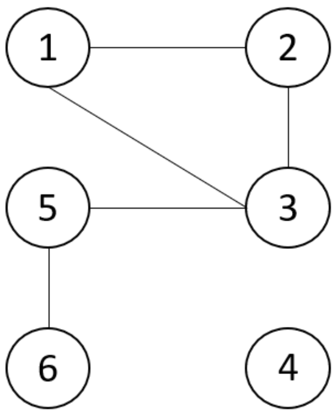
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO
Departamento de Ciências de Computação

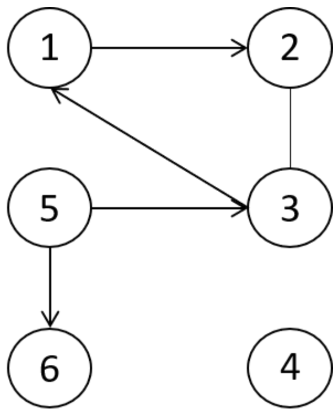
SCC0503 - Algoritmos e Estruturas de Dados 2

Lista de Exercícios 1 (grafos)

1) Desenhe o grafo orientado e o grafo não orientado G = (V, A) com V = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e A = {(1, 2), (4, 2), (5, 6), (2, 5), (3, 4)}.

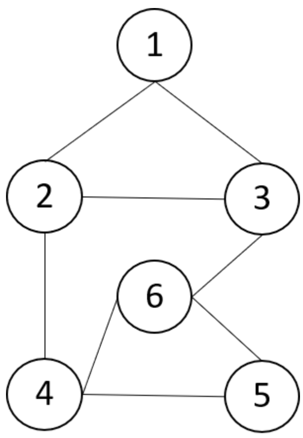
2) Defina formalmente os grafos ilustrados nas figuras a seguir, isto é, G = (V, A).





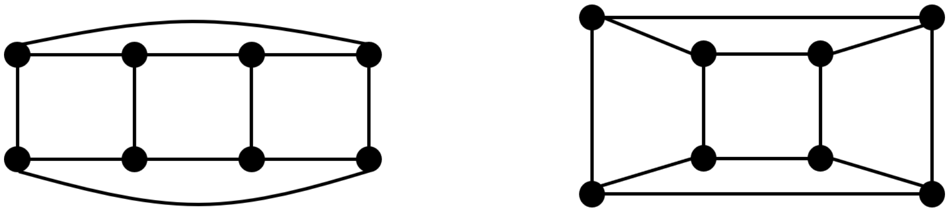
3) Dê exemplos de aplicações em que grafos são necessários para estruturar os dados, explicando o motivo de outras estruturas (como listas lineares ou árvores) não servirem para tal propósito.

4) Represente o grafo abaixo usando matriz de adjacências e listas de adjacências.

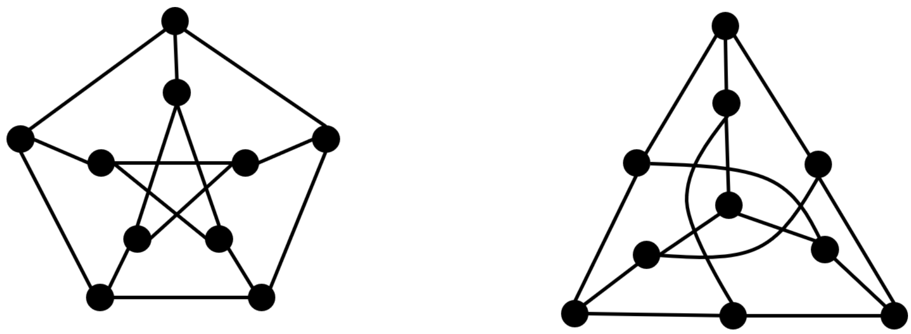


5) Identifique quais desses conjuntos de grafos são isomorfos. Caso haja algum que não seja, explique o motivo.

