

# ALGORITMOS EM MATEMÁTICA DISCRETA

1º Teste

4/11/2017

1h30m

Nome:

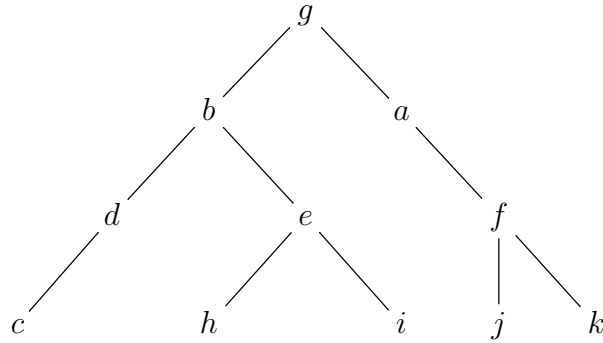
- Cada pergunta está cotada para 1,25 valores.
- As respostas às questões 1–5 devem ser apresentadas na respetiva tabela.

Respostas às perguntas de escolha múltipla:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |

1. De quantas formas podemos sentar o Abel, a Brígida, o Cláudio, a Délia, o Estêvão e a Flora à volta de uma mesa redonda (lugares não numerados) de modo a que o Abel e a Brígida não fiquem ao lado um do outro?  
(a) 60    (b) 114    (c) 96    (d) 42    (e) 70    (f)  $6! - 5!$     (g) 72    (h)  $\binom{6}{2}$
2. Considere um conjunto de 10 bolas numeradas em que há 2 azuis, 2 vermelhas, 2 verdes, 1 amarela, 1 branca, 1 castanha e 1 negra. De quantos modos podemos escolher 4 bolas de forma a que tenham pelo menos 3 cores diferentes?  
(a)  $\frac{10!}{4!3!}$     (b) 192    (c) 207    (d)  $\binom{10}{4}$     (e)  $10! - 3!$     (f) 180    (g)  $\frac{10!}{2!2!2!}$     (h) 201
3. Quantas palavras diferentes podemos obter permutando as letras da palavra ATTER-RAGGIO?  
(a)  $\frac{11!}{16}$     (b)  $\binom{11}{4}$     (c)  $\frac{11!}{8}$     (d)  $\binom{11}{6}$     (e) 210    (f)  $\frac{11!}{6!}$     (g) 170    (h)  $\binom{11}{3}$
4. Considere as permutações de  $S_6$  ordenadas lexicograficamente (na notação de uma linha). Em que posição aparece a permutação (3 2 1 6 4 5)?  
(a) 261    (b) 263    (c) 265    (d) 267    (e) 269    (f) 271    (g) 273    (h) 275
5. O Júlio possui 5 t-shirts azuis, 5 t-shirts brancas e 5 t-shirts negras. Se ele fizer a mala à pressa e pegar em 5 t-shirts ao acaso, quantas combinações de cores é que pode obter?  
(a) 56    (b) 10    (c) 21    (d) 35    (e) 125    (f) 60    (g) 243    (h) 18

6. Recordando que  $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$ , mostre que  $S(n, 3) = \sum_{i=1}^{n-2} 3^{i-1}(2^{n-i-1} - 1)$ .
7. Uma função  $f$  diz-se *idempotente* se  $f \circ f = f$ . Mostre que o número de funções idempotentes  $f : [n] \rightarrow [n]$  é  $1 + \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k^{n-k}$ .
8. Liste os vértices da árvore de decisão



segundo as ordens PREV e POSV.

# ALGORITMOS EM MATEMÁTICA DISCRETA

1º Teste

4/11/2017

1h30m

Nome:

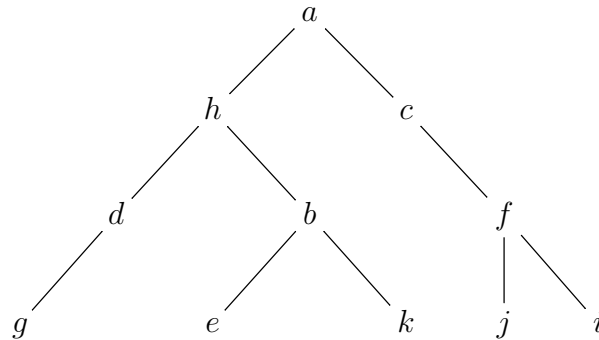
- Cada pergunta está cotada para 1,25 valores.
- As respostas às questões 1–5 devem ser apresentadas na respetiva tabela.

Respostas às perguntas de escolha múltipla:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |

1. Considere as permutações de  $S_6$  ordenadas lexicograficamente (na notação de uma linha). Em que posição aparece a permutação (3 2 1 6 4 5)?  
(a) 261    (b) 263    (c) 265    (d) 267    (e) 269    (f) 271    (g) 273    (h) 275
2. O Júlio possui 5 t-shirts azuis, 5 t-shirts brancas e 5 t-shirts negras. Se ele fizer a mala à pressa e pegar em 5 t-shirts ao acaso, quantas combinações de cores é que pode obter?  
(a) 125    (b) 60    (c) 243    (d) 18    (e) 56    (f) 10    (g) 21    (h) 35
3. De quantas formas podemos sentar o Abel, a Brígida, o Cláudio, a Délia, o Estêvão e a Flora à volta de uma mesa redonda (lugares não numerados) de modo a que o Abel e a Brígida não fiquem ao lado um do outro?  
(a) 70    (b)  $6! - 5!$     (c) 72    (d)  $\binom{6}{2}$     (e) 60    (f) 114    (g) 96    (h) 42
4. Considere um conjunto de 10 bolas numeradas em que há 2 azuis, 2 vermelhas, 2 verdes, 1 amarela, 1 branca, 1 castanha e 1 negra. De quantos modos podemos escolher 4 bolas de forma a que tenham pelo menos 3 cores diferentes?  
(a)  $10! - 3!$     (b) 180    (c)  $\frac{10!}{2!2!2!}$     (d) 201    (e)  $\frac{10!}{4!3!}$     (f) 192    (g) 207    (h)  $\binom{10}{4}$
5. Quantas palavras diferentes podemos obter permutando as letras da palavra ATTER-RAGGIO?  
(a) 210    (b)  $\frac{11!}{6!}$     (c) 170    (d)  $\binom{11}{3}$     (e)  $\frac{11!}{16}$     (f)  $\binom{11}{4}$     (g)  $\frac{11!}{8}$     (h)  $\binom{11}{6}$

6. Recordando que  $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$ , mostre que  $S(n, 3) = \sum_{i=1}^{n-2} 3^{i-1}(2^{n-i-1} - 1)$ .
7. Uma função  $f$  diz-se *idempotente* se  $f \circ f = f$ . Mostre que o número de funções idempotentes  $f : [n] \rightarrow [n]$  é  $1 + \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k^{n-k}$ .
8. Liste os vértices da árvore de decisão



segundo as ordens PREV e POSV.