1

Identificación de una planta electro-mecánica e implementación de sistemas de control

Gustavo Damián Gil Gargolani (gustavo@eu4m.eu)

Abstract — The Direct Current motor plant model identification to develop position and velocity control strategies in continuous time that satisfies owner specifications.

After that, convert the continuous controller design to discrete controller for implementation on microcontroller chip.

Finally, hardware in loop adjust, tests and measures the system in different conditions of operation for verification the mechatronic plant controller.

Palabras clave — identificación, motor de corriente continua, respuesta temporal, respuesta frecuencial, controlador.

I. INTRODUCCION

La planta motor, es una planta electro-mecánica de uso frecuente en la industria, aproximadamente el 75% del consumo energético de la industria a nivel mundial es utilizado en dichas máquinas [1].

El objetivo del trabajo es identificar en forma experimental una planta electro-mecánica, y desarrollar dos estrategias de control que serán discretizadas e implementadas con un sistema micro-controlado.

II. DESARROLLO DEL TRABAJO

Un motor de corriente continua posee un subsistema eléctrico y un subsistema mecánico (Fig. 1).

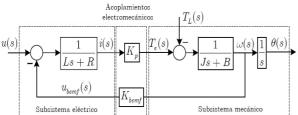


Fig.1. Diagrama en Bloques de un motor de corriente continua [2]

 $\begin{array}{l} \underline{Donde:} \ L = inductancia \ , \ R = Resistencia \ , \ B = rozamiento \\ viscoso \ , \ J = momento \ de inercia \ angular, \ K_p = constante \ de \\ par \ (torque) \ , \ K_{bemf} = constante \ de \ tensión \ inducida \end{array}$

La inductancia del inductor y su resistencia óhmica, pertenecen a la parte eléctrica. El rozamiento viscoso de los

cojinetes del motor y al momento de inercia del rotor, pertenecen a la parte mecánica. Estos factores, se ven alterados según la carga acoplada en el eje y serán contemplados mas adelante para determinar el alcance de operación de nuestro controlador.

A partir del diagrama en bloques detallado (Fig. 2) del modelo matemático del motor de corriente continua, se obtiene analíticamente la función transferencia del sistema.

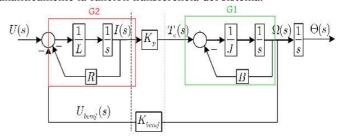


Fig. 2. Obtención de las funciones de transferencia G2 y G1

Función transferencia
$$G_1 = \frac{\Omega(s)}{T_e(s)} = \frac{\frac{1}{J_S}}{1 + \frac{1}{J_S}.B} = \frac{1}{J_S + B}$$

Función transferencia
$$G_2 = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{Ls}}{1 + \frac{1}{Ls}.R} = \frac{1}{Ls + R}$$

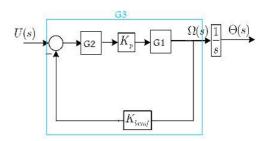


Fig. 3. Obtención de la función de transferencia G3, que corresponde a la función de transferencia del motor de corriente continua

Función transferencia
$$G_3 = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{Vel(s)}{U(s)}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{G_2.K_p.G_1}{1 + G_2.K_p.G_1} = \frac{\frac{K_p}{LJ}}{s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{B}{J}\right).s + \frac{B.R + K_p.K_{bemf}}{L.J}}$$

Función transferencia de velocidad del motor.

Como:

$$G = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = G_3 \cdot \frac{1}{s}$$

Se obtiene:

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_P}{LJ}}{s^3 + \left(\frac{R}{L} + \frac{B}{J}\right).s^2 + \left(\frac{B.R + K_P.K_{bemf}}{L.J}\right).s}$$

Función transferencia de posición del motor.

A. Identificación de los parámetros de la planta-motor

Teniendo presente el diagrama en bloques detallado (Fig. 2) se realizó una serie de ensayos de laboratorio para ir obteniendo cada una de las constantes físicas del motor de la planta (Fig. 4).



