Introdução à Probabilidade e Estatística

Probabilidade Condicional e Independência: Parte II

Carlos Trucíos
ctruciosm.github.io

Universidade Federal do ABC (UFABC)

Semana 4 - Aula 2

Revisão

Revisão

Teorema 1: Regra da Multiplicação.

- (a) Sejam os eventos A e B. Então $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$
- (b) Sejam os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Então

$$P(A_1 A_2 \ldots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_2A_1)\ldots P(A_n|A_{n-1}\ldots A_1)$$

Teorema 2: Teorema da Probabilidade Total

Sejam os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ que formam uma partição de S. Então, para quaquer evento B,

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + \ldots + P(B|A_n)P(A_n) = \sum_i^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Teorema de Bayes

Teorema de Bayes

Teorema 3: Teorema de Bayes

Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos que formam uma partição de S e seja B um evento qualquer com $P(B) > 0$. Então, $\forall i$, $i = 1, \ldots, n$.

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)P(A_i)}$$

Teorema de Bayes: Prova

- (Def): $P(A_i|B) = \dfrac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$

Teorema de Bayes: Prova

- (Def): $P(A_i|B) = \dfrac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$
- (T1): $P(A_i \cap B) = P(A_i)P(B|A_i)$

Teorema de Bayes: Prova

- (Def): $P(A_i|B) = \dfrac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$
- (T1): $P(A_i \cap B) = P(A_i)P(B|A_i)$
- (T2): $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$

Teorema de Bayes: Prova

- (Def): $P(A_i|B) = \dfrac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$
- (T1): $P(A_i \cap B) = P(A_i)P(B|A_i)$
- (T2): $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$
- Logo,

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$$

Teorema de Bayes: Exemplos

1. **Suponha que o primeiro lote das telas da Mi Band 5 (smartwatch) são produzidas por três maquinas diferentes (M_1, M_2 e M_3), sendo que 20% das telas são fabricadas pela M_1, 30% pela M_2 e 50% pela M_3. Suponha também que 1% das telas fabricadas pela M_1, 2% das fabricadas pela M_2 e 3% das telas fabricas pela M_3 vem com defeito. Se selecionarmos aleatoriamente uma tela desse lote e esta está com defeito, qual é a probabilidade da tela ter sido produzida pela M_2**

Teorema de Bayes: Exemplos

1. **Suponha que o primeiro lote das telas da Mi Band 5 (smartwatch) são produzidas por três maquinas diferentes (M_1, M_2 e M_3), sendo que 20% das telas são fabricadas pela M_1, 30% pela M_2 e 50% pela M_3. Suponha também que 1% das telas fabricadas pela M_1, 2% das fabricadas pela M_2 e 3% das telas fabricas pela M_3 vem com defeito. Se selecionarmos aleatoriamente uma tela desse lote e esta está com defeito, qual é a probabilidade da tela ter sido produzida pela M_2**

Sejam os eventos

- A_i: A tela foi produzida pela maquina M_i

Teorema de Bayes: Exemplos

1. **Suponha que o primeiro lote das telas da Mi Band 5 (smartwatch) são produzidas por três maquinas diferentes (M_1, M_2 e M_3), sendo que 20% das telas são fabricadas pela M_1, 30% pela M_2 e 50% pela M_3. Suponha também que 1% das telas fabricadas pela M_1, 2% das fabricadas pela M_2 e 3% das telas fabricas pela M_3 vem com defeito. Se selecionarmos aleatoriamente uma tela desse lote e esta está com defeito, qual é a probabilidade da tela ter sido produzida pela M_2**

Sejam os eventos

- A_i: A tela foi produzida pela maquina M_i
- B: A tela é defeituosa

Teorema de Bayes: Exemplos

1. **Suponha que o primeiro lote das telas da Mi Band 5 (smartwatch) são produzidas por três maquinas diferentes (M_1, M_2 e M_3), sendo que 20% das telas são fabricadas pela M_1, 30% pela M_2 e 50% pela M_3. Suponha também que 1% das telas fabricadas pela M_1, 2% das fabricadas pela M_2 e 3% das telas fabricas pela M_3 vem com defeito. Se selecionarmos aleatoriamente uma tela desse lote e esta está com defeito, qual é a probabilidade da tela ter sido produzida pela M_2**

