PRINCIPIOS Y APLICACIONES DEL MÉTODO MONTE CARLO

INSTITUTO DAN BENINSON – SEGUNDO CUATRIMESTRE 2024

GUSTAVO A. SANTA CRUZ

GASANTACR@GMAIL.COM

RESUMEN DE LOS CONTENIDOS DEL CURSO

- Un poco de "historia": Los diferentes orígenes del uso del "azar" y del método Monte Carlo.
- Temas "Experimentales": estimación de la longitud de una cuerda a partir de sus intersecciones con una grilla, estimación experimental del número π.
- Temas "Generales": modelos, probabilidades, variables aleatorias, desigualdades y teoremas asintóticos, estadística, conceptos de probabilidades geométricas y geometría integral.
- Temas "Monte Carlo": historia, control del error, eficiencia, convergencia, estimadores, intervalos de confianza, métodos de muestreo, cadenas de Markov, reducción de varianza. Generadores de números "pseudo" aleatorios, etc.
- Temas "Geométricos": aleatoreidad, procesos aleatorios espaciales, intersecciones entre entes geométricos, estereología, geometría integral, etc.
- Algunas charlas "temáticas" sobre actividades en salud donde se aplica el método.

- Ejemplos:
    - Transporte de partículas, Biofísica de las radiaciones, Macro y Microdosimetría
    - Otros muy variados

MONTE CARLO Y SUS ANTEPASADOS

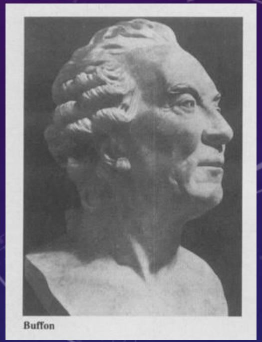
- El azar en la historia de las civilizaciones
  - En la mitología griega, Zeus, Hades y Poseidón juegan a los dados para dividirse el mundo.
  - En el Mahabharata, los Kauravas, celosos y no contentos con el arreglo territorial, desafiaron a los Pandavas a un gran partido de dados, en el que ganaron todo el reino por medios tramposos.
  - Julio César y el río Rubicón (“Alea iacta est”, La suerte está echada)

- El azar y la Biblia
  - En el viejo testamento, hay al menos unas 70 oportunidades en donde «se echará a la suerte» algo por distintas razones: obtener una decisión de Dios, poner una fecha, resolver una pelea, sortear un territorio…
- Juegos de azar (siglos XVII y XVIII) y el problema de la aguja de Buffon

BUFFON Y EL NACIMIENTO DE LAS PROBABILIDADES GEOMÉTRICAS

En el año 1733, Georges Louis Leclerc, conde de Buffon, creaba el campo de las probabilidades geométricas con una memoria "Essay d'arithmétique morale", enviada a la Académie des Sciences (publicada recién en 1777, ya que en 1733 Buffon no era aún un académico).

El ahora clásico "problema de la aguja de Buffon", ligado aún hoy al problema de la determinación del número π, ha sido iniciador de los aspectos formales del campo de las probabilidades geométricas, desarrollado luego por Laplace (Teoría analítica de las probabilidades, 1812), y más tarde de la Geometría Integral. Esta última ha sido la base formal de desarrollos tales como la estereología y de otras técnicas, como la tomografía computada.



George Louis Leclerc
Conde de Buffon
(1707-1788)

"Forma parte de la CNEA (Comisión Nacional de la Energía Atómica) en la sección de matemáticas donde siempre ejerce una labor de apoyo a los jóvenes talentos buscando despertarles la pasión por las matemáticas. Allí se convierte en la primera persona del país en hacer un curso de Teoría de Reactores desarrollando las bases para establecerlos y, ante la falta de presupuesto del centro, se hizo cargo de los puestos de Jefe de Personal y Director de la Biblioteca del centro sin remuneración ninguna."

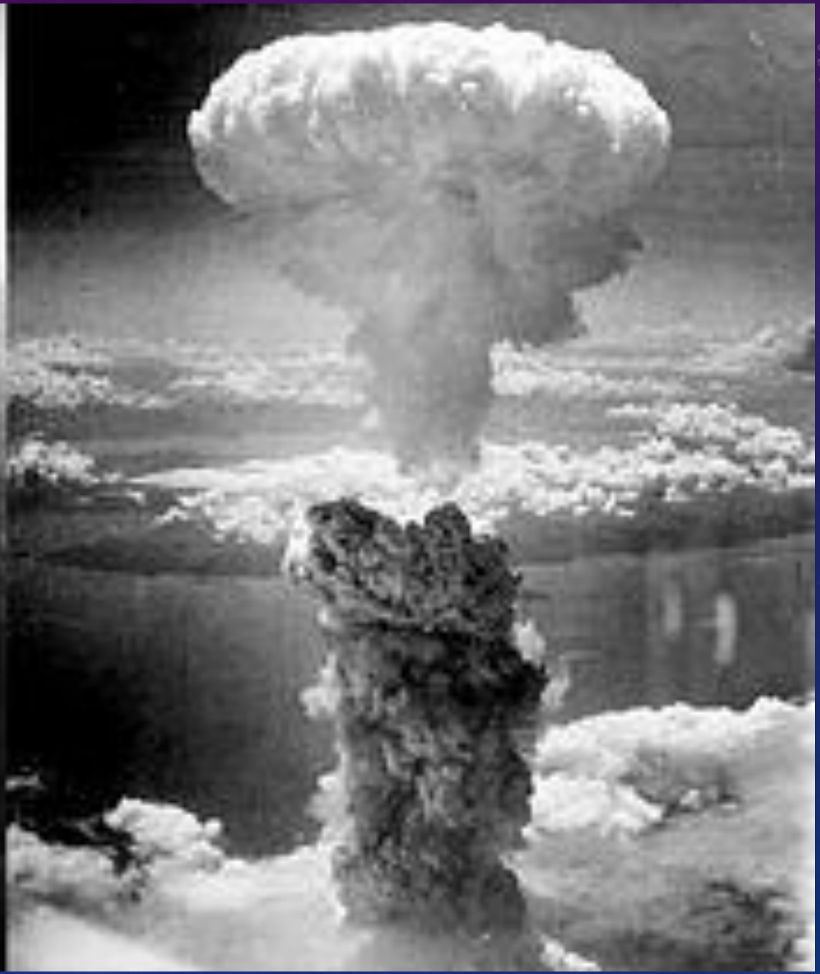
LAS SECCIONES INDISCRETAS
Luis A. Santaló
Revista Ciencia Hoy, Vol. 1, N° 2

EL PROYECTO MANHATTAN

- 1933 – Hitler y el nazismo.
- Emigración de científicos desde Alemania y otros países hacia USA (Bethe, Teller, Szilárd, Einstein y otros).
- 1939 - Hahn, Strassmann, Meiner y Frish logran la fisión del uranio en Alemania.
- La carta de Szilárd y Einstein al pres. Roosevelt advirtiendo sobre la posibilidad de que los alemanes pudieran crear armas nucleares. Nace así el proyecto Manhattan.
- 1942 – Fermi y Szilárd logran la reacción en cadena autosostenida.
- El general Groves toma en sus manos la directiva de Roosevelt y Oppenheimer toma la dirección del proyecto.
- 16 de julio de 1945: la primera bomba nuclear es detonada en el desierto de Alamogordo, Nueva México.
- La II guerra mundial terminaba, pero la guerra del pacífico aun continuaba.
- 26 de julio de 1945: EEUU, Inglaterra y China declaran los términos de la rendición Japonesa en el ultimátum Potsdam, los cuales son desoídos por Japón.

