Introdução à Probabilidade e Estatística

Probabilidade: Parte II

Carlos Trucíos
ctruciosm.github.io

Universidade Federal do ABC (UFABC)

Semana 3 - Aula 1

Revisitando os Axiomas

Revisitando os Axiomas

Fora do horario de pico, um trem possui cinco vagões. Suponha que um passajeiro tem o dobro de probabilidade de pegar o vagão do meio (3) do que os adjacentes (2 ou 4) e por sua vez, pegar um dos vagões adjacentes tem o dobro de probabilidade de pegar um dos vagões extremos (1 ou 5). Qual é a probabilidade de pegar um dos vagões extremos?

- O passajeiro pode subir em apenas 1 vagão

Revisitando os Axiomas

Fora do horario de pico, um trem possui cinco vagões. Suponha que um passajeiro tem o dobro de probabilidade de pegar o vagão do meio (3) do que os adjacentes (2 ou 4) e por sua vez, pegar um dos vagões adjacentes tem o dobro de probabilidade de pegar um dos vagões extremos (1 ou 5). Qual é a probabilidade de pegar um dos vagões extremos?

- O passajeiro pode subir em apenas 1 vagão
- Sejam os eventos E_i: o passageiro pega o vagão i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$)

Revisitando os Axiomas

Fora do horario de pico, um trem possui cinco vagões. Suponha que um passajeiro tem o dobro de probabilidade de pegar o vagão do meio (3) do que os adjacentes (2 ou 4) e por sua vez, pegar um dos vagões adjacentes tem o dobro de probabilidade de pegar um dos vagões extremos (1 ou 5). Qual é a probabilidade de pegar um dos vagões extremos?

- O passajeiro pode subir em apenas 1 vagão
- Sejam os eventos E_i: o passageiro pega o vagão i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$
- $E_i \cap E_j = \varnothing$, $i \neq j$

Revisitando os Axiomas

- $P(E_3) = 2P(E_2) = 2P(E_4)$

Revisitando os Axiomas

- $P(E_3) = 2P(E_2) = 2P(E_4)$
- $P(E_2) = P(E_4) = 2P(E_1) = 2P(E_5)$

Revisitando os Axiomas

- $P(E_3) = 2P(E_2) = 2P(E_4)$
- $P(E_2) = P(E_4) = 2P(E_1) = 2P(E_5)$
- $P(\bigcup_{i=1}^{5} E_i) = \sum_{i=1}^{5} P(E_i) = P(E_1) + 2P(E_1) + 4P(E_1) + 2P(E_1) + P(E_1) = 1$

Revisitando os Axiomas

- $P(E_3) = 2P(E_2) = 2P(E_4)$
- $P(E_2) = P(E_4) = 2P(E_1) = 2P(E_5)$
- $P(\bigcup_{i=1}^{5} E_i) = \sum_{i=1}^{5} P(E_i) = P(E_1) + 2P(E_1) + 4P(E_1) + 2P(E_1) + P(E_1) = 1$
- $P(E_1) = 0.1 = P(E_5)$; $P(E_2) = P(E_4) = 0.2$; $P(E_3) = 0.4$

Revisitando os Axiomas

- $P(E_3) = 2P(E_2) = 2P(E_4)$
- $P(E_2) = P(E_4) = 2P(E_1) = 2P(E_5)$
- $P(\bigcup_{i=1}^{5} E_i) = \sum_{i=1}^{5} P(E_i) = P(E_1)+2P(E_1)+4P(E_1)+2P(E_1)+P(E_1) = 1$
- $P(E_1) = 0.1 = P(E_5)$; $P(E_2) = P(E_4) = 0.2$; $P(E_3) = 0.4$
- Probabilidade de pegar um dos vagões dos extremos é $P(E_1 \cup E_5) = P(E_1) + P(E_5) = 0.2$

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda
- Lançamento de r dados não viciados

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda
- Lançamento de r dados não viciados
- Selecionar r cartas de um baralho de 52 cartas

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda
- Lançamento de r dados não viciados
- Selecionar r cartas de um baralho de 52 cartas
- . . .

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda
- Lançamento de r dados não viciados
- Selecionar r cartas de um baralho de 52 cartas
- ...

