Impulso Inicial

Potência de dez – Ordem de grandeza

01. Escrevendo os números na forma decimal, temos:

a) $10^2 = 100$

b) $10^6 = 1\ 000\ 000$

c) $10^{-2} = 0,01$

d) $10^{-4} = 0,0001$

e) $10^{-6} = 0,000001$

02. Expressando os números como potência de 10, temos:

a) $1\ 000 = 10^3$

b) $100\ 000 = 10^5$

c) $1 = 10^0$

d) $0,1 = 10^{-1}$

e) $0,00001 = 10^{-5}$

03. Simplificando as expressões, vem:

a) $10^{-8} \cdot 10^{22} = 10^{14}$

b) $10^{-15} \cdot 10^{16} \cdot 10^{-1} \cdot 10^{2} = 10^{-16} \cdot 10^{18} = 10^2$

c) $\dfrac{10^8}{10^6} = 10^8 \cdot 10^{-6} = 10^2$

d) $\dfrac{10^4}{10^8} = 10^4 \cdot 10^{-8} = 10^{-4}$

e) $\dfrac{10^{-3}}{10^{-5}} = 10^{-3} \cdot 10^5 = 10^2$

f) $\dfrac{10^8 \cdot 10^9}{10^{16}} = 10^{17} \cdot 10^{-16} = 10$

g) $\dfrac{10^{-8} \cdot 10^4 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6}{10^{-2} \cdot 10^8 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{12}} = \dfrac{10^{-20} \cdot 10^{10}}{10^{-8} \cdot 10^{20}} = \dfrac{10^{-10}}{10^{12}} = 10^{-10} \cdot 10^{-12} = 10^{-22}$

04. Escrevendo na forma decimal, temos:

a) $\dfrac{2}{10} = 0,2$

b) $\dfrac{31}{1\,000} = \dfrac{31}{10^3} = 31 \cdot 10^{-3} = 0,031$

c) $\dfrac{18}{10\,000} = \dfrac{18}{10^4} = 18 \cdot 10^{-4} = 0,0018$

d) $\dfrac{2}{10\,000\,000} = \dfrac{2}{10^7} = 2 \cdot 10^{-7} = 0{,}0000002$

e) $\dfrac{1{,}8}{10\,000} = \dfrac{1{,}8}{10^4} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} = 0{,}00018$

f) $\dfrac{0{,}0012}{10^{-3}} = 0{,}0012 \cdot 10^3 = 1{,}2$

05. Calculando as expressões, teremos:

a) $\dfrac{10^8 \cdot 10^{-3}}{0{,}002} + 60 \cdot 10^5 - \dfrac{10^5 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} = \dfrac{10^8 \cdot \cancel{10^{-3}}}{2 \cdot \cancel{10^{-3}}} + 60 \cdot 10^5 - \dfrac{10^5 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}5 \cdot 10^8 + 60 \cdot 10^5 - 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^7 + 60 \cdot 10^5 - 10^6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 50 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6 = 56 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6 = 55 \cdot 10^6 = 5{,}5 \cdot 10^7$

b) $\dfrac{2{,}35 \cdot 10^8}{0{,}5 \cdot 10^3} + \dfrac{4{,}9 \cdot 10^5}{0{,}07 \cdot 10} - \dfrac{0{,}7 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} = \dfrac{2{,}35 \cdot 10^8}{0{,}5 \cdot 10^3} + \dfrac{4{,}9 \cdot 10^5}{0{,}7} - \dfrac{0{,}7 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4{,}7 \cdot 10^8 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^5 - 0{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{12} = 4{,}7 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5 - 0{,}07 \cdot 10^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 11{,}63 \cdot 10^5 = 1{,}163 \cdot 10^6$