EL PROYECTO MANHATTAN

«Little Boy», Hiroshima, 6 de agosto de 1945



«Fat man», Nagasaki, 9 de agosto de 1945

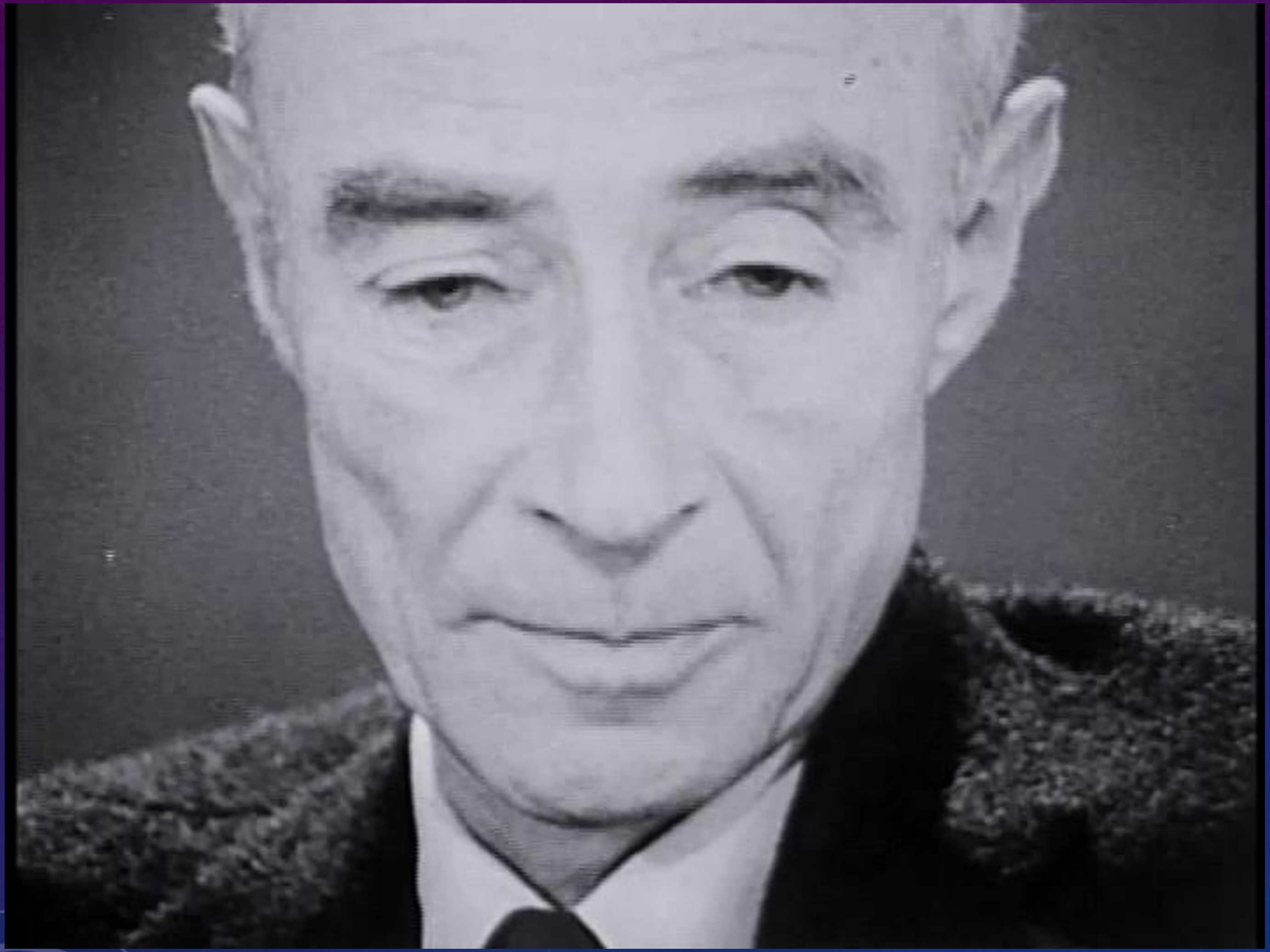
DOS DOCUMENTALES SOBRE EL PROYECTO MANHATTAN Y LA HISTORIA DEL BOMBARDEO QUE CAMBIÓ AL MUNDO

- https://www.youtube.com/watch?v=xwpgmEvlRpM

- https://www.youtube.com/watch?v=4hvrVAPVcOM&t=4170s

Hiroshima y Nagasaki

. Robert Oppenheimer “Now I am become death...”



“We knew the world would not be the same. A few people laughed, a few people cried, most people were silent. I remembered the line from the Hindu scripture, the Bhagavad-Gita. Vishnu is trying to persuade the Prince that he should do his duty and to impress him takes on his multi-armed form and says, “Now, I am become Death, the destroyer of worlds.” I suppose we all thought that one way or another.”

CARL SAGAN “THE DEMON-HAUNTED WORLD”

- “La ciencia, como todos los demás emprendimientos humanos, es moralmente ambigua. Sus hallazgos, por lo tanto, pueden usarse tan fácilmente para el bien como para el mal”.
- “Tomemos a Edward Teller, por ejemplo, quien desarrolló la bomba de hidrógeno. Durante décadas, fue asesor principal sobre armas nucleares del gobierno de EE. UU. y, sin embargo, minimizó deliberadamente los peligros de las armas nucleares simplemente para poder continuar con su investigación”.
- “Por lo tanto, es imperativo que la comunidad científica aborde el temor del público de que se haga un mal uso de la ciencia. La mejor manera de hacerlo es apoyando altos estándares éticos para la investigación y el desarrollo, en tecnologías potencialmente peligrosas”.

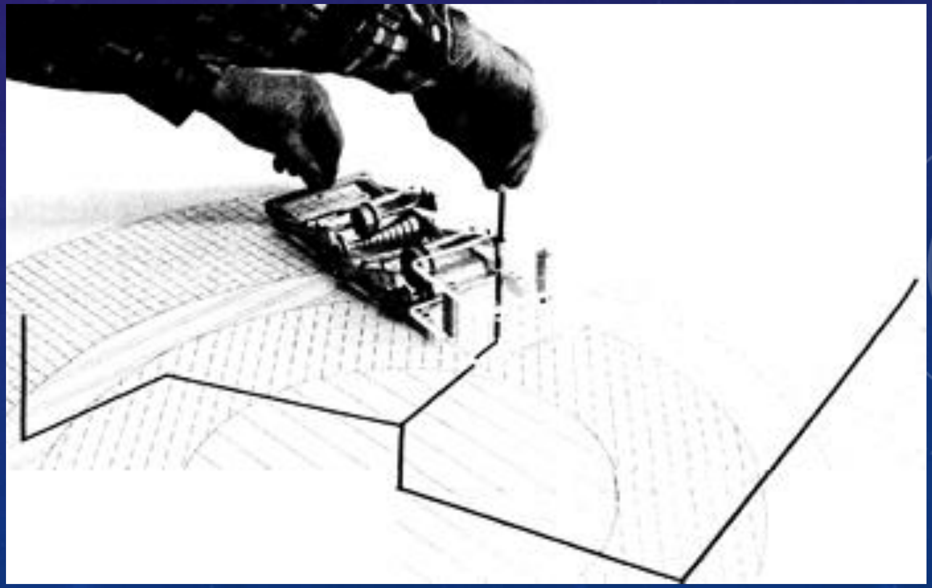
https://lifeclub.org/books/the-demon-haunted-world-carl-sagan-review-summary

PRIMEROS CÁLCULOS «MONTE CARLO»: EL FERMIAC

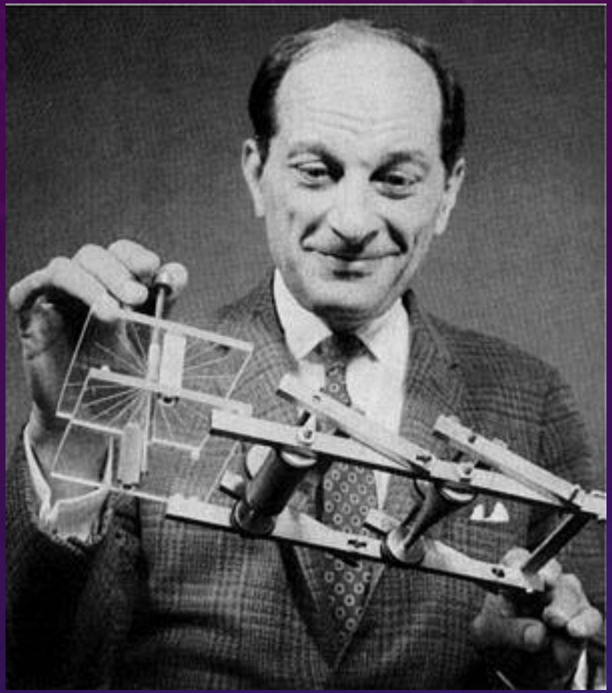
Diseñado y construido por E. Fermi en los años 30, con el propósito de realizar cálculos de transporte de neutrones en un medio fisionable.

