

SI LV5 Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-02-17

1

Antag att ni har följande mätdata:

x	1	2	3	4	5
y	2	4	5	7	8

Kan ni finna en rät linje på formen $y = k \cdot x + m$ som stämmer så bra överens som möjligt med denna data? Hint: Betrakta problemet som ett överbestämt ekvationssystem.

2

a) $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) Beräkna inversen

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

c) $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$

d) Bevisa att $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \implies A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Hint: $AA^{-1} = \dots$

3

Beräkna determinanterna till följande matriser. Baserat på determinanterna, kan ni säga om någon av matriserna är inverterbara?

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & 6 & -1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 7 & -2 \\ 4 & 11 & 24 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 4 \\ 3 & 9 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 4 \\ 3 & 9 & -6 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

4

Lös ekvationssystemet:
$$\begin{cases} 2 \cdot x - 3 \cdot y + z = 8 \\ -2 \cdot x + 4 \cdot y - z = 2 \\ 4 \cdot x - 6 \cdot y + 2 \cdot z = 16 \end{cases}$$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

5

Bestäm alla lösningar till det homogena ekvationssystemet:

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 0 \\ 3 \cdot x_1 - x_2 + x_3 + 3 \cdot x_4 = 0 \end{cases}$$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

6

Tentauppgift ifrån 2016-03-17

Avgör för vilka tal a och b som ekvationssystemet nedan har oändligt antal lösningar. Bestäm alla sådana lösningar.

$$\begin{cases} x - 2 \cdot y + (b - 2) \cdot z = -1 \\ (a + b) \cdot y - z = 2 \\ 3 \cdot x - 6 \cdot y + b \cdot z = a + 5 \end{cases}$$