

## GEOMETRIA

A geometria é provavelmente a área mais antiga da matemática, precursora da própria álgebra e sendo um dos pilares da matemática. A palavra geometria é resultado da combinação das palavras gregas *geo* e *metron/metri*, significando respectivamente Terra e medição, pois a área da geometria consiste da medição e entendimento das relações e propriedades contidas nas figuras geométricas: comprimento, distância, ângulo, área, volume e perímetro, as figuras geométricas por sua vez são parte integrante da natureza e da Terra (*geo*).

### DEFINIÇÕES GERAIS

Antes do estudo da geometria devemos ter ciência das definições de conceitos presentes nesse ramo da matemática, dentro destes conceitos se enquadram as medidas, os ângulos, as figuras geométricas e suas componentes.

## GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDA

### DISTÂNCIA E COMPRIMENTO

Distância e comprimento medem o quão longe dois pontos estão entre si, e no caso de arestas essa medida é denotada como comprimento. A unidade de medida base utilizada para comprimento é o metro (símbolo *m*), além do metro existem seus múltiplos que são igualmente utilizados dependendo da distância/comprimento aferido.

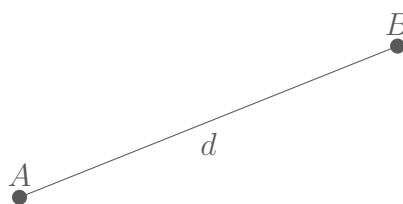


Figura 1: *d* representa a distância entre os pontos que formam a reta  $\overline{AB}$

Nome	Sigla	Equivalência
picometro	<i>pm</i>	$10^{-12}m$
nanometro	<i>nm</i>	$10^{-9}m$
micrometro	$\mu m$	$10^{-6}m$
milimetro	<i>mm</i>	$10^{-3}m$
centímetro	<i>cm</i>	$10^{-2}m$
decímetro	<i>dm</i>	$10^{-1}m$
metro	<i>m</i>	$1m$
decâmetro	<i>dam</i>	$10m$
hêctometro	<i>hm</i>	$100m$
quilometro	<i>km</i>	$1000m$

Outras medidas de comprimento são:

**Perímetro:** comprimento do contorno de uma figura geométrica.

**Raio:** distância entre o centro de uma circunferência até seu contorno ou superfície.

**Diâmetro:** comprimento de reta que passe pelo centro da circunferência e cujos pontos de início e fim estejam sobre a circunferência

**Circunferência:** perímetro de uma circunferência.

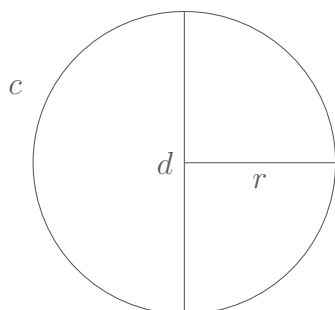


Figura 2: Raio  $r$ , diâmetro  $d$  e circunferência  $c$  de um círculo

o diâmetro de um círculo é  $d = 2r$ , logo o raio é  $r = \frac{d}{2}$  e a circunferência/perímetro do círculo é  $2\pi r$ . Onde  $\pi$  é a constante matemática *pi*, cujo valor é aproximadamente 3.14159265...

## ÁREA

Área é a medida que expressa a quantidade de espaço bidimensional ocupado por uma figura geométrica, área de superfície é o equivalente da área para uma superfície ou face de um objeto tridimensional. A unidade base para área é o metro quadrado (símbolo  $m^2$ ). Seus múltiplos também acompanham o termo 'quadrado', e

a equivalência é a mesma do metro, porém elevada ao quadrado. Ex.:  $1m = 10^2cm$  e  $1m^2 = (10^2cm)^2 = 10^4cm^2$ , lembrar essa regra pode facilitar na hora da conversão de área.

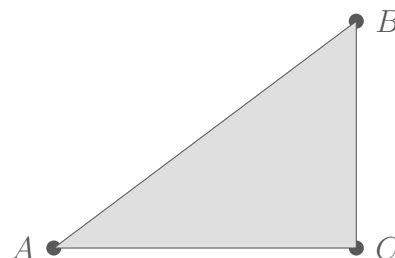


Figura 3: Área é o espaço bidimensional ocupado pela região cinza.

