TEORÍA DE SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS Y UN CASO DE APLICACIÓN CON ETFS

Gustavo Amador Fonseca C20451
Fabián Brenes Thomas C21380
Marco Guardia Ortiz C23521
Laura Villacís Delgado C28386

Introducción

- ¿Qué es un portafolio?
- Uso de ETFs en portafolios
- En la metodología se explica optimización de Markowitz, se da un enfoque de Von Neumann-Morgenstern y se incorpora las preferencias según su aversión al riesgo.
- Se hace uso de las restricciones como límites en activos, ventas en corto y apalancamiento

METODOLOGÍA

Metodología

Markowitz

Objetivo es encontrar la combinación ideal de activos que maximice el retorno esperado para un nivel dado de riesgo, o, de manera equivalente, que minimice el riesgo para un retorno esperado específico. Esto se logra asignando pesos a cada activo en el portafolio.

Definiciones:

- **w** = Vector pesos de cada activo del portafolio, suman 1.
- **μ** = Vector retornos esperados.
- **Σ** = Matriz de covarianza

$$w = [w_1, \ldots, w_n]$$

$$\hat{\mu} = [\hat{\mu}_1, \ldots, \hat{\mu}_m]$$

Utilizando los retornos esperados y la matriz de covarianza, se calcula el retorno esperado del portafolio como $\hat{\mu_w} = w^T \hat{\mu}$ y su varianza como $\hat{\sigma_w^2} = w^T \hat{\Sigma} w$

Metodología

Markowitz

Minimizar varianza: Para un nivel deseado de retornos μ_0 se plantea el problema de minimización

$$\begin{aligned} \min \quad & \hat{\sigma_w^2} = w^T \hat{\Sigma} w \\ \text{sujeto a} \quad & w^T R = \mu_0, \\ & \sum_{i=1}^{m} w_i = 1. \end{aligned}$$

Maximizar retorno: Para un nivel deseado de varianza se plantea el problema de maximización

$$\begin{aligned} \max \quad & \hat{\mu_w} = w^T \hat{\mu} \\ \text{sujeto a} \quad & w^T \hat{\Sigma} w = \sigma_0^2, \\ & \sum_{i=1}^{m} w_i = 1. \end{aligned}$$

Metodología

Funciones de utilidad

En lugar de maximizar los retornos, se puede maximizar la esperanza de una función de utilidad sobre la riqueza.
Se hace un desarollo de taylor alrededor de la esperanza de la riqueza y posteriormente se saca la esperanza y se maximiza la expresión.

$$u(W) \approx u(w_*) + u'(w_*)(W - w_*) + \frac{1}{2}u''(w_*)(W - w_*)^2 + \cdots$$

Coeficiente de aversión al riesgo

$$\lambda_A(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)}$$

$$E[u(W)] \approx E[u(w_*)] + u'(w_*)E[W - w_* - \frac{1}{2}\lambda_A(W - w_*)^2]$$

Metodología

Funciones de utilidad

Maximización de orden 2:

$$\max_{w} \left(w^T \hat{\mu} - \frac{1}{2} \lambda_A w^T \hat{\Sigma} w \right)$$

Maximización de orden 3:

$$\max_{w} \left(w^T \hat{\mu} - \frac{1}{2} \lambda_A w^T \hat{\Sigma} w - \frac{1}{6} \beta_A w^T \cdot S + 3 \cdot w^T \cdot \hat{\Sigma} \cdot w \right)$$

Restricciones

Venta en corto

Un peso positivo significa que se está comprando una parte del activo. En cambio, un peso negativo implica que el inversionista está vendiendo en corto. Por ende si no se permite la venta en corto se debe asegurar:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i$$

Apalancamiento

Permite a un inversor aumentar la cantidad de capital invertido en un portafolio mediante el uso de deuda o fondos prestados

$$w_2 \leq 0$$

Diversificación

Se puede delimitar el peso de cada activo para asegurarnos tener un portafolio diversificado y evitar la dependencia en un activo

$$w_i \leq \alpha \quad \forall i$$

Metodología

Métricas

Sharpe Ratio

El Sharpe Ratio mide los rendimientos del activo con base al riesgo asociado. La fórmula es:

