Atenção: Nas questões a seguir, quando for pedido para que você descreva uma linguagem, você deve fazer isto indicando características das strings pertencentes à linguagem em termos dos seus símbolos. Exemplos de descrições deste tipo são $\{ w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ termina em } 0 \}$, $\{ w \mid w \text{ é uma string de 0's e 1's onde todo 1 é seguido por um 0} \}$ e $\{0^m1^n \mid m \geq 0, n \geq 0\}$.

C 1. (2,1 pontos) Considere a gramática livre de contexto $G = (V, T, P, S)$, onde $V = \{ S, A, B \}$, $T = \{0,1\}$ e P consiste nas produções dadas na Figura 1 abaixo. Considere também a árvore de derivação T construída a partir de G dada na Figura 2 abaixo.

P:

1. $S \to SAB$
2. $S \to \varepsilon$
3. $A \to 0A$
4. $A \to \varepsilon$
5. $B \to 1B$
6. $B \to \varepsilon$

Figura 1: Produções da gramática G

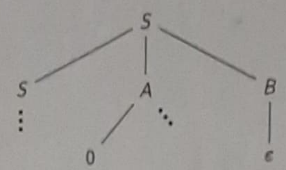

Figura 2: Árvore de derivação T construída a partir da gramática G

Faça o que é pedido a seguir:

(a) Usando a gramática G, apresente uma derivação mais à esquerda de uma string que contém pelo menos dois 0's e pelo menos dois 1's.

(b) A árvore de derivação T está incompleta, com as reticências $(\cdots)$ indicando os pontos onde podem existir mais partes da árvore. Baseado nisto, indique uma string w contendo pelo menos um 0 e pelo menos um 1 tal que não é possível completar T para que a string derivada por T seja w. Justifique, de forma precisa e clara, a sua resposta.

2. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

(a) Através de um diagrama de estados, descreva um autômato com pilha que aceita a linguagem $\{ 0^m1^n \mid n \leq m \leq 2n, n \geq 0 \}$.

(b) Para uma string w contendo pelo menos um 0 e pelo menos um 1 que é aceita pelo autômato do item (a), apresente uma sequência de escolhas de transições que leva o autômato a aceitar w.

C 3. (2,3 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

c (a) Apresente uma gramática livre de contexto que gera a linguagem $L_1 = \{ 0^m1^n2^p \mid m = n, m \geq 0, n \geq 0, p \geq 0 \}$. Usando esta gramática, mostre a derivação de uma string contendo pelo menos um 0, pelo menos um 1 e pelo menos um 2.

c (b) Considere a linguagem L_1 do item (a) e a linguagem $L_2 = \{ 1^n2^p \mid n = p, n \geq 0, p \geq 0 \}$. Responda: É possível construir uma gramática livre de contexto que gera a linguagem $L_1 \cup L_2$? Se sim, apresente tal gramática; se não, explique por quê.

4. (2,5 pontos) Considere a gramática livre de contexto $G = (V, T, P, S)$, onde $V = \{ S, A \}$, $T = \{0,1\}$ e P consiste nas seguintes produções:

1. $S \to SA$
2. $S \to AS$
3. $S \to 0$
4. $A \to 1$

AS ⇒ AAS ⇒ AAS ⇒ 110 ...111 0
SA ⇒ ASA ⇒ 101 ...111... 0...111...
AS ⇒ 1SA ⇒ 101 0111...

Faça o que é pedido a seguir:

(a) Descreva a linguagem gerada por G.

(b) A gramática G é ambígua. Justifique, de forma precisa e clara, por que esta afirmação é verdadeira.

(c) Remova a ambiguidade de G, ou seja, modifique G para torná-la uma gramática livre de contexto que não é ambígua e que gera a mesma linguagem.

01 ⇒ 01111...
10 ⇒ 10000.1

S ⇒ SA ⇒ SAA ⇒ SAA ⇒ SAA

S ⇒ SA ⇒ ASA AAS

S ⇒ AS ⇒ 1S ⇒ 10 S ⇒ SA ⇒ SAA
1SA ⇒ 101 AS ⇒ 0S
1AS ⇒ 110

0S ⇒ 0S00 ...00100..
0050

5. (1,1 ponto) Analise as seguintes afirmações:

   c I. Para toda linguagem regular L, existe um autômato com pilha que aceita L.

   II. Para que um autômato com pilha aceite strings não vazias, é necessário que não exista uma transição do seu estado inicial q_0 para o próprio estado q_0 com rótulo $\varepsilon, \varepsilon \to \varepsilon$.

   c III. Durante a remoção de produções ε de uma gramática G, podem ser adicionadas novas produções a G que são obtidas pela remoção de variáveis das suas produções originais.

   IV. Pelo lema do bombeamento, pode-se concluir que a linguagem $\{ w \mid w$ é uma string de 0's e 1's com uma quantidade diferente de 0's e 1's $\}$ é regular.

   V. O lema do bombeamento para linguagens regulares serve para mostrar uma propriedade das linguagens desta classe e também pode ser usado para provar que uma linguagem não pertence a esta classe.

   Indique a opção correta:

   x A. I, II e IV são as únicas afirmações verdadeiras.

   x B. I e II são as únicas afirmações verdadeiras.

   C. I, III e V são as únicas afirmações verdadeiras.

   x D. III e V são as únicas afirmações verdadeiras.

   x E. III, IV e V são as únicas afirmações verdadeiras.

   F. I, II, III, IV e V são todas afirmações verdadeiras.

5,555