1. (1,6 ponto) Um torneio de ping-pong é realizado com 4 jogadores, todos com idades diferentes. Cada jogador disputa exatamente um partida com cada um dos outros jogadores. O campeão do torneio é o jogador com o maior número de vitórias. Em caso de empate, o jogador mais velho é considerado o campeão.

   A partir dos resultados do torneio, é construído um digrafo G da seguinte maneira: existe um vértice v_i para cada jogador i e existe uma aresta de um vértice v_i para um vértice v_j se e somente se o jogador i venceu a partida que disputou com o jogador j. Baseado nisto, responda ao seguinte:

   (a) Considere o vértice de G correspondente ao campeão do torneio. É garantido que o grau de entrada deste vértice é 0? Justifique a sua resposta.

   (b) É garantido que existe um ciclo em G? Justifique a sua resposta.

2. (2,0 pontos) A sua equipe está desenvolvendo um novo *software* de gerenciamento de tarefas. Neste contexto, para duas tarefas t_i e t_j, diz-se que t_i precede t_j ou que t_j sucede t_i se t_i deve ser completada antes de t_j ser iniciada. O *software* deve ter a seguinte **funcionalidade**: Dada uma tarefa t, informar quantas tarefas sucedem, direta ou indiretamente, t. Basedo nisto, faça o que é pedido a seguir:

   (a) Responda: Como a sua equipe pode construir um grafo para utilizar na implementação da funcionalidade acima? Explique se o grafo é dirigido ou não e o que representam os vértices e as arestas do grafo.

   (b) Elabore um algoritmo que implementa a funcionalidade acima. Descreva o seu algoritmo através de um método de um objeto que representa um grafo (como feito para alguns algoritmos vistos em aula). No seu algoritmo, você pode realizar chamadas a algoritmos vistos em aula considerando que estes algoritmos já estão implementados (por exemplo, para utilizar um algoritmo X, você pode escrever uma linha no seguinte formato: `... AlgoritmoX(...) ...`).

3. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

   (a) Foram vistos em aula algoritmos para encontrar caminhos de peso mínimo em um digrafo. Neste contexto, foi estudada a operação de relaxação de uma aresta uv de um digrafo. Descreva o que é feito nesta operação.

   (b) Considere o Algoritmo de Dijkstra executado para encontrar caminhos de peso mínimo do **vértice v_0** para todos os vértices de um digrafo G. Lembre que este algoritmo usa um vetor dp e um vetor pai. Ao fim da execução do algoritmo, estes vetores têm o seguinte significado: para cada vértice v_i de G,

   - $dp[i]$ contém o peso mínimo de um v_0v_i-caminho e
   - $pai[i]$ contém o predecessor (o vértice que vem antes) de v_i em um v_0v_i-caminho de peso mínimo.

   Dê um exemplo do digrafo G tal que G tenha 4 vértices e 5 arestas e, ao fim da execução do algoritmo, $dp[0] = 0$, $dp[1] = 9$, $dp[2] = 11$, $dp[3] = 6$ e $pai[0] = -1$, $pai[1] = 0$, $pai[2] = 3$, $pai[3] = 0$. Indique o peso de todas as arestas de G.

Colono

4. (2,2 pontos) Em uma determinada área de uma cidade, estão sendo instaladas 5 antenas de transmissão sem fio. A distância em metros entre cada par de antenas (com as antenas numeradas de 0 a 4) é dada na tabela abaixo. Baseado em um parâmetro p, um grafo $G(p)$ é construído da seguinte maneira: existe um vértice v_i para cada antena i e existe uma aresta entre dois vértices distintos v_i e v_j se e somente se a distância entre as antenas i e j é menor ou igual a p. Por exemplo, se $p = 50$, então $G(p)$ possui apenas a aresta v_0v_3. Já se $p = 80$, então $G(p)$ possui as arestas v_0v_1 e v_0v_3.

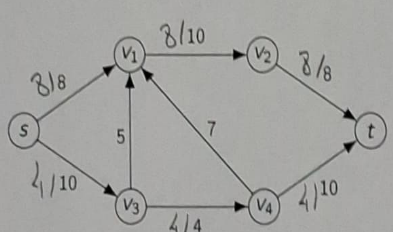
	0	1	2	3	4
0		80	170	50	100
1	80		120	100	160
2	170	120		200	250
3	50	100	200		100
4	100	160	250	100	

Faça o que é pedido a seguir:

(a) Encontre o menor valor de p tal que é necessário usar 4 ou mais cores para colorir os vértices de $G(p)$. Isto de modo que, para cada par de vértices vizinhos v_i, v_j de $G(p)$, as cores de v_i e v_j sejam diferentes. Indique o valor encontrado de p, apresente o grafo $G(p)$ e dê uma coloração de $G(p)$.

(b) Encontre o menor valor de p tal que $G(p)$ é um grafo hamiltoniano. Indique o valor encontrado de p, apresente o grafo $G(p)$ e explique por que $G(p)$ é um grafo hamiltoniano.

5. (2,2 pontos) Considere a rede de fluxo G dada abaixo:



Faça o que é pedido a seguir:

(a) Apresente um fluxo em G de valor máximo. (Atenção: você deve indicar todos os valores atribuídos no fluxo.)

(b) Baseado no funcionamento do Método de Ford-Fulkerson, explique, de maneira precisa e clara, por que o fluxo do item (a) é um fluxo em G de valor máximo.