

SI LV3 Facit Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-02-03

Repetition

$$\text{a) } f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 30 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 26 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } f_D(\vec{u} + \vec{v}) = f_D(\vec{u}) + f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 32 \\ 56 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } f_D(2\vec{u}) = 2f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 10 \\ 60 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1

- a) Kolla att $f()$ och $g()$ är linjära genom att se om de additiva och associativa respektive. Därefter kan man även visa att de tillsammans är additiva och accossiativa genom att slå samman A och B till en matris.

$$\text{b) } C = B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -5 & -1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$$

$$c) \quad C \cdot \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \\ 1 \\ -11 \\ -10 \end{bmatrix}$$

- d) Vi vill finna matris D så att $D \cdot A = I$ där I är i R^2 . Detta kan uppnås genom att ha $D = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Det finns andra matriser som ger samma resultat

2

- a) Bilda en matris exempelvis $A = \begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{b} \end{bmatrix}$ som representerar ett parallelogram, vars area är dubbelt så stor som triangeln. Därefter ta dess determinant och halvera den. Arean är 18.
- b) Bildens area är originalarean gånger determinanten för avbildningens matris. Beräkna determinanten till 84 och detta ger bildens area 1512.

3

Bassatsen och figur ger matrisen $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ för f och matrisen $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ för g .

Notera att $\sin \pi/4 = \cos \pi/4 = 1/\sqrt{2}$. Matrismultiplikation ger för den sammansatta avbildningen matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4

- a) $\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7 * 2 - 1 * 4 = 10$
- b) $\text{Det}(A) = 0 \implies \vec{u}$ och \vec{v} är linjärt oberoende. Vilket betyder att vinkeln är skild från 0 och 180.

5

- a) -4
- b) 4
- c) -4

d) -8

6

a) $Area = |det(A)| = 29$

b) $Volym = |det(B)| = 29$

c) Kan beskrivas som 2 vektorer $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ de tillsammans bildar en matris C och $Area = |det(C)| = 1$