

Computergrafik

Mitschrift von

Markus Vieth

29. November 2016

Vorwort

Dieses Skript basiert auf unserer Mitschrift der Vorlesung Datenstrukturen und effiziente Algorithmen (DSeA) im WS 2015/16 an der JGU Mainz (Dozent: Prof. Dr. E. Schömer).

Es handelt sich nicht um eine offizielle Veröffentlichung der Universität.

Wir übernehmen keine Gewähr für die Fehlerfreiheit und Vollständigkeit des Skripts.

Fehler können unter [Github](#) gemeldet werden. Die aktuelle Version dieses Skriptes ist ebenfalls auf [Github](#) zu finden.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----------|
| Vorwort | i |
| 1 VBO | 1 |
| 1.1 Baryzentrische Koordinaten | 2 |
| 1.2 Texturen | 3 |
| 1.2.1 Mipmap | 3 |
| 1.3 Orthogonalprojektion | 5 |
| 1.4 Perspektivische Projektion | 6 |

1 VBO

| | Kartesische Koord. | Farben | Textur-Koord. | Normal |
|-----------|----------------------|-----------------|---------------|------------------|
| v_0 | x_0, y_0, z_0, w_0 | r_0, g_0, b_0 | s_0, t_0 | u_0, v_0, w'_0 |
| v_1 | | | | |
| \vdots | | | | |
| v_{n-1} | | | | |

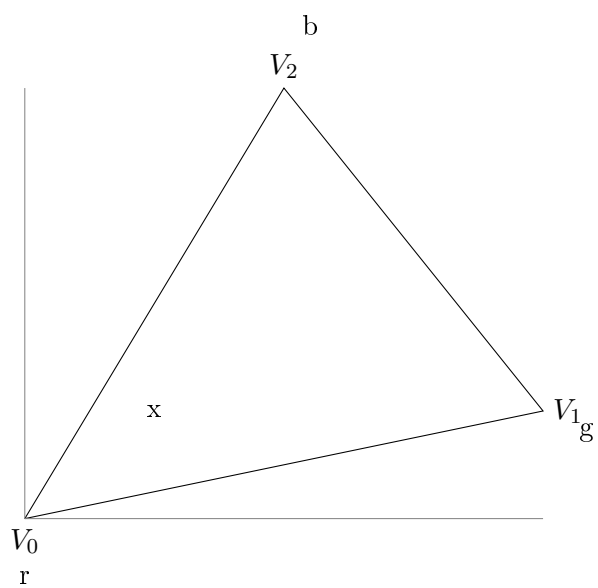


Abbildung 1.1: Beispiel Raster?