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

- R_p: Retorno promedio del portafolio.
- R_f: Tasa libre de riesgo.
- σ_p: Desviación estándar de los retornos del portafolio

Entre mayor sea el ratio, más se compensa el riesgo

Metodología

Métricas

Roy's Safety First Ratio

Indica que para cierto nivel de riesgo, se necesita un retorno mínimo garantizado. La fórmula es:

$$SFR = \frac{R_p - R_L}{\sigma_p}$$

- R_p: Retorno promedio del portafolio.
- R_L: Retorno mínimo aceptable (nivel de seguridad)
- σ_p: Desviación estándar de los retornos del portafolio

Esta métrica permite cuantificar el retorno extra sobre el mínimo establecido

Metodología

Métricas

Sortino Ratio

El Sortino Ratio mide el rendimiento adicional con respecto al riesgo negativo incurrido:

$$So = \frac{R_p - R_f}{\sigma_n}$$

- R_p:Retorno promedio del portafolio.
- R_f:Tasa libre de riesgo.
- σ_p:Desviación estándar de los retornos del portafolio

Más adecuado para evaluar activos que tienen distribución asimétrica de retornos.

Metodología

Métricas

Treynor Ratio

Calcula el exceso de los retornos sobre la tasa libre de riesgo con respecto al riesgo sistem´atico (riesgo de mercado):

$$T = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

- R_p: Retorno promedio del portafolio.
- R_f: Tasa libre de riesgo.
- β_p: Desviación estándar de los retornos del portafolio

Un Treynor Ratio más alto indica un mejor rendimiento ajustado al riesgo de mercado

Metodología

Métricas

Jensen's Alpha

Mide el retorno extra sobre el retorno esperado según el nivel de riesgo sistemático, utilizando el modelo de valoración de activos financieros (CAPM):

$$\alpha = R_p - [R_f + \beta_p(R_m - R_f)]$$

- α: Jensen's Alpha.
- R_p: Retorno promedio del portafolio.
- R_f: Tasa libre de riesgo.
- β_p: Beta del portafolio.
- R_m: Retorno promedio del mercado.

DATOS

Datos

ETF’s

- **Tecnología:** Technology Select Sector SPDR Fund (XLK), VanEck Semiconductor (SMH).
- **Salud:** Health Care Select Sector SPDR Fund (XLV), Shares Biotechnology ETF (IBB).
- **Finanzas:** Financial Select Sector SPDR Fund (XLF)
- **Internacional:** Vanguard S\&P 500 ETF (VOO)
- **Bienes raíces:** Vanguard Real Estate ETF (VNQ)
- **Energías:** iShares US Energy ETF (IYE)
- **Materias primas**: SPDR Gold Trust (GLD)
- **Mercados emergentes:** iShares Asia ETF 50 (AIA)
- **Tiendas minoristas:** SPDR S\&P Retail ETF (XRT)
- **Consumo:** The Consumer Discretionary Select Sector SPDR (XLY)

RESULTADOS

Supuestos

Conservador

- Rendimiento esperado: 6%
- No se permite apalancamiento ni ventas en corto
- Diversificación de un 10% por activo

Moderado

- Rendimiento esperado: 8%
- No se permite apalancamiento ni ventas en corto
- Diversificación de un 20% por activo

Agresivo

- Rendimiento esperado: 12%
- Se permite apalancamiento y ventas en corto (no más de un 15%)
- No hay diversificación máxima

Pesos del Portafolio

Portfolio	Libre	Prestamo	AIA	GLD	IBB	IYE	SMH
Conservador	86.21	0	0	0	0	0	3.62
Moderado	69.9	0	0	0	0	0	7.72
Agresivo	70.4059	0	-14.997	4.28914	-14.997	-14.997	15.9568

Portfolio	VNQ	VOO	XLF	XLK	XLV	XLY	XRT
Conservador	0	0	0	5.59	4.58	0	0
Moderado	0	0	0	12.29	10.09	0	0
Agresivo	-14.997	14.777	5.81884	13.7972	29.994	12.8874	-7.93841