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Em experimentos que consistem de N resultados, é natural supor que todos os resultados em S sejam igualmente provaveis:

- Lançamento de uma moeda
- Lançamento de r dados não viciados
- Selecionar r cartas de um baralho de 52 cartas
- ...

Considere um evento $A \subset S$, então

$$P(A) = \frac{\text{Número de elementos em A}}{\text{Número de elementos em S}}$$

Espaço amostral com resultados equiprovaveis

Tudo é contagem

Quando os resultados são igualente provaveis, calcular a probabilidade é basicamente:

- **contar** o número de resultados em A,
- **contar** o número de todos os resultados possíveis em S,
- formar a razão.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

onde $N(A)$ é o número de elementos em A e N é o número de elementos em S.

Exemplos

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$
- A: Os quatro números são distintos

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$
- A: Os quatro números são distintos
- $N(A) = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$
- A: Os quatro números são distintos
- $N(A) = 6 \times 5 \times 4 \times 3$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6^4} =$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$
- A: Os quatro números são distintos
- $N(A) = 6 \times 5 \times 4 \times 3$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6^4} =$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

1. **Se jogarmos quatro dados não viciados, qual é a probabilidade de que os quatro números que aparecem sejam distintos?**

- $S = \{(i, j, k, l) : i, j, k, l = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^4$
- A: Os quatro números são distintos
- $N(A) = 6 \times 5 \times 4 \times 3$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6^4} =$$

```
(6*5*4*3)/(6^4)
```

```
## [1] 0.2777778
```

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**
   - $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
   - $N = 6^6$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^6$
- A: Cada um dos 6 números aparece apenas 1 vez. $N(A)$?

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^6$
- A: Cada um dos 6 números aparece apenas 1 vez. $N(A)$?
- Se não considerarmos a ordem, $N(A) = 1$, mas no nosso caso precisamos considerar a ordem, então $N(A) = 6!$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^6$
- A: Cada um dos 6 números aparece apenas 1 vez. $N(A)$?
- Se não considerarmos a ordem, $N(A) = 1$, mas no nosso caso precisamos considerar a ordem, então $N(A) = 6!$
- $$P(A) = \frac{6!}{6^6}$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^6$
- A: Cada um dos 6 números aparece apenas 1 vez. $N(A)$?
- Se não considerarmos a ordem, $N(A) = 1$, mas no nosso caso precisamos considerar a ordem, então $N(A) = 6!$
- $$P(A) = \frac{6!}{6^6}$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

2. **Se jogarmos 6 dados, qual é a probabilidade de cada um dos 6 números apareça apenas 1 vez?**

- $S = \{(i, j, k, l, m, n) : i, j, k, l, m, n = 1, ..., 6\}$
- $N = 6^6$
- A: Cada um dos 6 números aparece apenas 1 vez. $N(A)$?
- Se não considerarmos a ordem, $N(A) = 1$, mas no nosso caso precisamos considerar a ordem, então $N(A) = 6!$
- $$P(A) = \frac{6!}{6^6}$$

```
factorial(6)/(6^6)
```

```
## [1] 0.0154321
```

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$
- A: seleccionar as 2 peças defeituosas

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$
- A: seleccionar as 2 peças defeituosas
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{22}{8}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$
- A: seleccionar as 2 peças defeituosas
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{22}{8}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{22}{8}}{\binom{24}{10}} = 0.1630435$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$
- A: seleccionar as 2 peças defeituosas
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{22}{8}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{22}{8}}{\binom{24}{10}} = 0.1630435$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

3. **Uma caixa contém 24 peças (2 estão com defeito). Se seleccionarmos aleatoriamente 10 peças (sem reposição). Qual a probabilidade de seleccionar as 2 peças defeituosas?**

- S: Todas as formas em que podemos selecionar 10 peças de um total de 24
- $N = \binom{24}{10}$
- A: seleccionar as 2 peças defeituosas
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{22}{8}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{22}{8}}{\binom{24}{10}} = 0.1630435$$

```
(choose(2,2)*choose(22,8))/choose(24,10)
```

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (*A* e *B*) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
- $N = \binom{100}{12}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
- $N = \binom{100}{12}$
- A: As pessoas A e B estão no comitê.

