Tarea 2

Estadística Actuarial II

II Ciclo

Realizar tarea en grupos, presentar un archivo pdf con el código y los resultados obtenidos, sin resultados mostrados no se evaluada.

Fecha máxima de entrega: 22 de octubre

Total de puntaje: 66 pts

1. **(12 puntos)** Usando un Algoritmo de Integración por Montecarlo estime la siguiente integral:

$$\int_0^1 \frac{e^{-x^2}}{1+x^2}dx$$

Usando la función integrate de R, estime que el error de aproximación sea menor a 10^{-3}, y muéstrelo, esta función integrate utiliza el método de Simpson.

2. **(10 puntos)** El valor esperado de una función de pérdida en una póliza de seguros, donde la pérdida L, sigue una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1$. Queremos estimar el valor esperando de la siguiente función:

$$E[L] = \int_0^\infty L f_L(L) dL$$

Donde $f_L(L)$ es la función de densidad de la distribución de la pérdida L

(2 puntos) Programe la función de pérdida $f_L(L)$ según el enunciado.

(8 puntos) Para muestrear valores extremos de nuestra muestra, podemos usar una distribución auxiliar

$$g(L) \sim N(3,4)$$

Implemente un muestreo por importancia con esta función auxiliar, para n= 10^4 e indique el valor esperado de la pérdida de los valores extremos, usando como semilla "set.seed(54321)"

3. **(16 puntos)** La siguiente muestra, indica el tiempo en días entre cada accidente laboral de una empresa:

   2.72, 1.93, 1.76, 0.49, 6.12, 0.43, 4.01, 1.71, 2.01, 5.96

   Se sabe que los tiempos entre accidentes poseen una distribución exponencial de parámetro (λ). Usaremos como función a priori de λ una distribución gamma de parámetros (2,1)

   a. **(10 puntos)** Indique el valor estimado de λ , utilizando el algoritmo de Aceptación y Rechazo.

   b. **(1 punto)** Construya el histograma para la distribución de λ

   c. **(2 puntos)** Indique el número de generaciones, número medio de generaciones y proporción de rechazos de la estimación realizada.

   d. **(2 puntos)** Determine un intervalo de credibilidad al 99% para el parámetro λ estimado.

   e. **(1 puntos)** Aceptaría o rechazaría la hipótesis que $\lambda = 0.5$, basados en el intervalo de credibilidad anterior.

4. **(10 puntos)** Sea $f(x) = exp\left(\frac{\text{sen}(10x)}{10\cos{(x)}}\right) para\ x\epsilon\ [0,10]$

   a. **(8 puntos)** Utilizando el algoritmo de recalentamiento simulado estime el mínimo global en $[0,10]$, con valor inicial en 5.

   b. **(2 punto)** Grafique el resultado de los estados donde estuvo la cadena de la estimación del punto a.

5. **(18 puntos)** Dada una muestra de siniestros observados por periodo:

   4,2,5,6,3,4,7,5,6,4

Suponemos que el número de siniestros en cada periodo sigue una distribución de Poisson con un parámetro λ.
Queremos estimar el parámetro λ usando el Algoritmo de Metropolis-Hastings, usaremos como función a priori de λ una distribución gamma de parámetros (3,2)

a. **(8 puntos)** Construya un algoritmo de Metropolis-Hastings que muestree el parámetro λ, a partir de los datos suministrados, con n=10^4.

b. **(2 puntos)** Gráfique la distribución (histograma) de la muestra MCMC del algoritmo.
c. **(2 puntos)** Gráfique el Traceplot de muestra MCMC del algoritmo.
d. **(2 puntos)** El gráfico de Autocorrelación de la muestra MCMC del algoritmo.
e. **(2 puntos)** El gráfico de la convergencia (promedios ergódicos) de la media de la muestra MCMC del algoritmo.
f. **(2 puntos)** La tasa de aceptación del algoritmo.