

# AUTÔMATO FINITO

O autômato finito ou (**máquina de estados finitos**) é o primeiro modelo computacional de definição de linguagens que são definidas por mecanismo de reconhecimento, que pode ser encarado como um teste aplicado a cada caractere da palavra ( $w$ ).

A linguagem reconhecida pelo autômato finito é constituída por todas as palavras que passem no teste. Este teste é aplicado de forma incremental, percorrendo os símbolos da palavra um a um a partir do seu início, e a decisão final só surge após o percurso completo da palavra, conferindo a qualidade computacional dos autômatos finitos. Um **Autômato Finito Determinístico**, ou simplesmente autômato finito, pode ser vista como uma máquina composta basicamente por três partes:

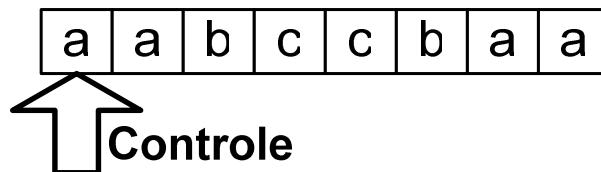


Figura: Autômato Finito como uma máquina com controle finito.

- Fita:** Dispositivo de entrada que contém a informação a ser processada. A fita é finita à esquerda e à direita. É dividida em células onde cada uma armazena um símbolo. Os símbolos pertencem a um alfabeto de entrada ( $\Sigma$ ). Não é possível gravar sobre a fita. Não existe memória auxiliar. Inicialmente a palavra a ser processada, isto é, a informação de entrada ocupa toda a fita.
- Unidade de Controle:** Reflete o estado corrente da máquina. Possui uma unidade de leitura (cabeça de leitura, que acessa uma unidade da fita de cada vez. Pode assumir um número finito e pré-definido de estados. Após cada leitura a cabeça move-se uma célula para a direita.
- Programa ou Função de Transição:** Função que comanda as leituras e define o estado da máquina. Dependendo do estado corrente e do símbolo lido determina o novo estado do autômato. Usa-se o conceito de estado para armazenar as informações necessárias à determinação do próximo estado, uma vez que não há memória auxiliar.

## Definição: Autômato Finito Determinístico (AFD)

Um *autômato finito determinístico* (AFD), ou simplesmente *autômato finito* ( $M$ ) é uma quintupla:

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F),$$

onde:

- $\Sigma$  - Alfabeto de símbolos de entrada
- $Q$  - Conjunto finito de estados possíveis do autômato
- $\delta$  - Função de Transição ou Função Programa  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$   
Se  $M$  estar no estado  $Q$  e vê a entrada  $a$ , o autômato vai para o estado  $\delta(q,a)$ ;
- $q_0$  - Estado inicial tal que  $q_0 \in Q$
- $F$  - Conjunto de estados finais, tais que  $F \subseteq Q$ .

A *Função de Transição* pode ser representada como um grafo orientado finito conforme representado abaixo:

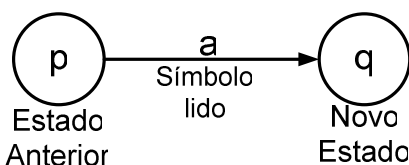


Figura: Representação da Função programa como um grafo

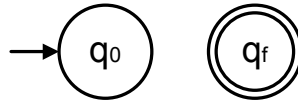


Figura: Representação dos estados inicial e final como nodos de um grafo

O processamento de um autômato finito  $M$  para uma palavra de entrada  $w$  consiste na sucessiva aplicação da *Função de Transição* para cada símbolo de  $w$ , da esquerda para direita, até ocorrer uma condição de parada.

### Exemplo: Autômato Finito

O autômato finito  $M_1 = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \delta_1, q_0, \{q_f\})$ , onde  $\delta_1$  é representada pela tabela de transição de estados, reconhece a linguagem.