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

   - S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
   - $N = \binom{100}{12}$
   - A: As pessoas A e B estão no comitê.
   - $N(A) = \binom{2}{2}\binom{98}{10}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (*A* e *B*) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
- $N = \binom{100}{12}$
- A: As pessoas A e B estão no comitê.
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{98}{10}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{98}{10}}{\binom{100}{12}} = 0.01333333$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
- $N = \binom{100}{12}$
- A: As pessoas A e B estão no comitê.
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{98}{10}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{98}{10}}{\binom{100}{12}} = 0.01333333$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

4. **De um grupo de 100 pessoas, vamos seleccionar aleatoriamente um comitê de 12 pessoas. Qual é a probbailidade que duas pessoas (A e B) sejam seleccionadas?**

- S: Todas as formas de formar um grupo de 12 pessoas de um total de 100
- $N = \binom{100}{12}$
- A: As pessoas A e B estão no comitê.
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{98}{10}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{98}{10}}{\binom{100}{12}} = 0.01333333$$

```
(choose(2,2)*choose(98,10))/choose(100,12)
```

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

5. **35 pessoas são alocadas aleatoriamente em 2 grupos (um com 10 e outro com 25 pessoas). Qual é a probabilidade de que 2 pessoas específicas (A e B) estejam no mesmo grupo?**

- S: Todas as formas possíveis de dividir 35 pessoas nos 2 grupos.

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

5. **35 pessoas são alocadas aleatoriamente em 2 grupos (um com 10 e outro com 25 pessoas). Qual é a probabilidade de que 2 pessoas específicas (A e B) estejam no mesmo grupo?**

- S: Todas as formas possíveis de dividir 35 pessoas nos 2 grupos.
- $N = \binom{35}{10}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

5. **35 pessoas são alocadas aleatoriamente em 2 grupos (um com 10 e outro com 25 pessoas). Qual é a probabilidade de que 2 pessoas específicas (A e B) estejam no mesmo grupo?**

- S: Todas as formas possíveis de dividir 35 pessoas nos 2 grupos.
- $N = \binom{35}{10}$
- A: As pessoas A e B estão no mesmo grupo

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

5. **35 pessoas são alocadas aleatoriamente em 2 grupos (um com 10 e outro com 25 pessoas). Qual é a probabilidade de que 2 pessoas específicas (A e B) estejam no mesmo grupo?**

- S: Todas as formas possíveis de dividir 35 pessoas nos 2 grupos.
- $N = \binom{35}{10}$
- A: As pessoas A e B estão no mesmo grupo
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{33}{8} + \binom{33}{10}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

5. **35 pessoas são alocadas aleatoriamente em 2 grupos (um com 10 e outro com 25 pessoas). Qual é a probabilidade de que 2 pessoas específicas (A e B) estejam no mesmo grupo?**

- S: Todas as formas possíveis de dividir 35 pessoas nos 2 grupos.
- $N = \binom{35}{10}$
- A: As pessoas A e B estão no mesmo grupo
- $N(A) = \binom{2}{2}\binom{33}{8} + \binom{33}{10}$
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{2}{2}\binom{33}{8} + \binom{33}{10}}{\binom{35}{10}}$$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

6. **Se as letras $A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S$ forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade de formar a palavra *ESTATISTICA*?**

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

6. **Se as letras** $A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S$ **forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade de formar a palavra** $ESTATISTICA$**?**

- Seja E: ordenar aleatoriamente as letras $L = \{A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S\}$ e observar a palavra resultante

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

6. **Se as letras $A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S$ forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade de formar a palavra** *ESTATISTICA***?**

   - Seja E: ordenar aleatoriamente as letras $L = \{A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S\}$ e observar a palavra resultante
   - $S = \{\text{Todas as palavras} \neq \text{formadas com as letras em } L\}$

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

6. **Se as letras $A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S$ forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade de formar a palavra *ESTATISTICA*?**

- Seja E: ordenar aleatoriamente as letras $L = \{A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S\}$ e observar a palavra resultante
- $S = \{\text{Todas as palavras} \neq \text{formadas com as letras em } L\}$
- Seja N o número de elemento em S

Combinatoria e probabilidades: Exemplos

6. **Se as letras** $A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S$ **forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade de formar a palavra** *ESTATISTICA***?**

