CIMAT Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.

CONACYT

Curso Propedéutico de Estadística-Probabilidad clase 3

Unidad Monterrey

Temario

- Otras Distribuciones discretas
  - -Distribución Binomial Negativa
  - -Distribución de Poisson
- Funciones de probabilidad continua
  - -Distribución uniforme
- Función de distribución acumulada

Distribución binomial negativa

La **distribución binomial negativa** se basan en un experimento que satisface las siguientes condiciones:

1. El experimento consiste en una secuencia de **ensayos independientes**.

2. Cada ensayo puede dar por resultado un **éxito (*S*)** o una **falla (*F*)**.

3. La **probabilidad de éxito** es **constante** de un ensayo a otro, por tanto,

$$P(S \text{ en el ensayo } i) = p \quad \text{con } i = 1, 2, 3, \ldots$$

Distribución binomial negativa

¿Cuál es la variable aleatoria de interés en la distribución binomial negativa ?

La variable aleatoria de interés es *X*
→ El **número de fallas** que preceden al **éxito *r*-ésimo**

Se llama **variable aleatoria binomial negativa** porque, en contraste con la variable aleatoria binomial, el número de **éxitos es fijo** y el **número de ensayos es aleatorio.**

¿Distribución binomial?

Binomial → el número de **ensayos es fijo** y el **número de éxitos es aleatorio**

Distribución binomial negativa

¿Cuál es son los posibles valores que toma la variable discreta binomial negativa?

Naturales (numerables) → 0,1,2,….

La **función de masa de probabilidad** de la variable aleatoria binomial negativa X con los parámetros r = número de éxitos (S) y p = P(S)

$$nb(x; r, p) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

nb(7; r=3, *p=0.5*) → *Si la probabilidad de éxito es 0.5, ¿cuál es la probabilidad de obtener 7 fracasos antes del 3er éxito?*

nb(2; r=10, *p=0.2*) → *Si la probabilidad de éxito es 0.2, ¿cuál es la probabilidad de obtener 2 fracasos antes del 10° éxito?*

Distribución binomial negativa

¿Por qué se obtiene esa función de masa de probabilidad?

$$nb(x; r, p) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

nb(7; r=3, *p=0.5*) ➡ *Si la probabilidad de éxito es 0.5, ¿cuál es la probabilidad de obtener 7 fracasos antes del 3er éxito?*

*El último ensayo debe ser un éxito.
*y antes del último éxito debe haber exactamente 2 éxitos en los primeros 9 ensayos;

$$nb(7; 3, p) = \left\{\binom{9}{2} \cdot p^2(1-p)^7\right\} \cdot p = \binom{9}{2} \cdot p^3(1-p)^7$$

Distribución binomial negativa

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1} \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 2 = 6$$

Distribución binomial negativa

Ejercicio 1
Un pediatra desea reclutar **5 parejas**, cada una de las cuales espera a su **primer hijo**, para participar en un nuevo **programa de parto natural**.

Sea S ={está de acuerdo en participar} → p =P(una pareja seleccionada al azar está de acuerdo en participar). Si p =0.2 (con)

¿Cuál es la probabilidad de que **15 parejas deban ser entrevistadas** antes de encontrar **5 que estén de acuerdo** en participar?

Es decir, ¿cuál es la probabilidad de que ocurran **10 fallas** antes del **5to éxito**?

Al sustituir r =5, p =0.2 y x =10 en $nb(x; r, p)$

$$nb(10; 5, 0.2) = \binom{14}{4}(0.2)^5(0.8)^{10} = 0.034$$

Distribución binomial negativa

Observaciones:

1) En algunas fuentes la variable aleatoria binomial negativa es:
el **número de ensayos** $X + r$ en lugar del número de fallas.

2) En el caso especial $r = 1$, la **función de masa de probabilidad** es

$$nb(x; 1, p) = (1 - p)^x p \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Distribución geométrica

3) La **media** y **varianza** están dadas por:

$$E(X) = \frac{r(1-p)}{p} \qquad V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

Distribución binomial negativa

Ejercicio 2:

En la serie de campeonato de la NBA (National Basketball Association), el equipo que gane 4 de 7 juegos será el ganador. Suponga que los equipos *A* y *B* se enfrentan en los juegos de campeonato y que el equipo *A* tiene una probabilidad de 0.55 de ganarle al equipo *B.*

¿Cuál es la probabilidad de que el equipo *A* gane la serie en 6 juegos?

$$nb(x; r, p) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\binom{5}{3} 0.55^4 (1-0.55)^{6-4} = 0.1853$$

Distribución Poisson

Se dice que una **variable aleatoria discreta** *X* tiene una **distribución de Poisson** con parámetro μ ($\mu > 0$) si la **función de masa de probabilidad** de *X* es:

$$p(x; \mu) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Media dist.