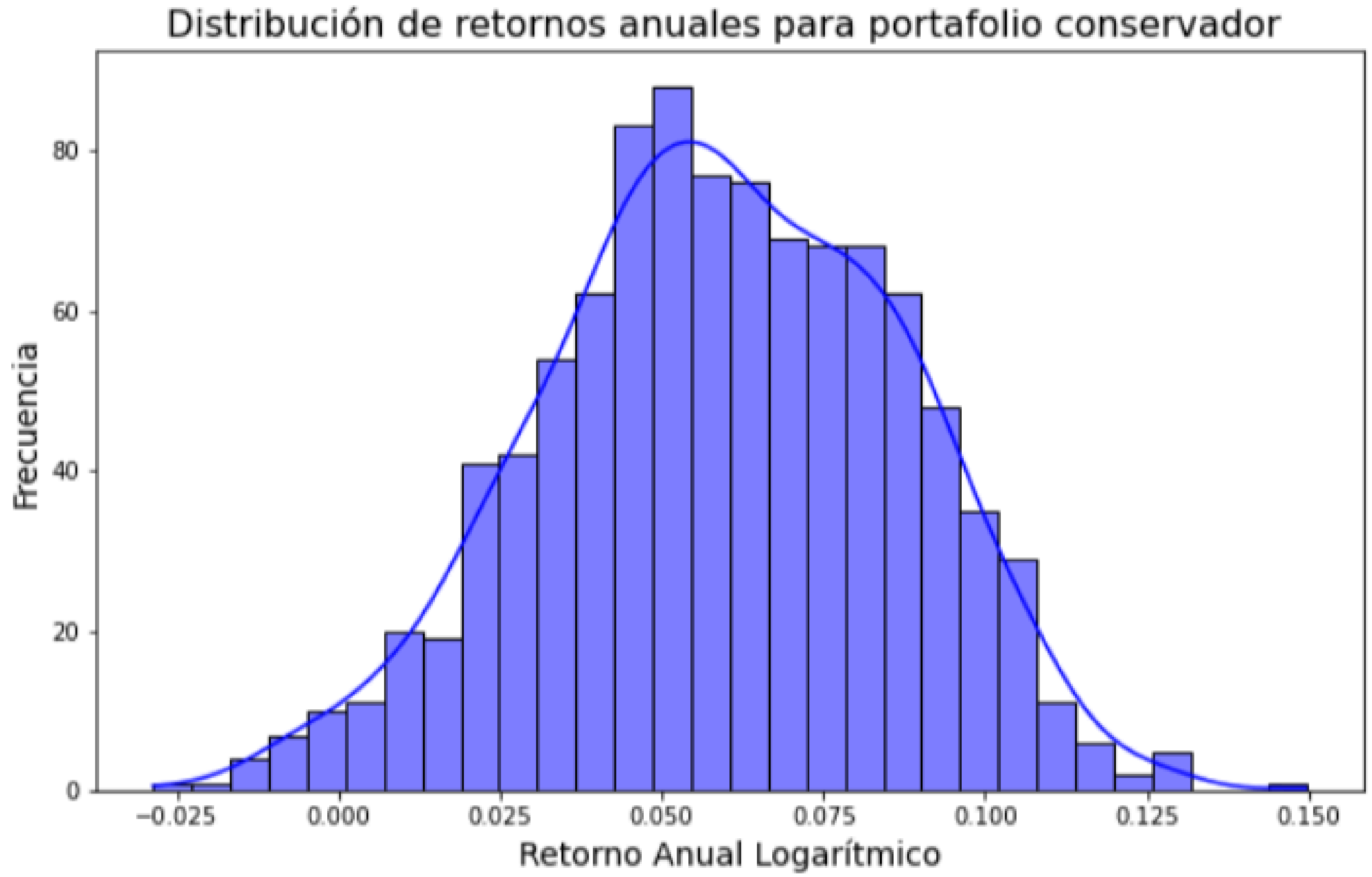
Table 1: Pesos por activo en porcentajes para cada tipo de portafolio