Fig. 4. Unidad mecánica Feedback, planta electromecánica

Los mismos se describen a continuación:

a) Características eléctricas del motor:

Inicialmente se mide la resistencia del bobinado del motor que denominaremos resistencia de armadura: Ra= 12.7Ω

Luego, se inyecta una señal cuadrada de tensión reducida a rotor bloqueado, reduciendo el modelo matemático del motor al siguiente (Fig. 5):

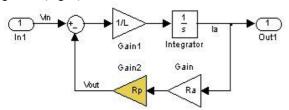


Fig. 5. Diagrama en bloques del modelo a rotor bloqueado

Se excita al sistema con un escalón de tensión, para permitir medir la constante de tiempo eléctrica del motor a través de la corriente de armadura registrada sobre Rp (Fig. 6).

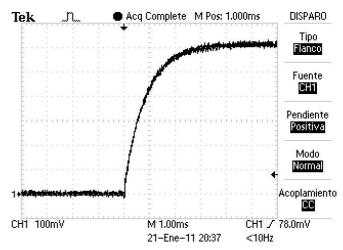


Fig. 6. Medición de la corriente de armadura (Ia) a rotor bloqueado [100mV = 20,833mA]

$$V_{\rm in} = 2.4 \, {\rm V} \; ; \; V_{R_p} = \; 0.6 \, {\rm V} \; ; \; \tau_{medido} = 0.8.10^{-3} \, s$$

Hay que destacar que la Rp resaltada en el diagrama en bloques, no es una resistencia que pertenezca al modelo del motor. La misma es una resistencia patrón (Rp=4,8 Ω) que se intercala en serie al motor para efectuar la medición de la corriente de armadura con un osciloscopio (Fig. 6).

Debido a la adición de Rp en la cadena de medición, se produce un error sistemático en la medición de la constante de tiempo, pero al ser un error sistemático éste se puede corregir.

$$\frac{I_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{1}{s.L + (R_a + R_p)} = \frac{(R_a + R_p)}{s.\tau_{medido} + 1}$$

$$\tau_{medido} = \frac{L}{R_a + R_p} \implies L = 14mH$$

b) Medición de la constante K_{bemf} del motor:

El ensayo se realiza a rotor libre (con el acoplamiento mecánico de la planta) y tensión semejante a la nominal, registrando los valores de la tensión de entrada, corriente de armadura y velocidad angular del motor en régimen permanente (Tabla 1).

	Izquierda		Derecha	
Velocidad [rpm] [rad/s]	985,6	103,2	1004,8	105,2
la [mA]	185		190	
Vin [V]	10,5		10,5	

Tabla. 1. Mediciones efectuadas para obtener la constante de tensión

$$K_{bemf} = \left(\frac{V_{in} - (R_a + R_p).I_a}{Velocidad_{[rpm]}}\right).\frac{30}{\pi} \approx 0,069 \frac{V.s}{rad}$$

La constante de tensión, es numéricamente igual que la constante de par si se trabaja con el sistema internacional de unidades.

$$K_{bemf} \left[\frac{V.s}{rad} \right] = K_p \left[\frac{N.m}{A} \right]$$

c) Características mecánicas del motor:

Es posible realizar el cálculo de la fricción viscosa cuando el motor se encuentra girando a velocidad constante, ya que el modelo matemático en régimen permanente queda (Fig. 7):

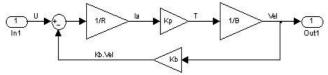


Fig. 7. Diagrama en bloques del modelo en régimen estacionario

$$\frac{T}{B} = Vel \wedge T = \frac{\left(U - K_{bemf}.Vel\right).K_{p}}{R} \Rightarrow B = \frac{\left(U - K_{p}.Vel\right).K_{bemf}}{R.Vel} \cong 0,00017 \frac{N.m}{rad/s}$$

Medición de la constante de tiempo mecánica del motor:

Con el motor energizado girando a velocidad nominal, se mide la velocidad angular durante el proceso de desconexión de la alimentación del motor (Fig. 8) hasta que llega al reposo.