$L_1 = \{w \mid w \text{ possui aa ou bb como subpalavra}\}$

$\delta_1$	a	b
q0	q1	q2
q1	qf	q2
q2	q1	qf
qf	qf	qf

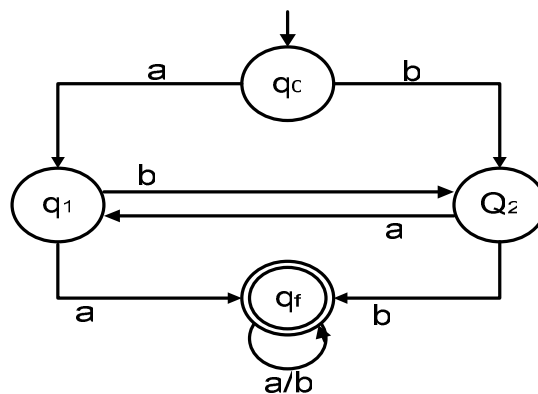


Figura: Grafo do autômato finito determinístico

O algoritmo apresentado usa os estados  $q_1$  e  $q_2$  para “memorizar” o símbolo anterior. Assim  $q_1$  representa “o símbolo anterior é a” e  $q_2$  representa “o símbolo anterior é b”. Após identificar dois aa ou dois bb consecutivos o autômato assume o estado  $q_f$  (final) e varre o sufixo da palavra de entrada sem qualquer controle lógico, somente para terminar o processamento. A figura abaixo ilustra o processamento do autômato finito  $M_1$  para a palavra de entrada  $w = abba$ , a qual é aceita.

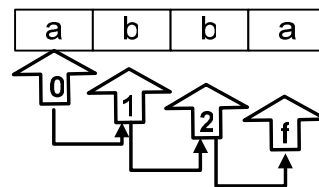


Figura: Sequência de processamento

Note-se que um autômato finito sempre pára ao processar qualquer entrada, pois como toda palavra é finita e como um novo símbolo de entrada é lido a cada aplicação da função programa, não existe a possibilidade de ciclo (loop) infinito. A parada do processamento pode ocorrer de duas maneiras: aceitando ou rejeitando uma entrada  $w$ . As condições de parada são as seguintes:

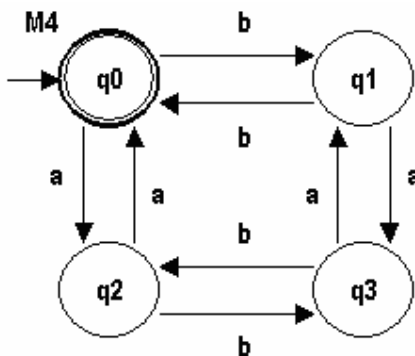
- Após processar o último símbolo da fita o autômato finito assume um estado final. O autômato para e a entrada  $w$  é aceita.
- Após processar o último símbolo da fita, o autômato finito assume um estado não-final. O autômato para e a entrada  $w$  é rejeitada.
- A função programa é indefinida para o argumento (estado corrente e símbolo lido). O autômato para e a entrada  $w$  é rejeitada.

Para definir formalmente o comportamento de um autômato finito (ou seja, dar semântica à sintaxe de um autômato finito) é necessário estender a definição da função programa, usando como argumento um estado e uma palavra.

### Exemplo: Autômato Finito

O autômato  $M4 = (\{a, b\}, \{q0, q1, q2, q3\}, \delta, q0, \{q0\})$ , reconhece a linguagem:

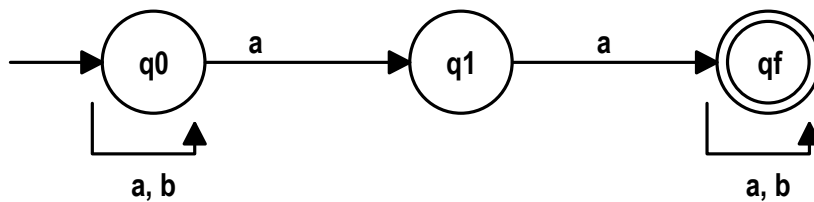
$$L4 = \{w \mid w \text{ possui um número par de } a \text{ e } b\}$$



### Exercícios

1) Dado o AFD, construa a tabela de transição de estados e informe a linguagem correspondente.

a)



b)