Sejam os eventos

- A_i: A tela foi produzida pela maquina M_i
- B: A tela é defeituosa
- Queremos $P(A_2|B)$

Teorema de Bayes: Exemplos

20% das Telas são da M_1 (1% são defeituosas), 30% das Telas são da M_2 (2% são defeituosas) e 50% das Telas são da M_3 (3% são defeituosas).

Teorema de Bayes: Exemplos

20% das Telas são da M_1 (1% são defeituosas), 30% das Telas são da M_2 (2% são defeituosas) e 50% das Telas são da M_3 (3% são defeituosas).

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)}$$

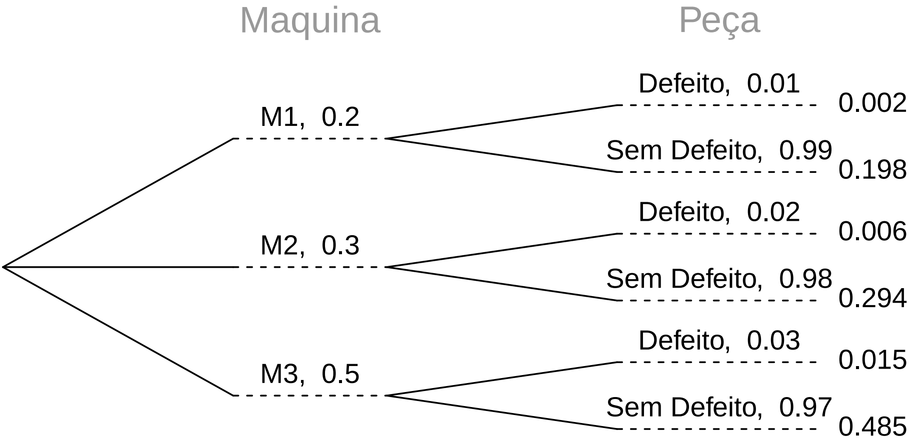
Teorema de Bayes: Exemplos

20% das Telas são da M_1 (1% são defeituosas), 30% das Telas são da M_2 (2% são defeituosas) e 50% das Telas são da M_3 (3% são defeituosas).

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)}$$

$$P(A_2|B) = \frac{0.3 \times 0.02}{0.2 \times 0.01 + 0.3 \times 0.02 + 0.5 \times 0.03} = 0.26$$

Teorema de Bayes: Exemplos



Exemplos

2. **Uma caixa contem 9 moedas (três com caras em ambos os lados (tipo 1), quatro com coroas em ambos os lados (tipo 2) e duas moedas honestas (tipo 3)). Se selecionarmos uma dessas moedas aleatoriamente e observarmos o resultado do lancamento da moeda, qual é a probabilidade de obter cara?**

Exemplos

2. **Uma caixa contem 9 moedas (três com caras em ambos os lados (tipo 1), quatro com coroas em ambos os lados (tipo 2) e duas moedas honestas (tipo 3)). Se selecionarmos uma dessas moedas aleatoriamente e observarmos o resultado do lancamento da moeda, qual é a probabilidade de obter cara?**

Sejam os eventos:

- A_i: A moeda pertence ao tipo i

Exemplos

2. **Uma caixa contem 9 moedas (três com caras em ambos os lados (tipo 1), quatro com coroas em ambos os lados (tipo 2) e duas moedas honestas (tipo 3)). Se selecionarmos uma dessas moedas aleatoriamente e observarmos o resultado do lancamento da moeda, qual é a probabilidade de obter cara?**

Sejam os eventos:

- A_i: A moeda pertence ao tipo i
- B: O resultado do lancamento é cara

Exemplos

2. **Uma caixa contem 9 moedas (três com caras em ambos os lados (tipo 1), quatro com coroas em ambos os lados (tipo 2) e duas moedas honestas (tipo 3)). Se selecionarmos uma dessas moedas aleatoriamente e observarmos o resultado do lancamento da moeda, qual é a probabilidade de obter cara?**

Sejam os eventos:

- A_i: A moeda pertence ao tipo i
- B: O resultado do lancamento é cara
- Queremos $P(B)$

Exemplos

9 moedas: 3 com caras em ambos os lados (T-1), 4 com coroas em ambos os lados (T-2) e 2 moedas honestas (T-3).