Se extiende a ***todos* los números enteros no negativos (numerable)**

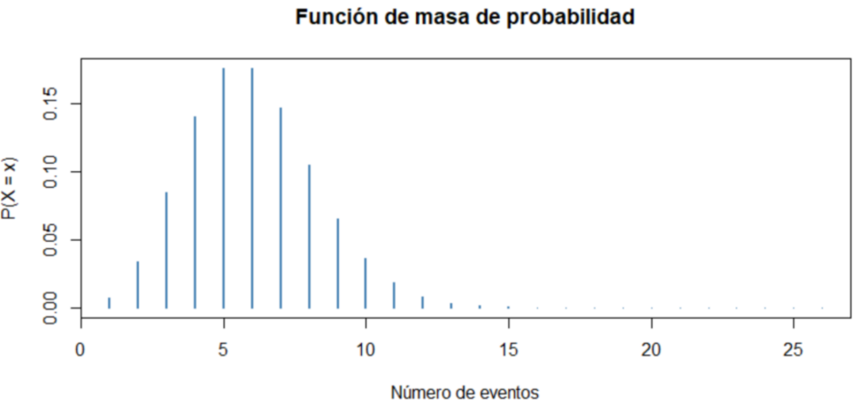
Las distribuciones binomial y binomial negativa se dedujeron partiendo de un experimento **compuesto de ensayos → No hay un experimento simple para la Poisson.**

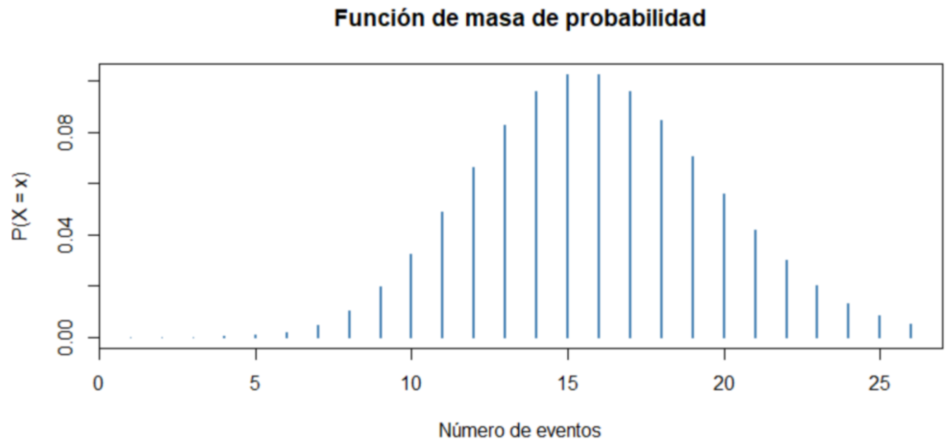
La distribución Poisson expresa la probabilidad de que ocurra un **determinado número de eventos**.
Algunas veces se estandarizan los eventos durante **cierto intervalo de tiempo** **(o intervalo espacial).**

Distribución Poisson

$$p(x; \mu) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Gráficas de su masa de probabilidad $\mu = 5$ (izquierda) y $\mu = 15$ (derecha) :





Distribución Poisson

$$p(x;\mu) = \frac{e^{-\mu}\cdot\mu^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

No es evidente por inspección que $p(x;\mu)$ especifica una función de masa de **probabilidad legítima**

¿A qué nos referimos con que sea legítima?

1) En primer lugar, $p(x;\mu) > 0$ para cada valor x posible, debido a la exigencia de que $\mu > 0$

2) El hecho de que $\Sigma p(x;\mu) = 1$ es una consecuencia de la **expansión en series de Maclaurin** de e^{μ}

$$e^{\mu} = 1 + \mu + \frac{\mu^2}{2!} + \frac{\mu^3}{3!} + \cdots = \sum_{x=0}^{\infty}\frac{\mu^x}{x!} \Rightarrow 1 = \sum_{x=0}^{\infty}\frac{e^{-\mu}\cdot\mu^x}{x!}$$

Distribución Poisson

Ejercicio 1:
Sea *X* **el número de trampas** (cierto tipo de defectos) en un tipo particular de transistor metalóxido semiconductor, y suponga que tiene una distribución de Poisson con μ= 2.

¿Cuál es la probabilidad de que haya **exactamente tres trampas**?

$$P(X = 3) = p(3; 2) = \frac{e^{-2}2^3}{3!} = 0.180,$$

¿Cuál es la probabilidad de que haya **a lo más tres trampas**?

$$P(X \leq 3) = \sum_{x=0}^{3} \frac{e^{-2}2^x}{x!} = 0.135 + 0.271 + 0.271 + 0.180 = 0.857$$

Distribución Poisson

La distribución Poisson se puede ver cómo límite de otra distribución discreta.

¿Cuál distribución discreta?

Suponga que en la función de masa de probabilidad binomial $b(x; n, p)$, $n \to \infty$ y $p \to 0$ de tal modo que np tienda a un valor $\mu > 0$. Entonces $b(x; n, p) \to p(x; \mu)$.

De acuerdo con esta proposición, *en cualquier experimento binomial en el cual* ***n es grande*** *y* ***p pequeña***, $b(x; n, p) \approx p(x; \mu)$, donde $\mu = np$

Como **regla empírica** esta aproximación puede ser aplicada con seguridad si *$n > 50$ y $np < 5$.

Distribución Poisson

La distribución Poisson se puede ver cómo límite de la distribución binomial

x	$n = 30, p = 0.1$	$n = 100, p = 0.3$	$n = 300, p = 0.1$	Poisson, $\mu = 3$
0	0.042391	0.047553	0.049041	0.049787
1	0.141304	0.147070	0.148609	0.149361
2	0.227656	0.225153	0.224414	0.224042
3	0.236088	0.227474	0.225170	0.224042
4	0.177066	0.170606	0.168877	0.168031
5	0.102305	0.101308	0.100985	0.100819
6	0.047363	0.049610	0.050153	0.050409
7	0.018043	0.020604	0.021277	0.021604
8	0.005764	0.007408	0.007871	0.008102
9	0.001565	0.002342	0.002580	0.002701
10	0.000365	0.000659	0.000758	0.000810

Distribución Poisson

La distribución Poisson es una distribución que posee **media y varianza iguales.**

Si X tiene una distribución de Poisson con parámetro μ, entonces $E(X) = V(X) = \mu$.

Puesto que $b(x; n, p) \rightarrow p(x; m)$ a medida que $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, $np \rightarrow \mu$, la media y la varianza de una **variable binomial** deberán **aproximarse** a las de una **variable de Poisson**.

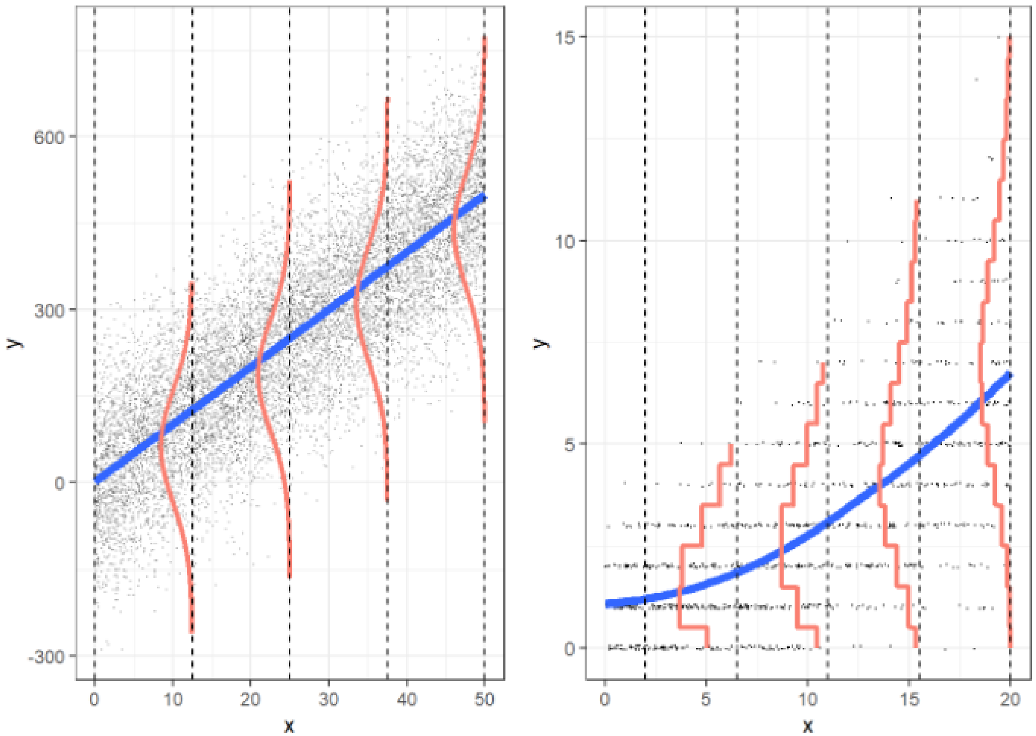
¿Cuál es la media y varianza de la binomial?

Estos límites son $np \rightarrow \mu$ y $np(1 - p) \rightarrow \mu$.

Aplicaciones de las distribuciones Poisson y Binomial negativa

Dato cultural:

Regresión Lineal
→
Distribución normal



Conteos:

Distribución Poisson

O

Binomial Negativa (cuando la media no es igual a la varianza).

Funciones de probabilidad continua

Una variable aleatoria es **continua** si las siguientes dos condiciones se cumplen:

1a. Su conjunto de valores posibles se compone de **todos los números** que hay en **un solo intervalo** sobre la línea de numeración (posiblemente de extensión infinita)→

1b. todos los números en una unión disjunta de intervalos (por ejemplo, $[0,10] \cup [20,30]$)

2. **Ningún valor** posible de la variable tiene **probabilidad positiva**, esto es, $P(X = c) = 0$ con cualquier valor posible de c.

El estudio de variables continuas requiere matemáticas continuas de **cálculo**: **integrales** y **derivadas**.

Funciones de probabilidad continua

Ejemplo:
En el estudio de la ecología de un lago se mide la **profundidad** en lugares seleccionados, entonces ***X* la profundidad** en ese lugar es una **variable aleatoria continua**. Si *B* es la profundidad máxima. → ¿qué valores toma la v.a. X?

Observación
Se podría argumentar que aunque en principio las variables como altura, peso y temperatura son continuas, en la práctica las **limitaciones de los instrumentos de medición** nos restringen a un mundo discreto.

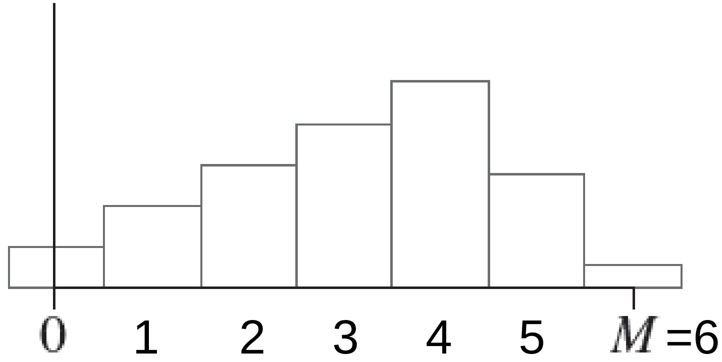
Sin embargo, los **modelos continuos** a menudo representan muy bien de **forma aproximada** situaciones del mundo real y con frecuencia es más fácil trabajar con **matemáticas continuas** que con **matemáticas discretas**.

Funciones de probabilidad continua

Volviendo al ejemplo del lago, sea *M* la profundidad máxima (en metros), así que cualquier número en el intervalo [0, *M*] es un valor posible de *X*.