Nome	Sigla	Equivalência
picometro quadrado	$pm^2$	$10^{-24}m^2$
nanometro quadrado	$nm^2$	$10^{-18}m^2$
micrometro quadrado	$\mu m$	$10^{-12}m^2$
milimetro quadrado	$mm^2$	$10^{-6}m^2$
centímetro quadrado	$cm^2$	$10^{-4}m^2$
decímetro quadrado	$dm^2$	$10^{-2}m^2$
metro quadrado	$m^2$	$1m^2$
decâmetro quadrado	$dam^2$	$100m^2$
are	$are$	
hêctometro quadrado	$hm^2$	$10^4m^2$
hectare	$ha$	
quilometro quadrado	$km^2$	$10^6m^2$

## VOLUME

Assim como a área expressa a quantidade de espaço bidimensional ocupado por uma figura geométrica, o volume expressa a quantidade de espaço tridimensional ocupado por um objeto. No caso do volume existe duas unidades de medida base, o metro cúbico e o litro, ambos são usados regularmente, na qual o litro é a unidade mais usada para volumes pequenos, enquanto o metro cúbico

é usado para expressar volumes maiores.

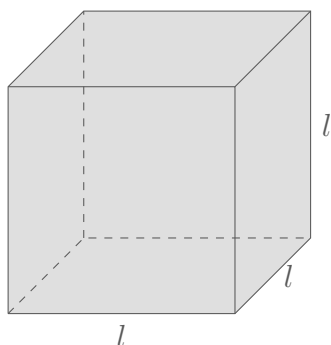


Figura 4: Cubo, cujo volume se dá por  $l^3$ , onde  $l$  é o comprimento das arestas

Nome	Sigla	Equivalência
milímetro cúbico	$mm^3$	$10^{-9}m^3$
centímetro cúbico	$cm^3$	$10^{-6}m^3$
mililitro	$ml$	
decímetro cúbico	$dm^3$	$10^{-3}m^3$
litro	$l$	
metro cúbico	$m^3$	$1m^3$

## ÂNGULO

Ângulo é uma medida de inclinação entre duas retas ou dois planos, desde que eles não sejam paralelos entre si, no contexto da geometria os ângulos estão presentes em todos os vértices das figuras geométricas. As unidades de medida mais comuns para ângulo são grau (símbolo  $^\circ$ ), radianos (símbolo  $rad$ ) e gradianos (símbolo  $gon$ ).

Quanto no escopo das funções trigonométricas a unidade de medida mais utilizada é o radiano, por outro lado, em aplicações de engenharia e na geometria a unidade mais usada é o grau. Considerando um grau  $\alpha$  em

graus, sua conversão para radianos se dá por  $rad(\alpha) = \alpha \cdot \pi/180$

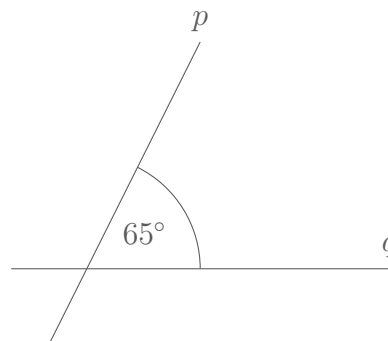


Figura 5: Ângulo entre as retas  $p$  e  $q$

O ângulo apresenta uma importância muito grande no desenvolvimento da geometria e dos problemas geométricos, sendo o ângulo uma grandeza imprescindível no desenrolar da matemática entorno das figuras geométricas, principalmente os triângulos.

## FÍGURAS GEOMÉTRICAS E SUAS COMPONENTES

### PONTO

A primeira componente das figuras geométricas e a mais simples delas é o ponto, o mesmo deve ser imaginado como um ponto infinitesimal, não possuindo comprimento, área ou perímetro. Quando um ponto é integrante de uma figura geométrica o mais comum é chamarmos ele de *vértice*

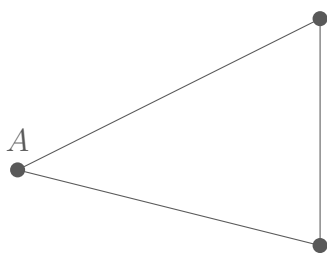


Figura 6: Triângulo com o vértice  $A$  em realce

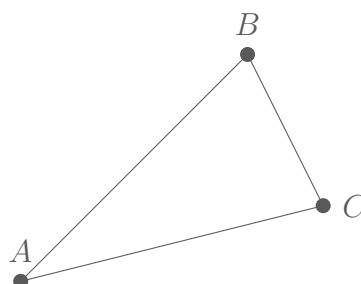


Figura 8: Retas  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  e  $\overrightarrow{AC}$  do triângulo  $ABC$

A partir de dois pontos  $A$  e  $B$  podemos traçar uma reta  $\overleftrightarrow{AB}$  entre eles e caso exista um terceiro ponto  $C$  sob a mesma reta, então esses três pontos são **colineares**.