06. Em notação científica, teremos:

a) $5\,000 = 5 \cdot 10^3$

b) $700 = 7 \cdot 10^2$

c) $80\,000 = 8 \cdot 10^4$

d) $0{,}04 = 4 \cdot 10^{-2}$

e) $0{,}0006 = 6 \cdot 10^{-4}$

f) $76\,000 = 7{,}6 \cdot 10^4$

g) $130 = 1{,}3 \cdot 10^2$

h) $5\,360 = 5{,}36 \cdot 10^3$

i) $0{,}052 = 5{,}2 \cdot 10^{-2}$

j) $0{,}44 = 4{,}4 \cdot 10^{-1}$

k) $0{,}0013 = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$

l) $1\,342{,}2 = 1{,}3422 \cdot 10^3$

m) $4\,500 \cdot 10^2 = 4{,}5 \cdot 10^5$

n) $47{,}2 \cdot 10^5 = 4{,}72 \cdot 10^6$

o) $800 \cdot 10^{-5} = 8 \cdot 10^{-3}$

p) $60\,000 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^2$

q) $0{,}4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^1$

r) $0{,}032 \cdot 10^5 = 3{,}2 \cdot 10^3$

s) $0{,}004 \cdot 10^{-5} = 4 \cdot 10^{-8}$

t) $0{,}5 \cdot 10^{-1} = 5 \cdot 10^{-2}$

07. Calculando as expressões e obtendo as respostas em notação científica, temos:

a) $(1{,}3 \cdot 10^5) + (3{,}4 \cdot 10^5) = 4{,}7 \cdot 10^5$

b) $(3{,}2 \cdot 10^6) - (2{,}8 \cdot 10^6) = 0{,}4 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^5$

c) $(1{,}3 \cdot 10^5) - (2 \cdot 10^4) = (1{,}3 \cdot 10^5) - (0{,}2 \cdot 10^5) = 1{,}1 \cdot 10^5$

d) $(7{,}2 \cdot 10^{-2}) - (1 \cdot 10^{-3}) = (7{,}2 \cdot 10^{-2}) - (0{,}1 \cdot 10^{-2}) = 7{,}1 \cdot 10^{-2}$

e) $(1{,}2 \cdot 10^6) \cdot (3{,}3 \cdot 10^8) = 3{,}96 \cdot 10^{14}$

f) $(4 \cdot 10^{-6}) \cdot (7 \cdot 10^2) = 28 \cdot 10^{-4} = 2{,}8 \cdot 10^{-3}$

g) $\dfrac{2 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^2} = 0{,}4 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2} = 0{,}4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10$

h) $\dfrac{8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 = 4$

08. Calculando as expressões, vem:

a) $\dfrac{10^{-8} \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}{(10^3)^2 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{10^{-10} \cdot 10^5}{10^6 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{10^{-5}}{10^1} = 10^{-5} \cdot 10^{-1} = 10^{-6}$

b) $\dfrac{(10^{-5})^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{(10^{-3})^3 \cdot (10^{-2})^4} = \dfrac{10^{-10} \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{10^{-9} \cdot 10^{-8}} = \dfrac{10^{-15} \cdot 10^2}{10^{-17}} = \dfrac{10^{-13}}{10^{-17}} =$

$= 10^{-13} \cdot 10^{17} = 10^4$

09. Substituindo os valores e calculando as expressões, temos:

a) $\dfrac{10^{-6} \cdot 10^5 \cdot 0{,}00008}{5\,000\,000 \cdot 0{,}0001} = \dfrac{10^{-6} \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{8 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-8}$

b) $\dfrac{(10^{-6})^3 \cdot (0{,}0001)^5 \cdot 0{,}00008 \cdot (5\,000\,000)^2}{(10^5)^3} =$

$= \dfrac{(10^{-6})^3 \cdot (10^{-4})^5 \cdot 8 \cdot 10^{-5} \cdot (5 \cdot 10^6)^2}{(10^5)^3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{10^{-18} \cdot 10^{-20} \cdot 8 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 10^{12}}{10^{15}} = \dfrac{200 \cdot 10^{-31}}{10^{15}} = 200 \cdot 10^{-46} =$