En un diagrama 2D a escala del arreglo de materiales, el FERMIAC era utilizado para trazar trayectorias de neutrones individuales desde un origen, recorriendo distancias acordes a las secciones eficaces de interacción y al material a través del cual se movían.

En rigor, fue la primera aplicación moderna «no computacional» del método Monte Carlo.



STAN ULAM



Stanisław Ulam, matemático polaco-americano, sosteniendo el FERMIAC.

- 1935, emigra a USA, entra a Princeton por invitación de John von Neumann.
- Se une al proyecto Manhattan en 1943, y trabaja en el proyecto de implosión para la detonación de la bomba atómica y en la estadística de los procesos multiplicativos de neutrones en una cadena de fisión.
- En 1945, deja Los Álamos, y en 1946 sufre de una encefalitis que lo obliga a recuperarse un largo tiempo luego de la cirugía. Concibe lo que hoy día llamamos el MÉTODO MONTE CARLO, tratando de estimar las chances de ganar al solitario….

Noviembre de 1952, test de la primera bomba de fusión, diseño Teller-Ulam, 10.4 Mtones.

John von Neumann, la ENIAC, la primera concepción de una computadora programable y los cálculos para la generación del arsenal nuclear durante la guerra fría…

Neumann János Lajos, Húngaro, 1903-1957.

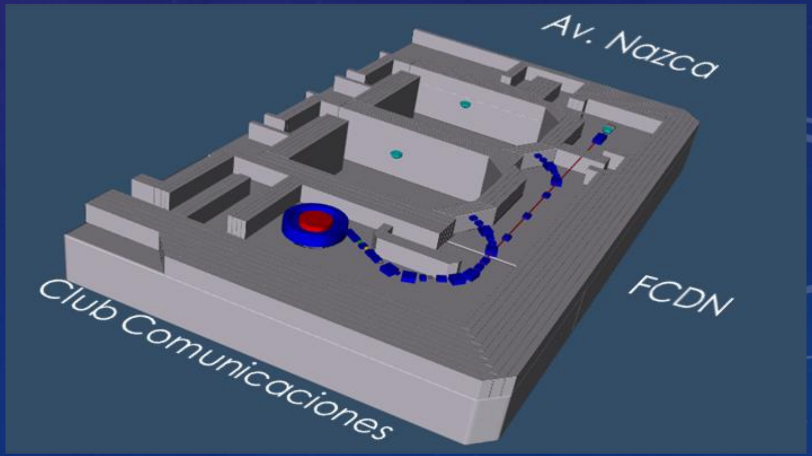
ENIAC, Electronic Numerical Integrator And Computer, 1946.

http://en.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann

HAGAMOS UN PAR DE EXPERIMENTOS

(Aguja de Buffon y cuerda sobre baldosas)

MODELOS, REPRESENTACIONES, ETC

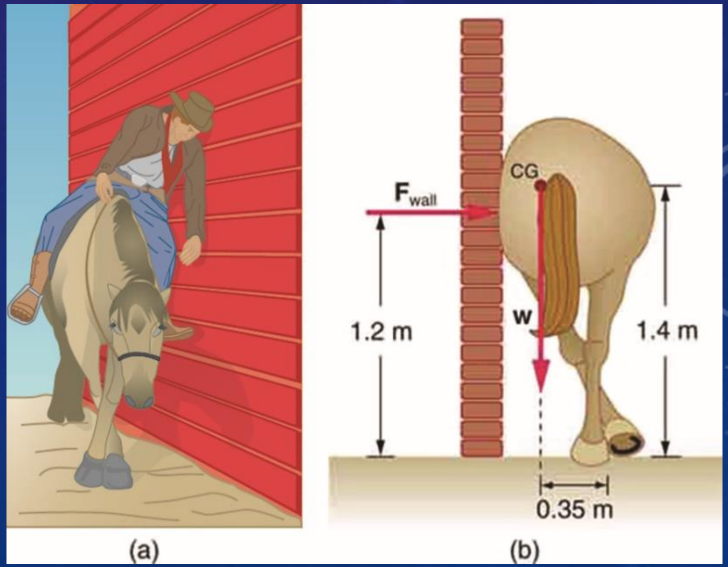


Modelo completo para cálculos de protección radiológica del Centro Argentino de Protonterapia (G. Santa Cruz)

UN GRAN DILEMA DE LA CIENCIA...

Describir una representación exacta del mundo, impidiendo toda clase de cálculo u obtención de soluciones... o

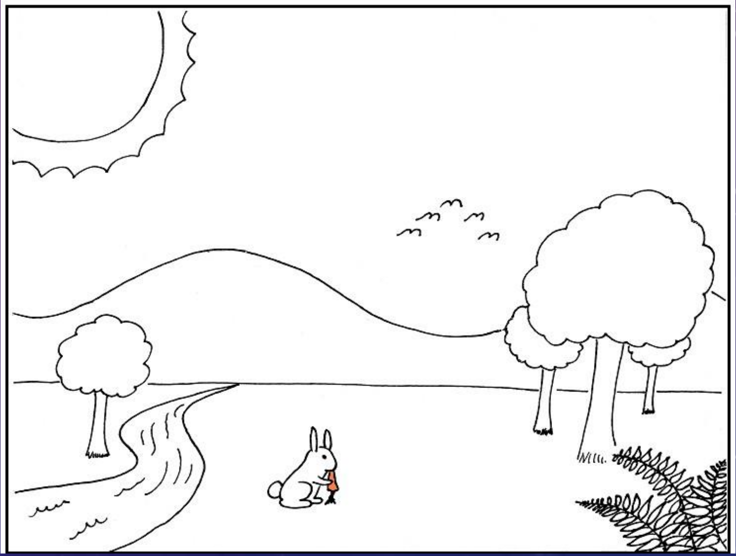
…elegir alguna representación estándar, que permita el cálculo de soluciones, pero que pobremente represente la realidad…

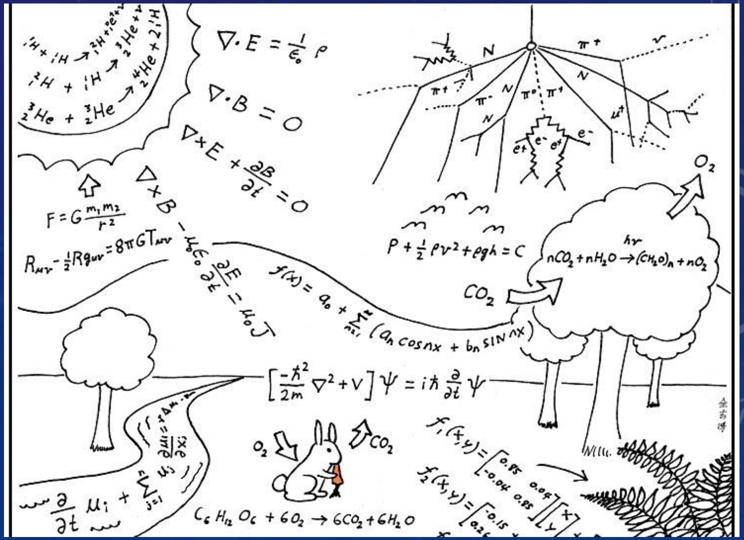


“Del Rigor en la Ciencia” J.L.Borges 1954

En 1954 Jorge Luis Borges publicaba en Buenos Aires la segunda edición de *Historia Universal de la infamia*. En dicho volumen, bajo el capítulo titulado “Etcétera”, aparecía un fragmento atribuido a un tal Suárez Miranda y a una obra titulada *Viajes de Varones Prudentes* [“libro cuarto, cap. XIV, Lérida, 1658”]. Dicho fragmento se titulaba “Del rigor en la ciencia” y era el siguiente:

> ...En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el mapa de una sola Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el mapa del imperio, toda una Provincia. Con el tiempo, esos Mapas Desmesurados no satisfacieron y los Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él. Menos Adictas al Estudio de la Cartografía, las Generaciones Siguientes entendieron que ese dilatado Mapa era Inútil y no sin Impiedad lo entregaron a las Inclemencias del Sol y de los Inviernos. En los desiertos del Oeste perduran despedazadas Ruinas del Mapa, habitadas por Animales y por Mendigos; en todo el País no hay otra reliquia de las Disciplinas Geográficas.

