

## Cómputo Estadístico: MCMC y Bootstrap: Problema 1

- (a) Muestra que existen  $\binom{2n-1}{n}$  distintas muestras de bootstrap de tamaño n.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de bootstrap sea idéntica a la original?
- (c) ¿Cuál es la muestra de bootstrap mas probable de ser seleccionada?
- (d) ¿Cuál es la cantidad promedio de veces que  $X_i$  es seleccionada en una muestra de bootstrap?

## Cómputo Estadístico: MCMC y Bootstrap: Problema 2

Sea  $x_1, x_2 \dots, x_n$  una muestra aleatoria de una normal  $N(\theta, 1)$  y suponga que  $\bar{x}$  es un estimador de  $\theta$ .

Sean  $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$  una muestra bootstrap de  $N(\bar{x}, 1)$ . Muestre que  $\bar{X} - \theta$  y  $\bar{X}^* - \bar{x}$  tienen la misma distribución  $N(0, 1/n)$

### Cómputo Estadístico: MCMC y Bootstrap: Problema 3

Consider el conjunto de datos

$$2, 5, 3, 9.$$

Sean  $x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*$  una muestra bootstrap de este conjunto de datos.

- (a) Encuentre la probabilidad de que el promedio de la muestra bootstrap sea igual a 2.
- (b) Encuentre la probabilidad de que el promedio de la muestra bootstrap sea igual a 9.
- (c) Encuentre la probabilidad de que el promedio de la muestra bootstrap sea igual a 4.

## Cómputo Estadístico: MCMC y Bootstrap: Problema 4

Maximice las siguientes 2 funciones utilizando el algoritmo de recocido simulado.

a) Función 1

$$f(x, y, \alpha, \beta) = \frac{\sin^2[(x + \alpha)^2 + (y + \beta)^2] - 0.5}{[1.0 + 0.001 * ((x + \alpha)^2 + (y + \beta)^2)]^2}$$

$$-100 \leq x \leq 100$$

$$-100 \leq y \leq 100$$

$$-\infty \leq \alpha \leq \infty$$

$$-\infty \leq \beta \leq \infty$$

b) Función 2

$$f(x, y) = 21.5 + x \sin(4 \pi x) + y \sin(20 \pi y)$$

$$-3.0 \leq x \leq 12.1$$

$$4.1 \leq y \leq 5.8$$