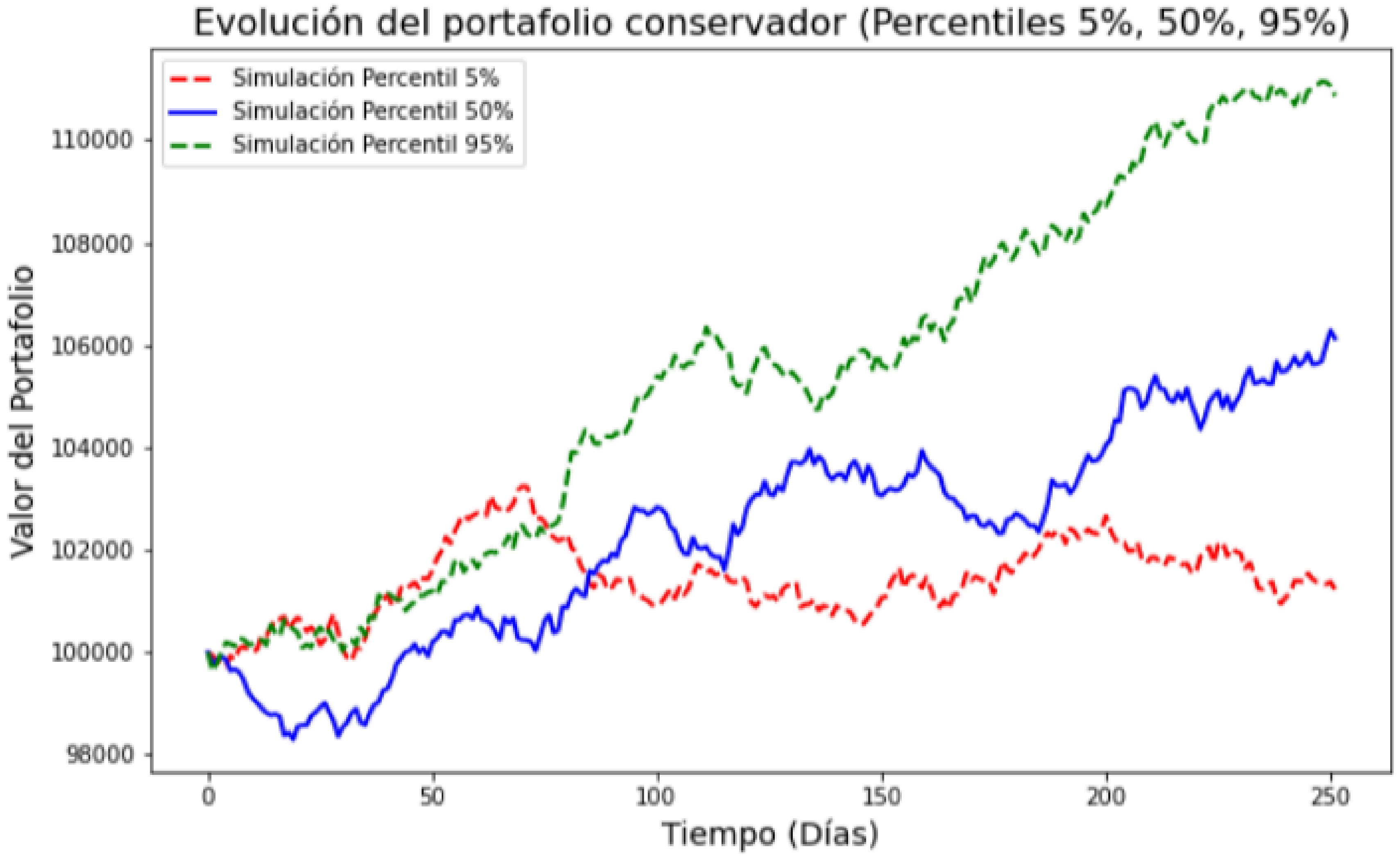
Simulaciones

Portafolio	Retorno E.	Desviación	Retorno (5%)	Retorno (50%)	Retorno (95%)
Conservador	0.0599	2.7168	0.0123	0.0594	0.1032
Moderado	0.0799	5.9134	-0.0247	0.0779	0.1734
Agresivo	0.1199	8.1047	-0.0214	0.1168	0.2498