Exemplos

9 moedas: 3 com caras em ambos os lados (T-1), 4 com coroas em ambos os lados (T-2) e 2 moedas honestas (T-3).

Pelo Teorema da Probabilidade Total (T2):

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)$$

Exemplos

9 moedas: 3 com caras em ambos os lados (T-1), 4 com coroas em ambos os lados (T-2) e 2 moedas honestas (T-3).

Pelo Teorema da Probabilidade Total (T2):

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)$$

$$P(B) = \frac{3}{9} \times 1 + \frac{4}{9} \times 0 + \frac{2}{9}\frac{1}{2} = \frac{5}{9}$$

Exemplos

3. **No exemplo anterior. Qual é a probabilidade da moeda ser do tipo 1se o resultado observado após o lancamento da moeda foi cara?**

- Queremos $P(A_1|B)$

Exemplos

3. **No exemplo anterior. Qual é a probabilidade da moeda ser do tipo 1se o resultado observado após o lancamento da moeda foi cara?**

- Queremos $P(A_1|B)$
- Pelo Teorema de Bayes (T2):

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)}$$

Exemplos

3. **No exemplo anterior. Qual é a probabilidade da moeda ser do tipo 1se o resultado observado após o lancamento da moeda foi cara?**

- Queremos $P(A_1|B)$
- Pelo Teorema de Bayes (T2):

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)}$$

- $$P(A_1|B) = \frac{3/9 \times 1}{3/9 \times 1 + 4/9 \times 0 + 2/9 \times 1/2} = 0.75$$

Exemplos

4. **A seguinte tabela traz informações sobre o tipo de café escolhido pelos clientes em um determinado quiosque de um aeroporto.**

	Pequena	Média	Grande
Normal	14%	20%	26%
Descafeinado	20%	10%	10%

Se selecionarmos aleatoriamente um desses clientes. Qual é a probabilidade de que o cliente tenha comprado uma xicara pequena?

Exemplos

- $P(\text{X. pequena}) = P(\text{X. pequena}|\text{Normal})P(\text{Normal}) + P(\text{X. pequena}|\text{Descafeinado})P(\text{Descafeinado})$

Exemplos

- $P(\text{X. pequena}) = P(\text{X. pequena}|\text{Normal})P(\text{Normal}) + P(\text{X. pequena}|\text{Descafeinado})P(\text{Descafeinado})$
- $P(\text{X. pequena}) = P(\text{X. pequena} \cap \text{Normal}) + P(\text{X. pequena} \cap \text{Descafeinado})$

Exemplos

- $P(\text{X. pequena}) = P(\text{X. pequena}|\text{Normal})P(\text{Normal}) + P(\text{X. pequena}|\text{Descafeinado})P(\text{Descafeinado})$
- $P(\text{X. pequena}) = P(\text{X. pequena} \cap \text{Normal}) + P(\text{X. pequena} \cap \text{Descafeinado})$
- $P(\text{X. pequena}) = 0.34$

Exemplos

5. **Usando os dados da tabela anterior. Qual é a probabilidade de que o cliente tenha comprado cafe descafeinado se sabemos que pediu uma xícara média?**

	Pequena	Média	Grande
Normal	14%	20%	26%
Descafeinado	20%	10%	10%

Exemplos

5. **Usando os dados da tabela anterior. Qual é a probabilidade de que o cliente tenha comprado cafe descafeinado se sabemos que pediu uma xícara média?**

	Pequena	Média	Grande
Normal	14%	20%	26%
Descafeinado	20%	10%	10%

- $P(\text{Descafeinado}|\text{X. média}) = \dfrac{P(\text{Descafeinado} \cap \text{X.média})}{P(\text{X.média})}$

Exemplos

5. **Usando os dados da tabela anterior. Qual é a probabilidade de que o cliente tenha comprado cafe descafeinado se sabemos que pediu uma xícara média?**

	Pequena	Média	Grande
Normal	14%	20%	26%
Descafeinado	20%	10%	10%

- $P(\text{Descafeinado}|\text{X. média}) = \dfrac{P(\text{Descafeinado} \cap \text{X.média})}{P(\text{X.média})}$
- $P(\text{X.média}) = P(\text{X.média}\cap\text{Normal}) + P(\text{X.média}\cap\text{Descafeinado}) = 0.3$

Exemplos

5. **Usando os dados da tabela anterior. Qual é a probabilidade de que o cliente tenha comprado cafe descafeinado se sabemos que pediu uma xícara média?**

	Pequena	Média	Grande
Normal	14%	20%	26%
Descafeinado	20%	10%	10%

- $P(\text{Descafeinado}|\text{X. média}) = \dfrac{P(\text{Descafeinado} \cap \text{X.média})}{P(\text{X.média})}$
- $P(\text{X.média}) = P(\text{X.média} \cap \text{Normal}) + P(\text{X.média} \cap \text{Descafeinado}) = 0.3$
- $P(\text{Descafeinado}|\text{X. média}) = \dfrac{0.1}{0.3} = \dfrac{1}{3}$

Independência

Independência

- Em geral, temos que $P(A|B) \neq P(A)$ (o conhecimento de B muda as chances de ocorrencia do evento A)

Independência

- Em geral, temos que $P(A|B) \neq P(A)$ (o conhecimento de B muda as chances de ocorrencia do evento A)
- Contudo, existe uma clase de eventos onde $P(A|B) = P(A)$, neste caso os eventos A e B são ditos independentes.

Independência

- Em geral, temos que $P(A|B) \neq P(A)$ (o conhecimento de B muda as chances de ocorrencia do evento A)
- Contudo, existe uma clase de eventos onde $P(A|B) = P(A)$, neste caso os eventos A e B são ditos independentes.

Independência

- Em geral, temos que $P(A|B) \neq P(A)$ (o conhecimento de B muda as chances de ocorrencia do evento A)
- Contudo, existe uma clase de eventos onde $P(A|B) = P(A)$, neste caso os eventos A e B são ditos independentes.

Definição: Indepêndencia

Os eventos A e B são independentes se

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- Se A e B não são independentes, são chamados de dependentes.

Independência

Teorema

Se $P(B) > 0$, uma condição necessária e suficiente para que os eventos A e B sejam independentes é

$$P(A|B) = P(A)$$

Independência: Exemplo

Uma carta é selecionada aleatoriamente de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos

- A: a carta selecionada é um As
- B: a carta selecionada é do naipe de espadas.

A e B são independentes?

Independência: Exemplo

Uma carta é selecionada aleatoriamente de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos

- A: a carta selecionada é um As
- B: a carta selecionada é do naipe de espadas.

A e B são independentes? $P(AB) = P(A)P(B)$?

- $P(AB) = \frac{1}{52}$

Independência: Exemplo

Uma carta é selecionada aleatoriamente de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos

- A: a carta selecionada é um As
- B: a carta selecionada é do naipe de espadas.

A e B são independentes? $P(AB) = P(A)P(B)$?

- $P(AB) = \dfrac{1}{52}$
- $P(A) = \dfrac{4}{52}$, $P(B) = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$

Independência: Exemplo

Uma carta é selecionada aleatoriamente de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos

- A: a carta selecionada é um As
- B: a carta selecionada é do naipe de espadas.

A e B são independentes? $P(AB) = P(A)P(B)$?

