Graphenalgorithmen
Blatt 10

Markus Vieth Christian Stricker

6. Februar 2017

1 Aufgabe 1: Weighted-Circuit-Satisfiability(WCS) (5+5=10 Punkte)

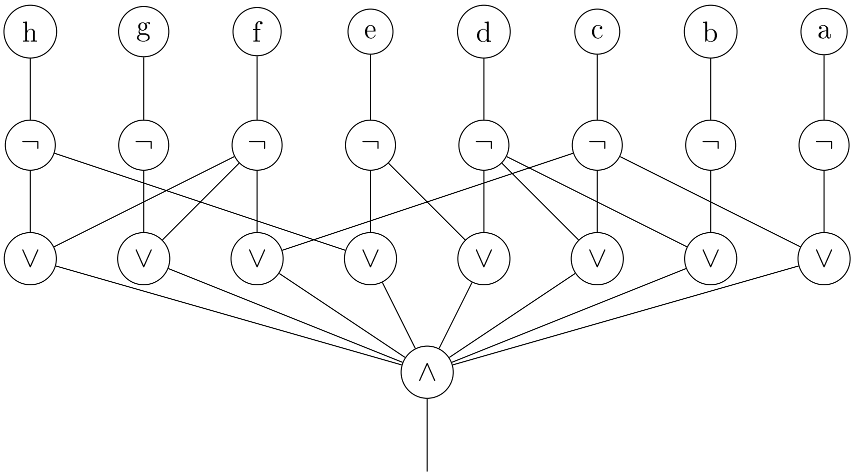

Abbildung 1: a

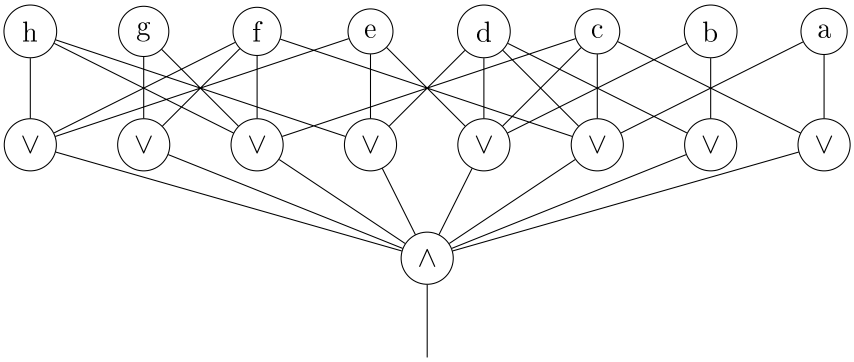

Abbildung 2: b

2 Aufgabe 2: Parametrisierte-Reduktion (10 Punkte)

Es sei als Eingabe:WCS$[C_{t,ds}]$

$$C = \{S_1, \ldots, S_n\} \qquad \text{with } X = \bigcup_{S \in C} S = \{x_1, \ldots, x_m\}$$

Ich definiere den Graphen:

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, \ldots, n, x_1, x_2, \ldots, x_m\}$$

$$E = \{(i, j) : 1 \leq i < j \leq n\} \cup \{(i, x) : 1 \leq i \leq n \wedge x \in S_i\}$$

Somit sind die Knoten 1 bis n vollständig verbunden, während die Knoten x_1 bis x_m nicht untereinander verbunden sind.
Ein gegebenes dominating set $W \subseteq V$ von G kann nun wie folgt in ein Set Cover umgewandelt werden:

1. Nimm einen Knoten $x_i \in W$
2. Ersetzte in mit einem Knoten $v \in \{i : (i, x_j) \in E\}$ (wir erhalten weiterhin ein dominating set identischer Größe)
3. Wiederhole Schritte 1 und 2 bis kein x_j mehr in W vorhanden ist.
4. Konstruiere eine Lösungsmenge für X mit $\{S_i \in C : i \in W\}$. Offensichtlich hat dieses Set die Größe $|W|$

Wir können für jedes Set Cover $C' \subseteq C$ ein dominating set $W \subseteq V$ der selben Größe konstruieren, indem wir die Knotenmenge $\{i : S_i \in C'\}$ hinzufügen.

3 Aufgabe 3: WCS -Definition (10+10=20 Punkte)

3.1 a

Große Knoten lassen sich auf kosten der Baumtiefe in kleine Knoten aufteilen. Dabei steigt die Baumtiefe logarithmisch.

3.2 b

Aus der Teilaufgabe a folgt:
Für $t, d \geq 1, s \geq 2$ existiert eine parametrisierte Reduktion von WCS$[C_{s,t,d}]$ auf WCS$[C_{t,ds}]$. Somit folgt, dass ein Problem, dass auf WCS$[C_{s,t,d}]$ parametisiert reduzierbar ist für ein festes s auch auf WCS$[C_{t,ds}]$ reduzierbar ist. Somit gilt die Behauptung.