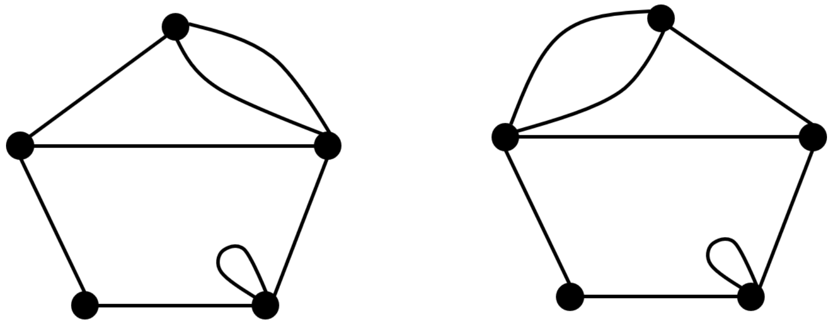
a)



b)



c)



6) Implemente uma função que encontre a aresta de menor peso em um grafo com pesos representado em uma matriz de adjacências.

7) Implemente as operações do TAD Grafo utilizando a representação de listas de adjacência. Faça a análise de complexidade de tempo (de pior caso) para cada uma de suas funções implementadas.

8) Implemente uma função que encontre o vértice adjacente a um vértice x com aresta de menor peso em um grafo direcionado valorado, representado como listas de adjacências.

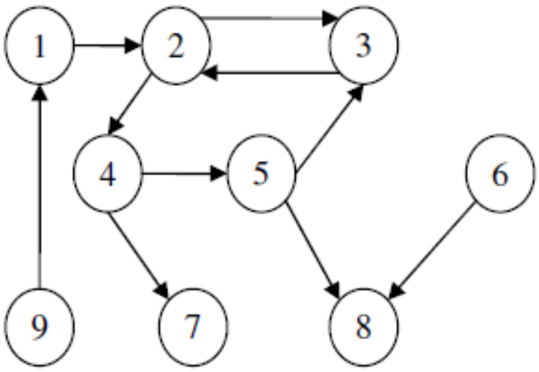
9) Implemente as versões iterativa e recursiva de uma função que percorra todo o grafo representado como listas de adjacências, imprimindo, ao fim, o número de

arestas do grafo. Responda e justifique sua resposta: vale a pena usar recursão nessa função?

10) Quais os desafios de se fazer busca em um grafo? O que a diferencia da busca tradicional em listas lineares e em árvores?

11) Implemente o algoritmo de busca em profundidade utilizando as operações implementadas no TAD Grafo que julgar necessárias.

12) Mostre como a busca em largura funciona para o grafo a seguir. Mostre a sequência de vértices visitados, bem como a fila e os tempos de descoberta e de processamento de cada vértice.



13) O matemático húngaro Paul Erdös (1913-1996), um dos mais brilhantes do século XX, é considerado o mais prolífico da história. Erdös publicou mais de 1.500 artigos, em colaboração com cerca de outros 450 matemáticos. Em sua homenagem, os matemáticos criaram o "número de Erdös". Todo matemático que publicou um artigo com Erdös tem número de Erdös 1. Os que não possuem número 1, mas escreveram um artigo com alguém que possui número 1, possuem número 2, e assim por diante. Quando nenhuma ligação pode ser estabelecida entre Erdös e um matemático, diz-se que este possui número de Erdös infinito. Por exemplo, o número de Erdös de Albert Einstein é 2; e, talvez surpreendentemente, o número de Erdös de Bill Gates é 4. Considere um subconjunto de 12 matemáticos distintos identificados por A, B, ..., K e L. A lista abaixo informa os que têm artigos em comum:

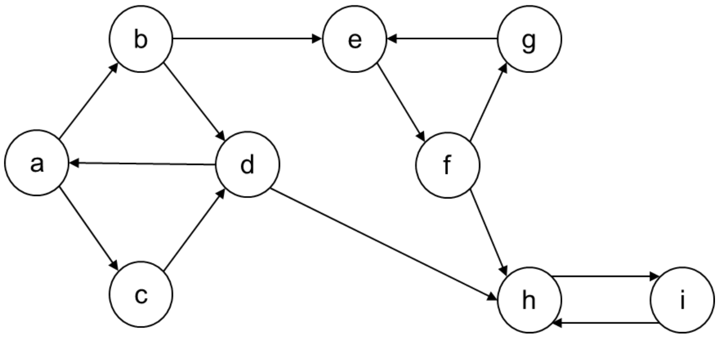
- o autor A tem artigos com D e J;
- o autor B tem artigos com C, D, J e L;
- o autor C tem artigos com H;
- o autor D também tem artigos com E;

- o autor E também tem artigos com I e K.

