Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

# Actividad 19

**Autores:**

| | |
|---|---|
| Diego Alejandro Téllez Martínez | 1941559 |
| Alexia Sofía Ibarra García | 1841890 |
| Cristian Joel Gallegos Yáñez | 1990064 |
| Gustavo Hernández Ángeles | 1989978 |

**Materia:**
Física Computacional

**Profesor:**
Alfredo Tlahuice Flores *14 de marzo de 2023*

# Actividad 19

## 1. Problema 1

Resolver analítica y numéricamente, usando el método de Euler Modificado, la siguiente ecuación diferencial y estimar y(1)

$y' - 4xy = 0$ ; y(0) $= 0.2$

**Solución**

Consideramos h $= 0.01$ y empleando el método de Euler Modificado visto en clase realizamos alrededor de 100 iteraciones. Los resultados obtenidos a mano son los siguientes:

Actividad 20

martes, 14 de marzo de 2023 07:36 p. m.

$y' - 4xy = 0$ ; c.i. $y(0) = 0.2$ ; Evaluar $y(1)$

Por separación de variables:

$y' = 4xy \rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int 4x\,dx \rightarrow \ln(y) = \frac{4x^2}{2}$

$\rightarrow \exp(\ln(y)) = 2x^2 + C) \rightarrow y = Ce^{2x^2+C}$

$0.2 = e^{2(0)} C \Rightarrow 0.2 = C \rightarrow C = 0.2$

$\rightarrow \boxed{y = 0.2e^{2x^2}}$

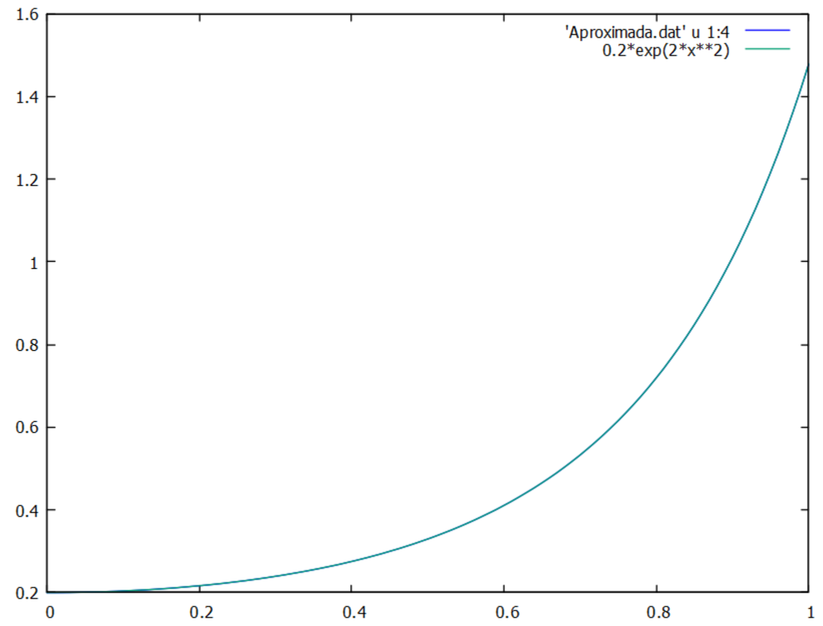
Evaluando $y(1)$:

$y = 0.2e^{2(1)^2} \Rightarrow \boxed{y(1) = 0.2e^2}$

De igual forma introducimos la función en el programa EulerModificado.for obteniendo resultados tanto analíticos como numéricos y el error relativo de nuestro resultado numérico.

```
Valor analitico de y(1):    1.47781122
Valor numerico de y(1):    1.47742319
Error relativo:    2.62568210E-04
```

Podemos comparar los resultados mediante las gráficas, si observamos los resultados son tan precisos que, a simple vista, no se puede observar un error por parte de la función numérica.




## 2. Problema 2

Resolver analítica y numéricamente, usando el método de Euler Modificado, la siguiente ecuación diferencial y estimar y(1)

$y' = \frac{4x(y+\sqrt{y})}{1+x^2}$ ; y(0) = 1.0

**Solución**

De nuevo, en nuestro programa consideramos h = 0.01, empleamos el método de Euler Modificado visto en clase realizando alrededor de 100 iteraciones. Los resultados obtenidos a mano son los siguientes:

$$y' = \frac{4x(y+\sqrt{y})}{1+x^2} \quad ; \quad y(0) = 2.0$$

Solución

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x(y+\sqrt{y})}{1+x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{y+\sqrt{y}}\,dy = \frac{4x}{1+x^2}\,dx$$

$$\int \frac{dy}{y+\sqrt{y}} = 4\int \frac{x}{1+x^2}\,dx \qquad (1)$$

Donde

$$4\int \frac{x}{1+x^2}\,dx = 2\int \frac{dv}{v} = 2\ln|v| = 2\ln|1+x^2| + c \qquad (2)$$

sea $v = 1+x^2$ ; $dv = 2x\,dx$

$$\int \frac{dy}{y+\sqrt{y}} = \int \frac{2u}{u^2+u}\,du = 2\int \frac{1}{1+u}\,du = 2\int \frac{du'}{u'} = 2\ln|u'|$$

sea $u = \sqrt{x}$ $\quad du = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

sea $u' = 1+u$ ; $du' = du$

$$\int \frac{dy}{y+\sqrt{y}} = 2\ln|1+u| = 2\ln|1+\sqrt{y}| + c \qquad (3)$$

De (2) y (3) en (1)

$$2\ln|1+\sqrt{y}| = 2\ln|1+x^2| + c \Rightarrow \ln|1+\sqrt{y}| = \ln|1+x^2| + c/2$$

$$1+\sqrt{y} = \frac{c_0}{2}(1+x^2) \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{c_0}{2}(1+x^2) - 1$$

$$\boxed{\therefore\ y(x) = \left[\tfrac{1}{2}c_0(1+x^2) - 1\right]^2} \quad \text{sol. general}$$