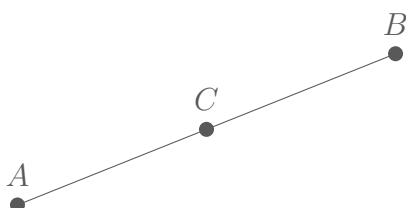


Figura 7: Pontos colineares  $A, B$  e  $C$

## RETA

A reta é um conjunto de pelo menos dois pontos, no caso dois pontos quaisquer  $A$  e  $B$  podem gerar a reta  $\overleftrightarrow{AB}$ , como na figura 7. Assim como o ponto é idealmente infinitesimal a reta idealmente não possui espessura. Quando uma reta é parte integrante de uma figura geométrica sua denominação é *aresta*.

Uma reta  $p$  é **perpendicular** a reta  $q$  se o ângulo formado entre elas for de 90 graus.

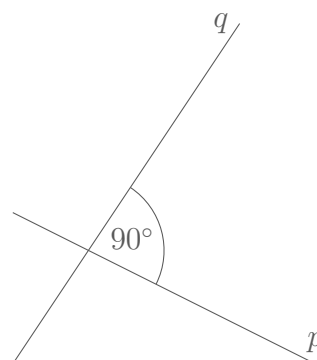


Figura 9: Retas perpendiculares  $p$  e  $q$

Duas retas  $p$  e  $q$  são consideradas **paralelas entre si**, se qualquer reta  $r$  perpendicular a reta  $p$  também for perpendicular a reta  $q$ . Outra forma de descrever retas paralelas é através do **Quinto Postulado de Euclides** que diz: Supondo que duas retas  $p$  e  $q$  são cortadas por uma terceira reta  $r$ . Se a soma dos ângulos formados um mesmo lado da reta  $r$  resultar em 180 graus, então  $m$  e  $n$  são retas paralelas entre si.

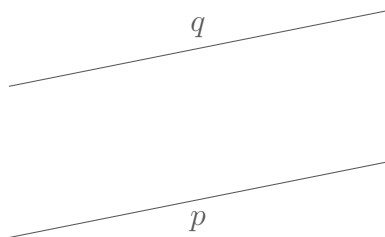


Figura 10: Retas paralelas  $p$  e  $q$

## PLANO E SUPERFÍCIE

Quando se tem 3 ou mais pontos o resultado da conexão deles é tido como superfície, plano ou figura geométrica dependendo da área da matemática e do contexto de estudo, porém vale ter em mente que também existem superfícies não bidimensionais. Uma exceção a isso são os círculos e as elipses que não possuem vértices. No contexto da geometria a ser estudado nesse capítulo a conexão de 3 ou mais vértices geram exclusivamente figuras geométricas.

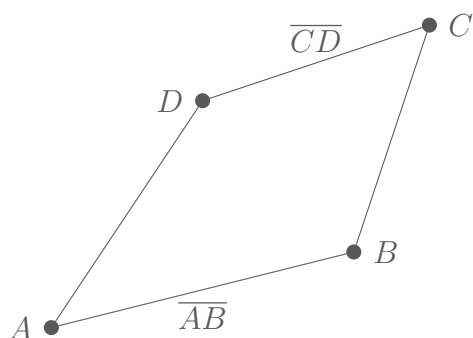


Figura 11: Um quadrilátero  $ABCD$  com as arestas  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  realçadas

## SÓLIDOS

No contexto de figuras geométricas tridimensionais, ou chamados sólidos, os sólidos podem

ser formados por 4 ou mais pontos ou através manipulação de figuras geométricas bidimensionais num espaço tridimensional. Todos objetos físicos que conhecemos podem ser abstraídos como formas geométricas, independente da complexidade.

Grandezas notórias das componentes citadas:

- Ponto, vértice: distância relativo a outro objeto.
- Reta: comprimento, distância e ângulo relativos a outro objeto.
- Superfície: área, perímetro.
- Sólido: volume.

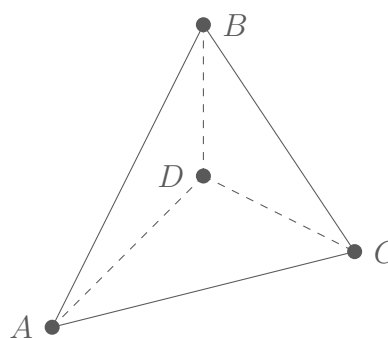


Figura 12: Tetraedro, o objeto tridimensional com menos faces

# **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**

As funções trigonométricas são funções que relacionam diversas propriedades da geometria, notoriamente as propriedades dos triângulos. Partindo do princípio que polígonos de mais arestas podem ser decompostos em triângulos, então as funções trigonométricas podem facilmente serem correlacionadas com demais formas geométricas não curvilíneas.

## **O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO**