{31} = 0{,}445$
$P(X = 0) = P(\text{„nur regenfreie Tage"}) = (1 - 0{,}445)^5 = 0{,}053$
$P(X = 1) = 5 \cdot 0{,}445 \cdot (1 - 0{,}445)^4 = 0{,}211$
$P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}264$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,264 (bzw. 26,4 %) wird die Familie nicht mehr als einen Regentag in ihrem Urlaub haben.
(Eine Lösung auf der Basis 1 Monat = 30 Tage kann auch akzeptiert werden.)

Produktion von Rucksaecken * (A_210) Lösung

c) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 100$ und $p = 0{,}03$
$P(X < 3) = 0{,}41977\ldots \approx 41{,}98\ \%$

Rampe fuer Rollstuehle * (A_204) Lösung

c) Ansatz zur Berechnung mithilfe der Binomialverteilung: $n = 50$, $p = 0{,}02$
$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 7{,}84\ \%$

Wuerfelspiele * (A_191) Lösung

d) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 8$; $p = \frac{1}{6}$
$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 0{,}1348\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Martin gewinnt, beträgt rund 13,5 %.

Swimmingpool (A_175) Lösung

c) Mit dem Ausdruck wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass bei weniger als 5 der 40 verkauften Swimmingpools die Beschichtung keine längere Lebensdauer als die vom Hersteller garantierte hat.

Kfz-Kennzeichen (A_124) Lösung

a) Binomialverteilung mit $n = 8$, $p = 0{,}735$

X ... Anzahl der Autobesitzer/innen, die ein Wunschkennzeichen wollen

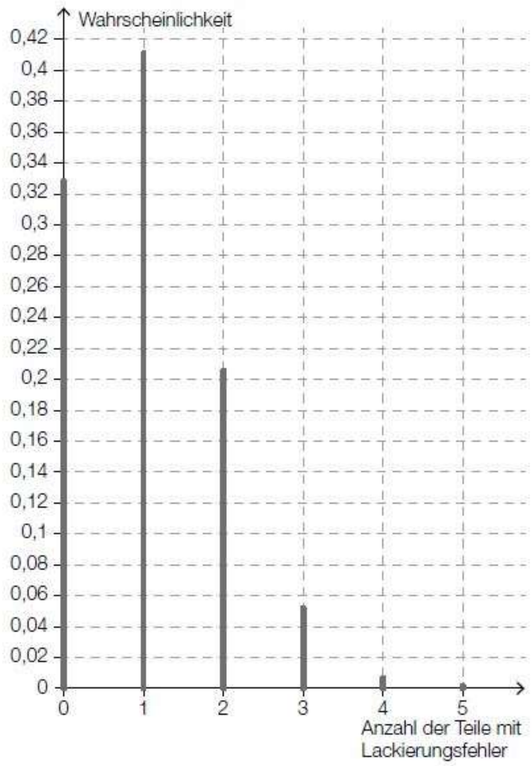
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 4) = 0{,}96513\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens die Hälfte der Befragten ein Wunschkennzeichen will, beträgt rund 96,51 %.

Produzent von landwirtschaftlichen Geraeten (B_179) Lösung

c) $P(X \geq 3) = \sum_{k=3}^{20} \binom{20}{k} \cdot 0{,}2^k \cdot 0{,}8^{20-k}$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt ungefähr 79,4 %.



Oelbohrungen * (B_221) Lösung

c) $1 - 0{,}35^n = 0{,}99$
Berechnung mithilfe von Technologie: $n \approx 4{,}4$

Es sind zumindest 5 Bohrungen in Alaska notwendig, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
Ist nur eine 95%ige Sicherheit gefordert, so ist die Anzahl der notwendigen Bohrungen geringer.

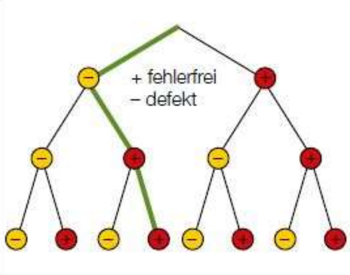
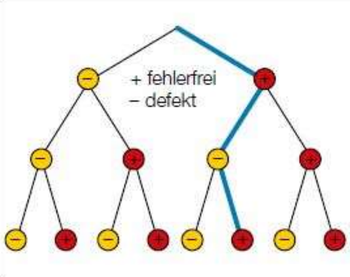
Halterungen fuer Glasfassaden (B_024) Lösung

d) Unter der Annahme einer Binomialverteilung ist $P(X \leq 1) = 0{,}7357\ldots$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 73,6 %.
Gleichwertige Lösungen mit entsprechender Begründung werden anerkannt.