Dado que $y(0) = 1$

$$y(0) = \left[\tfrac{1}{2}c_0(1+0) - 1\right]^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad c_0 = 2$$

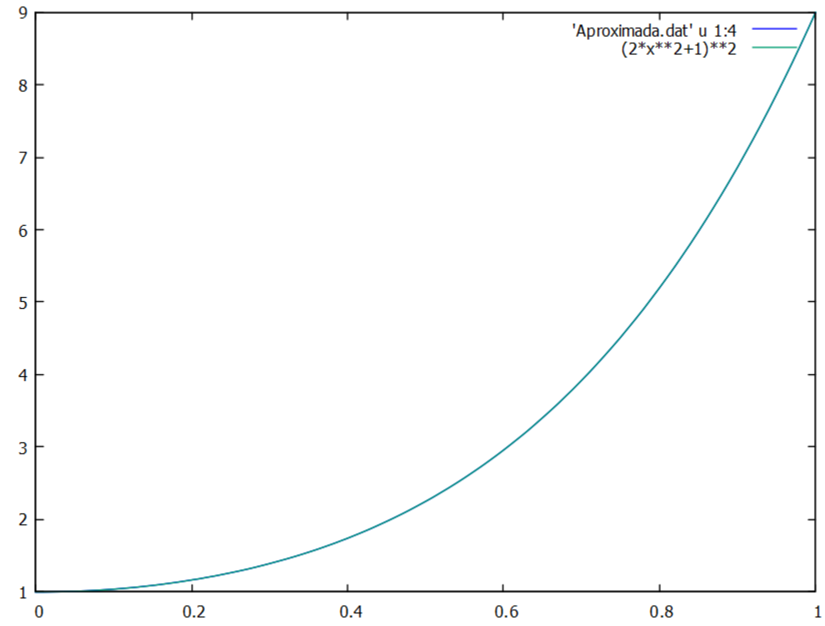
$$\Rightarrow y(x) = \left[2(1+x^2) - 1\right]^2 = \left[2 + 2x^2 - 1\right]^2 = \left[2x^2+1\right]^2$$

$$\boxed{\therefore\ y(x) = \left[2x^2+1\right]^2} \quad \text{sol. particular}$$

Después, introducimos la función en el programa EulerModificado.for obteniendo resultados tanto analíticos como numéricos y el error relativo de nuestro resultado numérico.

```
Valor analitico de y(1):    9.00000000
Valor numerico de y(1):    8.99826336
Error relativo:    1.92960099E-04
```

Podemos comparar los resultados mediante las gráficas, y al igual que en el problema anterior, la precisión que tiene el programa de EulerModificado es muy buena, alcanzando un error relativo del orden de $10^{-4}$.




## Conclusiones

**Alexia Sofía Ibarra García:** Anteriormente se utilizó el método de Euler simple para resolver ecuaciones diferenciales, en esta ocasión se tuvo la oportunidad de utilizar el método de Euler modificado, aunque no es muy preciso aún. Será necesario estudiar e implementar otros métodos para resolver ecuaciones diferenciales para evitar diferencias muy grandes entre resultados analíticos o numéricos.

**Gustavo Hernández Ángeles:** Debido a que el método de Euler Modificado considera derivadas numéricas en los extremos de cada subíntervalo entrega mejores resultados que el método de Euler regular. Además, requiere de menos esfuerzo computacional, es decir, está más optimizado y entrega resultados de mayor precisión. Podemos considerar utilizar este método en la resolución de ecuaciones diferenciales debido a su relación de esfuerzo computacional - precisión. Cuando se presenten todos los métodos para resolver ecuaciones diferenciales planeo hacer un análisis cuantitativo de las diferencias de cada método.

**Diego Alejandro Téllez Martínez:** El método de Euler modificado es una técnica numérica utilizada para aproximar la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Este método es una mejora del método de Euler regular, ya que utiliza una fórmula de iteración que considera la derivada en el punto medio del intervalo de tiempo, lo que resulta en una mayor precisión en la aproximación de la solución. Además, el método de Euler modificado requiere menos esfuerzo computacional que otros métodos numéricos más complejos, lo que lo convierte en una opción atractiva para la resolución de ecuaciones diferenciales en la práctica.

**Cristian Joel Gallegos Yañez:** Como hemos visto en esta actividad, el método de Euler modificado nos ofrece mejores resultados que el método de Euler y al ver los desarrollos analíticos al igual que las curvas de las soluciones, este correspone a muy buenas aproximaciones numéricas al igual que se necesitan menos cálculos y por lo tanto tiene una mayor eficiencia.