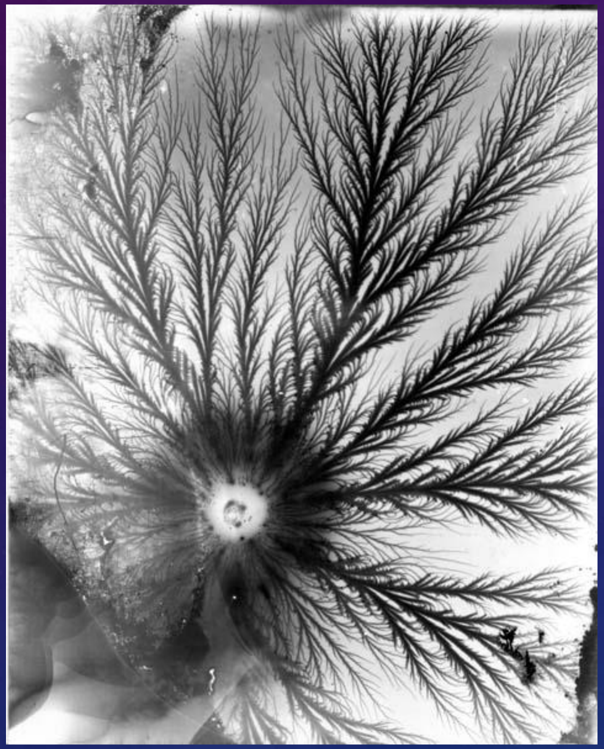




SIMULACIONES (REALES O VIRTUALES)

SIMULACIONES

«Una simulación es la imitación de un proceso mediante el uso de otro proceso» *Stephan Hartmann, físico y filósofo contemporáneo alemán*



Descargas eléctricas. Glass Plate Negatives of Thomas Burton Kinraide, ca. 1897

Mazda en túnel de viento

SIMULACIONES

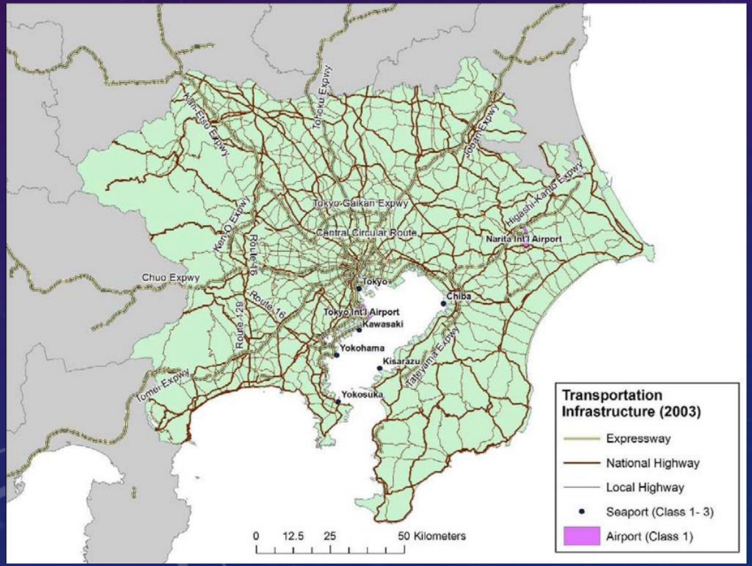
Moho de Fango
«Physarum Polycephalum»

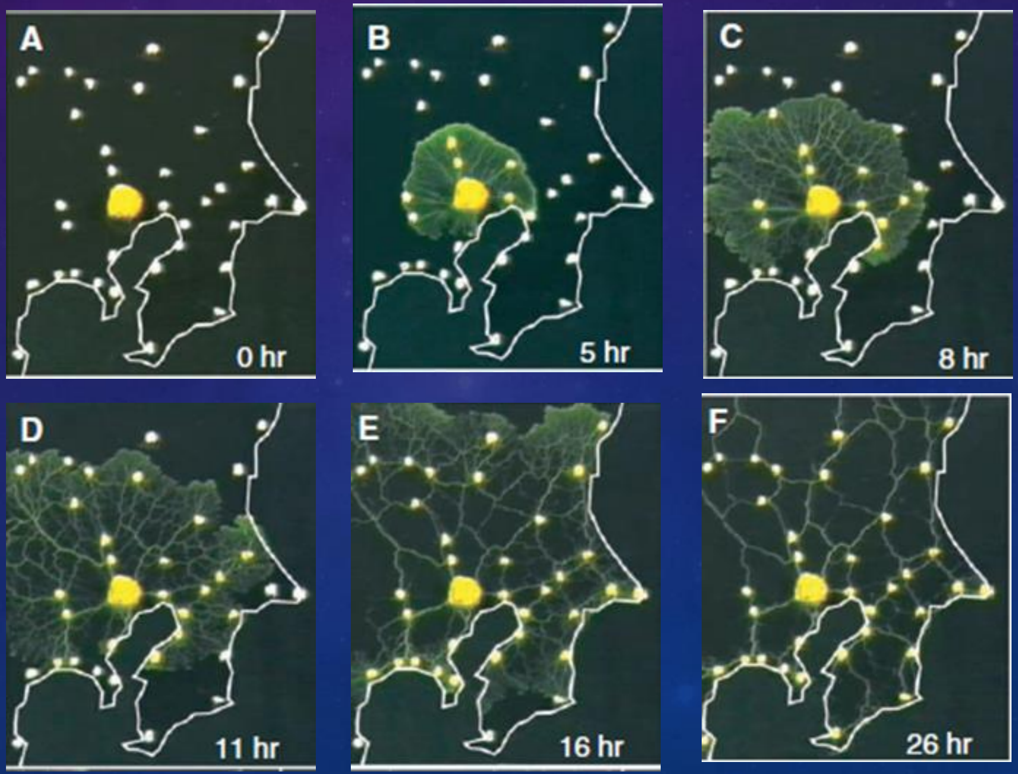
"Rules for Biologically Inspired Adaptive Network Design",
Tero. A, et al. www.sciencemag.org SCIENCE VOL 327 22 JANUARY 2010

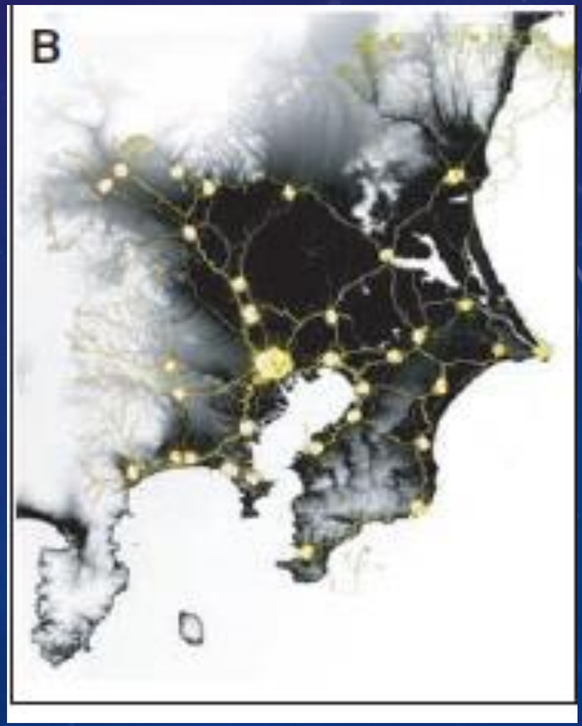
https://www.youtube.com/watch?v=GY_uMH8Xpy0&t=174s

Physarum es un gran organismo ameboide unicelular que busca fuentes de alimento distribuidas en parches. El plasmodio individual inicialmente explora con un margen de alimentación relativamente contiguo para maximizar el área buscada.

Sin embargo, detrás del margen, esto se resuelve en una red tubular que une las fuentes de alimentos descubiertas a través de conexiones directas, uniones intermedias adicionales que reducen la longitud total de la red de conexión y la formación de enlaces cruzados ocasionales que mejoran la calidad general. transporte, eficiencia y resiliencia.







FENÓMENOS, EXPERIMENTOS, MODELOS, SIMULACIONES Y TEORÍAS

"Observación"

Experimentación: realizaciones del fenómeno o de sus partes, con el objeto de estudiar su comportamiento. Son en rigor «simulaciones materiales» (físicas o químicas, o biológicas, etc.).