- $P(AB) = \dfrac{1}{52}$
- $P(A) = \dfrac{4}{52}$, $P(B) = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$
- $P(AB) = \dfrac{1}{52} = \dfrac{4}{52}\dfrac{1}{4} = P(A)P(B)$

Independência: Exemplo

Uma carta é selecionada aleatoriamente de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos

- A: a carta selecionada é um As
- B: a carta selecionada é do naipe de espadas.

A e B são independentes? $P(AB) = P(A)P(B)$?

- $P(AB) = \frac{1}{52}$
- $P(A) = \frac{4}{52}$, $P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
- $P(AB) = \frac{1}{52} = \frac{4}{52}\frac{1}{4} = P(A)P(B)$
- Logo, A e B são independentes.

Independência: Exemplo

Duas maquinas M_1 e M_2 funcionam independentemente. Sejam os eventos:

- A: M_1 falha durante o periodo de 8 horas
- B: M_2 falha durante o periodo de 8 horas.

Qual é a probabilidade que pelo menos uma das maquinhas falhe durante o periodo de 8 horas? (assuma que $P(A) = 1/3$ e $P(B) = 1/4$)

Independência: Exemplo

Duas maquinas M_1 e M_2 funcionam independentemente. Sejam os eventos:

- A: M_1 falha durante o periodo de 8 horas
- B: M_2 falha durante o periodo de 8 horas.

Qual é a probabilidade que pelo menos uma das maquinhas falhe durante o periodo de 8 horas? (assuma que $P(A) = 1/3$ e $P(B) = 1/4$)

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Independência: Exemplo

Duas maquinas M_1 e M_2 funcionam independentemente. Sejam os eventos:

- A: M_1 falha durante o periodo de 8 horas
- B: M_2 falha durante o periodo de 8 horas.

Qual é a probabilidade que pelo menos uma das maquinhas falhe durante o periodo de 8 horas? (assuma que $P(A) = 1/3$ e $P(B) = 1/4$)

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{3}\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Independência: Exemplo

Duas maquinas M_1 e M_2 funcionam independentemente. Sejam os eventos:

- A: M_1 falha durante o periodo de 8 horas
- B: M_2 falha durante o periodo de 8 horas.

Qual é a probabilidade que pelo menos uma das maquinhas falhe durante o periodo de 8 horas? (assuma que $P(A) = 1/3$ e $P(B) = 1/4$)

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{3}\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$

Independência:

Proposição

Se A e B são independentes, então

- A e B^c
- A^c e B
- A^c e B^c

também são independêntes.

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$
- $P(A) = P(AB) + P(AB^c)$ (Porque?)

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$
- $P(A) = P(AB) + P(AB^c)$ (Porque?)
- $P(A) = P(A)P(B) + P(AB^c)$

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$
- $P(A) = P(AB) + P(AB^c)$ (Porque?)
- $P(A) = P(A)P(B) + P(AB^c)$
- $P(A) - P(A)P(B) = P(AB^c)$

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$
- $P(A) = P(AB) + P(AB^c)$ (Porque?)
- $P(A) = P(A)P(B) + P(AB^c)$
- $P(A) - P(A)P(B) = P(AB^c)$
- $P(A)(1 - P(B)) = P(AB^c)$

Independência: Prova da proposição

$$P(AB^c) = P(A)P(B^c)?$$

- $A = AB \cup AB^c$
- $P(A) = P(AB) + P(AB^c)$ (Porque?)
- $P(A) = P(A)P(B) + P(AB^c)$
- $P(A) - P(A)P(B) = P(AB^c)$
- $P(A)(1 - P(B)) = P(AB^c)$
- $P(A)P(B^c) = P(AB^c)$

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes
- Então A e B^c também são independentes

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes
- Então A e B^c também são independentes
- Logo, B^c e A^c são independentes.

Independência: Prova da proposição

$$P(A^cB^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes
- Então A e B^c também são independentes
- Logo, B^c e A^c são independentes.

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes
- Então A e B^c também são independentes
- Logo, B^c e A^c são independentes.