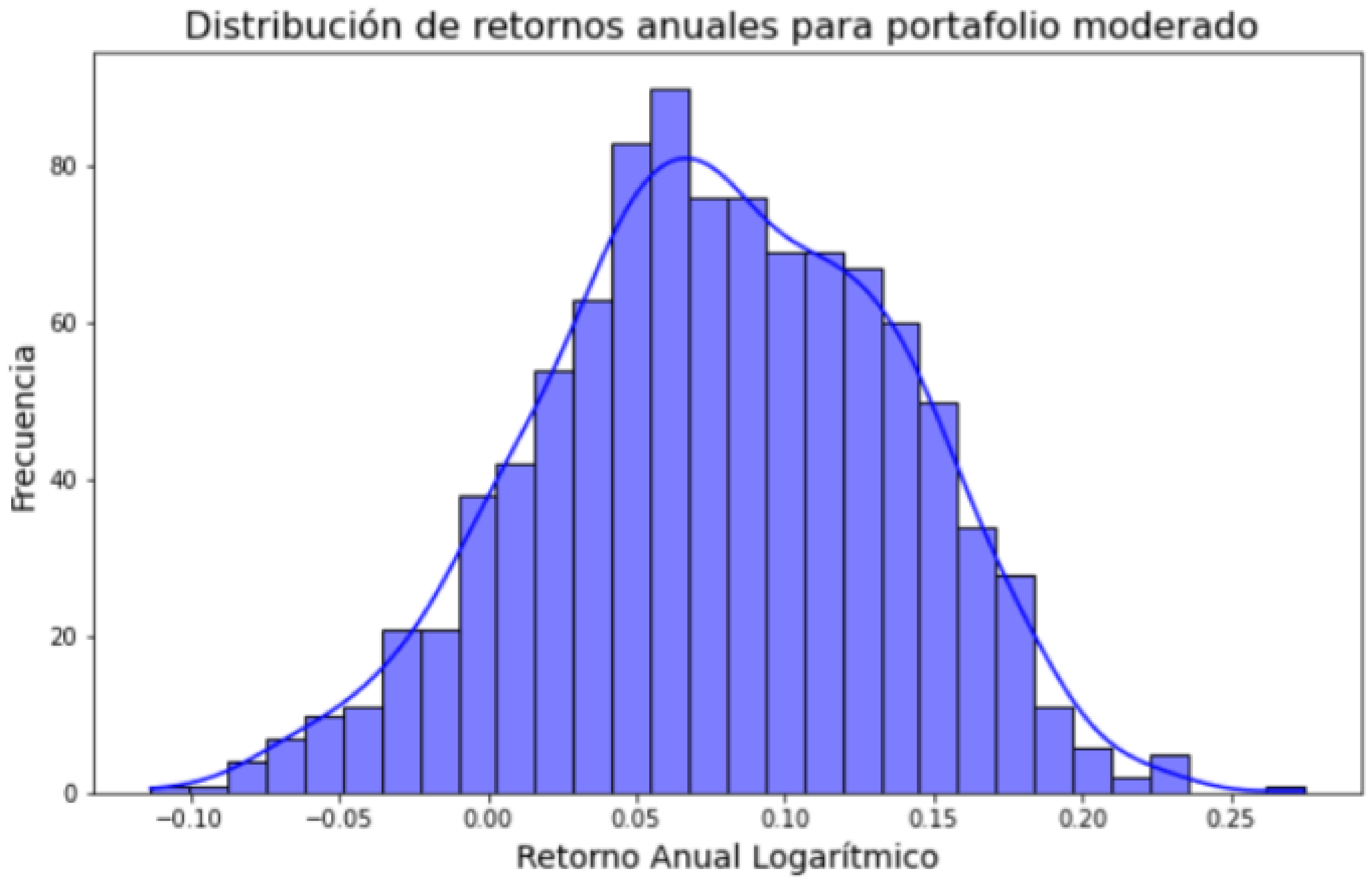
Table 2: Tabla con datos de retorno y desviación esperado.