1.1 Baryzentrische Koordinaten

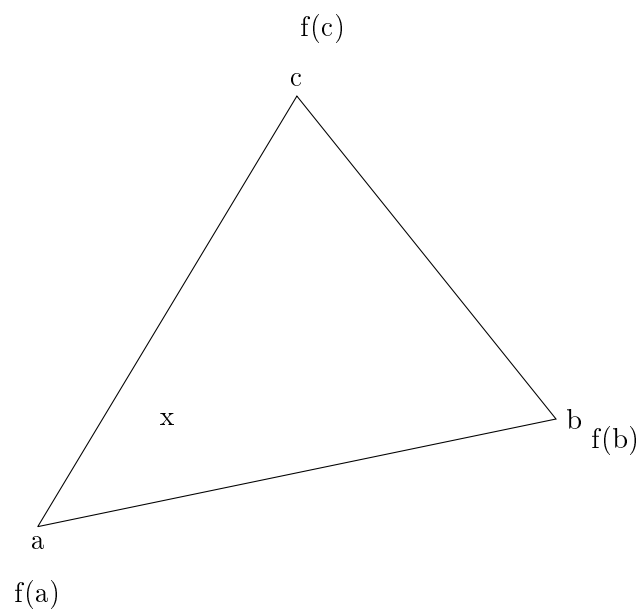


Abbildung 1.2: Baryzentrisches Koordinatensystem

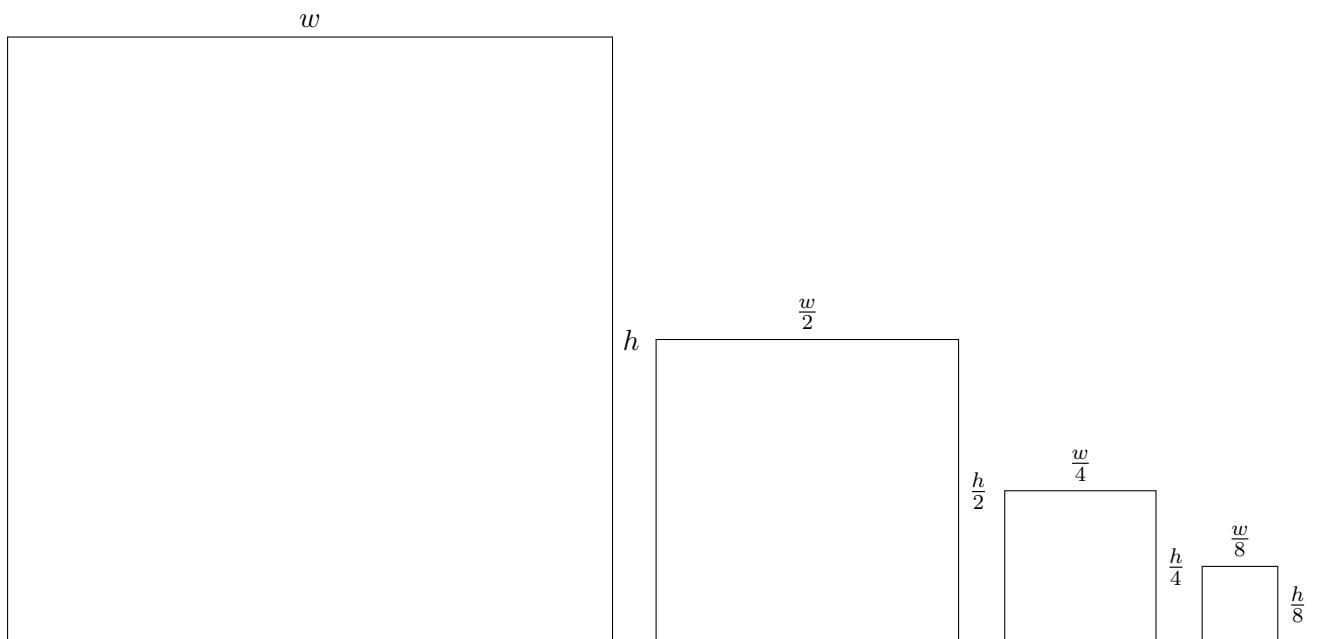
$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \alpha \cdot a + \beta \cdot b + \gamma \cdot c \wedge \alpha + \beta + \gamma = 1$$

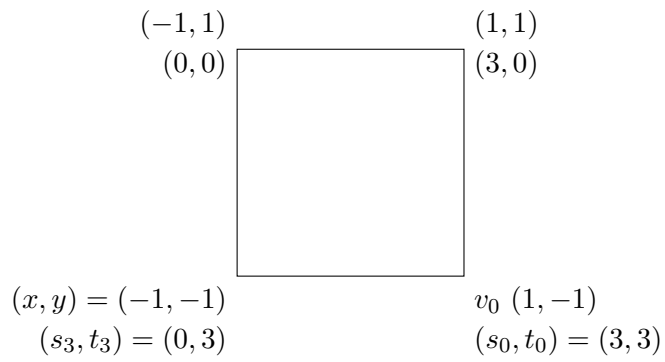
$$\Rightarrow f(x) = \alpha \cdot f(a) + \beta \cdot f(b) + \gamma \cdot f(c)$$