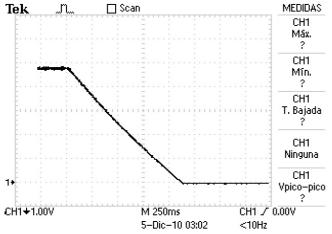


Fig. 8. Velocidad angular del rotor a la desconexión [1V=362,66rpm]

$$\tau_{mec} = 1,125s$$

La medición se realiza sobre un taco-generador de la planta, alimentando al motor con tensión constante. Al desenergizar el motor en forma súbita, la energía cinética almacenada en la masa del rotor se disipará en forma de calor debido al rozamiento viscoso *B* del sistema.

$$\tau_{mec} = \frac{J}{B} \Rightarrow J = \tau_{mec}.B \cong 0,00019 \frac{N.m.s^2}{rad}$$

$$Como: [N] = \left[kg.\frac{m}{s^2} \right] \Rightarrow J \cong 0,00019kg.m^2$$

Cave mencionar, que también se disipa energía en la resistencia de *Ra*, por la que circula una corriente debido a la fuerza contraelectromotriz en el instante de la desconexión súbita, pero resulta despreciable. Puede constatarse en la medición de la corriente de armadura (Fig. 9).

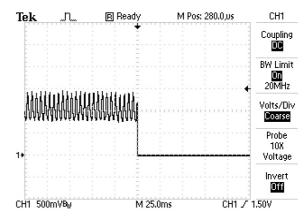


Fig. 9. Extinción de Ia en la desconexión [500mV=100mA]

La medición de la corriente de armadura en régimen estacionario, presentó una forma de onda inesperada (Fig. 10), ya que se presume que la corriente de armadura de un motor de corriente continua debe ser continua.

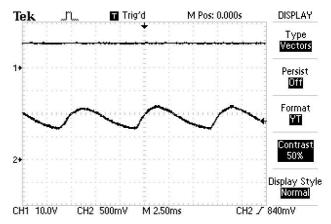


Fig. 10. CH1) Tensión de alimentación. CH2) Medición de Ia a velocidad constante (en régimen permanente) [500mV=100mA]

La fluctuación de la corriente resulta ser función de la velocidad de giro del motor, esto dará lugar a un análisis posterior en la formulación de un modelo matemático de la planta mas detallado en el apartado *G*.

d) Determinación de la zona muerta del motor:

El motor presenta una "zona muerta", es decir: tiene un cierto rango de tensión de entrada para el cual el eje del motor no se mueve (no hay salida). Este comportamiento no es lineal, y produce efectos que se analizaran mas adelante.

Para efectuar la medición de este efecto, se aplica una tensión reducida variable. Aumentando lentamente dicha

tensión, se procede a medir la tensión de armadura que produce el comienzo del movimiento del motor. Luego se invierte la polaridad de la fuente y se repite la medición para el giro en sentido contrario (Tabla 2).

	Izquierda	Derecha	
Vin [V]	2,41	2,6	

Tabla. 2. Mediciones efectuadas para obtener la "zona muerta". Se adoptará una zona muerta simétrica de ±2,5V.

B. Parámetros identificados por la medición de la plantamotor y función transferencia de velocidad

$$\begin{split} J &= 0,00019 \ [kg \cdot m^2] \\ B &= 0,00017 \ [N \cdot m/(rad/s)] \\ L &= 14 \ [mH] \\ R &= 12,7 \ [\Omega] \\ K_p &= 0,069 \ [N \cdot m/A] \\ K_{bemf} &= 0,069 \ [V/(rad/s)] \\ Zona \ muerta &= \pm 2,5 V \end{split}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_P}{LJ}}{s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{B}{J}\right).s + \frac{B.R + K_P.K_{bemf}}{L.J}}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{25939.8}{s^2 + s.908 + 2602}$$

C. Identificación de la planta mediante la respuesta al escalón

Se realizaron una serie ensayos al sistema con entradas de pulsos rectangulares con suficiente duración de ancho de pulso como para que el sistema se establezca en un valor final y pueda considerarse una entrada tipo escalón.