Si se "**discretiza**" *X* midiendo la profundidad **al metro** más cercano, entonces los valores posibles son **enteros no negativos** menores o iguales a *M*

Se toma una muestra y se hace un **histograma** para representar la **distribución discretizada**:

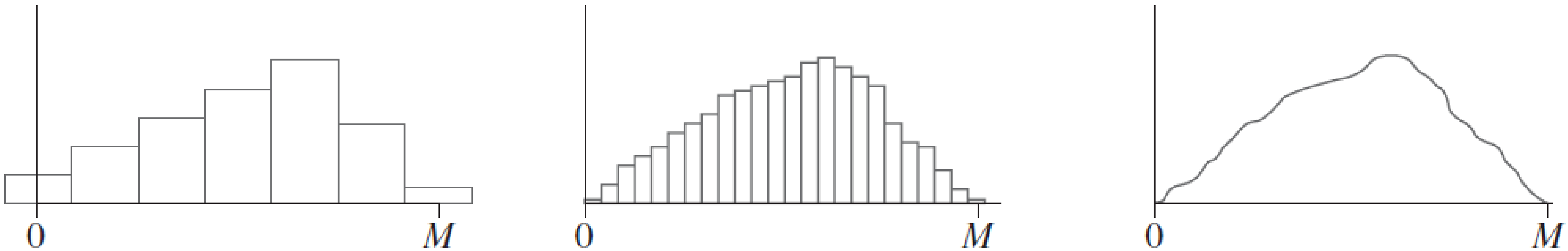


¿Qué es un histograma?

Es una **representación gráfica** de una variable en **forma de barras**, donde la superficie de cada barra es proporcional a la **frecuencia** de los valores representados.

Funciones de probabilidad continua

¿Qué pasa si se obtienen mediciones más finas de la profundidad?



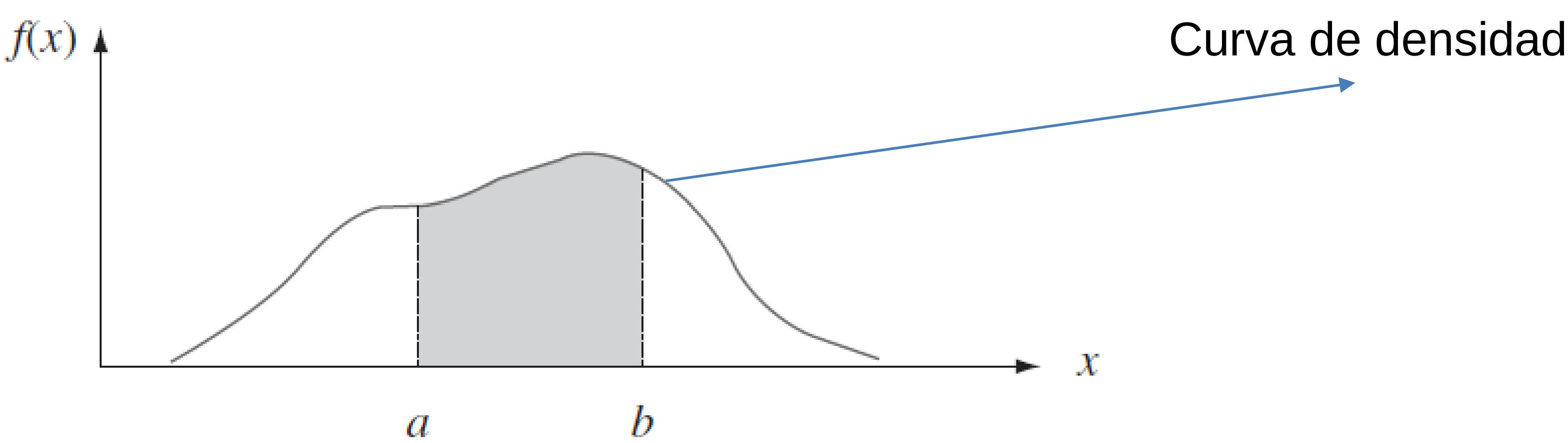
La curva suave de la derecha representa la **distribución de probabilidad** de una variable continua.

La **probabilidad** de que la profundidad en un punto seleccionado al azar se encuentre entre *a* y *b* es simplemente el **área bajo la curva** regular entre *a* y *b*

Funciones de probabilidad continua

Sea X una variable aleatoria continua. Entonces, una **distribución de probabilidad** o **función de densidad de probabilidad** (pdf) de X es una función $f(x)$ de modo tal que para dos números cualesquiera a y b con $a \leq b$,

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$



Funciones de probabilidad continua

Para que $f(x)$ sea una **función de densidad de probabilidad legítima** debe satisfacer las dos siguientes condiciones:

1. $f(x) \geq 0$ con todas las x

2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx =$ área bajo toda la gráfica de $f(x) \quad = 1$

Funciones de probabilidad continua

Propiedad 2 (v.a. continuas)
2. Ningún valor posible de la variable tiene **probabilidad positiva**, esto es, P(X = c)=0 con cualquier valor posible de c .

¿Por qué?

