SI LV1 Linjär Algebra

Gustav Örtenberg | gusort@student.chalmers.se

2017-10-31

1

Antag att ni har ekvationssystemet: $\begin{cases} x - 2 \cdot y = 5 \\ 4 \cdot x + y = 3 \end{cases}$

a) Hur många obekanta innehåller systemet?

b) Uttryck ekvationssystemet på matris-vektor form.

c) Lös ekvationssystemet. Vad kallas den metod som ni använder?

d) Om det finns lösningar till ekvationssystemet, kan ni göra en geometrisk tolkning av det?

2

Lös ekvationssystemet: $\begin{cases} x - 2 \cdot y = -1 \\ -x + 3 \cdot y = 3 \end{cases}$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

3

Lös ekvationssystemet: $\begin{cases} 4x - 8 \cdot y = 8 \\ -x + 2 \cdot y = 2 \end{cases}$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

4

Lös ekvationssystemet: $\begin{cases} 2 \cdot x - 3 \cdot y + z = 8 \\ -2 \cdot x + 4 \cdot y - z = 2 \\ 4 \cdot x - 6 \cdot y + 2 \cdot z = 16 \end{cases}$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

5

Lös ekvationssystemet: $\begin{cases} 4 \cdot x - 5 \cdot y + z = 3 \\ -2 \cdot x + 2 \cdot y - 2 \cdot z = 11 \\ 12 \cdot x - 14 \cdot y + 3 \cdot z = 1 \end{cases}$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

6

Bestäm alla lösningar till det homogena ekvationssystemet:

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 4 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 0 \\ 3 \cdot x_1 - x_2 + x_3 + 3 \cdot x_4 = 0 \end{cases}$$

Kan ni göra en geometrisk tolkning av lösningen?

Facit

1

a) 2.

b) $\begin{bmatrix} \vec{v_x} & \vec{v_y} \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 9 & -17 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{47}{9} \\ 0 & 1 & \frac{-17}{9} \end{bmatrix}$

d) Linjerna $x - 2y = 5,\ 4x + y = 3$ skär i punkten $(\frac{47}{9}, \frac{-17}{9})$

2

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-9}{5} \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$ Linjerna korsar varandra i $(\frac{-9}{5}, \frac{2}{5})$

3

$\begin{bmatrix} 4 & -8 & 8 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 16 \\ 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ Lösning saknas, lijnerna korsar ej varandra.

4

$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 8 \\ -2 & 4 & -1 & 2 \\ 4 & -6 & 2 & 16 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 38 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Oändligt antal lösningar. Sätt $z = t$ och erhåll $x = 19 - t/2,\ y = 10,\ z = t$

5

$\begin{bmatrix} 4 & -5 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 11 \\ 12 & -14 & 3 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 & 25 \\ -2 & 2 & -2 & 11 \\ 0 & -2 & -9 & 67 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 & 25 \\ -2 & 0 & -8 & 61 \\ 0 & 0 & -3 & 17 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 & 25 \\ 1 & 0 & 4 & -\frac{61}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{3} \end{bmatrix} \sim$
$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{47}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{17}{3} \end{bmatrix}$ De tre linjerna möts i punkten $(x = -\frac{47}{6},\ y = -8,\ z = -\frac{17}{3})$

6

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 & -3 \\ -1 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & 11 & -5 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 & -3 \\ -1 & 4 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 & -3 \\ -1 & 0 & -\frac{2}{11} & -\frac{10}{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sätt $x_3 = s,\ x_4 = t$ och erhåll $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = s \cdot \begin{bmatrix} -\frac{2}{11} \\ \frac{5}{11} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} t \cdot \begin{bmatrix} -\frac{10}{11} \\ \frac{3}{11} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Geometrisk tolkning är ett plan i $\mathbb{R}^4$ som skär i origo.