

# Supplemental Instructions

Niklas Gustafsson  
niklgus@student.chalmers.se

2016-11-22

## Underrum, kolumnrum, rang och dimension

1.

- a) Om ni tar fram nollrummet till en godtycklig matris  $A$ , vad får ni för något då?
- b) Ta fram nollrummet till matrisen nedanför.  
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$
- c) Om ni tar fram kolumnrummet till en godtycklig matris  $A$ , vad får ni för något då?
- d) Ta fram kolumnrummet till matrisen ovan.
- e) Vad är rangen för  $A$  matrisen ovan?

## Matrisalgebra

2.

Låt  $A$  och  $B$  vara matriserna  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$  och  $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ . Beräkna följande:

- a)  $A + B$
- b)  $A - B$
- c)  $A \cdot B$
- d) Vad är kravet för att en matris ska kunna kallas för symmetrisk? Är någon av matriserna  $A$  eller  $B$  symmetriska?

## Determinanter

3.

- a) Beräkna determinanten till matrisen  $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$
- b) Är  $\vec{a}_1$  och  $\vec{a}_2$  vänster eller högerorienterade?
- c) Kluring: Antag att ni har matrisen  $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Kan ni se vad determinanten av den här matrisen kommer att bli utan att beräkna den för hand?
- d) Beräkna  $\frac{1}{\det(A)} \cdot A$ . Multiplicera sedan resultatet med A. Märker ni någonting speciellt med det här resultatet?

4.

- a) Beräkna determinanten till matrisen  $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 9 & 8 \\ 3 & 3 & 9 \end{bmatrix}$
- b) Beräkna  $\frac{1}{\det(A)} \cdot A$ . Multiplicera sedan resultatet med A. Märker ni någonting speciellt med det här resultatet?

## Area, volym, kryssprodukt

5.

Antag att ni har matriserna  $B = [\vec{b}_1 \quad \vec{b}_2 \quad \vec{b}_3] = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  och  $A = [\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2] = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

- a) Beräkna arean av det parallelogram som spänns upp av  $\vec{a}_1$  och  $\vec{a}_2$ .
- b) Beräkna volymen av den parallellpiped som  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$  och  $\vec{b}_3$  spänner upp.
- c) En enhetskvadrat är en kvadrat vars sidor har längden 1. I det kartesiska planet har enhetskvadraten sina hörn i (0,0), (1,0), (0,1) och (1,1). Kan ni med hjälp av determinanter bevisa att arean av enhetskvadraten är 1?

6.

- a) Givet två vektorer  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$ , vad blir resultatet av kryssprodukten  $\vec{u} \times \vec{v}$ ?
- b) Beräkna kryssprodukten av  $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  och  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

c) Beräkna kryssprodukten av  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$  och  $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

d) Beräkna kryssprodukten av  $e_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $e_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Kan ni gissa vad resultatet kommer att bli på förhand?

e) Kan ni representera följande vektorer i  $R^3$  och beräkna kryss produkten av dem?  $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

## Linjära ekvationssystem

Repetition är all kunskaps moder!

7.

Lös ekvationssystemet: 
$$\begin{cases} 3 \cdot x - 1 \cdot y + z = 8 \\ -3 \cdot x + 2 \cdot y - z = 2 \\ 1 \cdot x - 5 \cdot y + 2 \cdot z = 16 \end{cases}$$