# Introdução à Probabilidade e Estatística
# Primeira Prova

Prof: Carlos Trucíos

28 de Outubro de 2020

## Questão 1:

Se as letras $A, A, A, C, E, I, M, M, T, T$ se ordenam aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter a palavra $MATEMATICA$?

Rpta: Permutação com repetição

$$P(A) = \frac{1}{\binom{10}{3,1,1,1,2,2}} = \frac{1}{151200}$$

## Questão 2:

Uma caixa contem 3 dados vermelhos, 8 dados brancos e 2 dados azuis. Se selecionarmos aleatoriamente 3 dados, qual é a probabilidade de obter 2 dados vermelhos e 1 dado branco?

Rpta: Combinatoria + Principio básico de contagem

Seja o evento $A$ : selecionar 2 dados vermelhos e 1 dado azul.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}\binom{8}{1}}{\binom{13}{3}} = \frac{12}{143}$$

## Questão 3:

Suponha que o tempo na região metropolitana de São Paulo possa ser chuvoso ou não chuvoso e que adicionalmente o transito na região possa ser bom ou ruim. Utilizando as informações contidas na seguinte tabela,

| $P(\cdot)$ | Não Chuvoso | Chuvoso |
|---|---|---|
| Trânsito Bom | 0.45 | 0.05 |
| Trânsito Ruim | 0.15 | 0.35 |

Qual é a probabilidade de que, dado que estamos em um dia não chuvoso, o transito esteja bom?

Rpta: Definição

Sejam os eventos

- $A$ : o dia é chuvoso ($A^c$ o dia não é chuvoso)
- $B$ : o transito é bom ($B^c$ o transito é ruim)

Queremos

$$P(B|A^c) = \frac{P(B \cap A^c)}{P(A^c)} = \frac{0.45}{0.45 + 0.15} = 0.75$$

## Questão 4:

13 canetas pretas deven ser dividas entre 4 professores, de forma que cada um receba pelo menos 2 canetas. De quantas formas isso pode ser feito?

Rpta:

- Queremos $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 13$ tal que $X_i > 1$. Não podemos aplicar diretamente nenhuma das proposições.

- Se fizermos $Y_i = X_i - 1$
- Temos que $Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = 9$ tal que $Y_i > 0$. Então aplicando a proposição 1,

$$\binom{9-1}{4-1} = 56$$

# Questão 5:

Em um closet tem 9 pares de tênis. Se selecionarmos aleatoriamente 6 tênis, qual é a probabilidade de selecionar nenhum par completo?

Rpta: Foi desenvolvida na aula. No caso geral em temos que $n$ pares de tênis e selecionarmos aleatoriamente $2r$ tênis, temos

$$P(A) = \frac{2^{2r}\binom{n}{2r}}{\binom{2n}{2r}} = \frac{2^6\binom{9}{6}}{\binom{18}{6}} = \frac{5376}{18564}$$

# Questão 6:

Sejam os eventos $A, B, C \subset S$. Demonstre que

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

Rpta:

$$P(\underbrace{A \cup B}_{\text{D}} \cup C) = P(D \cup C) = P(D) + P(C) - P(D \cap C)$$

$$P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(D \cap C) = P((A \cup B) \cap C) = P((A \cap C) \cup (B \cap C)) = P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap C \cap B \cap C)$$

$$P(D \cap C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$$

Então,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) - (P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C))$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$