Outra forma

- $A^c = A^c B \cup A^c B^c \Rightarrow P(A^c) = P(A^c B) + P(A^c B^c) \Rightarrow$

Independência: Prova da proposição

$$P(A^c B^c) = P(A^c)P(B^c)?$$

- Temos que A e B são independentes
- Então A e B^c também são independentes
- Logo, B^c e A^c são independentes.

Outra forma

- $A^c = A^c B \cup A^c B^c \Rightarrow P(A^c) = P(A^c B) + P(A^c B^c) \Rightarrow$
- $P(A^c) = P(A^c)P(B) + P(A^c B^c) \Rightarrow P(A^c)(1 - P(B)) = P(A^c)P(B^c) = P(A^c B^c)$

Independência

Definição: Mutuamente independentes

Três eventos A, B e C são independentes se

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) \text{ e}$$

- $P(AB) = P(A)P(B)$
- $P(BC) = P(B)P(C)$
- $P(AC) = P(A)P(C)$

Independência

Definição: Mutuamente independentes

Três eventos A, B e C são independentes se

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) \text{ e}$$

- $P(AB) = P(A)P(B)$
- $P(BC) = P(B)P(C)$
- $P(AC) = P(A)P(C)$

Definição: Mutuamente independentes

Os eventos $A_1, \dots, A_n$ são independentes (mutuamente independentes) se para cada $k = 2, \dots n$ e cada subconjunto de indices $1 \leq i_1, \dots, i_k \leq n$,

$$P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k} = P(A_{i_1})P(A_{i_2})P(A_{i_k})$$

Independência

- **Um evento pode ser independente de si mesmo?**
- **Se $A \cap B = \varnothing$, A e B são independentes?**

Independência

- **Um evento pode ser independente de si mesmo?**
- **Se $A \cap B = \varnothing$, A e B são independentes?**

Proposição

Um evento A é independente se si mesmo, se e somente se $P(A) = 0$ ou $P(A) = 1$

Independência

- **Um evento pode ser independente de si mesmo?**
- **Se $A \cap B = \varnothing$, A e B são independentes?**

Proposição

Um evento A é independente se si mesmo, se e somente se $P(A) = 0$ ou $P(A) = 1$

Cuidado!

Se $A \cap B = \varnothing$, então A e B não são independentes (ao menos que um deles tenha probabilidade zero)

Independência: Exemplo.

Seja o experimento E, lançar um dado honesto e observar o número de pontos no lado superior. Seja o evento A: o resultado é um número par (A^c o resutado é um número impar).

Independência: Exemplo.

Seja o experimento E, lançar um dado honesto e observar o número de pontos no lado superior. Seja o evento A: o resultado é um número par (A^c o resutado é um número impar).

- $P(A) = \frac{1}{2}$

Independência: Exemplo.

Seja o experimento E, lançar um dado honesto e observar o número de pontos no lado superior. Seja o evento A: o resultado é um número par (A^c o resutado é um número impar).

- $P(A) = \frac{1}{2}$
- $P(A^c) = \frac{1}{2}$

Independência: Exemplo.

Seja o experimento E, lançar um dado honesto e observar o número de pontos no lado superior. Seja o evento A: o resultado é um número par (A^c o resutado é um número impar).

- $P(A) = \frac{1}{2}$
- $P(A^c) = \frac{1}{2}$
- $P(A \cap A^c) = P(\varnothing) = 0 \neq P(A)P(A^c) = \frac{1}{2}\frac{1}{2}$

Leituras recomendadas

Leituras recomendadas

- Ross Cap. 3 (3.3 e 3.4)
- DeGroot Cap 2 (2.1 e 2.2)
- Jay L. Devore (2018). Probabilidade e Estatística para engenharia e ciências (2.4)

Para praticar

- Resolver os exercícios correspondetes ao Cap 3 do Ross
- Lista 4 do gradmat.ufabc.edu.br/disciplinas/ipe/listas/

Prova 1

O conteudo teórico da P_1 é até a aula de hoje.