

SI LV3 Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-02-03

Repetition

1

Låt det finnas 2 funktioner $f()$, $g()$ så att $f() : R^2 \rightarrow R^3$ och $g() : R^3 \rightarrow R^6$.
 $f()$ har matrisavbildningen A och $g()$ har matrisavbildningen B.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

- Visa att $g(f(\vec{v}))$ är en linjär avbildning.
- Räkna ut matrisavbildningen av den sammansatta avbildningen $g(f())$.
- För vektorn $\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ räkna ut $g(f(\vec{x}))$.
- Skriv en funktion $h() : R^6 \rightarrow R^2$ som håller likheten $h(g(f(\vec{x}))) = \vec{x}$.
Ange dess matrisavbildning.

2

Tentauppgift från 2014-03-13 för IT

Låt f vara den linjära avbildning av planet som speglar i linjen $y = -x$. Låt g vara den linjära avbildning av planet som roterar medurs vinkeln $\pi/4$ kring origo. Bestäm matrisen för den sammansatta avbildningen som först avbildar först med g^{-1} , sedan med f , och sist med g .

3

Antag att ni har matriserna $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ och $A =$

$$\begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

- Beräkna arean av det parallelogram som spänns upp av \vec{a}_1 och \vec{a}_2 .
- Beräkna volymen av den parallellpiped som \vec{b}_1 , \vec{b}_2 och \vec{b}_3 spänner upp.
- En enhetskvadrat är en kvadrat vars sidor har längden 1. I det kartesiska planet har enhetskvadraten sina hörn i $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. Kan ni med hjälp av determinanter bevisa att arean av enhetskvadraten är 1?

4

Låt A och B vara matriserna $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$. Beräkna

följande:

- $A + B$
- $A - B$
- $A \cdot B$
- Vad är kravet för att en matris ska kunna kallas för symmetrisk? Är någon av matriserna A eller B symmetriska?

5

- Beräkna determinanten till matrisen $A = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$
- Är \vec{a}_1 och \vec{a}_2 vänster eller högerorienterade?
- Kluring: Antag att ni har matrisen $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Kan ni se vad determinanten av den här matrisen kommer att bli utan att beräkna den för hand?

6

Antag att ni har matriserna $B = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ och $A =$

$$\begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

- Beräkna arean av det parallelogram som spänns upp av \vec{a}_1 och \vec{a}_2 .
- Beräkna volymen av den parallelepiped som \vec{b}_1 , \vec{b}_2 och \vec{b}_3 spänner upp.
- En enhetskvadrat är en kvadrat vars sidor har längden 1. I det kartesiska planet har enhetskvadraten sina hörn i $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ och $(1,1)$. Kan ni med hjälp av determinanter bevisa att arean av enhetskvadraten är 1?

7

- Bestäm standardmatrisen för den linjära avbildning i planet som ges av spegling i linjen $y = k \cdot x$.
- Vad får ni som resultat om ni applicerar detta på vektorn $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ med $k = 3$.

8

En affin avbildning är en (godtycklig) sammansättning av en linjär avbildning och en translation. Bevisa att en sammansättning av två affina avbildningar också är en affin avbildning.