- Seja E: ordenar aleatoriamente as letras $L = \{A, A, E, I, I, C, T, T, T, S, S\}$ e observar a palavra resultante
- $S = \{$Todas as palavras $\neq$ formadas com as letras em $L\}$
- Seja N o número de elemento em S
- Seja o evento A: a palavra formada é ESTATISTICA

Combinatoria e probabilidades

```r
# N: Permutaçao com repeticao
# na = 2; ne = 1, ni = 2, nc = 1, nt = 3, ns= 2
N = factorial(11)/(factorial(2)^3*factorial(3))
# P(A)=
1/N
```

```
## [1] 1.202501e-06
```

Combinatoria e probabilidades

Outra forma:

```
# N: todas as permutaçoes
N = factorial(11)
# A: ESTATISTICA
Na = 1*2*3*2*2*2*1*1*1*1*1
# P(A)=
Na/N
```

```
## [1] 1.202501e-06
```

```
# na = 2; ni = 2, nt = 3, ns= 2
Na = factorial(2)*factorial(2)*factorial(3)*factorial(2)
Na/N
```

```
## [1] 1.202501e-06
```

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$
- A: O número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$
- A: O número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)
- De quantas formas o número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$
- A: O número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)
- De quantas formas o número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)
- **Reinterpretando:** de quantas formas n objetos podem ser agrupados em 6 grupos (grupo i tem tamanho n_i)

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$
- A: O número j aparece n_j vezes $(j = 1, 2, ..., 6)$
- De quantas formas o número j aparece n_j vezes $(j = 1, 2, ..., 6)$
- **Reinterpretando:** de quantas formas n objetos podem ser agrupados em 6 grupos (grupo i tem tamanho n_i)
- Pelo coeficiente multinomial: $N(A) = \binom{n}{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6}$

Combinatoria e probabilidades

7. **Suponha que lançamos n dados não viciados. Qual a probabilidade de que o número j apareça exataente n_j vezes ($j = 1, 2 ..., 6$), onde $n_1 + n_2 + ... + n_6 = n$**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_n) : i_1, i_2, ..., i_n = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Precisamos calcular N (número de elementos em S)
- Pelo principio básico de contagem: $N = 6^n$
- A: O número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)
- De quantas formas o número j aparece n_j vezes ($j = 1, 2, ..., 6$)
- **Reinterpretando:** de quantas formas n objetos podem ser agrupados em 6 grupos (grupo i tem tamanho n_i)
- Pelo coeficiente multinomial: $N(A) = \binom{n}{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6}$
- Então, $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{n}{n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6}}{6^n} = \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!n_4!n_5!n_6!6^n}$

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?
- Para que cada número apareça pelo menos 1 vez, um número precisa aparecer 2 vezes (suponhamos n_1)

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?
- Para que cada número apareça pelo menos 1 vez, um número precisa aparecer 2 vezes (suponhamos n_1)
- $\binom{7}{2,1,1,1,1,1} = \dfrac{7!}{2!}$

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?
- Para que cada número apareça pelo menos 1 vez, um número precisa aparecer 2 vezes (suponhamos n_1)
- $\binom{7}{2,1,1,1,1,1} = \frac{7!}{2!}$
- Quantas escolhas do número que repete duas vezes temos?

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?
- Para que cada número apareça pelo menos 1 vez, um número precisa aparecer 2 vezes (suponhamos n_1)
- $\binom{7}{2,1,1,1,1,1} = \frac{7!}{2!}$
- Quantas escolhas do número que repete duas vezes temos?
- Então, $N(A) = 6 \times \frac{7!}{2!}$

Combinatoria e probabilidades

8. **Suponha que lançamos 7 dados não viciados. Qual é a probabilidade de que cada um dos 6 números distintos apareça pelo menos 1 vez?**

- $S = \{(i_1, i_2, ..., i_7) : i_1, i_2, ..., i_7 = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $N = 6^7$
- A : cada um dos 6 números aparece pelo menos 1 vez. $N(A)$?
- Para que cada número apareça pelo menos 1 vez, um número precisa aparecer 2 vezes (suponhamos n_1)
- $\binom{7}{2,1,1,1,1,1} = \dfrac{7!}{2!}$
- Quantas escolhas do número que repete duas vezes temos?
- Então, $N(A) = 6 \times \dfrac{7!}{2!}$
- $P(A) = \frac{6 \times \frac{7!}{2!}}{6^7} = \frac{7!}{2 \times 6^6}$

