



Centro de Investigación en Matemáticas
Unidad Monterrey

Cómputo Estadístico

Tarea 2

Gustavo Hernández Angeles

20 de septiembre de 2025

Índice

1	Ejercicio 1: Desempeño del Primer Ministro	3
1.1	Solución:	3

Ejercicio 1: Desempeño del Primer Ministro

La siguiente tabla muestra los resultados parciales de dos encuestas que forman parte de un estudio para evaluar el desempeño del Primer Ministro del Canadá. Se tomó una muestra aleatoria de 1600 ciudadanos canadienses mayores de edad. En los renglones se observa que 944 ciudadanos aprobaban el desempeño del funcionario, mientras que las columnas muestran que, seis meses después, sólo 880 aprueban su desempeño:

Primera encuesta	Segunda encuesta		Total
	Y=1 Aprueba	Y=0 Desaprueba	
x=1 Aprueba	150	794	944
x=0 Desaprueba	86	570	656
Total	880	720	1600

AHUEVOOOOOOOO

- a) Considere el modelo de regresión logística

$$\log \frac{P(Y_i = 1|x_i)}{1 - P(Y_i = 1|x_i)} = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

Escriba la logverosimilitud correspondiente. Muestre explícitamente (i.e. maximizando la logverosimilitud), que el estimador máximo verosímil para β_1 es el logaritmo de la tasa de momios de la tabla dada.

- b) Sea p_1 la proporción de ciudadanos que aprueban el desempeño del ministro al tiempo inicial y sea p_2 la proporción correspondiente seis meses después. Considere la hipótesis $H_0 : p_1 = p_2$, ¿Cómo puede hacerse esta prueba?

Solución:

Inciso a)

Sea $\pi_x = P(Y = 1|x)$. El modelo implica dos ecuaciones, una para cada valor de x :

- Si $x = 0$ (desaprobaban en la primera encuesta): $\log \frac{\pi_0}{1-\pi_0} = \beta_0$.
- Si $x = 1$ (aprobaban en la primera encuesta): $\log \frac{\pi_1}{1-\pi_1} = \beta_0 + \beta_1$.

Los datos de la tabla se pueden ver como el resultado de dos muestras binomiales independientes: una de $n_1 = 944$ individuos que aprobaron inicialmente ($x = 1$) y otra de $n_0 = 656$ que desaprobaban ($x = 0$). La variable de respuesta Y es si aprueban en la segunda encuesta.