1.2 Texturen

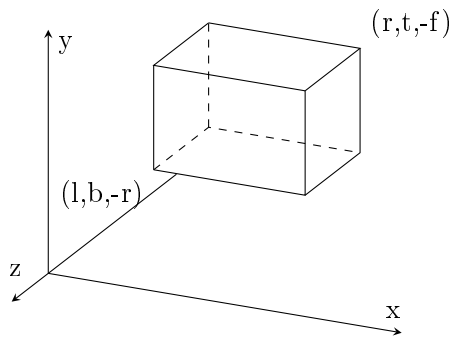
1.2.1 Mipmap



$$S = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^i = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

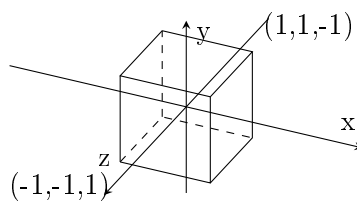


1.3 Orthogonalprojektion



$$\begin{aligned}
 x &\in [l, r] \\
 y &\in [b, t] \\
 z &\in [-f, -n]
 \end{aligned}$$

Sichtquader \rightarrow Einheitsquader



$$\begin{aligned}
 x' &\in [-1, 1] \\
 y' &\in [-1, 1] \\
 z' &\in [-1, 1]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x' &= a\alpha \cdot x + \beta \\
 l &\mapsto -1, \quad r \mapsto 1
 \end{aligned}$$

$$(1) \quad -1 = \alpha \cdot l + \beta$$

$$(2) \quad 1 = \alpha \cdot r + \beta$$

$$(2) - (1) \quad 2 = \alpha \cdot r - \alpha \cdot l \Rightarrow \alpha = \frac{2}{r-l}$$

$$1 = \frac{2 \cdot r}{r-l} + \beta$$

$$\beta = 1 - \frac{2r}{r-l} = \frac{r-l-2r}{r-l} = -\frac{r+l}{r-l}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix}_{\text{NDS}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & \frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & \frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{f-n} & -\frac{f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_Q \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

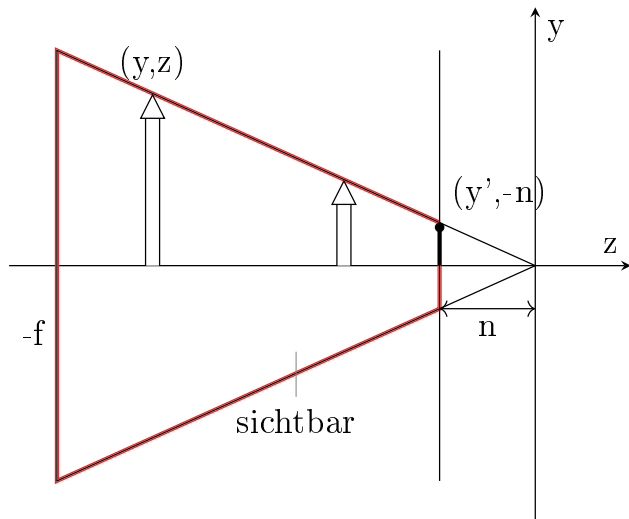
$$z' = -\frac{2}{f-n}z - \frac{f+n}{f-n}$$

$$z = n \quad z* = \frac{2n - (f+n)}{f-n} = \frac{n-f}{f-n} = -1$$

$$-n \mapsto -1, \quad -f \mapsto 1$$

Qmatrix4x4.ortho(1,n,b,t,n,f);