De las mediciones (Fig.11) se pude observar que el sistema presenta una respuesta que pude aproximarse con una respuesta de un sistema de primer orden [3].

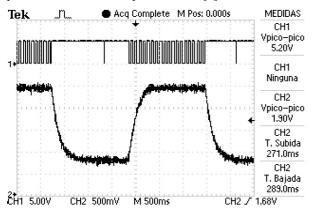


Fig.11. CH1) Escalones de modulación PWM, 0V y -6V respectivamente. CH2) Respuesta frente a una sucesión de escalones unitarios negativos (descendentes), el estado estacionario se encuentra en la parte superior de la señal. [1V=362,66rpm]

$$\tau = 0.173s$$

En base a la expresión de un sistema de primer orden, se obtiene el siguiente modelo matemático aproximado:

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k}{1+s.\tau} = \frac{10}{1+s.0,173}$$

Siendo k la relación entre la amplitud de la señal de referencia y la señal de salida del sistema.

Al contrastar una de las señales de salida adquirida de la planta real con el modelo simulado (Fig.12), se puede verificar que la identificación es adecuada.

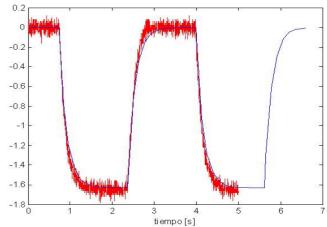


Fig.12. Salida medida vs. Simulación (escalón descendente) <u>Nota:</u>[IV=362,66rpm=38rad/s] entonces -1,6 → -580rpm=60rad/s

Finalmente, se procede a comparar la identificación aproximada de primer orden con la respuesta de la identificación de la planta de segundo orden (Fig.13), mediante la simulación de un escalón unitario.

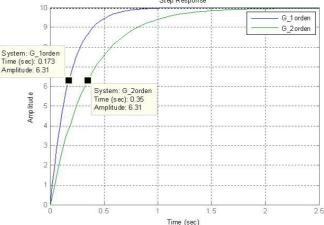


Fig.13. Comparación de respuesta temporal entre los dos modelos

El modelo de segundo orden, posee una respuesta similar a la de un sistema de primer orden ya que uno de sus polos se encuentra muy alejado del polo dominante.

Ambos modelos difieren entre si, el motivo es que en el modelo aproximado de primer orden, se tiene en cuenta el efecto de la zona muerta debido a la fricción estática [4].

D. Modelo obtenido de la planta motor

Los cálculos y simulaciones se realizaron con Matlab [5].

Dentro del entorno Simulink, se realiza el diagrama en bloques del sistema de segundo orden (Fig.14) empleando los valores numéricos obtenidos durante la identificación, con la adición de la alinealidad producida por efecto del coeficiente de fricción estática y del coeficiente de fricción dinámica (coeficiente viscoso).

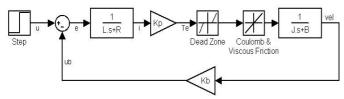


Fig.14. Modelo completo de segundo orden de la planta (alineal)

La zona muerta de velocidad, se puede plantear en el modelo matemático como una zona muerta de par que se obtiene:

$$|\Delta Te| = \left(|\Delta V| \cdot \frac{1}{R}\right) \cdot K_p = \left(\frac{2.5V}{12.7\Omega}\right) \cdot 0.069 \frac{N.m}{A}$$
$$|\Delta Te| = 0.01358N.m$$

El modelo completo de segundo orden, resulta ahora coincidente con nuestra aproximación adquirida de primer orden, pero debido a que el modelo presenta una alinealidad, no puede ser representado como una función transferencia en el dominio de Laplace, motivo por el cuál se realiza un modelo aproximado de segundo orden para modelar la planta:

$$\frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{52995,4}{s^2 + s.909 + 5315} = \frac{52995,4}{(s + 903,115).(s + 5,885)}$$

Para analizar la estabilidad relativa del sistema, es decir, cuánto de cerca o de lejos está de volverse inestable, se calcula el margen de ganancia y margen de fase del sistema a lazo abierto (Fig.15).

