Inferencia Estadística

Tarea 5

04/11/2024

Escriba de manera concisa y clara sus resultados, justificando los pasos necesarios. Serán descontados puntos de los ejercicios mal escritos y que contenga ecuaciones sin una estructura gramatical adecuada. Las conclusiones deben escribirse en el contexto del problema.

1. Sea A el triángulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ y suponga que X, Y tiene una densidad conjunta uniforme en el triángulo. (a) Halle las distribuciones marginales de X, Y y $Z = X+Y$. (b) ¿Son X y Y independientes? ¿Por qué?

2. Halle la densidad condicional de $X|Y=y$ si (X,Y) tiene densidad conjunta

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{y}\exp\left(-\frac{x}{y} - y\right) \quad \text{para } x, y > 0.$$

   También calcule $E(X|Y=y)$.

3. Sea $Y \sim$Exp(θ) y, dado $Y=y$, X tiene distribución de Poisson de media y. Encuentre la ley de X.

4. Sea (X,Y) un vector aleatorio con la siguiente densidad

$$f(x,y) = \begin{cases} \pi^{-1} & x^2+y^2 \leq 1 \\ \\ 0 & x^2+y^2 > 1 \end{cases}.$$

   Demuestre que X y Y no están correlacionadas, pero que no son independientes.

5. Sean X_1 y X_2 v.a.i. que tienen una distribución normal estándar. Obtenga la densidad conjunta de (Y_1, Y_2), donde $Y_1 = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ y $Y_2 = X_1/X_2$. ¿Son Y_1 y Y_2 independientes?

6. El número de carros que pasa un cruce durante una hora tiene distribución de Poisson de parámetro λ. El número de personas en cada carro tiene distribución de Poisson de parámetro ν. Si Y es el total de personas que pasan por el cruce durante una hora, calcule $E(Y)$ y Var(Y).