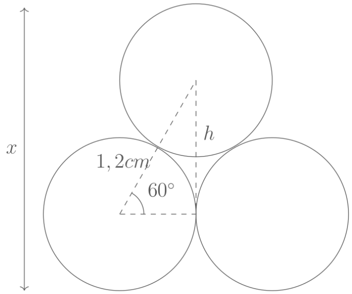


Geometria

Aula 05

Gustavo Ale

EduCursinho - Faculdade de Engenharia

gustavo.engca@gmail.com

19 de Setembro de 2021

Sumário

Revisão

Até agora vimos como trabalhar com problemas que podem ser decompostos em um ou mais triângulos retângulos, tanto através das funções trigonométricas e suas relações com o triângulo retângulo, como também utilizando do Teorema de Pitágoras.

Revisão

Relações trigonométricas

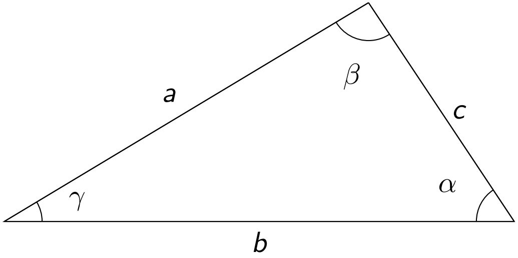
$$sen(\theta) = \frac{CO}{hip} \qquad cos(\theta) = \frac{CA}{hip} \qquad tg(\theta) = \frac{CO}{CA}$$

Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

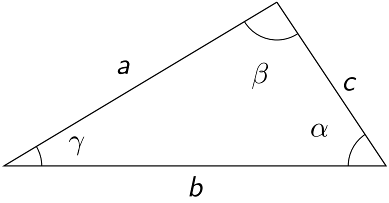
Lei dos Cossenos

Assim como o Teorema de Pitágoras, a lei dos Cossenos assemelha os comprimentos dos lados do triângulo, sendo possível determinar qualquer uma de suas grandezas quando se sabe o comprimento de ao menos 2 lados e 1 ângulo.



Enquanto o Teorema de Pitágoras funciona apenas para triângulos retângulos, a Lei dos Cossenos pode ser aplicada para **qualquer triângulo**.

Lei dos Cossenos



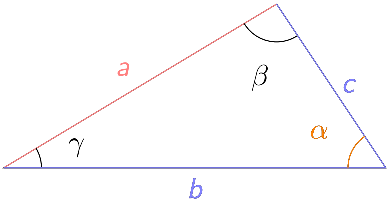
A Lei dos Cossenos é composta por 3 equações, sendo elas:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos(\gamma)$$

Lei dos Cossenos

Mas como decorar essa ~~joça?~~

Lei dos Cossenos



Supondo que queremos o comprimento a, então começamos com a^2 sendo igual a soma do quadrado das demais medidas. Depois subtraimos por 2 vezes o produto das demais medidas e o cosseno do ângulo oposto à aresta a, no caso o ângulo α

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos(\alpha)$$

Isso serve para qualquer um dos lados.

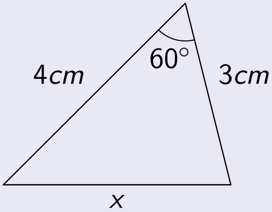
Lei dos Cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos(\gamma)$$

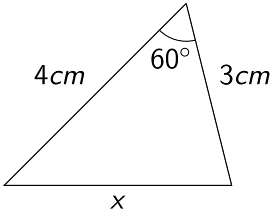
Exemplos

Exemplo 1.

Dado o triângulo abaixo, calcule o comprimento de x:



Exemplos



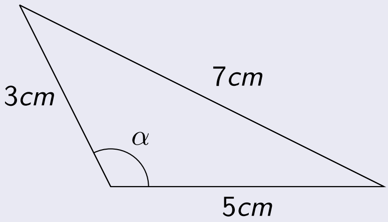
Vamos começar por escrever a equação que rege esse problema.

$$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ)$$
$$x^2 = 25 - 24\cos(60^\circ)$$
$$x^2 = 25 - \frac{24}{2} = 25 - 12 = 13$$
$$x = \sqrt{13} \approx \boxed{3,60}$$

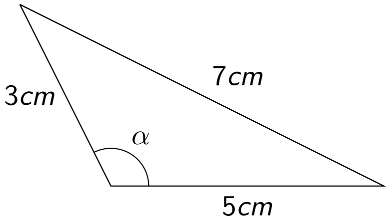
Podemos também encontrar o valor de um ângulo dado as dimensões do triângulo.

Exemplo 2.

Dado o triângulo abaixo, calcule o ângulo α:



Exemplos



$$
\begin{aligned}
7^2 &= 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \cos(\alpha) \\
49 &= 25 + 9 - 30 \cdot \cos(\alpha) \\
49 - 34 &= -30 \cdot \cos(\alpha) \\
15 &= -30 \cdot \cos(\alpha) \\
-\frac{15}{30} &= \cos(\alpha) \\
\cos(\alpha) &= -\frac{1}{2} \\
\alpha &= 120^\circ
\end{aligned}
$$

Perguntas?