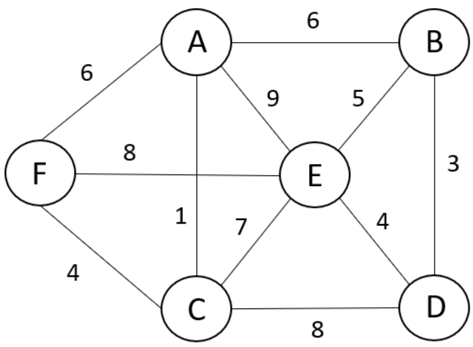
Erdös tem artigos com os autores A, B, D, G, J e L (e, logicamente, cada um desses autores tem artigo com Erdös; idem para os demais casos). Faça: modele essa situação como um grafo e, com base em tudo que aprendeu, (i) calcule o número de Erdös de cada autor e (ii) apresente um algoritmo que liste os autores ordenados de acordo com sua proximidade a Erdös.

14) As atuais redes sociais podem ser modeladas como grafos. Faça uma proposta de como isso poderia ser feito. Além disso, com base em seus conhecimentos sobre grafos, proponha um algoritmo que indique possíveis grupos de amigos `próximos´ dentro da rede. Explique quais conceitos e técnicas de grafos estão usando.

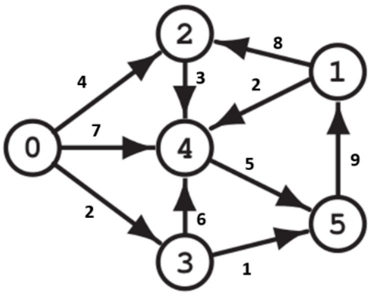
15) Quais são os componentes fortemente conexos no grafo abaixo? Cite exemplos de aplicações em que tal informação é relevante.

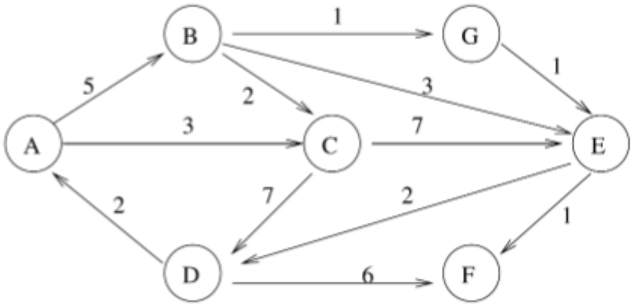


16) Considerando o grafo a seguir, indique qual o caminho mínimo para todos os outros vértices a partir do vértice E.



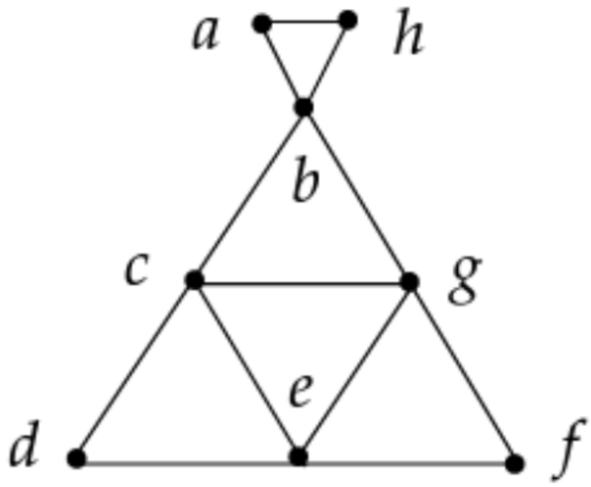
17) Aplique o algoritmo de Dijkstra nos grafos a seguir e encontre os caminhos mínimos a partir de vértices de sua escolha.

a) 

b) 

18) Implemente o algoritmo de Dijkstra utilizando uma fila de prioridades. Faça a análise de complexidade de seu algoritmo, explicando as vantagens que usar uma fila de prioridades traz.

19) O grafo abaixo contém um ciclo euleriano? Em caso positivo, identifique o ciclo. Caso contrário, explique com base no teorema de Euler.



20) Considere as 21 peças do jogo de dominó que não são duplas (*i.e.*, sem repetição). Cada uma dessas peças corresponde a um subconjunto de cardinalidade 2 do conjunto {0,1, 2, 3, 4, 5, 6}. É permitido "encostar" uma peça{i,j} numa peça{j,k} de forma a produzir a sequência (i, j, j, k). Pergunta: É possível formar um "roda" que contenha todas as 21 peças? E se eliminarmos todas as peças que contêm "6"?