Combinatoria e probabilidades

9. **Um baralho com 52 cartas possui 12 figuras. Se as 52 cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores de forma que cada um deles receba 13 cartas, qual a probabilidade de que cada jogador receba 3 figuras?**

Combinatoria e probabilidades

9. **Um baralho com 52 cartas possui 12 figuras. Se as 52 cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores de forma que cada um deles receba 13 cartas, qual a probabilidade de que cada jogador receba 3 figuras?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada

Combinatoria e probabilidades

9. **Um baralho com 52 cartas possui 12 figuras. Se as 52 cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores de forma que cada um deles receba 13 cartas, qual a probabilidade de que cada jogador receba 3 figuras?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- **Reinterpretando:** De quantas formas podemos distribuir 52 cartas em 4 grupos de tamanho 13 cada? De N formas

Combinatoria e probabilidades

9. **Um baralho com 52 cartas possui 12 figuras. Se as 52 cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores de forma que cada um deles receba 13 cartas, qual a probabilidade de que cada jogador receba 3 figuras?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- **Reinterpretando:** De quantas formas podemos distribuir 52 cartas em 4 grupos de tamanho 13 cada? De N formas
- $$N = \binom{52}{13, 13, 13, 13}$$

Combinatoria e probabilidades

9. **Um baralho com 52 cartas possui 12 figuras. Se as 52 cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores de forma que cada um deles receba 13 cartas, qual a probabilidade de que cada jogador receba 3 figuras?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- **Reinterpretando:** De quantas formas podemos distribuir 52 cartas em 4 grupos de tamanho 13 cada? De N formas
- $$N = \binom{52}{13, 13, 13, 13}$$
- A : cada jogador recebe 3 figuras. $N(A)$?

Combinatoria e probabilidades

Primeira forma

Combinatoria e probabilidades

Primeira forma

$$N(A) = \binom{12}{3}\binom{40}{10} \times \binom{9}{3}\binom{30}{10} \times \binom{6}{3}\binom{20}{10} \times \binom{3}{3}\binom{10}{10}$$

Combinatoria e probabilidades

Primeira forma

$$N(A) = \binom{12}{3}\binom{40}{10} \times \binom{9}{3}\binom{30}{10} \times \binom{6}{3}\binom{20}{10} \times \binom{3}{3}\binom{10}{10}$$

$$N(A) = \frac{12!}{3!9!}\frac{40!}{10!30!} \times \frac{9!}{3!6!}\frac{30!}{10!20!} \times \frac{6!}{3!3!}\frac{20!}{10!10!} \times \frac{3!}{3!0!}\frac{10!}{10!0!} = \frac{12!40!}{(3!)^4(10!)^4}$$

Combinatoria e probabilidades

Primeira forma

$$N(A) = \binom{12}{3}\binom{40}{10} \times \binom{9}{3}\binom{30}{10} \times \binom{6}{3}\binom{20}{10} \times \binom{3}{3}\binom{10}{10}$$

$$N(A) = \frac{12!}{3!9!}\frac{40!}{10!30!} \times \frac{9!}{3!6!}\frac{30!}{10!20!} \times \frac{6!}{3!3!}\frac{20!}{10!10!} \times \frac{3!}{3!0!}\frac{10!}{10!0!} = \frac{12!40!}{(3!)^4(10!)^4}$$

Segunda forma

$$N(A) = \binom{12}{3,3,3,3}\binom{40}{10,10,10,10} = \frac{12!}{3!3!3!3!}\frac{40}{10!10!10!10!} = \frac{12!40!}{(3!)^4(10!)^4}$$

Combinatoria e probabilidades

Então,

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\frac{12!40!}{(3!)^4(10!)^4}}{\frac{52!}{(13!)^4}}$$

Combinatoria e probabilidades

```
#Na
numNa = factorial(12)*factorial(40)
denNa = (factorial(3)^4)*(factorial(10)^4)
Na = numNa/denNa
#N
N = factorial(52)/(factorial(13)^4)
# P(A)
Na/N
```

```
## [1] 0.03241886
```

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- $N = \binom{52}{13,13,13,13}$

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- $N = \binom{52}{13,13,13,13}$
- A : cada jogador recebe as 13 cartas da mesma cor.