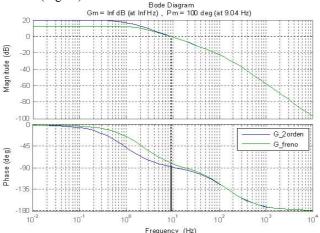


Fig.15. Respuesta en frecuencia de la planta (Open Loop)

El margen de fase del sistema es de 92,1º a una frecuencia

de 9,27Hz, mientras que el margen de ganancia es infinito ya que tiene dos polos y la fase tiende asintóticamente a -180° pero nunca llega. El sistema con el freno accionado, tiene un margen de fase similar, se indica en la figura 15.

Al observar el denominador de ambos modelos, se puede apreciar que el polo dominante del modelo de segundo orden, es prácticamente coincidente con el polo del modelo de primer orden:

$$1^{er}$$
 orden: $(s+5,78)$
 2^{do} orden: $(s+5,88).(s+903)$

E. Estimación del modelo del freno de la unidad mecánica

Medición de la constante de tiempo del freno electromagnético por corrientes de Focault [6]:

Con el motor energizado girando a velocidad nominal, se aplica el par de freno máximo hasta que el motor alcanza una nueva velocidad de régimen.

U=5V

Velocidad inicial=550,4rpm ; Velocidad final=227,2rpm Velocidad inicial=57,64rad/s ; Velocidad final=23,79rad/s

Con los datos registrados, la constante de viscosidad magnética se obtiene a través de un modelo de primer orden para el freno magnético (Fig. 16):

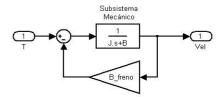


Fig. 16. Influencia del freno sobre el subsistema mecánico del motor

$$\frac{Vel}{T} = \frac{\frac{1}{J.s + B}}{1 + \frac{1}{J.s + B}.B_{freno}} = \frac{1}{J.s + (B + B_{freno})}$$

Resultando el modelo matemático equivalente:

$$\frac{Vel}{U(s)} = \frac{\frac{K_P}{LJ}}{s^2 + \left(\frac{R}{L} + \frac{B}{J}\right).s + \frac{B.R + K_P.K_{bemf}}{L.J}}$$

$$\frac{Vel_{final}}{U(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{K_P}{(B + B_{freno}).R + K_P.K_{bemf}}$$

$$B_{freno} = \left(\frac{K.U}{Vel_{final}} - K^2\right).\frac{1}{R} = 0,00077 \frac{N.m}{rad/s}$$

El modelo matemático planteado para simular las mediciones tomadas sobre la planta resulta (Fig. 17).

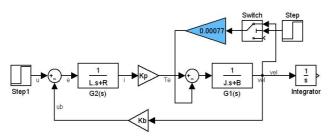


Fig. 17. Modelo de la planta con el freno electromagnético

Se verifica en forma gráfica, que el modelo corresponde con las mediciones realizadas sobre la planta (Fig. 18), ya que el valor final e inicial de la velocidad se corresponden.

Respecto a la diferencia en la dinámica de la respuesta, se asume que el motivo es la limitada capacidad instantánea de corriente de la fuente de alimentación empleada.

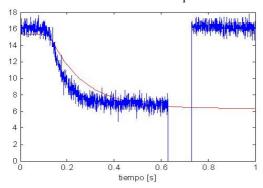


Fig. 18. Validación del modelo identificado del freno
Nota: se escalaron las señales para su comparación. La respuesta de la
simulación es en rad/s y la velocidad tacométrica en volts/s

La adición del freno, afecta doblemente al sistema.

Inicialmente como adición de par resistente en el subsitema mecánico, en segunda instancia, por motivo de la disminución de velocidad se produce una disminución en la fuerza contraelectromotriz en el subsitema eléctrico, que se traduce en mayor corriente de armadura y mayor par aplicado.