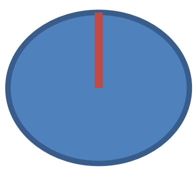
$$P(X=c)=\int_c^c f(x)\,dx=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{c-\varepsilon}^{c+\varepsilon} f(x)\,dx=0$$

El hecho de que *P*(*X* =*c*) = 0 cuando *X* es continua tiene una importante **consecuencia práctica**: la probabilidad de que *X* quede en algún intervalo entre *a* y *b* **no depende** de si el **límite inferior *a*** o **el límite superior *b*** están incluido en el cálculo de probabilidad

$$P(a\le X\le b)=P(a<X<b)=P(a<X\le b)=P(a\le X<b)$$

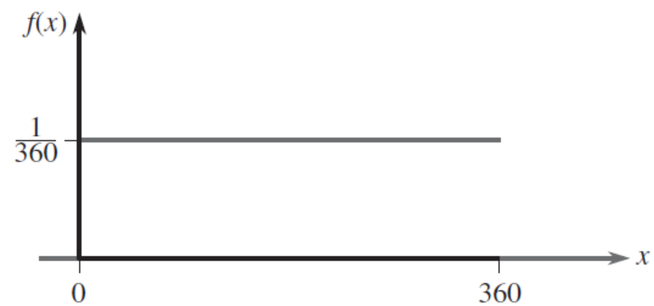
Funciones de probabilidad continua

Ejemplo:
Considere la línea de referencia que conecta la válvula de un neumático con el punto central, y sea ***X* el ángulo** medido en el sentido de las manecillas del reloj.



¿Qué valores puede tomar X?

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{360} & 0 \leq x < 360 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

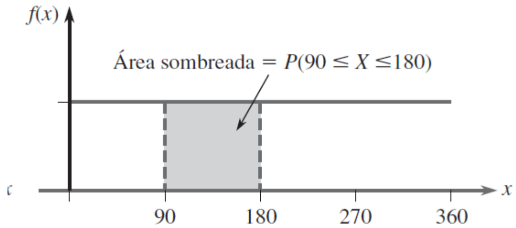


¿Es una función de densidad legítima?

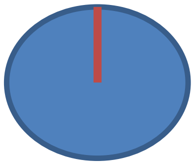
Funciones de probabilidad continua

¿Cuál es la **probabilidad** de que el ángulo sea de entre 90° y 180° ?

$$P(90 \leq X \leq 180) = \int_{90}^{180} \frac{1}{360}\,dx = \frac{x}{360}\Bigg|_{x=90}^{x=180} = \frac{1}{4} = 0.25$$



¿Cuál es la **probabilidad** de que el ángulo de ocurrencia esté dentro de 90° respecto a la línea de referencia?



$$P(0 \leq X \leq 90) + P(270 \leq X < 360) = 0.25 + 0.25 = 0.50$$

Funciones de probabilidad continua

Del ejemplo anterior, debido a que siempre que $0 \leq a \leq b \leq 360$ en el ejemplo $P(a \leq X \leq b)$ depende sólo del **ancho** ***b* - *a* del intervalo**, se dice que X tiene una **distribución uniforme**

Se dice que una variable aleatoria continua X tiene una **distribución uniforme** en el intervalo $[A, B]$ si la función de densidad de probabilidad de X es

$$f(x; A, B) = \begin{cases} \dfrac{1}{B - A} & A \leq x \leq B \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

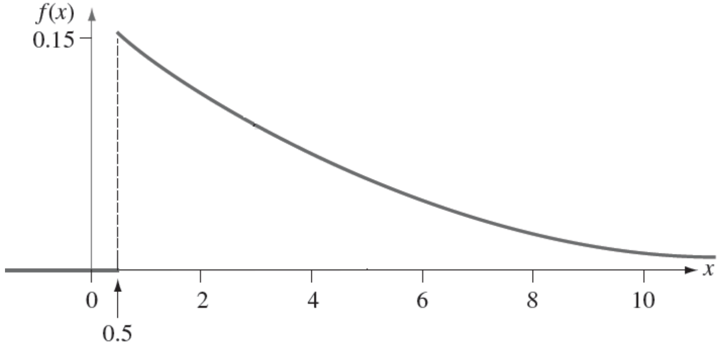
Funciones de probabilidad continua

Ejemplo 2:
"**Intervalo de tiempo"** en el flujo de tránsito es el **lapso transcurrido** entre el tiempo en que un **automóvil termina de pasar por un punto fijo** y el instante en que **el siguiente vehículo comienza a pasar por ese punto**.

Sea ***X*** el intervalo de tiempo para dos automóviles consecutivos seleccionados al azar en una autopista durante un periodo de tráfico intenso.

La siguiente **función de densidad** representa esta variable aleatoria.

$$f(x) = \begin{cases} 0.15e^{-15(x-0.5)}. & x \geq 0.5 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$



Funciones de probabilidad continua

¿Es una función de densidad válida?

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{0.5}^{\infty} 0.15e^{-0.15(x-0.5)}\,dx \qquad = 0.15e^{0.075}\int_{0.5}^{\infty} e^{-0.15x}\,dx$$

$$= 0.15e^{0.075} \cdot \frac{1}{0.15}\, e^{-(0.15)(0.5)} = 1 \qquad \int_a^{\infty} e^{-kx}\,dx = (1/k)e^{-k\cdot a}$$

¿Cuál es la **probabilidad** de que el intervalo de tiempo sea cuando mucho de 5 segundos?

$$P(X \le 5) = \int_{-\infty}^{5} f(x)\,dx = \int_{0.5}^{5} 0.15e^{-0.15(x-0.5)}\,dx$$

Funciones de probabilidad continua

¿Cuál es la **probabilidad** de que el intervalo de tiempo sea cuando mucho de 5 segundos?