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- $N = \binom{52}{13,13,13,13}$
- A : cada jogador recebe as 13 cartas da mesma cor.
- Existe uma única forma que o J_1 receba todas vermelhas, J_2 todas amarelas, J_3 todas azuis e J_4 tods verdes

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- $N = \binom{52}{13,13,13,13}$
- A : cada jogador recebe as 13 cartas da mesma cor.
- Existe uma única forma que o J_1 receba todas vermelhas, J_2 todas amarelas, J_3 todas azuis e J_4 tods verdes
- Mas. . . . . .

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- S: Todas as possiveis formas de distribuir 52 cartas em 4 jogadores com 13 cartas cada
- $N = \binom{52}{13,13,13,13}$
- A : cada jogador recebe as 13 cartas da mesma cor.
- Existe uma única forma que o J_1 receba todas vermelhas, J_2 todas amarelas, J_3 todas azuis e J_4 tods verdes
- Mas. . . . . .
- Temos 4! formas de assignar as cores para os 4 jogadores.

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- $N(A) = 4!$

Combinatoria e probabilidades

10. **Suponha que um baralho de 52 cartas possui 13 cartas vermelhas, 13 amarelas, 13 azuis e 13 verdes. Se todas as cartas são distribuidas aleatoriamente entre 4 jogadores (13 cartas cada). Qual é a probabilidade de que cada jogador receba as 13 cartas da mesma cor?**

- $N(A) = 4!$
- $P(A) = \frac{4!}{\binom{52}{13,13,13,13}}$

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

- S : Todas as possíveis que as 9 crianças podem se sentar

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

- S : Todas as possíveis que as 9 crianças podem se sentar
- $N = 9!$? Por quê?

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

- S : Todas as possíveis que as 9 crianças podem se sentar
- $N = 9!$? Por quê?
- A : As Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

- S : Todas as possíveis que as 9 crianças podem se sentar
- $N = 9!$? Por quê?
- A : As Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos
- $N(A) = 2!3!4!$ Por quê?

Combinatoria e probabilidades

11. **Suponha que 2 meninas chamadas Carla, 3 crianças chamadas Nena e 4 crianças chamadas Tamires se sentam aleatoriamente em uma fileira de 9 assentos. Qual é a probabilidade de que as Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos?**

- S : Todas as possíveis que as 9 crianças podem se sentar
- $N = 9!$? Por quê?
- A : As Carlas ocupem os dois primeiros assentos da fileira, as Nenas os três assentos seguintes e as Tamires os quatro ultimos
- $N(A) = 2!3!4!$ Por quê?
- $$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2!3!4!}{9!}$$

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

- S : Todas as possiveis escolhas de 2 em 2 entre os $2n$ tênis.

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

- S : Todas as possiveis escolhas de 2 em 2 entre os $2n$ tênis.
- $N = \binom{2n}{2}$

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

- S : Todas as possiveis escolhas de 2 em 2 entre os $2n$ tênis.
- $N = \binom{2n}{2}$
- A : escolher um par correto

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

- S : Todas as possiveis escolhas de 2 em 2 entre os $2n$ tênis.
- $N = \binom{2n}{2}$
- A : escolher um par correto
- $N(A) = n$

Combinatoria e probabilidades

12. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhe aleatoriamente 2 tênis, qual é a probabilidade de formar um par correto?**

- S : Todas as possiveis escolhas de 2 em 2 entre os $2n$ tênis.
- $N = \binom{2n}{2}$
- A : escolher um par correto
- $N(A) = n$
- $$P(A) = \frac{n}{\binom{2n}{2}} = \frac{1}{2n-1}$$

Combinatoria e probabilidades

```r
# Caso particular n = 10
N = choose(20,2)
Na = 10
Na/N
```

```
## [1] 0.05263158
```

```r
1/19
```

```
## [1] 0.05263158
```

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?
- Primeiro selecionamos $2r$ dos n pares corretos