F. Diseño del controlador de velocidad

El rango de la referencia (set point) para la especificación, se estableció de 0 a 550rpm (0 a 57,6rad/s).

Se propuso satisfacer la siguiente especificación:

- Error nulo en régimen permanente
- Tiempo de establecimiento (settling time) menor a 0,25s en la banda de error del 2%
- Sobre-oscilación (overshoot) menor al 2%

Para satisfacer el error nulo, es necesario que la función de lazo sea de "tipo I" (poseer un polo en el origen), por eso el controlador a implementar un PI (proporcional integrativo).

La sintonización del controlador se realizó con la herramienta SISOtool, moviendo el cero en el lugar de las raíces (root locus) y observando la respuesta obtenida. En base a la acción de control necesaria (que no supere las posibilidades eléctricas de alimentación) y la respuesta deseada, se decidió implementar el siguiente controlador:

$$C(s) = 0, 4. \frac{(s+7,5)}{(s+0,01)} \Rightarrow Kp + \frac{Ki}{s} \cong 0, 4 + \frac{3}{s}$$

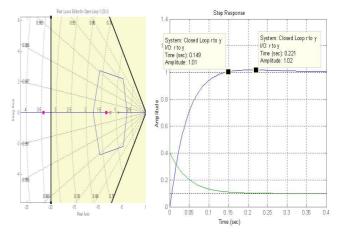


Fig. 19. Lugar de raíces con las plantillas de la especificación y respuesta al escalón de la función de lazo junto a la acción de control (señal a convertir en PWM [7])

Si bien teóricamente es razonable aumentar la ganancia para obtener respuestas dinámicas de menor duración, la imposibilidad física del actuador, impide ingresarle a la planta la tensión de alimentación que requiere.

G. Cálculo del ancho de banda del sistema con control de velocidad y elección de la frecuencia de muestreo

Del análisis de bode del sistema y controlador a lazo cerrado, se obtiene un ancho de banda de 4,09Hz.

La frecuencia del sistema debe ser de al menos 20 veces el ancho de banda del sistema, para despreciar el retardo que se produce al adquirir una muestra de la señal real y presentar un adecuado rechazo frente a perturbaciones [8]. El rango de frecuencias de muestreo que se adopta es 100Hz.

En el circuito no se ha implementado un filtro antialiasing, pero éste debería ser un filtro de respuesta plana y ganancia unitaria del tipo Butterworth que atenúe la frecuencia alias. Al ser el ancho de banda del sistema tan pequeño, con un filtro de frecuencia de corte de 5 o 6 Hz sería suficiente.

H. Discretización del controlador de velocidad

Utilizando la función de discretización de Matlab (diseño por emulación [8]), para un período de muestreo Ts=0,01Hz y la aproximación bilineal trapezoidal de Tustin, se obtuvo el controlador en el plano z:

$$\begin{split} &C_{[z]} = c2d(C_{(s)}, Ts, 'tustin') \\ &C_{[z]} = \frac{U_{[z]}}{E_{[z]}} = \frac{0.415.z - 0.385}{z - 0.999} = \frac{0.415 - 0.385.z^{-1}}{1 - 0.999.z^{-1}} \end{split}$$

Expresado en ecuaciones en diferencias resulta:

$$u_{[k]} = 0.415.e_{[k]} - 0.385.e_{[k-1]} + 0.999.u_{[k-1]}$$

Por lo que los coeficientes del controlador resultan:

$$C_{[z]} = \frac{b_0 + b_1.z^{-1} + b_2.z^{-2} + \dots + b_m.z^{-m}}{1 + a_1.z^{-1} + a_2.z^{-2} + \dots + a_n.z^{-n}}$$

$$b[0]=0,415$$
; $b[1]=-0,385$; $a[0]=0$; $a[1]=0,999$

I. Simulación del controlador de velocidad

Al estar trabajando con un conversor analógico digital de 10bits y una modulación de PWM con una frecuencia de 488,27Hz, la discretización tanto en amplitud como de valores de modulación, resultan adecuadas y no alteran la respuesta del sistema de manera apreciable.

