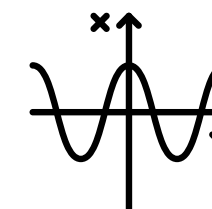
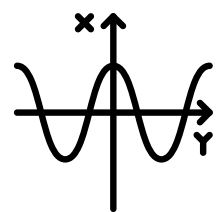


DISTÂNCIA COSSENO

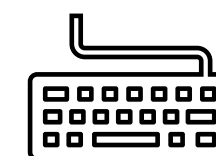
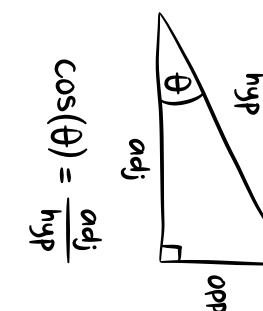
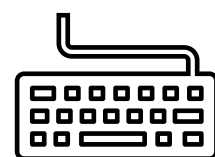
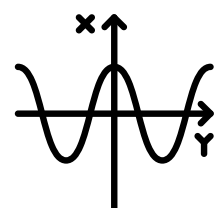
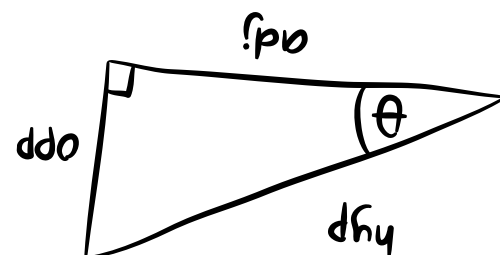


Doscente: Thelmo Pontes de Araújo

Discentes: Ivanildo Moreira das Neves Neto
Gustavo César Venâncio Monteiro

Universidade Estadual do Ceará

$$\frac{dhyp}{dpb} = (\theta) \cos$$



DEFINIÇÃO

Distancia Cosseno = 1 - Similaridade do Cosseno

OU

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 1 - \frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$$

é o produto escalar entre os vetores \mathbf{u} e \mathbf{v}

é o produto das normas dos vetores \mathbf{u} e \mathbf{v}

A faixa de Distância do Cosseno é de 0 a 2.

0 – vetores idênticos

1 – sem correlação

2 – absolutamente diferentes

Para mostrarmos que a Distancia Cosseno é uma métrica, é preciso satisfazer quatro propriedades:

1) Não negatividade

2) Identidade dos Indiscerníveis

3) Simetria

4) Desigualdade Triangular

DEMONSTRAÇÃO

1) NÃO NEGATIVIDADE

Matematicamente, esta condição é definida como:

$$d(x, y) \geq 0$$

Ou seja, não pode assumir valores negativos.

Por definição, a Distancia Cosseno só assume valores entre 0 a 2 na sua faixa de distância.

Logo, satisfaz a condição.

DEMONSTRAÇÃO

3) SIMETRIA

Matematicamente, essa condição é definida como:

$$d(x, y) = d(y, x), \text{ para todos } x \text{ e } y$$

A Distância Cosseno de a e b é dada por:

$$d(a, b) = 1 - \frac{\langle a, b \rangle}{\|a\| \times \|b\|}$$

Para mostrar a simetria, vamos calcular $d(b, a)$, é dada por:

$$d(b, a) = 1 - \frac{\langle b, a \rangle}{\|b\| \times \|a\|}$$

DEMONSTRAÇÃO

3) SIMETRIA

Observe que, produto escalar $\langle a, b \rangle$ é comutativo (ou seja, $b \cdot a = a \cdot b$), então podemos substituir

$$d(b, a) = 1 - \frac{\langle a, b \rangle}{\|b\| \times \|a\|}$$

O que é exatamente igual a $d(a, b)$. Logo, $d(a, b) = d(b, a)$. ■

DEMONSTRAÇÃO

2) IDENTIDADE DOS INDISCERNÍVEIS

Como a Distância Cosseno não satisfaz essa condição, veremos um contraexemplo:

Matematicamente, esta condição é definida como:

Se $d(x, y) = 0$, então $x = y$

Tomando $x = (1, 1)$ e $y = (2, 2)$, calculando a $d(x, y)$, temos

$$\begin{aligned} d(x, y) &= 1 - \frac{(1 \times 2) + (1 \times 2)}{\sqrt{1^2 + 1^2} \times \sqrt{2^2 + 2^2}} = 1 - \frac{4}{\sqrt{2} \times \sqrt{8}} = \\ &= 1 - \frac{4}{\sqrt{16}} = 1 - \frac{4}{4} = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

Porém, $(1, 1) \neq (2, 2)$. ■

DEMONSTRAÇÃO

4) DESIGUALDADE TRIANGULAR

Como a Distância Cosseno não satisfaz essa condição, veremos um contraexemplo:

Matematicamente, esta condição é definida como:

$$d(x, y) = d(x, z) + d(y, z)$$

Tomando $x = (1, 0)$, $y = (0, 1)$ e $z = (1, 1)$,

Vamos verificar a desigualdade $d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z)$

$$d(x, y) = 1 - \frac{(1 \times 0) + (0 \times 1)}{\sqrt{1^2 + 0^2} \times \sqrt{0^2 + 1^2}} = 1 - \frac{0 + 0}{\sqrt{1} \times \sqrt{1}} = 1 - \frac{0}{\sqrt{1}} = 1 - 0 = 1$$

$$d(x, z) = 1 - \frac{(1 \times 1) + (0 \times 1)}{\sqrt{1^2 + 0^2} \times \sqrt{1^2 + 1^2}} = 1 - \frac{1 + 0}{\sqrt{1} \times \sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 0,7 = 0,3$$

DEMONSTRAÇÃO

4) DESIGUALDADE TRIANGULAR

$$d(y, z) = 1 - \frac{(0 \times 1) + (1 \times 1)}{\sqrt{0^2 + 1^2} \times \sqrt{1^2 + 1^2}} = 1 - \frac{0 + 1}{\sqrt{1} \times \sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z) \rightarrow 1 \leq 0,3 + 0,3 \rightarrow 1 \leq 0,6$$

O que é um absurdo.

Logo a propriedade não é satisfeita. ■

OBRIGADO!