$= 2 \cdot 10^{-44}$

10. Sabendo que a velocidade da luz é $3 \cdot 10^5$ km/s e que a luz leva 10^6 anos $= 31{,}6 \cdot 10^{12}$ s para percorrer a distância (d) entre a nebulosa de Andrômeda e a Terra, essa distância será:

Distância (km)	**Tempo (s)**
$3 \cdot 10^5$	1
d	$31{,}6 \cdot 10^{12}$

$\Rightarrow d = 3 \cdot 10^5 \cdot 31{,}6 \cdot 10^{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{d = 9{,}48 \cdot 10^{18} \text{ km}}$

11. Sabendo que o diâmetro (d) dos átomos é o valor do raio multiplicado por 2, então, cada átomo terá: $d = 2R \Rightarrow d = 2 \cdot 10^{-10}$ m. Assim, o número de átomos (n) que alinhados têm o comprimento de 1 mm = $= 1 \cdot 10^{-3}$ m será:

Nº de átomos	Comprimento (m)
1	$2 \cdot 10^{-10}$
n	$1 \cdot 10^{-3}$

$\Rightarrow n = \dfrac{1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-10}} \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 0{,}5 \cdot 10^{7} \Rightarrow n = 5 \cdot 10^{6}$ átomos
Logo, a ordem de grandeza do número de átomos é 10^6.

12. O período de rotação da Terra é de 1 dia = 24 h = 86 400 s = $8{,}64 \cdot 10^4$ s.
Logo, a ordem de grandeza do período de rotação da Terra é 10^5 s.

13. Como o jovem atingiu 2 m em 20 anos = $6{,}3 \cdot 10^8$ s, então, em média, ele cresce uma altura (h) a cada segundo dada por:

Altura (m)	Tempo (s)
2	$6{,}3 \cdot 10^8$
h	1

$\Rightarrow h = \dfrac{2 \cdot 1}{6{,}3 \cdot 10^8} \Rightarrow$

$\Rightarrow h = 3{,}17 \cdot 10^{-9}$ m
Logo, como a velocidade de crescimento é dada pela variação de altura do jovem em 1 segundo, ou seja, $v = \dfrac{h}{t} = 3{,}17 \cdot 10^{-9}$ m/s, a ordem de grandeza da velocidade média de crescimento é 10^{-9} m/s.

14. O número (n) de átomos de hidrogênio presentes no Sol será dado por:

Massa (kg)	Nº de átomos
$1{,}7 \cdot 10^{-27}$	1
$2{,}0 \cdot 10^{30}$	n

$\Rightarrow n = \dfrac{2{,}0 \cdot 10^{30}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}} \Rightarrow$

$\Rightarrow n = 1{,}18 \cdot 10^{57}$ átomos

Logo, a ordem de grandeza do número de átomos de hidrogênio presentes no Sol é 10^{57}.

15. c Como o número de pessoas que acompanham a manifestação religiosa é 2 milhões ($2 \cdot 10^6$), a ordem de grandeza é 10^6.

16. Sabendo que o monte Everest cresce 1 cm = $1 \cdot 10^{-2}$ m em 1 ano = = $3{,}15 \cdot 10^{7}$ s, o tempo (t) necessário para que ele cresça 1 m será dado por:

Altura (m)	Tempo (s)
$1 \cdot 10^{-2}$	$3{,}15 \cdot 10^{7}$
1	t

$$\Rightarrow t = \frac{3{,}15 \cdot 10^{7}}{1 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow t = 3{,}15 \cdot 10^{9}\ \text{s}$$

Logo, a ordem de grandeza do tempo para que o monte Everest cresça 1 m é 10^{9} s.

17. Como a luz viaja 300 000 km = $3 \cdot 10^{10}$ cm em 1 s, então, a distância (d) entre a Terra e o Sol será:

Distância (cm)	Tempo (s)
$3 \cdot 10^{10}$	1
d	500

$$\Rightarrow d = 500 \cdot 3 \cdot 10^{10} \Rightarrow$$

$\Rightarrow d = 1{,}5 \cdot 10^{13}$ cm

Logo, a ordem de grandeza da distância entre a Terra e o Sol é 10^{13} cm.

