

# Introdução à Probabilidade e Estatística

## Prova Final - GABARITO

Prof: Carlos Trucíos

10 de Dezembro de 2020

### Questão 1:

A probabilidade de sucesso de um experimento é  $p = 0.3$ . Seja  $X$  o número de sucessos obtidos em 12 realizações independentes do experimento. Calcule:

1.  $P(4 \leq X \leq 8) = \text{sum}(\text{dbinom}(4 : 8, 12, 0.3)) = 0.5057926$
2.  $P(X = 0) = \text{dbinom}(0, 12, 0.3) = 0.01384129$
3.  $P(X > 9) = 1 - \text{pbinom}(9, 12, 0.3) = 0.0002063763$

### Questão 2:

Uma fita mangnetica contém, em média 4 defeitos a cada 1000 metros. Qual é a probabilidade de que uma fita de 1250 metros (a) contenha apenas 1 defeito?, (b) contenha no máximo 4 defeitos?

- $X \sim \text{Pois}(\lambda = 5)$
- (a)  $P(X = 1) = \text{dpois}(1, 5) = 0.03368973$
- (b)  $P(X \leq 4) = \text{ppois}(4, 5) = 0.4404933$

### Questão 3:

O peso médio dos alunos de IPE é de 65 quilos com desvio padrão de 4 quilos. Se o peso dos alunos s distribui segundo uma distribuição normal, qual a probabilidade de:

1. O peso de um aluno seja menor que 57 quilos?
  2. O peso de um aluno esteja entre 60 y 70 quilos?
  3. O peso de um aluno ser maior do que 80 quilos?
- $X \sim N(65, 4)$
  - $P(X < 57) = P(Z < \frac{57 - 65}{4}) = \text{pnorm}(-2) = 0.02275013$
  - $P(60 \leq X \leq 70) = P(-1.25 \leq Z \leq 1.25) = \text{pnorm}(1.25) - \text{pnorm}(-1.25) = 0.7887005$
  - $P(X > 80) = P(Z > \frac{80 - 65}{4}) = P(Z > 3.75) = 1 - \text{pnorm}(3.75) = 8.841729e - 05$

### Questão 4:

Suponha que a idade com que um pesquisador conclui o doutorado ( $X$ ) se distribui segundo a seguinte função de probabilidade:

x	27	28	29	30	31	32
p(x)	0.05	0.1	0.25	0.25	0.20	$C$

1. Qual o valor de  $C$ ? 0.15
2. Qual é a média (esperança) de idade com que um pesquisador conclui o doutorado?  $E(X) = 29.9$

### Questão 5:

Sejam  $X_1, \dots, X_n$  v.as independentes e identicamente distribuídas com  $E(X_1) = 2$ ,  $V(X_1) = 1$ . Calcule

$$P(\bar{X}_n \leq 3)$$

Pelo TCL:

$$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

. Como  $\mu = 2$  e  $\sigma = 1$ , temos que

$$\sqrt{n}(\bar{X} - 2) \sim N(0, 1)$$

. Então

$$P(\bar{X}_n \leq 3) = P(\bar{X}_n - 2 \leq 3 - 2) = P(\sqrt{n}(\bar{X}_n - 2) \leq \sqrt{n}) = \Phi(\sqrt{n})$$

### Questão 6:

Sejam  $X$  e  $Y$  duas v.as. discretas e suponha que sua função de probabilidade conjunta é dada por:

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{30}, & \text{se } x = 0, 1, 2, y = 0, 1, 2, 3 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

$X$  e  $Y$  são independentes? **Não!**

$$P(X = 0, Y = 0) = 0 \neq P(X = 0)P(Y = 0) = \frac{7}{30} \frac{3}{30}$$