$$P(X \leq 5) = \int_{-\infty}^{5} f(x)\,dx = \int_{0.5}^{5} 0.15e^{-0.15(x-0.5)}\,dx$$

$$= 0.15e^{0.075}\int_{0.5}^{5} e^{-0.15x}\,dx = 0.15e^{0.075} \cdot \left(-\frac{1}{0.15}\,e^{-0.15x}\Big|_{x=0.5}^{x=5}\right)$$

$$= e^{0.075}(-e^{-0.75} + e^{-0.075}) = 1.078(-0.472 + 0.928) = 0.491$$

$$= P(\text{menos de 5 s}) = P(X < 5)$$

Funciones de distribución acumulada

La **función de distribución acumulada** *F*(*x*) de una variable aleatoria discreta es la probabilidad *P*(*X* ≤ *x*) (un **número real** x)

Para una **variable aleatoria discreta** *X*, se obtiene al **sumar** la función de **masa de probabilidad** *f*(*u*) a lo largo de todos los valores posibles *u* que satisfagan *u* ≤ *x*

$$F(x) = \mathrm{P}[X \leq x] = \sum_{u \leq x} f(u)$$

Funciones de distribución acumulada

La **función de distribución acumulada** $F(x)$ de una variable aleatoria es la probabilidad $P(X \leq x)$ (un **número real** x)

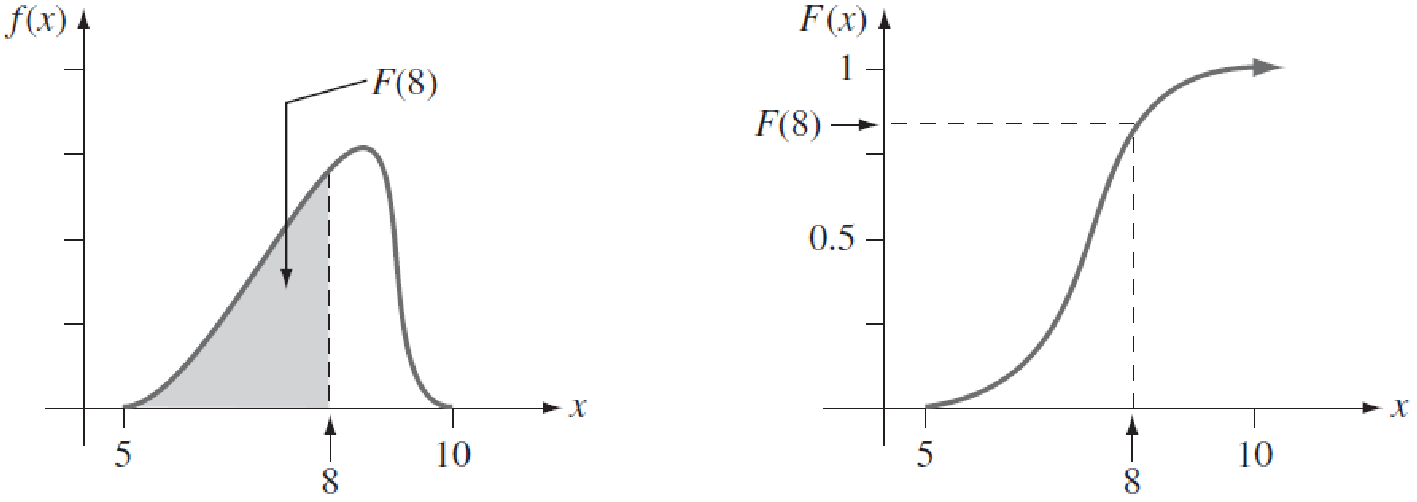
La función de distribución acumulada de una **variable aleatoria continua** se obtiene integrando la **función de densidad de probabilidad** $f(y)$ entre los límites $-\infty$ y x

La **función de distribución acumulada** $F(x)$ de una variable aleatoria continua X se define para todo número x como

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)\, dy$$

Funciones de distribución acumulada

La **función de distribución acumulada** $F(x)$ de una variable aleatoria la probabilidad $P(X \leq x)$ (un **número real** x)



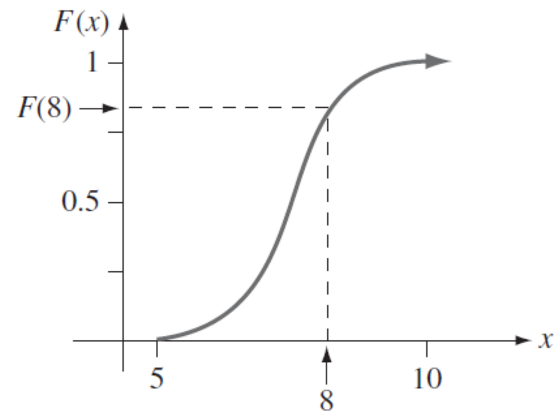
Funciones de distribución acumulada

La **función de distribución acumulada** *F*(*x*) satisface las siguientes propiedades:

1. $0 \leq F(x) \leq 1.$

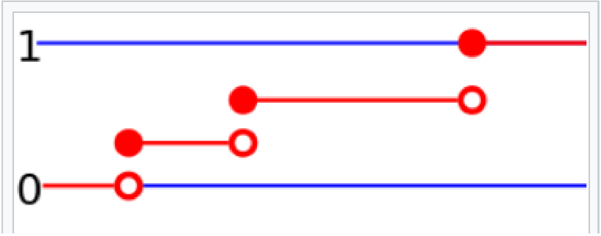
2. $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1.$

