

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ	2
1 Общая характеристика работы.....	3
1.1 Актуальность работы	3
1.2 Цель и задачи работы	3
1.3 Научная новизна	4
1.4 Достоверность полученных результатов.....	4
1.5 Практическая значимость работы.....	5
2 Содержание выпускной квалификационной работы	6
2.1 Структура и объем работы	6
2.2 Задача в случае управления задаваемого угловым ускоре- нием	6
2.2.1 Постановка	6
2.2.2 Решение задачи	7
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	10
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	11

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении исторического развития всех прикладных наук исследователям и ученым приходится решать массу задач, связанных с поиском наилучшего из возможных решений [1]. В математике данная проблема находит свое отражение в поиске наилучших (оптимальных) решений, включая все задачи на максимум и минимум. К теории оптимального управления относятся те из них, где решение имеет некоторую протяженность во времени или в пространстве.

Таким образом, многие технические задачи связаны с рассмотрением так называемых оптимальных процессов, характеризуемых тем, что процесс управления некоторым техническим объектом должен быть в каком-то определенном смысле наилучшим («оптимальным»), например время или работа, затраченные для достижения определенного состояния, должны быть наименьшими.

В данной работе была рассмотрена и решена несколько задач, касающихся оптимального управления траекторией космического аппарата с условием остановки аппарата в конце траектории, то есть его торможения.

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Актуальность проблемы оптимального управления космическим аппаратом обусловлена быстрыми темпами развития астромеханики, и высокой прикладной значимостью исследуемого процесса переориентации космического аппарата. Исследованию проблем переориентации спутника в атмосфере посвящено значительное число работ как российских ученых, так и ученых других стран. Можно отметить работы Сапункова, а также сотрудников кафедры математического моделирования Саратовского государственного университета. В отличие от указанных работ в данном дипломном проекте предпринимается попытка решения задачи переориентации спутника с одновременным отсечением и конечной остановкой.

Цель и задачи работы

Целью данной дипломной работы является создание комплекса алгоритмов, моделей, реализованных в виде соответствующего программного обеспечения, предназначенного для решения задачи оптимального торможения космического аппарата и исследованию параметров задачи. Поставленной цели соответствуют следующие поставленные задачи:

- составление и решение краевой задачи управления ориентацией космического аппарата с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина
- минимизировать время, требуемое на перевод тела в нужное положение
- решить задачу численно при помощи метода Ньютона
- построить зависимость компонент кватерниона, углов Эйлера, оптимального управления и вектора угловой скорости для различных параметров задачи
- проанализировать влияние параметров задачи на сходимость метода Ньютона

Кроме того, в дополнение к реализации непосредственной модели оптимального торможения космического спутника, должна быть создана библио-

тека операций над кватернионами, матрицами и векторами, а так же некоторыми методами численного интегрирования и дифференцирования с целью обеспечения гибкости полученной модели и ее легкой переносимости на другие смежные задачи - например, для нахождения оптимальной в смысле энергозатрат траектории.

Для решения поставленных задач предполагается использования упомянутых методов и теорий, определяющим фактором выбора данных методик является их распространенное успешное применение при решении подобных задач. Кроме того, использование метода Ньютона - является следствием поставленной цели исследования, а именно изучение параметров и их влияния на сходимость данного метода в контексте данной задачи.

Научная новизна

На основании работы (ссылка:статья Панкратова) было продемонстрировано построение решения с использованием принципа максимума Понтрягина задачи торможения, таким образом не для фиксированного времени, которое являлось искомым. Полученные численные алгоритмы были смоделированы с помощью разработанного комплекса модулей на языке программирования C#

Достоверность полученных результатов

Данный аспект работы подтверждается следующими фактами:

1. Корректным использованием методов теории оптимального управления, алгебры кватернионов и других научных дисциплин при формировании математических моделей и методов, примененных при исследовании задач, решаемых в данной работе.
2. Анализом полученных данных при математическом моделировании.
3. Близостью полученных в работе численных решений результатам, известным по технической литературе.

