

LPOB31 : Dispersion et absorption

Louis Heitz et **Vincent Brémaud**

Mardi 13 avril 2021

Sommaire

Rapport du jury	3
Bibliographie	3
Introduction	4
I Propagation d'une onde dans un plasma	4
I.1 Modélisation	4
I.2 Mise en équation	4
I.3 Sens physique des OPPH à vecteur d'onde complexe	5
I.3.1 Notion de pseudo-OPPH	5
I.3.2 Partie réelle : vitesse de phase	5
I.3.3 Partie complexe	5
II Paquet d'onde dans un milieu dispersif	5
II.1 De l'OPPH au signal physique : le paquet d'onde.	5
II.2 Propagation dans un milieu dispersif	6
II.3 Retour sur le plasma	6
II.3.1 Dispersion à haute fréquence	6
II.3.2 Cas de l'onde évanescente	6
Conclusion	6
A Correction	6

Le code couleur utilisé dans ce document est le suivant :

- → Pour des éléments de correction / des questions posées par le correcteur
- **Pour les renvois vers la bibliographie**
- *Pour des remarques diverses des auteurs*
- ⚠ **Pour des points particulièrement délicats, des erreurs à ne pas commettre**
- Pour des liens cliquables

Rapports du jury

Bibliographie

[1] Cours de Prépa

[2] Cours de Etienne Thibierge

Introduction

Niveau : L2

PR : Ondes planes progressives harmoniques, équation de d'Alembert, propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, transformée de Fourier.

On sait décrire OPPH se propageant à vitesse cste. Mais c'est imparfait, ne décrit pas réalité. On introduit les paquets d'ondes pour décrire de vrais signaux physiques.

I Propagation d'une onde dans un plasma

I.1 Modélisation

Diapo : ionosphère, plasma peu dense.

Diapo : on ne garde que la force électrique, sous l'hypothèse que les électrons ne sont pas relativistes.

I.2 Mise en équation

Conductivité : on exprime le vecteur vitesse en régime forcé (notation complexe), on applique le PFD à un électron.

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \implies m_e j\omega \vec{v} = -e\vec{E}$$

D'où :

$$\vec{j} = n \times (-e) \times \frac{-e}{m_e j\omega} \vec{E} = \frac{ne^2}{j\omega m_e} \vec{E}$$

Diapo : équation de propagation

Relation de dispersion :

$$(-jk^2)\vec{E} = \frac{(j\omega)^2}{c^2}\vec{E} - j\frac{\mu_0 ne^2}{\omega m_e}\vec{E}$$

Soit :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}}$$

La relation de dispersion est différente de celle obtenue avec l'équation de d'Alembert, elle découle de l'équation de Klein-Gordon.

- Pour $\omega < \omega_p$: \vec{k} est imaginaire \rightarrow sens physique ?

I.3 Sens physique des OPPH à vecteur d'onde complexe

I.3.1 Notion de pseudo-OPPH

$$\vec{k} = k_r(\omega) + jk_i(\omega)$$

$$\underline{\psi} = \underline{\psi}_0 e^{j\omega t - j(k_r + jk_i)x} = \underline{\psi}_0 e^{k_i x} e^{j(\omega t - k_r x)}$$

Soit :

$$\vec{\psi} = \vec{\psi}_0 e^{k_r x} \cos(\omega t - k_r x)$$

On appelle cette onde une pseudo OPPH car l'amplitude varie.

I.3.2 Partie réelle : vitesse de phase

$$\boxed{v_\varphi = \omega/k_r} \quad -k_r x = C^e$$

Pour $k = \omega/c$ on a que $v_\varphi = c$

Si v_φ dépend de ω on dit que le milieu est dispersif. En effet chaque OPPH se déplace à une vitesse différente. Il y a une dispersion des vitesses de phase.

I.3.3 Partie complexe

Le terme en $e^{k_i x}$ traduit l'atténuation si $k_i < 0$, $\delta = -1/k_i$.

$$\psi = \psi_0 e^{-x/\delta} \cos \omega(t - x/v_\varphi) + \phi_0$$

Il peut aussi y avoir amplification dans le cas $k_i > 0$ (laser).

"Lorsque l'atténuation provocation d'une récupération d'énergie par le milieu, on parle d'absorption."

Vincent Brémaud, 2021

II Paquet d'onde dans un milieu dispersif

II.1 De l'OPPH au signal physique : le paquet d'onde.