3. $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0.$



4. Es monótona no decreciente, es decir, si $x_1 \leq x_2$ entonces $F(x_1) \leq F(x_2)$.

5. Es continua por la derecha, es decir, $\lim_{x \to a^+} F(x) = F(a^+)$.

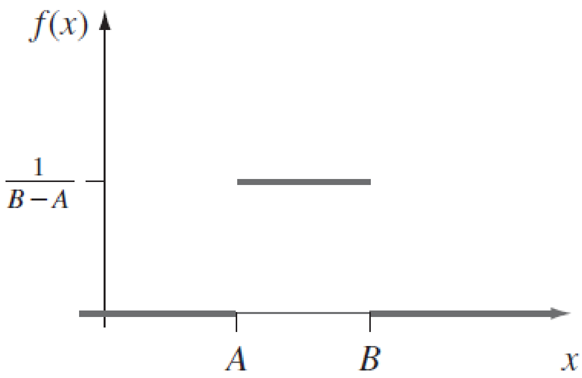


CIMAT Unidad Monterrey

Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.

Funciones de distribución acumulada

Ejercicio 1:
Sea ***X* el espesor** de una cierta lámina de metal con **distribución uniforme** en [*A*, *B*]. La función de densidad se muestra en la figura siguiente:



¿Cuál es la **función de distribución acumulada** F(x)?

Para $x < A$ $F(x) = 0$

Para $x > B$ $F(x) = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < A \\ & A \le x < B \\ 1 & x \ge B \end{cases}$$

¿Cuál es la **función de distribución acumulada** F(x) en A<= x <B?

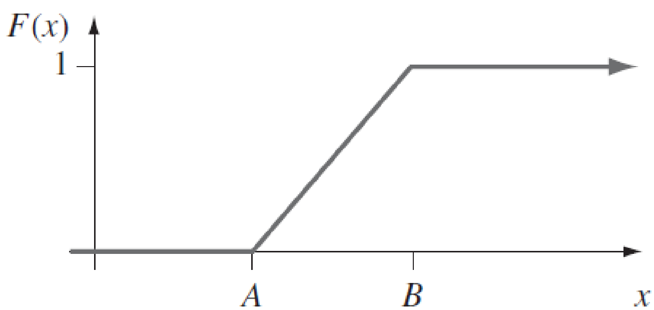
Funciones de distribución acumulada

Ejercicio 1:
Sea ***X*** **el espesor** de una cierta lámina de metal con **distribución uniforme** en [*A*, *B*]. La función de densidad se muestra en la figura siguiente:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy = \int_{A}^{x} \frac{1}{B-A} dy = \frac{1}{B-A} \cdot y \Big|_{y=A}^{y=x} = \frac{x-A}{B-A}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < A \\ \dfrac{x-A}{B-A} & A \le x < B \\ 1 & x \ge B \end{cases}$$

¿Cómo se ve la gráfica de F(x)?



Funciones de distribución acumulada

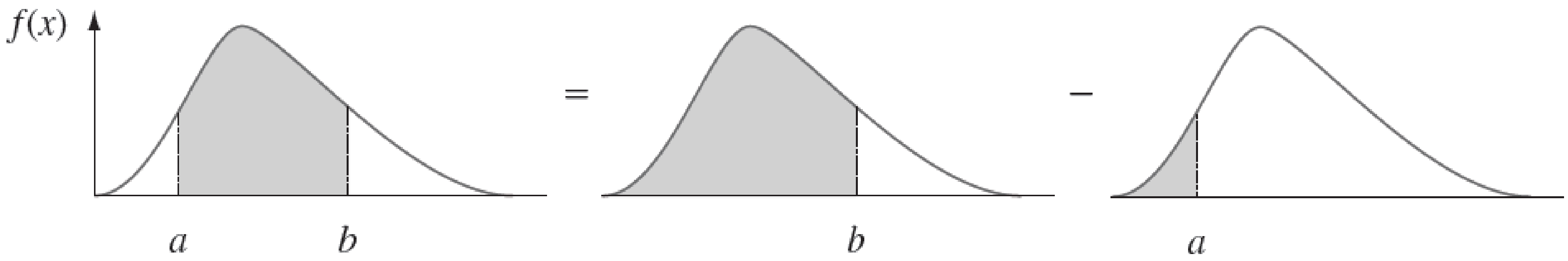
Un uso importante que se le puede dar a la **función de distribución acumulada** es que las **probabilidades de intervalos** pueden ser calculadas empleando $F(x)$.

Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad $f(x)$ y función de distribución acumulada $F(x)$. Entonces para cualquier número a,

$$P(X > a) = 1 - F(a)$$

y para dos números cualesquiera a y b con $a < b$,

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$



Funciones de distribución acumulada

Ejemplo:
Suponga que la **función de densidad de probabilidad** de la magnitud *X* de una **carga dinámica sobre un puente** (en newtons) está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

¿Cuál es la **función de distribución acumulada** F(x)?

