Linguagens Formais e Autômatos
Prof. Andrei Rimsa Álvares

Lista de Exercícios I - Gustavo de Assis Xavier

Teoria de Linguagens

Exercício 01) Descreva as linguagens a seguir, todas sobre $\Sigma = \{0, 1\}$, usando as seguintes operações sobre conjuntos: **união**, **interseção**, **diferença**, **concatenação** e **fecho de Kleene**.

a) O conjunto de palavras de tamanho 4 sem 00 e 11.

$L = \{ w \in [\{0,1\}^* - (\{0,1\}^* \{00 , 11\} \{0,1\}^*)] \mid |w| = 4\}$

b) O conjunto de palavras que começam com 0 e terminam com 1.

$L = \{ w \in [\{0\} \{0,1\}^* \{1\}] \}$

c) Subconjunto de palavras de $\{0\}^*\{1\}^*$ com número par de 0s e ímpar de 1s.

$L = \{ w \in [\{00\}^* \{11\}^*\{1\}] \}$ **(aqui considero que zero é par)**

d) Conjunto de palavras de tamanho $1 \leq n \leq 10$.

$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid 0 < |w| < 11\}$

e) Conjunto de palavras que contêm 00 ou 11 ou ambas.

$L = \{ w \in [\{0,1\}^* \{00,11\} \{0,1\}^*] \}$

f) Conjunto de palavras que contêm 00, mas não 11.

$L = \{ w \in [(\{0,1\}^* \{00\} \{0,1\}^*) - (\{0,1\}^* \{11\}^+ \{0,1\}^*)] \}$

g) Conjunto de palavras que não contêm 00.

$L = \{ w \in [(\{0,1\}^*) - (\{0,1\}^* \{00\}^+ \{0,1\}^*)] \}$

h) Conjunto de palavras tal que o penúltimo símbolo de cada palavra seja 1.

$L = \{ w \in [\{0,1\}^*\{1\} \{0,1\}] \}$

i) Conjunto de palavras em que todo 0 é seguido por pelo menos dois 1s consecutivos.

$L = \{ w \in [\{0,1\}^*\{1\} \{0,1\}] \}$

j) Conjunto de palavras que possua um número par de 0s.

$L = \{ w \in [\{1\}^* \{0\}^n \{1\}^* \{0\}^n]^* \mid n >= 0\}$ **(aqui considero que zero é par)**

Análise: Podemos ter qualquer número formado por 0 e 1's, desde que a quantidade de 0 se repita a cada combinação. Como "n" pode ser 0, essa palavra pode acabar com 1's também.

k) Conjunto de palavras que termine com um número par de 0s.

L = { w $\in$ [{0,1}* {1} $\{00\}^{+}$] }

l) Conjunto de palavras que termine com um número ímpar de 1s.

L = { w $\in$ [{0,1}* {01} $\{11\}^{*}$] }

m) Conjunto de palavras cujo tamanho é um múltiplo de 3.

L = { w $\in$ $(\{0,1\}^3)^*$

Exercício 02) Seja L = {λ, a, b}. Quantas palavras possui L^n para $n \geq 0$? Como você descreveria essas palavras usando português?

Bom, partindo do início temos:

$L^0 = \lambda$ palavras = 1.

$L^1 = \lambda$, a, b palavras = 3.

$L^2 = \lambda\lambda$, λa, λb, aλ, bλ, aa, ab, ba, bb = λ, a, b, aa, ab, ba, bb palavras = 7.

L^3 = "" = λ, a, b, aa, ab, ba, bb, + 2^3 combinações. palavras = 15

Notamos que o número de palavras que L^n possui é: (número de palavras anteriores)+2^n (número de combinações que podemos fazer com "a" e "b" em n letras). O que nos dá que o número de palavras que L^n possui para $n \geq 0$ é dado por:

$$\sum_{n=0}^{n} 2^n.$$

Podemos descrever essas palavras como toda combinação de a e b, de 0 até n letras, sem repetição.

Exercício 03) Sejam Σ = {a, b}, A = $\{a\}\Sigma^*$ e B = $\Sigma^+\{b\}$. Descreva as seguintes linguagens usando português: AA, A∩B e A−B.

A -> {a}Σ*

B -> Σ+{b}

Linguagens Formais e Autômatos
Prof. Andrei Rimsa Álvares

- **1º - AA:**

$\{a\}\Sigma^*\{a\}\Sigma^* = \{a\}\{a,b\}^*\{a\}\{a,b\}^*$

A linguagem é formada por um "a" inicial, seguido por uma sequência de "ab's" ($\{a,b\}^*$), certamente seguidos por outro "a", e então, mais uma sequência de "ab's".

- **2º - $A \cap B = \{a\}\Sigma^* \cap \Sigma^+\{b\} = \{a\}\{a,b\}^+\{b\}$**

A interseção de $\{a\}\Sigma^* \cap \Sigma^+\{b\}$ são todos os conjuntos que podem ser formados com "a" e "b" que começam com "a" e terminam com {b} e que tem ao menos um caractere entre eles (Σ^+ garante isso).

- **3º - $A - B = \{a\}\Sigma^* - \Sigma^+\{b\} = \{a\}\{a,b\}^*\{a\}$**

Os únicos conjuntos que não são retirados por ($-\Sigma^+\{b\}$) são aqueles que não terminam com B. Essa linguagem descreve todas as palavras que começam e terminam com "a".