

Lista 12

Nome: Gustavo de Alsis.

$$1.a) \{a^n b^{2n} c^n \mid n \geq 0\}$$

$$z = uvwxy$$

$$vx \neq \lambda$$

$$|vwx| \leq k$$

$$uv^iwx^iy \in L, \forall i \geq 0$$

1º) V_x contém a 's:

$$\underbrace{\lambda}_u \underbrace{a^k}_{vwx} \underbrace{b^{2k}c^k}_y$$

$$\underbrace{a^{k-1}}_u \underbrace{ab^{k-1}}_{vwx} \underbrace{b^{k+1}c^k}_y$$

$uv^2wx^2y \rightarrow$ como $|vwx| \leq k$ e $vx \neq \lambda$, então vx tem pelo menos um "a" e não tem c, portanto esse bombeamento gera mais "a's" que "c's".

2º) V_x não tem a 's:

$$\underbrace{a^k}_u \underbrace{b^k}_{vwx} \underbrace{b^kc^k}_y$$

$$\underbrace{a^kb^{2k}}_u \underbrace{c^k}_{vwx} \underbrace{\lambda}_y$$

$uv^2wx^2y \rightarrow$ como $|vwx| \leq k$ e $vx \neq \lambda$, então gera-se mais c's que a's ou mais b's que o dobro de a's.

Portanto, L não é livre de contexto.

$$b) \{a^n b^k c^n d^k \mid n, k \geq 0\}$$

$$z = a^n b^k c^k d^k$$

$$z = uvwx$$

$$|vwx| \leq k$$

$$|vx| \geq k$$

$$uv^iwx^iy \in L, \forall i \geq 0$$

1º) V_x contém a :

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{a^k} & \boxed{b^k c^k d^k} & | & \boxed{a^{k-1}} & \boxed{ab^{k-1}} & \boxed{bc^k d^k} \\ u & vwx & y & u & vwx & y \end{array}$$

$$uv^0wx^0y \rightarrow \text{Como } |vwx| \leq k \text{ e } |vx| \geq k,$$

V_x não contém c 's e v_x

tem pelo menos um " a ".

Se tiverá menos a 's do que c 's.

2º) V_x não contém a 's:

↳ V_x contém b 's:

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{a^k} & \boxed{b^k} & \boxed{c^k d^k} & | & \boxed{a^k b^{k-1}} & \boxed{bc^{k-1}} & \boxed{cd^k} \\ u & vwx & y & u & vwx & y \end{array}$$

$$uv^2wx^2y \rightarrow \text{gera mais } b\text{'s do que } d\text{'s.}$$

3º) V_x não contém a 's

↳ V_x não contém b 's

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{a^k b^k} & \boxed{c^k} & \boxed{d^k} & | & \boxed{a^k b^k c^k} & \boxed{d^k} & \boxed{\lambda} \\ u & vwx & y & u & vwx & y \end{array}$$

$$uv^2wx^2y \rightarrow \text{gera mais } c\text{'s que } a\text{'s} \\ \text{e/ou mais } d\text{'s do que } b\text{'s.}$$

2. ~~2~~ $L_1 = \{a^m b^n \mid n \geq 0\}$, múltipla de 5.
 $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w| \bmod 5 = 0\}$

a) \bar{L}_1

Como LLC's não são fechadas para complemento, temos que encontrar outra forma.

$$\bar{L}_1 \cap \{a^* b^*\} = \{a^m b^n \mid m \neq n\}$$

b) $L_1 \cap \bar{L}_2$

\downarrow LLC \searrow LR

$$L_1 \cap \bar{L}_2 = \text{LLC} \quad \checkmark$$

c) X