# Machine Learning
# Blatt 10

Markus Vieth David Klopp Christian Stricker

6. Juli 2016

## Maximum Margin Hyperplane - Dimensionality

Sei $x_1$ eine Instanz der Klasse 1 und $x_2$ eine Instanz der Klasse 2.
Hyperebene: $f(x) = (w \cdot x) + b$
Bedingung: $|y((w \cdot x) + b)| = 1$
Größe der Margin: $\frac{w}{||w||} \cdot (x_1 - x_2)$
Herleitung des Optimierungsproblems:

$$f(x_1) - f(x_2) = 2 = w \cdot x_1 + b - w \cdot x_2 - b = w \cdot (x_1 - x_2)$$

$$\Rightarrow \text{zu maximieren: } \frac{w}{||w||} \cdot (x_1 - x_2) = \frac{2}{||w||}$$

Daraus folgt, dass je eine Instanz pro Klasse ausreicht, um das Optimierungsproblem der maximum-margin Hyperplane zu definieren und somit eine eindeutige Lösung zu erhalten.

## Maximum Margin Hyperplane - Constraint

$$I) \quad y_n(w_1^T \Phi(x_n) + b_1) \geq 1$$

$$II) \quad y_n(w_2^T \Phi(x_n) + b_2) \geq \gamma$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_n(w_2^T \Phi(x_n) + b_2)}{\gamma} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow y_n \left( \frac{w_2^T}{\gamma} \Phi(x_n) + \frac{b_2}{\gamma} \right) \geq 1$$

$$Mit \quad I \quad in \quad II:$$

$$\Leftrightarrow y_n \left( \frac{w_2^T}{\gamma} \Phi(x_n) + \frac{b_2}{\gamma} \right) = y_n(w_1^T \Phi(x_n) + b_1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{w_2^T}{\gamma} \Phi(x_n) + \frac{b_2}{\gamma} = w_1^T \Phi(x_n) + b_1$$

$$\Rightarrow \frac{w_2^T}{\gamma} \Phi(x_n) = w_1^T \Phi(x_n)$$

$$\gamma^{-1} w_2^T \Phi(X_n) = w_1^T \Phi(x_n) \quad \wedge \quad w_1 \cdot \gamma = w_2$$

$$\Rightarrow \Phi(x_n) = \Phi(x_n)$$

$$q.e.d$$