



## Abstract

En esta Practica analizaremos la complejidad del algoritmo de la multiplicación secuencial de matrices, así como demostraremos su funcionamiento, daremos un ejemplo de como funciona con matrices aleatorias.

## Palabras Clave

- Algoritmo
- Complejidad
- Multiplicación
- Secuencia
- Dinámica

## 1. Introducción

Divide y Vencerás es una frase que hemos escuchado todos, al menos, una vez en nuestra vida, para nosotros es técnica de diseño de algoritmos, siendo de gran utilidad para nuestra carrera, ya que, los problemas a los que nos enfrentamos día con día son mas faciles de resolver si aplicamos una tecnica de este tipo. De hecho, suele ser considerada una filosofía general para resolver problemas, no solo del termino informatico, sino que también se utiliza en muchos otros ámbitos

## 2. Conceptos Básicos

Para la correcta comprensión de este trabajo, es necesario definir algunos términos tales como  $\theta$ ,  $O$  y  $\Omega$ .

$\theta(n)$ :

Sea  $g(n)$  una función. Se define  $\theta(g(n))$  como:

$$\theta(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c_1, c_2 > 0 \ \& \ n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0 \ 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\}$$

$O(n)$ :

Sea  $g(n)$  una función,  $O(n)$  (el peor de los casos) se define como:

$$O(n) = \{f(n) \mid \exists c > 0 \ \& \ n_0 > 0 \mid f(n) \leq C g(n) \ \forall n \geq n_0\}$$

$\Omega(n)$ :

Sea  $g(n)$  una función. Se define  $\Omega(g(n))$  (el mejor de los casos) como:

$$\Omega(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c > 0 \ \& \ n_0 > 0 \mid 0 \leq c g(n) \leq f(n) \ \forall n \geq n_0\}$$

Dentro del trabajo solo se observará la ejecución del algoritmo de multiplicación secuencial de matrices, corroborando la salida del programa, con el resultado esperado, posteriormente se planteará la demostración de la función que rige el algoritmo.

### 3. Experimentación y Resultados

#### 3.1. 1 Implementar el algoritmo de multiplicación secuencial de matrices

i) Como entrada el algoritmo tendrá  $n$  matrices  $A_i$  de tamaño  $p_{i-1} \times p_i$ .

```
ArrayList<Integer> m = new ArrayList<Integer>();  
m.add(3);  
m.add(5);  
m.add(6);  
m.add(5);  
m.add(3);  
m.add(3);
```

Figura 1. Entrada de 5 matrices.

**Entrada :** 3,5,6,5,3,3 (Hace referencia implícitamente a cinco matrices  $A_i = A_{3 \times 5}$ ,  $A_2 = A_{5 \times 6}$ ,  $A_3 = A_{6 \times 5}$ ,  $A_4 = A_{5 \times 3}$ ,  $A_5 = A_{3 \times 3}$ ).

ii) Como salida, se mostrará la configuración de paréntesis que genera el algoritmo.

```
"C:\Program Files\Java\jdk1.8.0_101\bin\java" ...  
Solucion optima: ((A1(A2(A3A4)))A5)
```

Figura 2. «Parentizacion» optima para las 5 matrices.

iii) Además se mostrarán todas las configuraciones de paréntesis y se corroborará que la generada en el punto ii) en efecto, es la óptima .

```
Soluciones posibles
Sol.0 (A1 (A2 (A3 (A4A5) ) ) )
270 operaciones escalares

Sol.1 (A1 (A2 ( (A3A4) A5) ) )
279 operaciones escalares

Sol.2 (A1 ( (A2A3) (A4A5) ) )
315 operaciones escalares

Sol.3 (A1 ( (A2 (A3A4) ) A5) )
270 operaciones escalares

Sol.4 (A1 ( ( (A2A3) A4) A5) )
315 operaciones escalares

Sol.5 ( (A1A2) (A3 (A4A5) ) )
279 operaciones escalares

Sol.6 ( (A1A2) ( (A3A4) A5) )
288 operaciones escalares

Sol.7 ( (A1 (A2A3) ) (A4A5) )
315 operaciones escalares

Sol.8 ( ( (A1A2) A3) (A4A5) )
270 operaciones escalares

Sol.9 ( (A1 (A2 (A3A4) ) ) A5)
252 operaciones escalares

Sol.10 ( (A1 ( (A2A3) A4) ) A5)
297 operaciones escalares

Sol.11 ( ( (A1A2) (A3A4) ) A5)
261 operaciones escalares
```

Figura 3. Todas las configuraciones.

Ejemplo. **Entrada** : 3,5,2,2 (Hace referencia implícitamente a tres matrices  $A_i = A_{3 \times 5}$  ,  $A_2 = A_{5 \times 2}$ ,  $A_3 = A_{2 \times 2}$ ).

**Salida** :

La configuración que genera el algoritmo de multiplicación de una secuencia de matrices es:  $((A_1 A_2) A_3)$ .

Muestra todas las configuraciones y las operaciones escalares realizadas.

$(A_1(A_2 A_3))$  realiza 20 operaciones escalares

$((A_1 A_2) A_3)$  realiza 42 operaciones escalares

Por lo tanto una configuración óptima es  $((A_1 A_2) A_3)$ .

## 4. Conclusión

La ideología de divide y vencerás hace el problema más mas sencillo de analizar, pero no siempre se está seguro que la solución presentada sea la más óptima.

Es importante dejar claro que el analisis de algoritmos es una parte muy importante de la carrera, ya que los vamos a utilizar SIEMPRE, dicho esto es importante recalcar que no todos los algoritmos pueden ser la mejor opcion.

Por eso es fundamental saber obtener los mejores resultados para simplificar tareas grandes, obteniendo así un ahorro tanto en tiempo como en recursos.

## 5. Anexos

**Problema :** Utilizando método por sustitución muestre que la ecuación de recurrencia  $P(n) = \sum_{k=0}^{n-1} P(k)P(n-k)$  si  $n \geq 2$  y  $P(1)=1$  cumple con la definición 1.5  $\Omega(2^n)$

## 6. Bibliografía

- Brassard, G. (1997). Fundamentos de Algoritmia. España: Ed. Prentice Hall. ISBN 848966000X
- Harel, D. (2004). Algorithmics: The spirit of Computing (3rd. Ed). Estados Unidos de América: Addison Wesley. ISBN-13: 978-0321117847