Diapo : Pourquoi OPPH pas physique et utilité Fourier

$$s(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(k) e^{j(kx - \omega(k)t)} dk$$

On considère que $\hat{s}(k) \neq 0$ pour $[k_0 - \Delta k, k_0 + \Delta k]$ avec $\Delta k \ll k_0$.

$$\omega(k) \simeq \omega(k_0) + \frac{d\omega}{dk}(k_0) \times (k - k_0) + \dots$$

$$s(x, t) = e^{j(k_0 x - \omega_0 t)} \times \text{Env}\left(x - \frac{d\omega}{dk}(k_0)t\right)$$

Porteuse se déplace à $v_\varphi = \omega_0/k_0$

Enveloppe se déplace à la vitesse de groupe : $v_g = \frac{d\omega}{dk}(k_0)$

II.2 Propagation dans un milieu dispersif

$v_\varphi \neq v_g$. Il y a glissement de la porteuse.

II.3 Retour sur le plasma

II.3.1 Dispersion à haute fréquence

$$v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}}$$

$$v_g = c \sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}$$

Diapo : tracé v_φ et v_g .

II.3.2 Cas de l'onde évanescente

Diapo : cas de l'onde évanescente.

Dans une partie brièvement abordée :

Diapo : dispersion peut venir des conditions aux limites.

Conclusion

Diapo : Récapitulatif dispersion atténuation selon milieu et exemple.

A Correction

→ Ondes sphériques atténuées sans dispersion ? Pourquoi amplitude en $1/r$? Conservation de l'énergie.

On parle de "dilution sphérique"

→ Dans la fibre optique : absorption/atténuation/dispersion ? atténuation : oui. Il y a de la dispersion : intermodale & intramodale.

→ C'est quoi un mode dans une fibre optique ? Lié à la géométrie imposée par le guide.

- Cause de la dispersion intramodale dans la fibre optique ? Cause atténuation ? Dispersion : milieu intrinsèquement dispersif, indice $n(\omega)$ voire complexe, partie imaginaire responsable absorption. C'est lié au milieu. Pour dispersion intermodale, lié à la géométrie.
- Même question pour le guide d'onde ? CL introduit de la dispersion, k orthogonaux quantifiés, donc k_z selon la direction de propagation ne vérifie pas une eq de d'AL.
- Dispersion intramodale dans le guide d'onde ? néglige dépendance en ω pour l'air ? Non, il y a quand même des effets de dispersion intramodale. $k_z^2 + C^{te} = \frac{\omega^2}{c^2}$ d'une part, et d'autre part métaux pas parfaits, épaisseur de peau de plus en plus petite quand fréquence augmente. Il y alors de l'atténuation, car effet Joule, il y aura aussi dispersion. Kramers-König pour atténuation/dispersion.
- A l'ordre deux étalement du paquet d'onde. Y-a-t-il toujours étalement ? Oui, ici on s'arrête à l'ordre 1. Il y a aussi la non linéarité qui compense la dispersion, ex : solitons. Autre exemple : mascaret, émission photon unique,
- Pourquoi ça s'étale, qualitativement ? Certaines fréquences vont plus vite que d'autres...
- Vitesse de phase et groupe, ça se mesure ? Vitesse phase, oui : indice optique. Vitesse de groupe aussi : envoie une impulsion dans câble coaxial
- Pour faire revenir l'onde au bout du câble coaxial ? Coefficient de réflexion ± 1 : ouvert ou conducteur au bout du câble et on envoie impulsion.
- Le verre dans le grand 1 ? Plutôt propagation dispersive pour le grand 1, bizarre de parler du verre.
- Cause de la dispersion dans du verre ? Matériau absorbe et ré-émet plus ou moins selon la fréquence.
- Causes possibles de la dispersion ? Rétroaction du milieu. Pour le plasma ? Les électrons sont mis en mouvement, induisent une densité de courant, change les eq. de Maxwell. Dans le verre ? Mouvement des électrons autour des atomes, courants liés. Eau de mer : diélectrique et conducteur. Dans un câble coaxial ? résistance dans l'âme et résistance de fuite entre les conducteurs, critère de Heaviside pour qu'il n'y ait pas de dispersion.
- Dans les prérequis : TF.
- Irisation dues à la dispersion ? Pour prisme, réseau, Michelson ? Pour prisme, lois de Descartes qui font intervenir n qui dépend de ω . Pour le réseau / Michelson : non pas du tout, ce sont des interférences.
- Autre exemple : Ondes à la surface de l'eau