18. a) Como o corpo humano praticamente flutua em água, sua densidade deve ser próxima a da água, ou seja, d = 1 kg/L. Assim, como a estátua possui tamanho natural, seu volume é o mesmo do corpo da modelo de massa 55 kg. Assim, temos:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{55}{V} \Rightarrow \boxed{V = 55\ \text{L}}$$

b) Admitindo-se que cada grão é cúbico com aresta de 0,1 mm, seu volume tem ordem de grandeza 10^{-3} mm^{3}. Assim, o número de grãos N contido na escultura é dado por:

$$N = \frac{V}{V_{\text{grão}}} \Rightarrow N = \frac{55 \cdot 10^{6}\ \text{mm}^{3}}{10^{-3}\ \text{mm}^{3}} \Rightarrow 5{,}5 \cdot 10^{10}$$

Como a densidade do corpo humano é ligeiramente maior que a da água, o volume é ligeiramente menor que 55 L. Logo, a ordem de grandeza do número de grãos da estátua deve ser 10^{10}.

19. O número (n) de réguas alinhadas sobre a linha do Equador é dado por:

$$n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{30 \cdot 10^{-2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6\,400 \cdot 10^{3}}{30 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow n = 133{,}98 \cdot 10^{6}$$

Assim, a ordem de grandeza do número de réguas é 10^{8}.

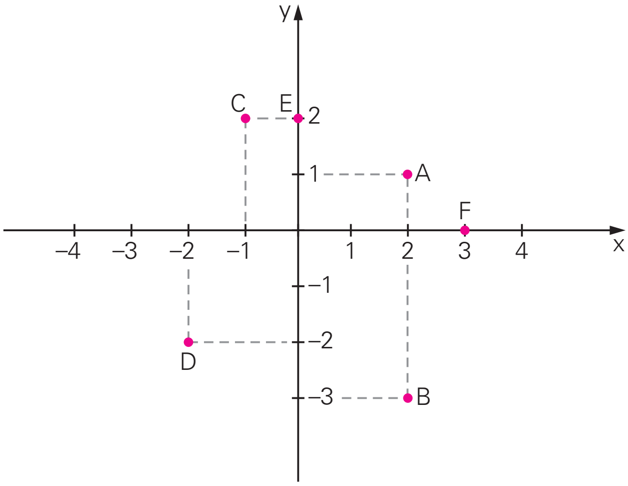
20. O número (n) de quadrados é dado por:

$$n = \frac{24\ \text{cm} \cdot 32\ \text{cm}}{(10^{-1}\ \text{cm})^{2}} \Rightarrow n = 768 \cdot 10^{2} = 7{,}68 \cdot 10^{4}$$

Assim, a ordem de grandeza do número de quadrados é 10^{5}.

Plano cartesiano

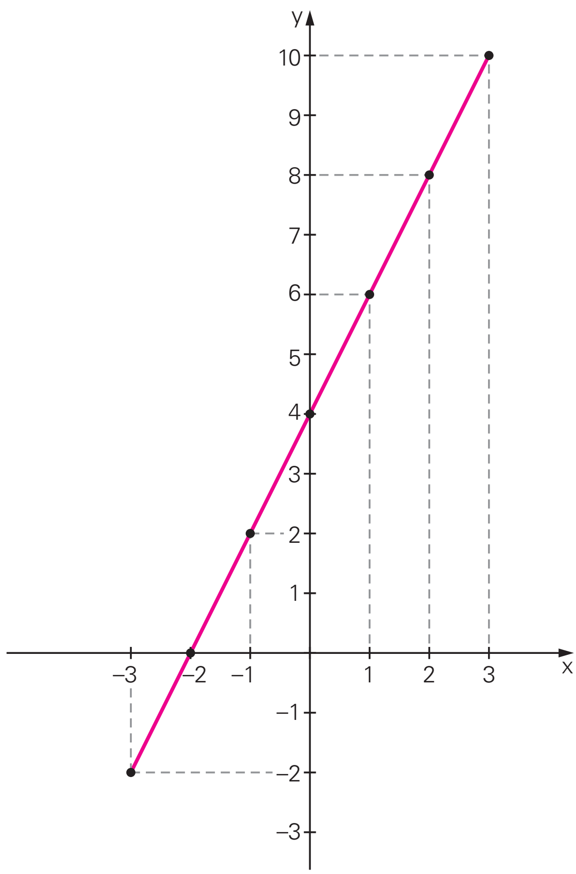
21. Representando os pontos em um plano cartesiano, teremos:



22. a) Substituindo os valores de *x* para o intervalo dado, temos:

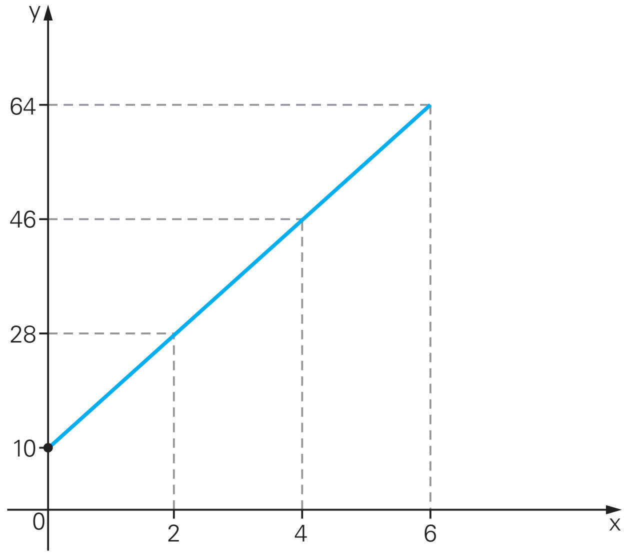
$x = -3 \Rightarrow y = 2(-3) + 4 = -2$
$x = -2 \Rightarrow y = 2(-2) + 4 = 0$
$x = -1 \Rightarrow y = 2(-1) + 4 = 2$
$x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot (0) + 4 = 4$
$x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 + 4 = 6$
$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2 + 4 = 8$
$x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 + 4 = 10$

Com isso, podemos esboçar o gráfico:



b) O gráfico corta o eixo x em $x = -2$ e $y = 0$ e corta o eixo y em $x = 0$ e $y = 4$.

23. O gráfico pedido é:



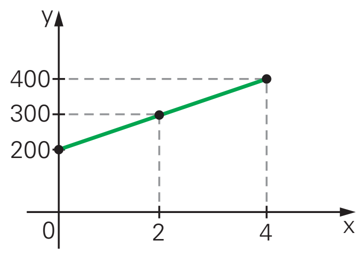
Eixo x: (1 : 1)
Eixo y: (1 : 10)

24. Da tabela, podemos concluir que a equação é $y = 9x + 10$.

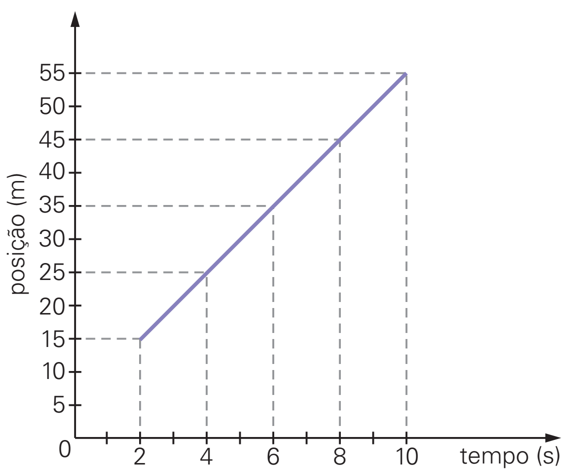
25. A equação pedida é:

$y = 200 + 50x$

O gráfico pedido é:



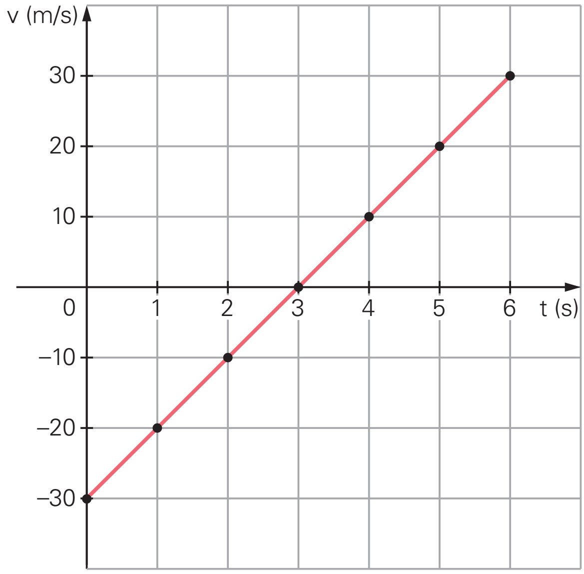
26. O gráfico pedido é:



27. a) Substituindo os valores de tempo (t) na função dada, temos:

t (s)	**v (m/s)**
0	*–30*
1	*–20*
2	*–10*
3	*0*
4	*10*
5	*20*
6	*30*

b) O gráfico pedido é:



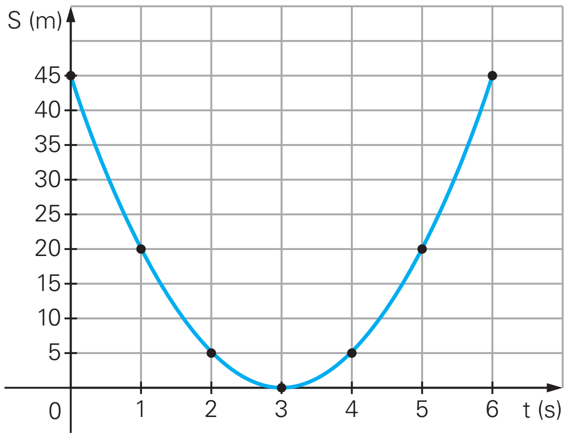
c) Do gráfico em t = 0, temos v = –30 m/s.

d) Do gráfico em v = 0, temos t = 3 s.

28. a) Substituindo os valores de tempo (t) na função dada, temos:

t (s)	**S (m)**
0	*45*
1	*20*
2	*5*
3	*0*
4	*5*
5	*20*
6	*45*

b) O gráfico pedido é:



29. a) Do enunciado, podemos obter relação da posição (S) com o tempo (t) através da equação da reta aplicada em dois pontos distintos. Para o ponto da reta que intercepta o eixo *y*, temos:

$$\begin{vmatrix} y = ax + b \\ (x; y) = (0; 80) \end{vmatrix} \Rightarrow 80 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 80 = 0 + b \Rightarrow b = 80$$

Para o ponto da reta que intercepta o eixo *x*, temos:

$$\begin{vmatrix} y = ax + b \\ (x; y) = (8; 0) \\ b = 80 \end{vmatrix} \Rightarrow 0 = a \cdot 8 + 80 \Rightarrow 8a = -80 \Rightarrow a = -10$$

Logo, a função que representa o gráfico do enunciado é $y = -10x + 80$. Como no gráfico dado o eixo *y* representa a posição S em metros e o eixo *x* representa o tempo em segundos, a relação pedida é $S = 80 - 10t$.

b) Da relação obtida no item anterior, temos:

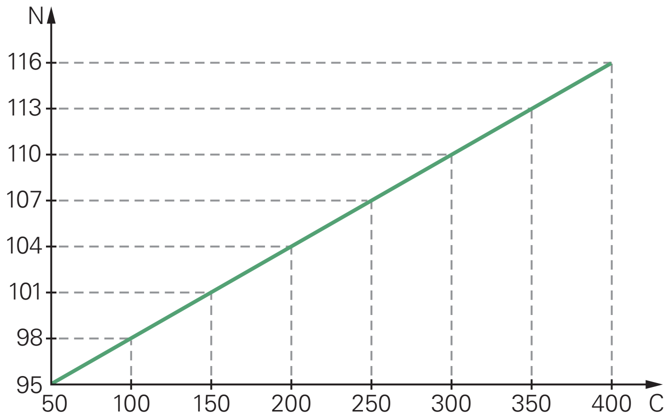
$$\begin{vmatrix} S = 80 - 10t \\ t = 5{,}15\ s \end{vmatrix} \Rightarrow S = 80 - 10 \cdot 5{,}15 \Rightarrow S = 80 - 51{,}5 \Rightarrow \boxed{S = 28{,}5\ m}$$

c) Da relação obtida anteriormente, temos:

$$\begin{vmatrix} S = 80 - 10t \\ S = 62{,}8\ m \end{vmatrix} \Rightarrow 62{,}8 = 80 - 10 \cdot t \Rightarrow 10t = 80 - 62{,}8 \Rightarrow 10t = 17{,}2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 1{,}72\ s}$$

30. a) Da tabela, podemos construir o seguinte gráfico:



b) Da tabela e do gráfico obtido no item anterior, temos que $N = \frac{3}{50} \cdot C + 92$. Assim, para C igual a 50, N será igual a 95 e para C igual a 700, N será igual a 134. Dessa forma, temos:

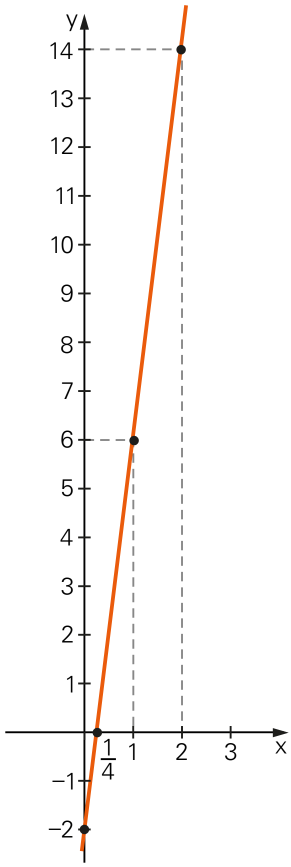
$$\Delta N = N_{700} - N_{50} \Rightarrow \Delta N = 134 - 95 \Rightarrow \boxed{\Delta N = 39 \text{ mortes}}$$

31. d No gráfico, é possível concluir que, no período de 1985-1996, a taxa de desemprego esteve entre 8% e 16%.

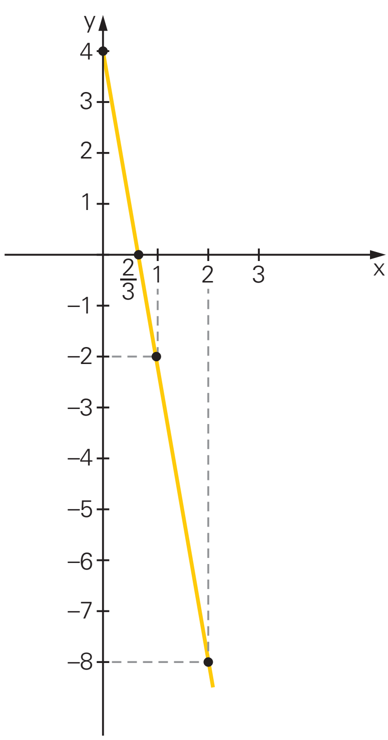
32. d Os dois gráficos são semelhantes, apenas as escalas são diferentes.

33. e Do gráfico, é possível concluir que a participação percentual do trabalho feminino apresentou crescimento desde 1950.