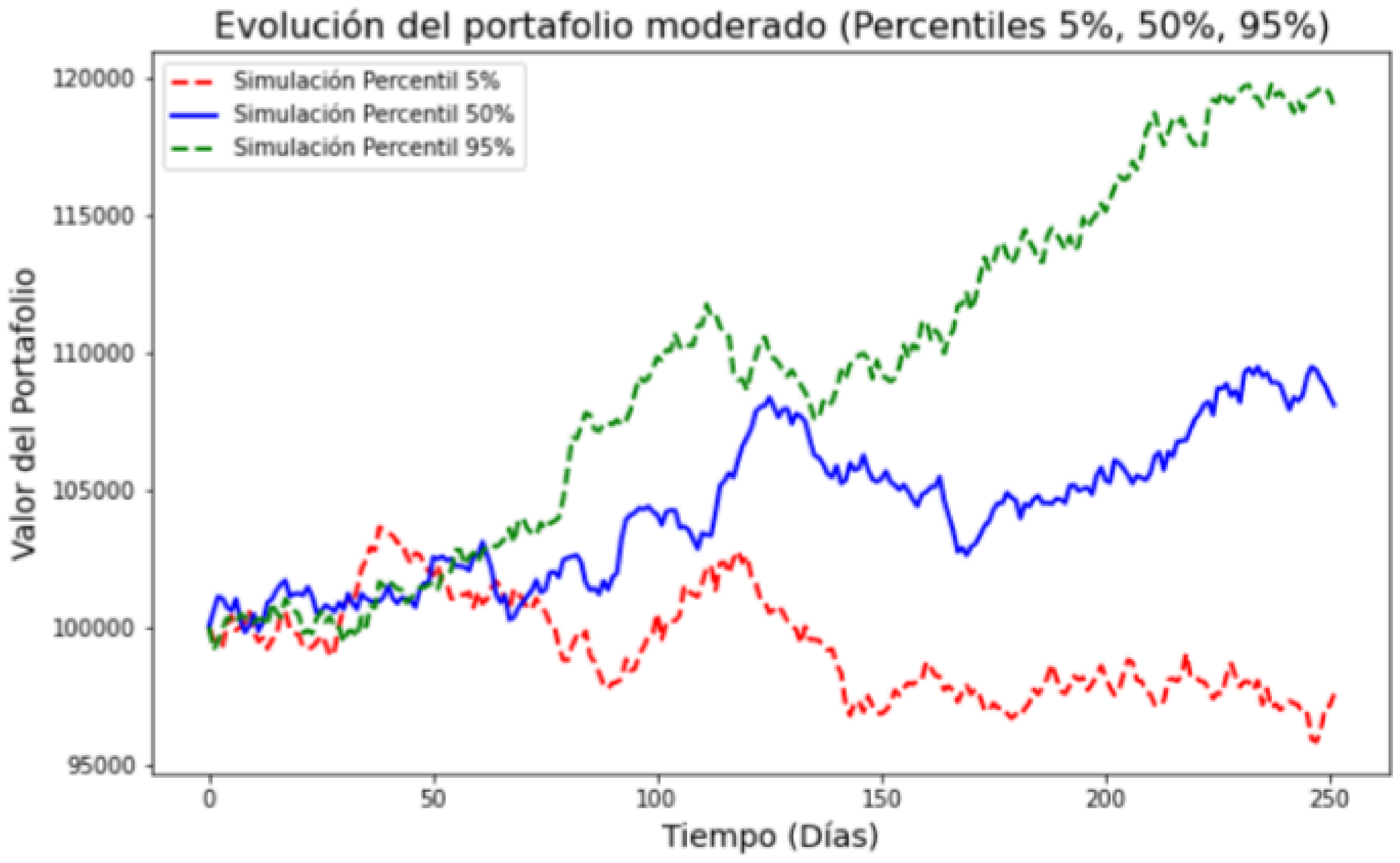
Portafolio Conservador



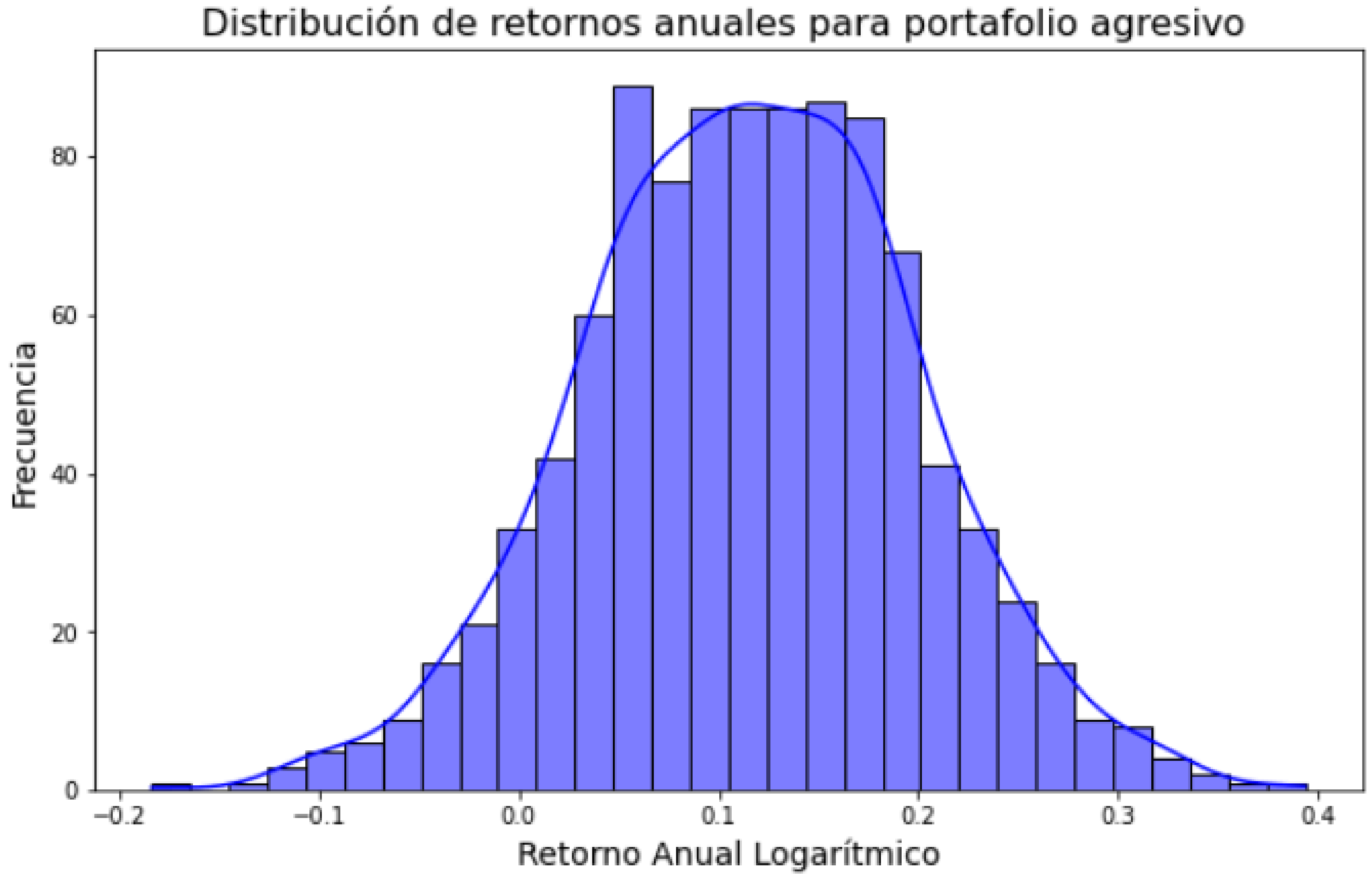


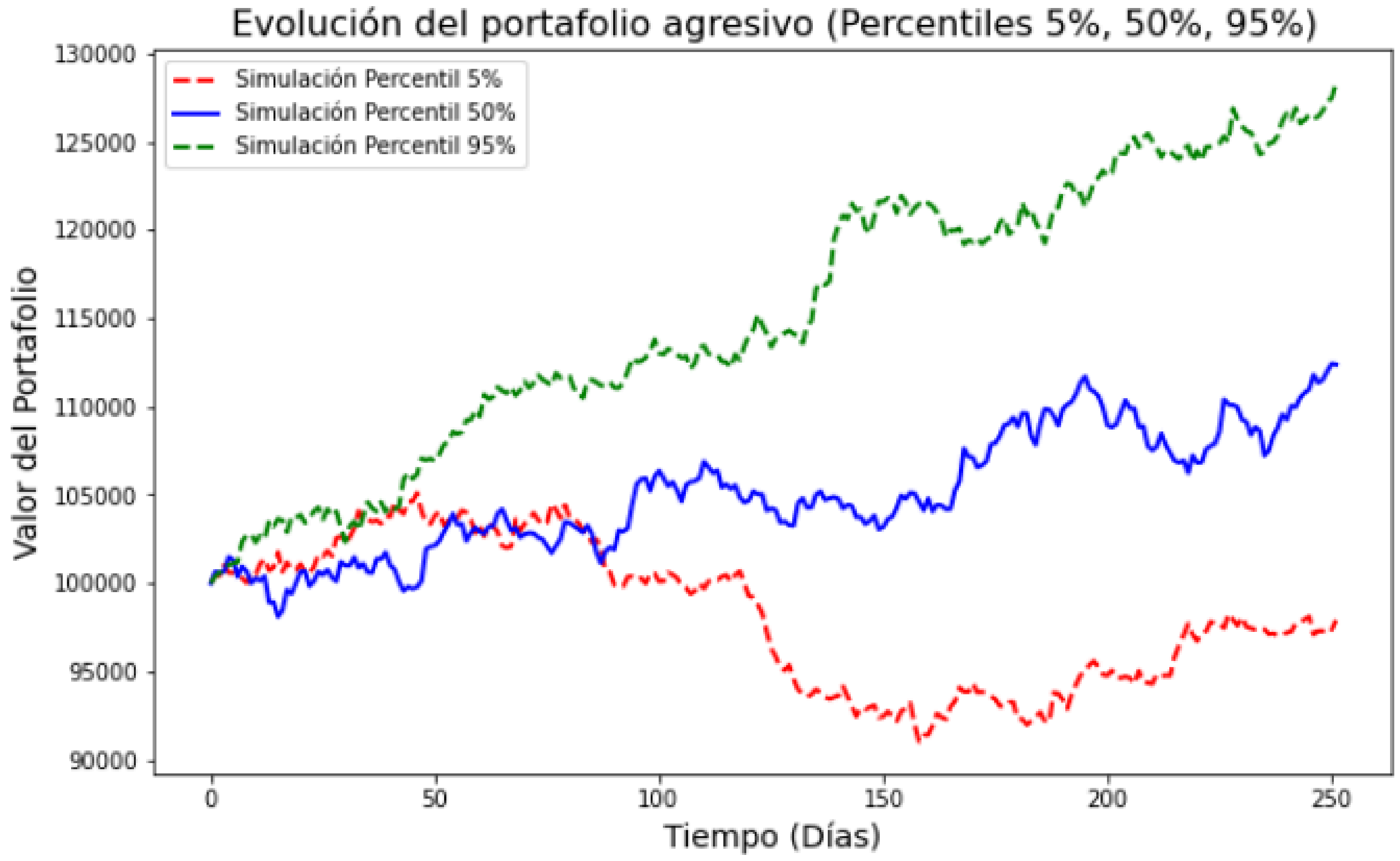
Portafolio Moderado





Portafolio Agresivo





Métricas

Métrica	Sharpe	Roy's Safety First	Sortino	Treynor	Jensen's Alpha
Conservador	0.0062572	0.00368	0.62450	0.11432	0.00690
Moderado	0.0062572	0.00169	1.35883	0.24874	0.01503
Agresivo	0.0094771	0.01342	2.82857	0.51778	0.05705

Table 3: Métricas para portafolios conservador, moderado y agresivo.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1

Tasa libre de riesgo elevada:

La alta tasa libre de riesgo permite alcanzar los rendimientos deseados con exposición mínima a activos de alto rendimiento, como los ETF del sector tecnológico.

2

Ventas en corto

El portafolio agresivo aprovecha la alta tasa libre de riesgo y las ventas en corto de activos de bajo rendimiento, maximizando la inversión en instrumentos de ganancia segura.

3

Exploración de funciones de utilidad:

Exploración de funciones de utilidad: Incorporar funciones de utilidad en el modelo de optimización permitiría personalizar las estrategias de inversión, considerando factores como asimetría, kurtosis y preferencias del inversionista.

4

Eliminación de activos con bajo rendimiento:

Se recomienda diversificar la cartera de ETF, eliminando aquellos con rendimientos bajos para evitar ventas en corto excesivas y lograr una asignación de capital más equilibrada.

GRACIAS