J. Diseño del controlador de posición

Se propuso satisfacer la siguiente especificación:

- Error nulo en régimen permanente
- Tiempo de establecimiento (settling time) menor a 1,5s en la banda de error del 2%
- Sobre-oscilación (overshoot) menor al 3%

La planta posee un polo en el origen, motivo por el cuál se empleó únicamente control proporcional.

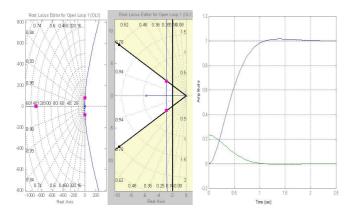


Fig.20. Lugar de raíces con las plantillas de la especificación y respuesta al escalón para el control de posición angular. Kp=0,22

K. Cálculo del ancho de banda del sistema con control de posición y elección de la frecuencia de muestreo

Del análisis de bode del sistema y controlador a lazo cerrado, se obtiene un ancho de banda de 0,48Hz.

Por fines prácticos de implementación, se utiliza la misma frecuencia de muestreo que para el control de velocidad.

L. Discretización del controlador de posición

Un controlador puramente proporcional, no requiere aproximación, entonces:

$$u_{[k]} = 0,22.e_{[k]}$$

M. Ensayos del regulador digital

Se registraron distintas respuestas del sistema para distintos valores del controlador, a través de la señal del tacogenerador.

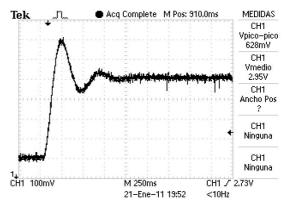


Fig.21.Respuesta de velocidad a 18rpm, sin freno y con menor ganancia

N. Conclusiones

Para la correcta identificación de un sistema, se debe ensayar el mismo adquiriendo la respuesta frente a una entrada tipo escalón, ya que en ella se encuentran reflejados los efectos de las posibles alinealidades de la planta. Un análisis más exhaustivo de la misma, a través de mediciones parciales, otorga un mayor conocimiento sobre el modelo matemático y la cantidad de polos y ceros involucrados en el mismo, pero incluir todas las mediciones parciales y despreciar las alinealidades puede incursionar en error (Fig.13).

Para sistemas en los que no sea posible inyectar una señal tipo escalón, se deberá emplear técnicas estadísticas con mediciones sobre la planta, junto a los resultados de los ensayos parciales que se puedan realizar.

Los controladores digitales implementados en la planta real, poseen una sobre-oscilación (overshoot) de 3,4 % en lugar de lo especificado, que puede atribuirse a la incertidumbre de los procesos de medición.

Se verificó mediante ensayos de laboratorio, diversos comportamientos amortiguamiento (Fig.21) y rechazo a las perturbaciones con la adecuación de la modulación PWM.

IV. REFERENCIAS

- [1] Cuadernos de aplicaciones técnicas de ABB. Nº6
- [2] Extraído del apunte "Control en cascada de un motor de corriente continua" de la materia Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Oviedo. Docente: Juan Manuel Guerrero Muñoz
- [3] Sistemas de Control Moderno 10^a Ed. Autores: Dorf, Bishop. Editorial: Pearson Prentice Hall
- [4] Fricción estática y fricción dinámica http://es.wikipedia.org/wiki/Fricci%C3%B3n
- [5] ABC de Matlab y Simulink para Ciencias Aplicadas e Ingeniería. Autor: G. Gil. Editorial: CEIT
- [6] Corrientes de Foucault
 - http://es.wikipedia.org/wiki/Corriente de Foucault
- [7] Modulación por ancho de pulso, PWM (pulse-width modulation) http://es.wikipedia.org/wiki/Modulaci%C3%B3n_por_ancho_de_pulsos
- [8] Feedback Control of Dynamics Systems 4^a Ed. Autor: G. Franklin. Editorial: Prentice Hall