- Es gibt genau zwei Möglichkeiten für den Ausgang des Zufallsexperiments: Eine Halterung ist entweder fehlerfrei oder fehlerhaft.
- Die Ereignisse sind voneinander unabhängig: Zufallsstichprobe.
- Die Wahrscheinlichkeit p bleibt konstant: $p = 2$ %.

Erweiterung der Produktpalette (B_142) Lösung

c) $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \approx 26{,}4\ \%$

	D
	A

A	Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.
B	Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
C	Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
D	Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

Blitze (A_174) Lösung

b) E steht in diesem Sachzusammenhang für das Ereignis, dass eine Person innerhalb von 80 Jahren nie tödlich vom Blitz getroffen wird.

Hotelrenovierung (1) (B_210) Lösung

c)

[...]	
[...]	
$1 - \binom{50}{0} \cdot 0{,}12^0 \cdot 0{,}88^{50} - \binom{50}{1} \cdot 0{,}12^1 \cdot 0{,}88^{49}$	☒
[...]	
[...]	

CeBIT (B_093) Lösung

b) X … Anzahl der Passagiere, die nicht erscheinen

$P(X > 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) - P(X = 3)$
$p = 0{,}06$

$P(X > 3) = 0{,}98809\ldots = 98{,}81\ \%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,81 % erhält man einen fixen Sitzplatz.

Die Berechnung lässt sich mithilfe der Binomialverteilung durchführen, da es sich um zwei Zustände (gebuchter Passagier kommt – gebuchter Passagier kommt nicht) handelt, jede Buchung mit einer festen Wahrscheinlichkeit von 6 % nicht genützt wird und die Buchungen voneinander unabhängig durchgeführt wurden.

Hoehentraining (A_202) Lösung

d) Wahrscheinlichkeit für einen Treffer: $p = 0{,}7$
Wahrscheinlichkeit für keinen Treffer: $q = 0{,}3$

X ... Anzahl der Treffer

„Mindestens 8 Mal treffen" bedeutet entweder 8 Treffer oder 9 Treffer oder 10 Treffer.

$P(X = 8) = 0{,}7^8 \cdot 0{,}3^2 \cdot \binom{10}{8} = 0{,}2335$

$P(X = 9) = 0{,}7^9 \cdot 0{,}3 \cdot \binom{10}{9} = 0{,}1211$

$P(X = 10) = 0{,}7^{10} = 0{,}0282$

$P(X \geq 8) = P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) = 0{,}2335 + 0{,}1211 + 0{,}0282 = 0{,}3828$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 38,28 %.

Die Binomialverteilung ist das richtige Modell.

Wuerfel (1) (B_078) Lösung

a) X ... Anzahl der Sechser
$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}5177... \approx 51{,}8\ \%$

X ... Anzahl der Doppelsechser
$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0{,}4914... \approx 49{,}1\ \%$

Es ist wahrscheinlicher, bei 4 Würfen mit 1 Würfel mindestens 1 Sechser zu würfeln als bei 24 Würfen mit 2 Würfeln mindestens 1 Doppelsechser.

Schweinezucht (1) (B_168) Lösung

a) Berechnung mit Binomialverteilung:

$P(15 \leq X \leq 20) = \sum_{k=15}^{20} \binom{20}{k} \cdot 0{,}93^k \cdot 0{,}07^{(20-k)} = 0{,}9981$

Essen (A_090) Lösung

c) Anzahl der Mädchen: $\frac{4}{7} \cdot 28 = 16$
X … Anzahl der Mädchen aus dieser Schulklasse, die kein Frühstück zu sich nehmen

Binomialverteilung mit $n = 16$ und $p = 0{,}25$:
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \geq 3) = 0{,}8028...$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 80,3 % haben mindestens 3 Mädchen kein Frühstück zu sich genommen.

Milchverpackung (A_052) Lösung

c) X … Anzahl der Milchverpackungen, die nicht korrekt ausgestanzt wurden

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}96^4 = 0{,}150...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 1 Milchverpackung nicht korrekt ausgestanzt wurde, beträgt rund 15 %.

Wirksamkeit von Medikamenten (A_048) Lösung

b) $0{,}4^n$ drückt mithilfe des Modells der Binomialverteilung die Wahrscheinlichkeit aus, dass bei n Frauen keine positive Wirkung auftritt.