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?
- Primeiro selecionamos $2r$ dos n pares corretos
- $\binom{n}{2r}$

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?
- Primeiro selecionamos $2r$ dos n pares corretos
- $\binom{n}{2r}$
- Para cada um desses $2r$ pares, escolhemos apenas 1 tênis

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?
- Primeiro selecionamos $2r$ dos n pares corretos
- $\binom{n}{2r}$
- Para cada um desses $2r$ pares, escolhemos apenas 1 tênis
- $\underbrace{2 \times 2 \times \ldots 2}_{2r-vezes}$

Combinatoria e probabilidades

13. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, qual é a probabilidade de obter nenhum par correto?**

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher nenhum par correto entre os $2r$ tênis. $N(A)$?
- Primeiro selecionamos $2r$ dos n pares corretos
- $\binom{n}{2r}$
- Para cada um desses $2r$ pares, escolhemos apenas 1 tênis
- $\underbrace{2 \times 2 \times \ldots 2}_{2r-vezes}$
- $N(A) = \binom{n}{2r} 2^{2r}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{\binom{n}{2r} 2^{2r}}{\binom{2n}{2r}}$$

Combinatoria e probabilidades

14. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, mostre que a probabilidade de obter apenas um par correto é**

$$\frac{\binom{2r}{2}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}}$$

- $N = \binom{2n}{2r}$

Combinatoria e probabilidades

14. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, mostre que a probabilidade de obter apenas um par correto é**

$$\frac{\binom{2r}{2}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}}$$

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher apenas par correto entre os $2r$ tênis selecionados.

Combinatoria e probabilidades

14. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, mostre que a probabilidade de obter apenas um par correto é**

$$\frac{\binom{2r}{2}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}}$$

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher apenas par correto entre os $2r$ tênis selecionados.
- A pode ser visto como escolher 1 par correto e os outros $2r-2$ tênis não serem do mesmo par.

Combinatoria e probabilidades

14. **João tem n pares de tênis no closet. Se escolhemos $2r$ tênis aleatoriamente, mostre que a probabilidade de obter apenas um par correto é**

$$\frac{\binom{2r}{2}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}}$$

- $N = \binom{2n}{2r}$
- A : escolher apenas par correto entre os $2r$ tênis selecionados.
- A pode ser visto como escolher 1 par correto e os outros $2r-2$ tênis não serem do mesmo par.
- $$\binom{n}{1}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}$$

Combinatoria e probabilidades

$$P(A) = \frac{\binom{n}{1}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\binom{2n}{2r}} = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\frac{2n!}{2r!(2n-2r)!}}$$

Combinatoria e probabilidades

$$P(A) = \frac{\binom{n}{1}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\binom{2n}{2r}} = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\frac{2n!}{2r!(2n-2r)!}}$$

$$P(A) = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\frac{2n!}{2r!(2n-2r)!}\frac{2!(2n-2)!(2r-2)!}{2!(2n-2)!(2r-2)!}} = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\binom{2n}{2}\binom{2n-2}{2r-2}\frac{2!(2r-2!)}{2r!}}$$

Combinatoria e probabilidades

$$P(A) = \frac{\binom{n}{1}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\binom{2n}{2r}} = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\frac{2n!}{2r!(2n-2r)!}}$$

$$P(A) = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\frac{2n!}{2r!(2n-2r)!}\frac{2!(2n-2)!(2r-2)!}{2!(2n-2)!(2r-2)!}} = \frac{n\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{\binom{2n}{2}\binom{2n-2}{2r-2}\frac{2!(2r-2!)}{2r!}}$$

$$P(A) = \frac{2r!\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}2!(2r-2!)} = \frac{\binom{2r}{2}\binom{n-1}{2r-2}2^{2r-2}}{(2n-1)\binom{2n-2}{2r-2}}$$

Leituras recomendadas

Leituras recomendadas

- Ross Cap. 2 (2.4 à 2.5)
- DeGroot Cap 1 (1.8 e 1.9)
- Jay L. Devore (2018). Probabilidade e Estatística para engenharia e ciências (2.2-2.3)

Para praticar

- Resolver os exercícios correspondetes ao Cap 2 do Ross
- Lista 2 do gradmat.ufabc.edu.br/disciplinas/ipe/listas/