

# Tranformações Geométricas

Caio Santiago  
caio.rafael@unasp.edu.br

Computação gráfica  
Engenharia da Computação  
UNASP

# Transformação Geométricas

- Translação
- Escalar
- Rotação
- Cisalhamento
- Reflexão

# Translação

**Forma cartesiana :**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x & T_y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x & T_y & T_z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Forma homogênea :**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Forma cartesiana :**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x & 0 \\ 0 & T_y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x & 0 & 0 \\ 0 & T_y & 0 \\ 0 & 0 & T_z \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Forma homogênea :**

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x & 0 & 0 \\ 0 & T_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

# Rotação 2D

**Forma cartesiana :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

**Forma homogênea :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Rotação 3D

**Forma homogênea de  $R_z$  :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Forma homogênea de  $R_x$  :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Forma homogênea de  $R_y$  :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Cisalhamento 3D

**Forma cartesiana :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{bmatrix}$$

**Forma homogênea :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a & b & 0 \\ c & 1 & d & 0 \\ e & f & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x' = x + cy + ez$$

$$y' = ax + y + fz$$

$$z' = bx + dy + z$$

# Reflexão 3D

**Forma cartesiana :**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x & y & z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -y & z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & -z \end{bmatrix}$$



# Reflexão 3D

Forma homogênea :

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x & y & z & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & -y & z & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & -z & 1 \end{bmatrix}$$