Modelo: representación abstracta de las propiedades de los agentes que componen al sistema y sus interacciones.

Teoría: descripción, a veces simplificada, a través de las ecuaciones que gobiernan su comportamiento, incluyendo su resolución simbólica y/o analítica.

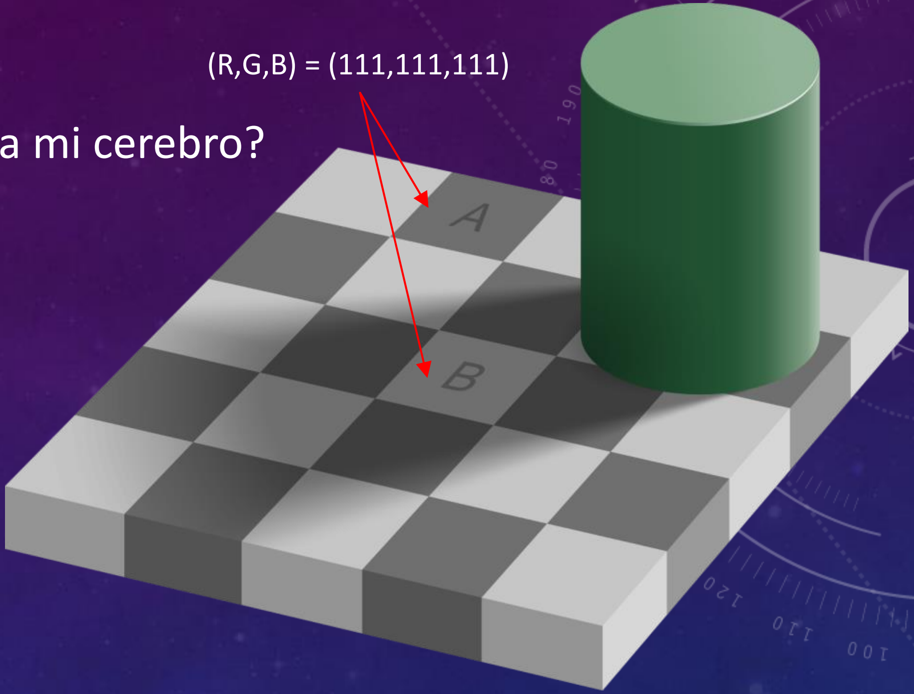
Simulaciones computacionales:

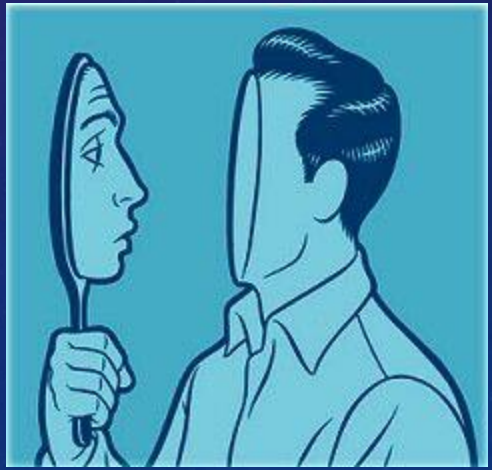
Permiten validar las simplificaciones de la teoría y validar el modelo propuesto.
A veces, son el único medio para realizar un cálculo acerca del sistema real.

MODELOS

¿Cómo va a ser mi día?

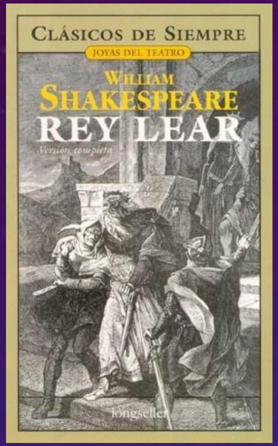
¿Cómo modela mi cerebro?





¿Cómo me represento a mí mismo/a?

Fenómenos, teorías, modelos, simulaciones y…. quien las «realiza»



El Rey Lear: la tragedia de
W. Shakespeare

Alfredo Alcón, actor

En el Centro Drámatico Nacional, España, bajo la dirección de Gerardo Vera, 2008

MODELOS (EN CIENCIA)

Pizza «célula»

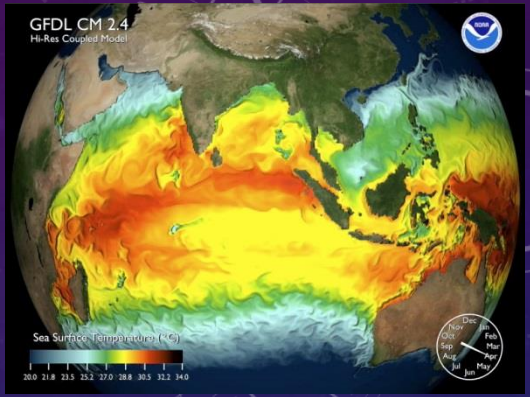
MODELOS

Son centrales en ciencia, siendo uno de los principales "instrumentos" de la misma. Extienden y generalmente reemplazan a nuestros sentidos. Son, en rigor, frutos de nuestra imaginación.

Generan cuestiones semánticas:

¿Cuál es su rol representacional?
¿Qué clase de "cosas" son?
¿Cómo aprendemos de ellos?
¿Cómo se relacionan con la teoría (si existe)?....¿son lo mismo?

Semántica: Modelos y “Representaciones”

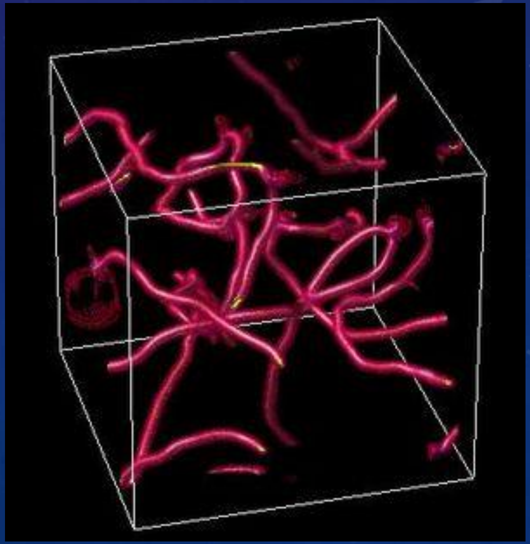


Pueden cumplir dos funciones:

1) representaciones de una parte del mundo
    - -modelos de fenómenos o sistemas
    - -modelos de datos

2) representaciones de una teoría (se interpretan las leyes y axiomas de la misma)

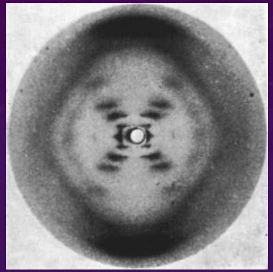
No son aspectos excluyentes.

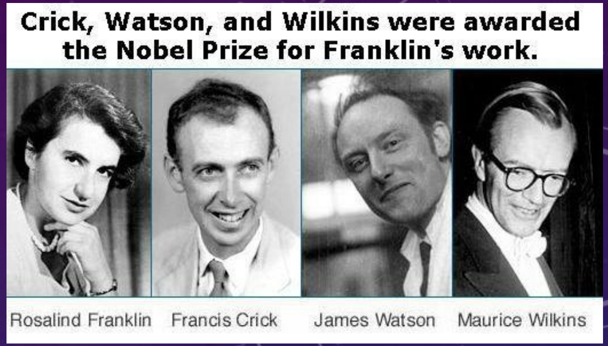


This models a small region of the observable universe right after strings have formed, at around 10^{-36} sec, when the distances between them were still only a few times their thickness. Credit: Mark Hindmarsh
http://phys.org/news120823753.html

Ejemplos

- modelo de Franklin, Wilkins, Watson y Crick del ADN,
- modelo del átomo de Bohr,
- modelo a escala de un puente





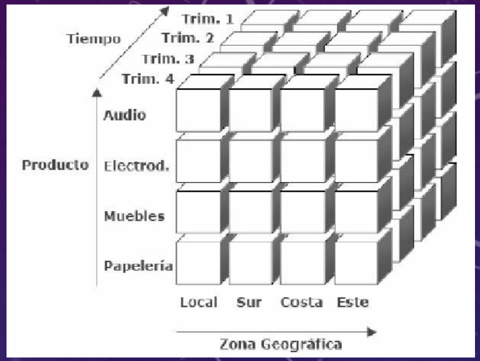
No son en general descripciones sino más bien entidades "no lingüísticas".
De otra forma, se reducirían a entender cómo el lenguaje se relaciona con la realidad.
Si no contáramos con un «metalenguaje» (las matemáticas) los modelos sólo se restringirían a describir lo que "vemos", la realidad a través de nuestros sentidos.

Clasificaciones:

Fenomenológicos,
Matemáticos,
Computacionales,
A escala,
Idealizados (simplificados),
Para test,
Teóricos,
Heurísticos (manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc.),
Empíricos y Mecanísticos,
Didácticos,
por Analogías,
etc...

https://mujeresconciencia.com/2014/05/09/el-caso-de-rosalind-franklin/

Modelos de Datos: Versiones depuradas del conjunto de datos, luego de haber eliminado errores, datos espúreos, perturbaciones, sesgos, etc => Reducción



A partir de esto, surge la representación de los datos según alguna tendencia funcional o estructura subyacente.

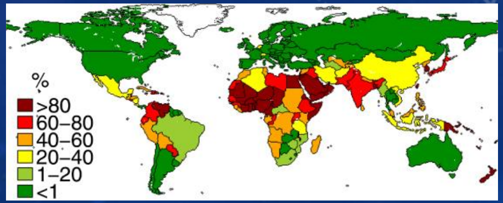
=> generan nuevas teorías
=> confirman (o nó, teorías ya existentes)

Modelos Físicos (o modelos materiales): entidades físicas que sirven de representación del fenómeno u objeto estudiado. Pueden tener ciertas características funcionales que con la debida correlación permitan obtener datos del objeto real.

-Puente a escala
-Franklin, Wilkins, Watson y Crick (fierritos y bolitas)

Modelos "de ficción": aquellos que son concepciones simbólicas o abstracciones matemáticas, que con sus simplificaciones, describen aspectos ideales, entidades no sensibles o sistemas cuyo comportamiento o evolución escapan a la examinación individual y manifiestan rasgos "poblacionales".

Modelo del átomo de Bohr,
Modelo de un gas como "bolas de billar"
Poblaciones (%) en estrés por falta de agua al 2050



Environ. Res. Lett. **4** (October-December 2009)

MODELOS Y SIMULACIÓN

Sistema: colección de entidades relacionadas entre sí, llamadas *componentes* o *elementos*. Su interacción determina el *estado* del sistema. Los elementos poseen ciertas *características* o *atributos* que pueden tomar valores *lógicos* o *numéricos*.

Ej.
HOSPITAL ←→ SISTEMA
MÉDICOS/AS, ENFERMEROS/AS, PACIENTES, SALAS, QUIRÓFANOS, etc ←→ ELEMENTOS
Nº DE CAMAS, APTITUDES PERSONALES, etc ←→ ATRIBUTOS
FLUJO DE PACIENTES EN LA SALA DE ESPERA, etc ←→ ESTADOS DEL SISTEMA

Eventos: pueden ser del tipo *discreto,* donde las variables de estado cambian de a saltos (nº de personas esperando a ser atendidas) o *continuo* las variables de estado cambian en forma continua(velocidad de un auto en la autopista).

Modelo en simulaciones: abstracción matemática de un sistema real que puede ser utilizado para entender la dinámica del mismo, hacer predicciones o formular estrategias de control, entre muchas otras cosas.
Un modelo necesita incorporar dos elementos fundamentales (y conflictivos): **simplicidad** (de forma de ser manipulable) y **realismo** (de manera de corresponderse lo más cercanamente posible al sistema a estudiar).

Validación

- Verificando la consistencia dimensional de las expresiones matemáticas.
- Sometiendo al modelo a distintas “entradas” y verificando la consistencia de las “salidas”.
- Reexaminando la formulación del problema de manera de encontrar posibles fallas.
- Test *retrospectivo*: reconstruir información del pasado mediante el uso de datos históricos (cuán bien hubiese resultado la solución si el modelo se hubiera usado).

Soluciones

- analíticas: a través de la resolución explícita de las ecuaciones involucradas en su descripción matemática.
- numéricas: acercamientos a la solución utilizando métodos aproximados.
- Probabilísticas (Monte Carlo): incluye cierta “**aleatoreidad**” en el modelo (ya sea para encontrar la solución estimada o porque la realidad a describir posee *per se* naturaleza aleatoria.

Simulaciones: por qué y para qué

- El sistema es complejo.
- No existen soluciones analíticas.
- Es educativo realizarlas.
- El ejercicio del diseño de la simulación puede ser más valioso que la simulación en si misma.
- Permite encontrar posibles mejoras al sistema real o testearlo antes de implementarlo (al estilo de la USS Voyager y la HOLODECK).
- Permite determinar qué variables son importantes y cuáles no.
- Permite experimentar nuevos escenarios distintos a los ya existentes.
- Provee un laboratorio *in silicon*.
- Permite estudiar sistemas dinámicos en escalas temporales muy variadas.
- Permite incluir cierto nivel de “ruido”en un sistema, testear su robustez y optimizarlo.

Clasificación de los modelos

•Estáticos vs Dinámicos. Los estáticos no evolucionan ni representan el pasaje del tiempo. Los dinámicos incluyen evolución temporal (la operación de los semáforos dependiendo de la hora del día).

•Determinísticos vs Estocásticos. Todas las relaciones matemáticas y lógicas están fijas de antemano en un modelo determinístico. Por el contrario, un modelo con sólo una entrada aleatoria ya es considerado estocástico.

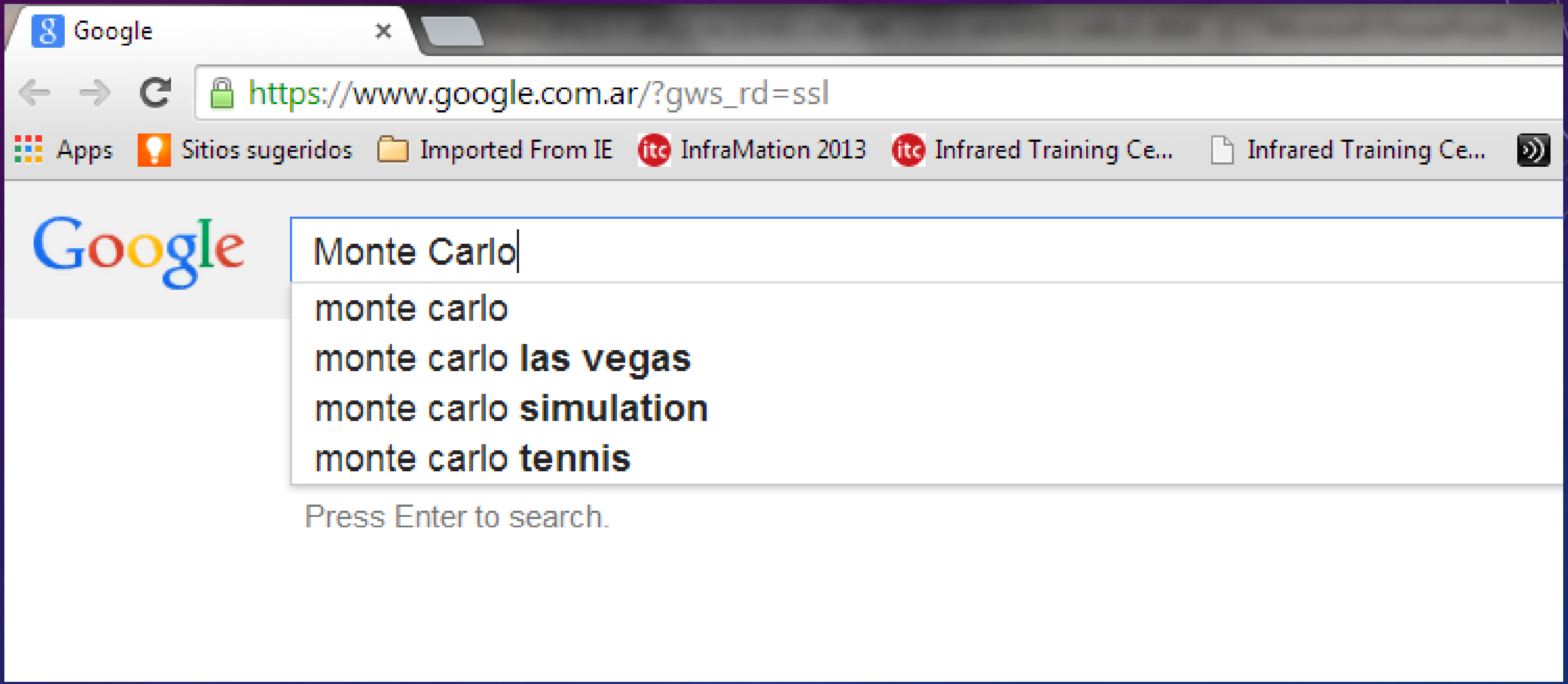
•Discretos vs. Continuos. En los primeros, las variables de estado cambian instantáneamente en puntos discretos en tiempo y espacio, mientras que en los segundos éstas lo hacen en forma continua.

Si dejamos de lado los modelos analíticos y determinísticos, caemos naturalmente en aquellos sistemas que son descriptos por (o hacen uso de) PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Del Griego Stokhos = **dar en el blanco**

MONTE CARLO

MONTE CARLO


Google
https://www.google.com.ar/?gws_rd=ssl
Apps
Sitios sugeridos
Imported From IE
InfraMation 2013
Infrared Training Ce...
Infrared Training Ce...
Google
Monte Carlo
monte carlo
monte carlo las vegas
monte carlo simulation
monte carlo tennis
Press Enter to search.

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- “A broad class of computational algorithms that rely on repeated random sampling to obtain numerical results” (wikipedia)
- *Una amplia clase de algoritmos computacionales que se basan en el muestreo aleatorio repetitivo para obtener resultados numéricos.*

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- “A problem solving technique used to approximate the probability of certain outcomes by running multiple trial runs, called simulations, using random variables” (investopedia)

- *Técnica de solución de problemas utilizada para aproximar la probabilidad de ciertos resultados mediante la ejecución de múltiples corridas de ensayos, llamadas simulaciones, usando variables aleatorias.*

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- “Relating to, or involving the use of random sampling techniques and often the use of computer simulation to obtain approximate solutions to mathematical or physical problems especially in terms of a range of values each of which has a calculated probability of being the solution.” (Merriam-Webster)

- *Relativo a, o involucrando el uso de técnicas de muestreo aleatorio y, a menudo, el uso de simulación computacional para obtener soluciones aproximadas a problemas matemáticos o físicos, especialmente en términos de un rango de valores cada uno de los cuales tiene una probabilidad calculada de ser la solución.*

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- "A technique in which a large quantity of randomly generated numbers is studied using a probabilistic model to find an approximate solution to a numerical problem that would be difficult to solve by other methods" (Oxford Dictionaries).

- *Una técnica en la que una gran cantidad de números generados al azar es estudiada usando un modelo probabilístico para encontrar una solución aproximada para un problema numérico que sería difícil de resolver por otros métodos.*

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- "The Monte Carlo method, also called Monte Carlo analysis, is a means of statistical evaluation of mathematical functions using random samples." (techtarget.com)

- *El método Monte Carlo, también llamado análisis Monte Carlo, es un medio de evaluación estadística de funciones matemáticas usando muestras aleatorias.*

ALGUNAS DEFINICIONES «GOOGLEADAS»

- "Computation intensive forecasting technique applied where statistical analysis is extremely cumbersome due to the complexity of a problem (such as queuing or waiting line probabilities, or inventories involving millions of items). Used only where the problem has a chance (random) component, and is subject to unpredictable influences, it simulates (models) a situation on the basis of current and past (historical) data" (businessdictionary.com).

- *Técnica de pronóstico intensiva aplicada cuando el análisis estadístico es muy engorroso debido a la complejidad de un problema (tal como probabilidades de línea de espera, o inventarios que involucran a millones de artículos). Se utiliza sólo cuando el problema tiene una componente (al azar) de probabilidades, y está sujeto a influencias impredecibles, simula (modela) una situación en base a datos actuales y pasados (históricos).*

DEFINICIONES DEL MÉTODO MONTE CARLO ADOPTADAS EN ESTE CURSO

«Método que provee soluciones **estimadas** a una variedad de problemas llevando a cabo experimentos de **muestreo estadístico**.»

Estimada, Estimador $\neq$ Aproximada, Aproximación

«Método que utiliza deliberadamente **números aleatorios** en un **cálculo** que tiene la **estructura** de **un proceso estocástico**.»

Muestreo estadístico ↔ Proceso estocástico

Poblaciones "reales" o "ficticias"

Procesos "reales" o "ficticios"

Simulación

MUESTREO ESTADÍSTICO

- La Estadística:
  - Para los matemáticos implica la búsqueda de estructuras que permitan reducir la cantidad de datos disponibles y obtener información de los parámetros «ocultos» en los datos;
  - Para los estadísticos calculistas, implica el diseño de experimentos de muestreo y la interpretación de los resultados obtenidos. A menudo, se considera el cálculo computacional como parte de La Estadística.
- Muestreo estadístico: proceso por el cual se pretende obtener información de una dada <u>población</u> estudiando <u>muestras</u> de la misma.

MONTE CARLO: ¿ES UNA FORMA DE "MUESTREO ESTADÍSTICO"?

- Sí, es en esencia una técnica que en síntesis es lo que para los matemáticos era conocido como «muestreo estadístico».
- Las «poblaciones» son las distribuciones de probabilidad que son «muestreadas» en cada etapa de un cálculo por Monte Carlo.
- Las cantidades estimadas de dichas poblaciones resultan de la evaluación de expresiones matemáticas en base a las muestras colectadas.

El nombre "Monte Carlo" fue acuñado por Stanislav Ulam y John Von Neumann en la década del 1940, ambos matemáticos que trabajaban en Los Alamos, en el Proyecto Manhattan, con el objetivo de resolver problemas de difusión de neutrones.

APLICACIONES DEL MÉTODO MONTE CARLO

- Ampliamente usado en matemáticas, ciencia, industria, comercio, entretenimiento, etc.
- Es parte esencial de algoritmos que pretenden describir fenómenos que tienen una componente estocástica:
    - movimiento de partículas microscópicas en un medio líquido;
    - generación y transporte de paquetes de datos a través de redes;
    - neutrónica, transporte de partículas en campos de radiación;
    - juegos de azar;
    - procesos de arribo de clientes, atención y despacho;
    - etc.
- También, son utilizados en multitud de situaciones donde es necesario encontrar una solución estimada a problemas que no tienen naturaleza estocástica:

$$\iint_{\mathcal{A}} \sin xy\, e^{-(x^2+y^2)} dxdy \qquad \mathcal{A} = \left\{x, y \in \mathcal{R}^2 \middle| \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} \leq 1\right\}$$

MONTE CARLO Y SIMULACIONES:

Ecuación de transporte integro-diferencial de Boltzmann

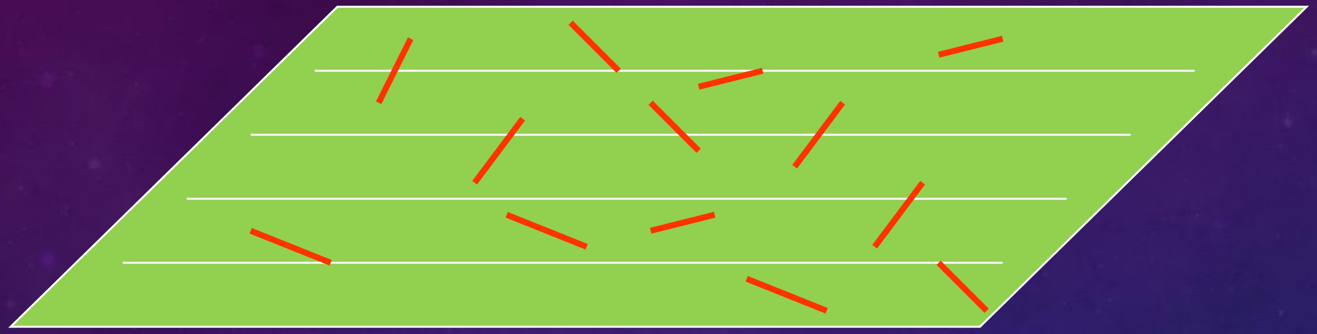
$$\frac{1}{v}\frac{\partial \Psi_t}{\partial t}(r,\Omega,E) + \Omega \cdot \nabla_r \Psi_t(r,\Omega,E) + \hat{\Sigma}(r,\Omega,E)\Psi_t(r,\Omega,E)$$
$$= S_t(r,\Omega,E) + \frac{\partial}{\partial E}(\varsigma(r,\Omega,E)\Psi_t(r,\Omega,E))$$
$$+ \int_0^\infty \mathrm{d}E' \int_{\mathbb{S}^2} \mathrm{d}\Omega' \Sigma(r,\Omega' \to \Omega, E' \to E)\Psi_t(r,\Omega',E')$$

Es básicamente una enumeración formal de todos los caminos posibles por los cuales las partículas pueden salir o entrar en el elemento de volumen del espacio de fases $dEd\Omega$

Se consideran colisiones de partículas, fisión, absorción, dispersión, pérdida de energía y fuentes de radiación.

- El método Monte Carlo puede usarse para resolver una integral.
- También, utilizado como una herramienta de simulación, permite realizar el “transporte” de partículas mediante procesos de interacción cuya cinemática está dada por las secciones eficaces de interacción, SIN PLANTEAR UNA EXPRESIÓN INTEGRO-DIFERENCIAL, sino dejando que el fenómeno se reproduzca solo en una PC. Los resultados obtenidos serán soluciones estimadas de dicha ecuación.

«Juego» de la aguja de Buffon

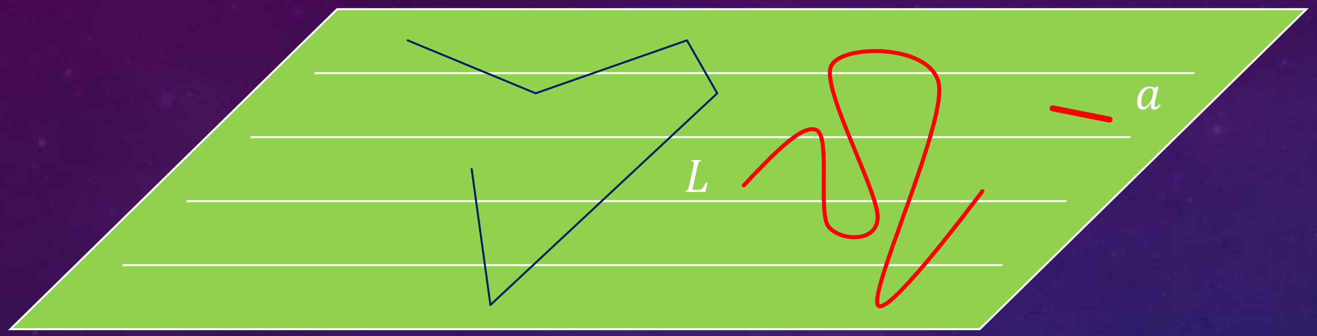


Una aguja de longitud L es arrojada “al azar” sobre un conjunto de líneas paralelas equidistantes en el plano, que se encuentran separadas por una distancia d tal que, $L \leq d$

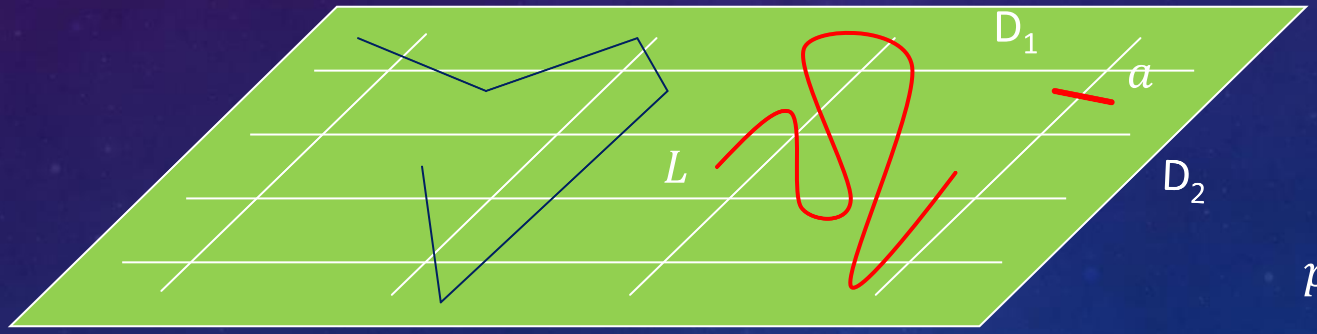
$$p = \frac{2L}{\pi d}$$

¿Cómo determinar el valor de la apuesta para que el juego sea «justo»?

Otras expresiones que le siguieron:



$$E(N) = \frac{2L}{\pi D}$$



$$E(N) = \frac{2L(D_1 + D_2)}{\pi D_1 D_2}$$

$$p = \frac{(2a(D_1 + D_2) - a^2)}{\pi D_1 D_2}$$

Caso más general

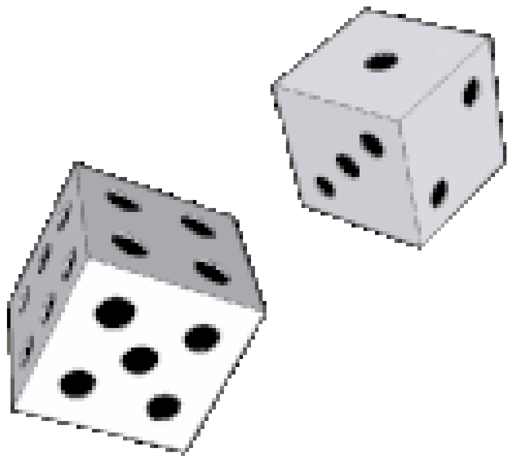
$$E(C_1 \cap C_2) = \frac{2L_1L_2}{\pi A}$$

L_1 y L_2 son las longitudes totales de ambos conjuntos

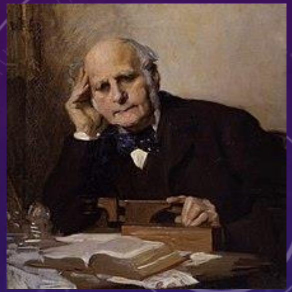
Condiciones:

1) Las distribuciones de ambos conjuntos sobre un área A (sobre la que las curvas "caen" aleatoriamente) son independientes entre sí, si bien dentro de algún conjunto puede haber algún ordenamiento sistemático.
2) El ordenamiento de al menos uno de los conjuntos debe ser al azar.

BUENO, A SIMULAR ALGO



…VAMOS A SIMULAR EL "TABLERO DE (SIR FRANCIS) GALTON"



1) Inicialización
    a) N (número de bolitas)
    b) xinicial (0), yinicial (h)
    c) probabilidad p de saltar a la izquierda (1-p de saltar a la derecha)
2) Repetir N veces (tantas como bolitas tenga)
3) "mientras y > 0"
    a) elegir un número al azar U en (0,1) con probabilidad uniforme
        "si U < p" entonces
            x = x – 1
        si no
            x = x + 1
    b) y = y - 1
    c) grafico la posición (x, y)
4) cuando y = 0 "colecto" la posición final (en x)
5) histograma, etc.

https://en.wikipedia.org/wiki/Galton_board

Pero antes algunas preguntas:

¿Qué distribución describe el movimiento de "k" saltos a la izquierda de entre h "caídas" (o h-k saltos a la derecha entre h caídas)?
¿Cuál es el máximo desplazamiento (para la izquierda o para la derecha)?
¿Qué "forma" tomaría la distribución de desplazamientos horizontales? ¿Qué debería hacer tender a inf para que sea (la forma)?

SI NOS SOBRA TIEMPO

Inicio con un valor determinado (menor que 1) un algoritmo muy simple:

1) valor = 0.2
2) 2*valor - 1
3) Si el resultado es negativo, le sumo 1.
4) Si es positivo, lo dejo como está.
5) El resultado lo uso en la próxima iteración.

Repito N veces

```
clear

N=10;
x=zeros(N,1);

x(1)=0.2;

for i=2:N
   a = (2*x(i-1) - 1);
   if a < 0
      a = a + 1;
   end
   x(i) = a;
end

plot(x,'o-')
```