$1 - 0{,}4^n$ ist die Gegenwahrscheinlichkeit dazu und berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass von n Frauen mindestens 1 Frau eine positive Wirkung des Medikaments verspürt.

Stadtlauf (2) (A_079) Lösung

c) X … Anzahl der Personen, die Dopingmittel verwendet haben

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - 0{,}063)^n$

Torten (A_054) Lösung

d) X ... Anzahl der leeren Kapseln
Binomialverteilung mit $n = 8$ und $p = 0{,}001$
$P(X = 1) = 8 \cdot 0{,}001 \cdot 0{,}999^7 = 0{,}0079...$

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 Kapsel leer ist, beträgt rund 0,8 %.

Joghurtbecher * (A_105) Lösung

a) Berechnung des Erwartungswertes: $200 \cdot 4\,\% = 8$

Joghurtbecher * (A_105) Lösung

b) Mit Technologie wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass höchstens 5 Becherinhalte verdorben sind, also die Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass 0,1, 2, 3, 4 oder 5 Becherinhalte verdorben sind.

$P(X \leq 5)) = 18{,}56\,\%$

Joghurtbecher * (A_105) Lösung

c) Die Wahrscheinlichkeit kann mittels der Gegenwahrscheinlichkeit ermittelt werden. Dazu wird die kumulierte Wahrscheinlichkeit für $X = 0, 1, 2$ oder 3 Becher mit Verpackungsfehler abgelesen.

$P(\text{„mindestens 4“}) = 1 - P(\text{„höchstens 3“})$

Zimmerei (A_099) Lösung

b) E ... in einer Lieferung sind mehr als 2 Fichten von minderer Qualität

Nennfuellmenge (A_132) Lösung

c) p … Wahrscheinlichkeit, dass die Nennfüllmenge nicht erreicht wird
n … Anzahl der überprüften Packungen

$p = 0{,}025$
$n = 40$

Der Erwartungswert $\mu = 40 \cdot 0{,}025 = 1$, also kann man bei 40 Packungen durchschnittlich mit 1 Packung rechnen, die die Nennfüllmenge unterschreitet.

Der Ausdruck gibt nicht die gesuchte Wahrscheinlichkeit, sondern die Wahrscheinlichkeit an, dass höchstens 2 Packungen eine zu geringe Füllmenge aufweisen.
Richtig wäre: $P(X \geq 2) = 1 - \left(0{,}975^{40} + \binom{40}{1} \cdot 0{,}025^1 \cdot 0{,}975^{39}\right)$.

Spielefest (2) (A_137) Lösung

b) X … Treffer
$p = 0{,}8$; $n = 5$

$P(X \leq 4) = 1 - P(X = 5) = 1 - \binom{5}{5} \cdot 0{,}8^5 \cdot 0{,}2^0 = 1 - 0{,}32768 = 0{,}67232$

Peter trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von 67,2 % höchstens 4-mal.

Auch eine Berechnung ohne Gegenwahrscheinlichkeit ist zulässig.

Netzwerkadministration (A_130) Lösung

c) $P(E_1) = P(X = 38) = \binom{40}{38} \cdot 0{,}96^{38} \cdot 0{,}04^2 = 0{,}2645\ldots$
$P(E_1) \approx 26{,}5\ \%$

$P(E_2) = P(X \geq 36) = \sum_{k=36}^{40} \binom{40}{k} \cdot 0{,}96^k \cdot 0{,}04^{40-k}$

Leuchtmittel * (A_109) Lösung

a) Es gibt genau 2 Möglichkeiten des Ausgangs: „fehlerhaft“ oder „nicht fehlerhaft“.
Die Versuche sind voneinander unabhängig.
Die Wahrscheinlichkeiten bleiben konstant.

Leuchtmittel * (A_109) Lösung

b) $P(X = 6) + P(X = 7) = 0{,}1500 + 0{,}1060 = 0{,}2560$
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 25,60 %.

Leuchtmittel * (A_109) Lösung

c) Durch diesen Ausdruck kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass in der Stichprobe genau 4 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.

Brieflos (A_023) Lösung

c) P(„mindestens 1 Mal mindestens € 50.000“) = 1 – P(„immer weniger als € 50.000“) ≥ 90 %
$1 - 0{,}922^n \geq 0{,}9$
$0{,}922^n \leq 0{,}1$
$n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln(0{,}922)} = 28{,}35$

Es müssen mindestens 29 Kandidatinnen/Kandidaten das Glücksrad drehen.