Практическая значимость работы

Значимость данной работы состоит в получении следующих конкретных результатов: Разработано методическое и программно - математическое обеспечение для решения задачи определения оптимальной траектории, позволяющей совершить максимально быстрое торможение.

- разработано методическое и программно - математическое обеспечение для решения задачи определения оптимальной траектории, позволяющей совершить максимально быстрое торможение КА;
- полученные в ходе решения программные модули могут быть использованы при решении подобных задач.

Содержание выпускной квалификационной работы

Структура и объем работы

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. Содержит 64 страницы, в том числе 8 рисунков. Список литературы включает 13 наименований. В первой главе приводится теоретическое описание кватернионной алгебры и выкладки теории принципа Л.С.Понтрягина, касаемые непосредственно решаемой задачи. Затем приведены две задачи на нахождение времени торможения космического аппарата. Во второй главе подробно описаны используемые численные методы решения поставленных задач, рассмотрен их численный процесс решения и приведен сравнительный анализ полученных результатов.

Формулировка и краткий обзор решения одной из задач представлен ниже. Кроме того, представлены некоторые полученные результаты

Задача в случае управления задаваемого угловым ускорением

Постановка

Рассмотрим случай задачи, в которой искомое управление будет определяться угловым ускорением космического аппарата. Уравнение движения имеет вид:

$$2\dot{\omega} = u, \quad (2.1)$$

$$\omega^0 = \omega(0), \quad (2.2)$$

$$\omega^t = \bar{0}, \quad (2.3)$$

Вектор u определяет угловое ускорение аппарата в инерциальной системе координат. Мы считаем, что космический аппарат в конечный момент времени должен иметь нулевую скорость. Кроме того, необходимо учитывать ограни-

чения на ускорение(траекторию аппарата):

$$|u(t)| \leq u^{max}, \Leftrightarrow -u^{max} \leq \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \leq u^{max} \quad (2.4)$$

Конечное время T торможения в данном случае нефиксировано, и задача должна быть сведена к его определению. После определения значений вектора скоростей космического аппарата ω - придать изменение скоростей к заданному начальными условиями угловому положению космического аппарата, выраженным кватернионным уравнением [2]:

$$2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}, \quad (2.5)$$

$$\lambda^0 = \lambda(0), \quad (2.6)$$

и определить конечное угловое положение аппарата по окончании торможения.

Решение задачи

Для построения оптимального в смысле быстродействия решения задачи, заданной уравнением (2.1), торможения космического аппарата воспользуемся принципом максимума. А именно, построим гамильтониан (функцию Гамильтона) доставляющий минимум функционалу по времени согласно теории принципа максимума Понтрягина:

$$H(\omega(t), u, t, \Psi) = -1 + \sum_{i=1}^3 \Psi_i u_i, \quad (2.7)$$

Заметим, что компоненты вектор Ψ - это сопряженные величины. Задача имеет аналитическое решение при фиксированном времени T , в силу постоянной правой части, так как вектор сопряженных величин составляется произволь-

ным образом. Решим векторное дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned}
\omega &= C \cdot t + C_1, \\
\omega(0) &= \omega^0 = C_1, \\
\omega(T) &= 0 = C \cdot T + \omega^0, \quad C = -\frac{\omega^0}{T} \\
\omega &= -\frac{\omega^0}{T} \cdot t + \omega^0 = \omega^0 \left(1 - \frac{t}{T}\right),
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Далее полученное решение, определяющее изменение скорости космического аппарата, используем для определения углового вращения тела в конечный момент времени T :