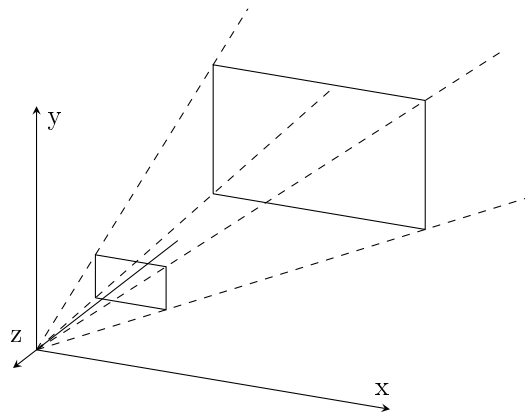
1.4 Perspektivische Projektion



$$\frac{y'}{-n} = \frac{y}{z}$$

$$y' = -\frac{n \cdot y}{z}$$

Sichtpyramide \rightarrow Einheitswürfel



$$y' = -\frac{n \cdot y}{z}$$

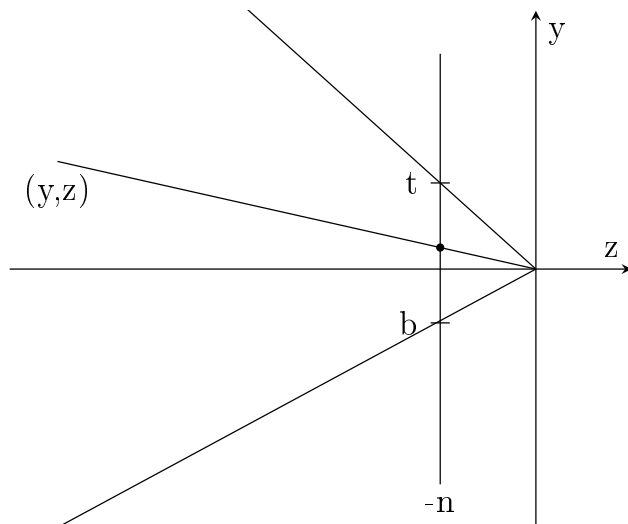
\cap

$$[b, t] \mapsto [-1, 1]$$

$$y'' = \alpha \cdot y' + \beta$$

$$y'' = \frac{2}{t \cdot b} \cdot y' - \frac{t+b}{t-b}$$

$$y'' = \frac{-2n}{t-b} \cdot \frac{y}{z} - \frac{t+b}{t-b}$$



$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Dehomogenisierung}} \begin{pmatrix} \frac{x}{w} \\ \frac{y}{w} \\ \frac{z}{w} \\ w \end{pmatrix}$$

homogene Koord. Kartesische koord.

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \\ w'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & -\frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y'' = \frac{2n}{t-b} \cdot y + \frac{t+b}{t-b} \cdot z$$

$$w'' = -z$$

$$\frac{y''}{w''} = \frac{2n}{t-b} \frac{y}{(-z)} + \frac{t+b}{t-b} \frac{z}{(-z)}$$

$$z''' = \frac{z''}{w''} = \frac{\alpha \cdot z + \beta}{-z} = -\alpha - \frac{\beta}{z}$$

$$-n \mapsto -1, \quad -f \mapsto 15$$

$$-\alpha - \frac{\beta}{-n} = -1$$

$$-\alpha - \frac{\beta}{-f} = 1$$

$$-\alpha + \frac{\beta}{n} = -1(1)$$

$$-\alpha + \frac{\beta}{f} = 1(2)$$

$$\frac{\beta}{f} - \frac{\beta}{n} = 2(2) - (1)$$

$$\beta \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{n} \right) = 2$$

$$\beta \left(\frac{n-f}{fn} \right)$$

$$\beta = \frac{-2nf}{f-n}$$

$$\alpha = \frac{\beta}{f} - 1 = -\frac{2n - (f-n)}{f-n} = \frac{f+n}{f-n}$$

$$p' = \underset{\substack{\textcircled{2} \\ \uparrow \\ \text{Drehung um} \\ \text{die Welt-x-Achse}}}{R_{\vartheta,x}} \cdot \underset{\substack{\textcircled{1} \\ \uparrow \\ \text{Drehung um} \\ \text{die Welt-y-Achse}}}{R_{\varphi,y}} \cdot p$$

