Examen Parcial

Problema 1

Considera que las señales de un mensaje en clave morse "punto" y "raya" se mandan en proporción 3:4, dónde a veces una transmisión errática hacen que un punto se vuelva una raya con probabilidad 1/4 y un punto se vueva una raya con probabilidad 1/3.

- Si se recibe una raya, ¿cuál es la probabilidad de que se haya enviado una raya?
- Considerando independencia entre las señales, si se recibe el mensajes "punto-punto", ¿cuál es la distribución de probabilidad de los 4 posibles mensajes que se hayan enviado?

Problema 2

Un aparato electrónico tiene un tiempo de vida denotado por T. El aparato tiene valor $V = 5$ si falla antes del tiempo $t = 3$, si no, tiene un valor denotado por $V = 2T$. Encuentra la función de distribución acumulada de V, si T tiene función de distribución

$$f_T(t) = \frac{1}{1.5}e^{-t/1.5}$$

Problema 3

La distribución lognormal, tiene una propiedad interesante. Si tenemos la función de distribución

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}x}e^{-(logx)^2/2}, 0 \leq x \leq \infty$$

Esta tiene los momentos definidos y finitos. Sin embargo, esta distribución no tiene una función generatriz de momentos, esto es

$$M_X(t) = \int_0^\infty \frac{e^{tx}}{\sqrt{2\pi}x}e^{-(logx)^2/2}\, dx$$

no existe. Pruebe lo anterior.

Problema 4

La distribucion pareto, con parametros α y β, tiene una funcion de distribucion

$$f(x) = \frac{\beta\alpha^\beta}{x^{\beta+1}}, \quad \alpha < x < \infty, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

- Verifica que $f(x)$ es una funcion de probabilidad.
- Deriva la media y la varianza de esta distribucion.
- Prueba que la varianza no existe si $\beta \leq 2$

Problema 5

Un lote de $N = 400$ productos industriales contiene 160 defectuosos. Sea Y el número de defectuosos en una muestra aleatoria de tamaño 20.

- Encuentre p(10) con el uso de (a) la distribución de probabilidad hipergeométrica.
- Encuentra p(10) la distribución de probabilidad binomial.
- ¿Es N suficientemente grande para que el valor de p(10) obtenido con de la distribución binomial sea una buena aproximación de la obtenida usando la distribución hipergeométrica?

Problema 6

Sea $X_l, X_2, ..., X_n \sim N(0,1)$ variables aleatorias y sea $\overline{X_n} = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$. Grafique $\overline{X_n}$ contra n para $n = 1, ..., 10,000$. Repita para $X_l, X_2, ..., X_n \sim Cauchy$. Donde una distribucion Cauchy esta dada por

$$f(x;,0,1) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Si hay una diferencia, explique el por que.