$$2\dot{\bar{\lambda}} = \bar{\lambda} \circ \bar{\omega}, \tag{2.9}$$

$$\lambda^0 = \lambda(0), \tag{2.10}$$

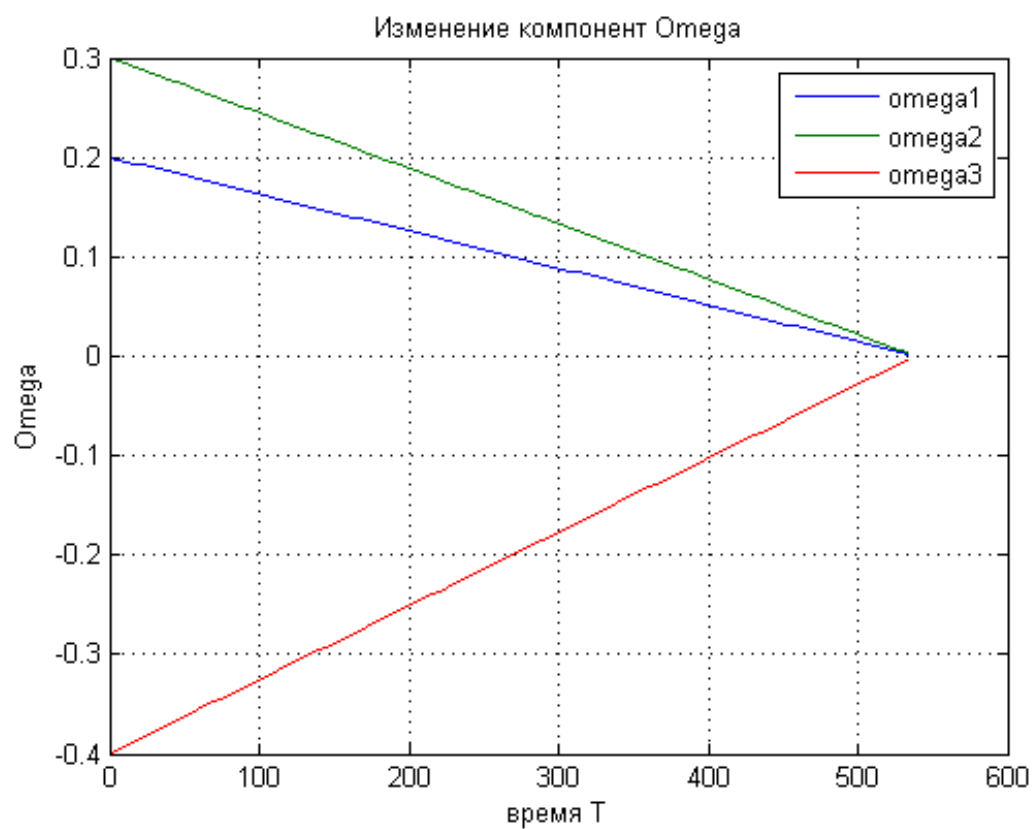
$$\lambda^t = \lambda(T), \tag{2.11}$$

Решая данную задачу методом описанным в разделе, посвященному краевой кватернионной задаче, получим искомую позицию разворота аппарата в момент остановки. Поиск конечного времени T , и интегрирование системы векторных дифференциальных уравнений (2.9) проводится численно, с использованием начальных переменных T^0, Ψ^0 .

