

# Supplemental Instructions

Niklas Gustafsson  
niklgus@student.chalmers.se  
Gustav Örtenberg  
gusort@student.chalmers.se

2016-11-29

## Determinanter

1.

Beräkna determinanterna till följande matriser. Baserat på determinanterna, kan ni säga om någon av matriserna är inverterbara?

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} -2 & 10 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 7 & -2 \\ 4 & 11 & 24 \end{bmatrix}$

e)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 4 \\ 3 & 9 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

f)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 4 \\ 3 & 9 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

## Linjära avbildningar

2.

$$\text{Låt } f(\vec{x}) = f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + y \\ x - y \end{bmatrix}.$$

- a) Bevisa att  $f(\vec{x})$  är en linjär avbildning.
- b) Låt  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ . Beräkna  $f(\vec{v})$ .
- c) Beräkna standardmatrisen  $A$  för  $f(\vec{x})$ .
- d) Beräkna nu  $\vec{v} \cdot A$  och verifiera att det stämmer med ert svar i b).

3.

$$\text{Låt } g(\vec{x}) = f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \cdot y \\ 3 \cdot x \end{bmatrix}.$$

- a) Bevisa att  $g(\vec{x})$  är en linjär avbildning.
- b) Låt  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ . Beräkna  $f(\vec{v})$ .
- c) Beräkna standardmatrisen  $A$  för  $g(\vec{x})$ .
- d) Beräkna nu  $\vec{v} \cdot A$  och verifiera att det stämmer med ert svar i b).
- e) Låt nu  $h(\vec{x}) = f(g(\vec{x}))$ . Är detta en linjär avbildning?
- f) Kan ni beräkna en standardmatris för  $h(\vec{x})$ ?

4.

Bestäm standardmatrisen för den linjära avbildning i  $R^2$  som först roterar  $\frac{\pi}{3}$  och sedan projicerar på y-axeln.

5.

- a) Bestäm standardmatrisen för den linjära avbildning i planet som ges av spegling i linjen  $y = k \cdot x$ .
- b) Vad får ni som resultat om ni applicerar detta på vektorn  $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  med  $k = 3$ .

## Affina avbildningar

6.

En affin avbildning är en (godtycklig) sammansättning av en linjär avbildning och en translation. Bevisa att en sammansättning av två affina avbildningar också är en affin avbildning.