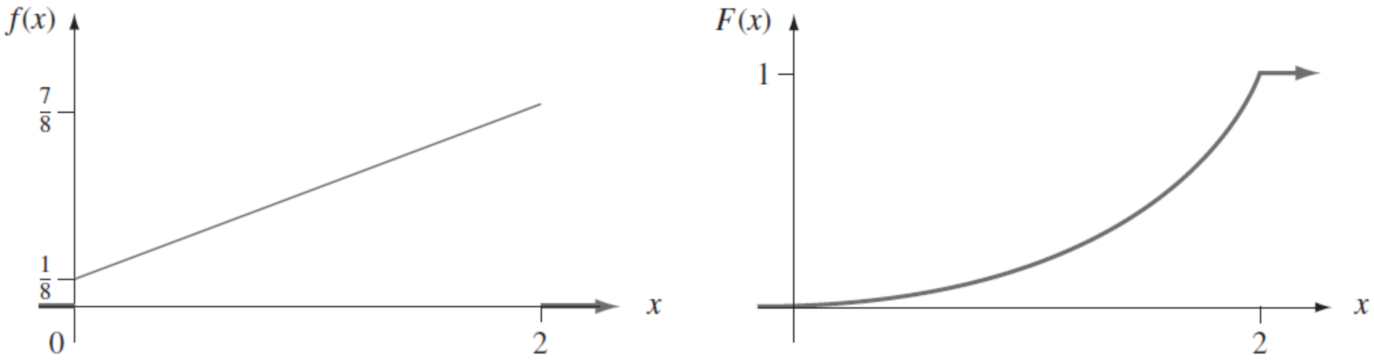
Para cualquier número *x* entre 0 y 2

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)\,dy = \int_{0}^{x}\left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}y\right)dy = \frac{x}{8} + \frac{3}{16}x^2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{8} + \frac{3}{16}x^2 & 0 \le x \le 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$

Funciones de distribución acumulada

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{8} + \frac{3}{16}x^2 & 0 \le x \le 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$



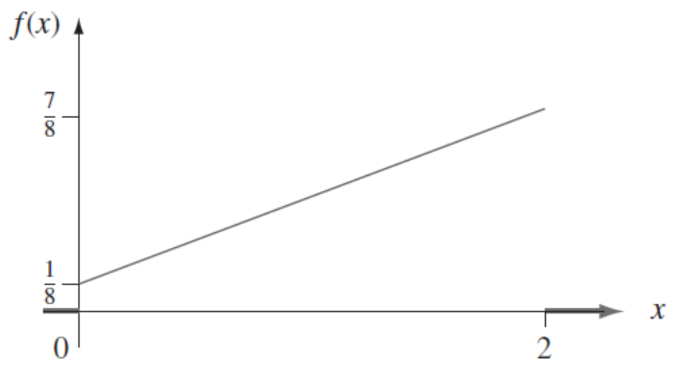
¿Cuál es la **probabilidad** de que la carga esté **entre** 1 y 1.5? $P(1 \le X \le 1.5) =$

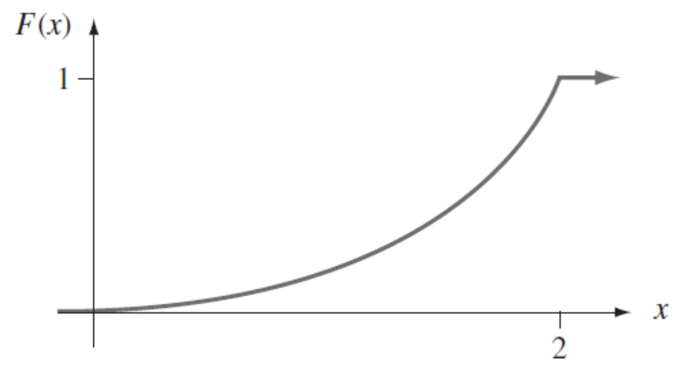
$$= F(1.5) - F(1) = \left[\frac{1}{8}(1.5) + \frac{3}{16}(1.5)^2\right] - \left[\frac{1}{8}(1) + \frac{3}{16}(1)^2\right] = \frac{19}{64} = 0.297$$

Funciones de distribución acumulada

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{8} + \dfrac{3}{8}x & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \dfrac{x}{8} + \dfrac{3}{16}x^2 & 0 \le x \le 2 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$





¿Cuál es la **probabilidad** de que la carga **sea mayor** a 1? $P(X > 1)$

$$= 1 - P(X \le 1) = 1 - F(1) = 1 - \left[\frac{1}{8}(1) + \frac{3}{16}(1)^2\right] = \frac{11}{16} = 0.688$$

Funciones de distribución acumulada

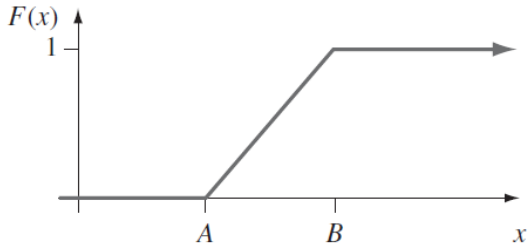
Se puede obtener la función de densidad f(x) a partir de la **función de distribución acumulada** es que las **probabilidades de intervalos** pueden ser calculadas empleando *F*(*x*).

¿Cómo se obtiene?

Si X es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad $f(x)$ y función de distribución acumulada $F(x)$, entonces en cada x que hace posible que la derivada $F'(x)$ exista, $F'(x) = f(x)$.

Ejemplo: Distribución continua uniforme en intervalo [A,B]

F(*x*) es derivable excepto en *x* =*A* y *x* =*B*, donde la gráfica de *F*(*x*) tiene esquinas. Como *F*(*x*) =0 para *x* <*A* y *F*(*x*) =1 para *x*> *B*, *F'*(*x*) =0 =*f*(*x*) $(-\infty, A)$ y (B, ∞)



$$F'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x - A}{B - A}\right) = \frac{1}{B - A} = f(x)$$

CIMAT

Centro de Investigación en Matemáticas, A.C.

Unidad Monterrey
CIDICS, Campus de la Salud, UANL Ave. Carlos Canseco s/n
Col Mitras Centro, Monterrey N.L., México, C.P.66460 México
Tel +52 (81) 8329 4000 Ext 1778
cimat@cimat.mx / www.cimat.mx