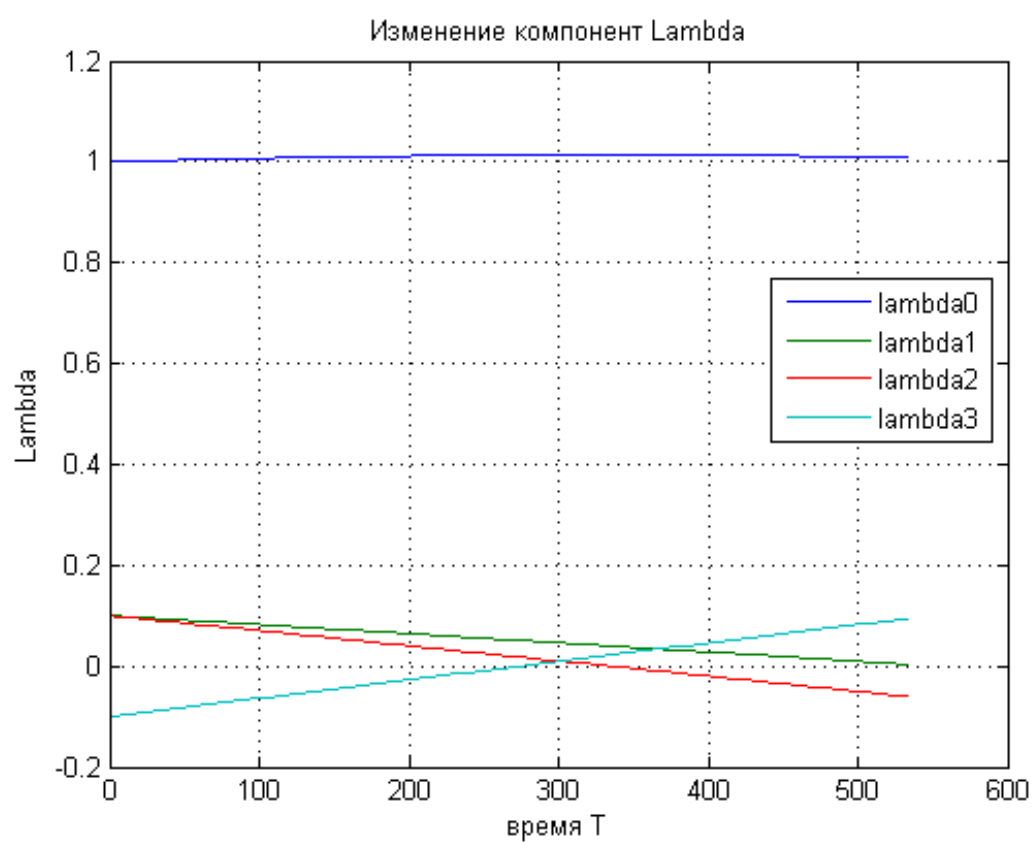
Приведем конкретный пример, процесс решения которой был подробно приведен в дипломном проекте.

Задача. Расчитать время торможения и траекторию космического аппарата совершающего оптимальное по быстродействию торможение с начальной скоростью $\omega^0 = \{0.2, 0.3, -0.4\}$ с точностью $\varepsilon = 0.00000001$ при ограничении на траекторию $\omega^{max} = 0.001$. Показать конечное угловое положение тела при найденном времени остановки, если начальное положение задается кватернионом: $\lambda^0 = \{1, 0.1, 0.1, -0.1\}$. Принять за начальные приближения $\Psi = \{-0.2, 0.2, -0.2\}$ и $T = 100$.

Результат. В результате решения было получено значение времени $T = 538.516480$ конечной остановки КА.



Зависимость изменения угловых скоростей от времени.



Зависимость изменения компонент кватерниона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе проведено исследование проблемы оптимизации управления космического аппарата, а также разработана система на языке C#, позволяющая получать оптимальную по быстродействию траекторию торможения КА.

В ходе решения задач, заявленных в данной работе, были получены следующие результаты:

- проведено исследование принципа максимума Л.С. Понтрягина и его прикладное применение при решении задач оптимизации
- рассмотрена теория применения кватернионов при описании углового движения КА и разработана библиотека, позволяющая использовать данную методику при решении любых сопутствующих задач
- рассмотрена задача торможения КА в случае управления, задаваемого с помощью угловой скорости, и приведен алгоритм ее численного решения
- рассмотрена задача торможения КА в случае управления, задаваемого с помощью углового ускорения, приведен алгоритм ее численного решения, и при необходимых условиях построено аналитическое решение.
- разработан комплекс методов численного исчисления, применимый к решению поставленных задач, и задач смежного плана: метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений, метод Рунге-Кутты численного дифференцирования, метод Гаусса решения СЛАУ с выбором главного элемента по всей матрице
- произведен сравнительный анализ полученных данных

Таким образом, на основе разработанных в работе алгоритмов и математических моделей решена практическая задача получения оптимального, в смысле быстродействия, управления для торможения космического аппарата, совершающего некоторое вращение на орбите.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андреев Н. Н., Коновалов С. П., Панюнин Н. М. Математическая составляющая. — М.: Фонд, 2015. — С. 151.
2. Челноков Ю. Н. Применение кватернионов в задачах оптимального управления движением центра масс космического аппарата в ньютоновском гравитационном поле. Ч. 1 // Космические исследования. — 2001. — Т. 39, № 5. — С. 502–517.