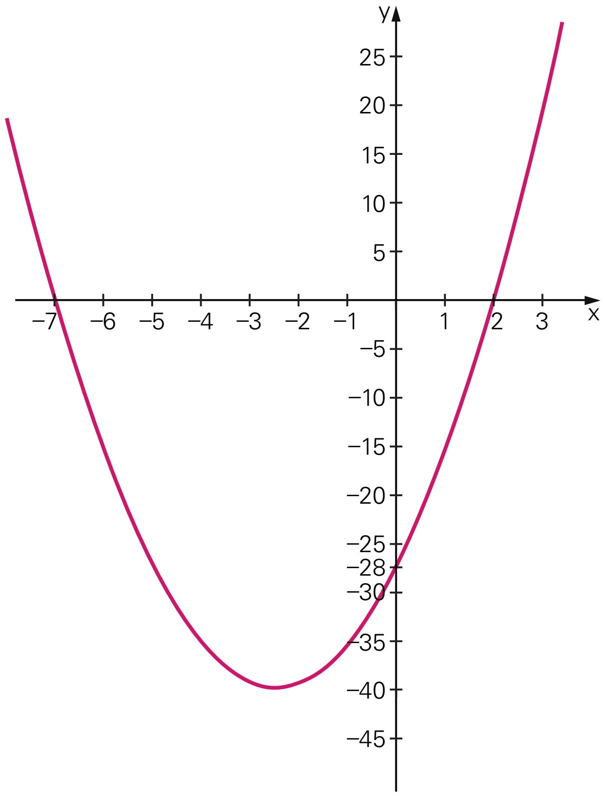
34. a) O gráfico pedido é:



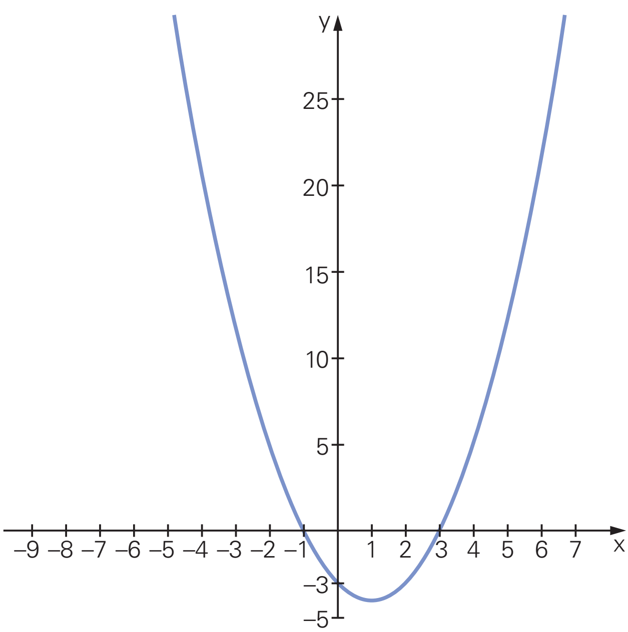
b) O gráfico pedido é:



c) O gráfico pedido é:



d) O gráfico pedido é:



Triângulo retângulo – Relações trigonométricas

35. Das relações entre os ângulos internos de um triângulo, temos:

a) $\alpha + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 60^\circ}$

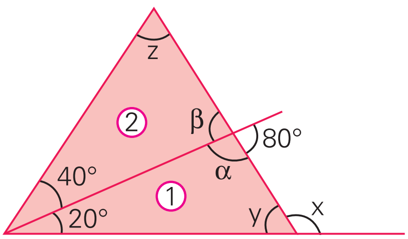
b) $\beta + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\beta = 60^\circ}$

c) $\gamma + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\gamma = 45^\circ}$

d) $x + 55^\circ + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{x = 105^\circ}$

e) $$\left|\begin{array}{l} \alpha + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ \\ \beta + 90^\circ = 180^\circ \\ \gamma + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \\ \alpha + y = 60^\circ \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{\alpha = 30^\circ} \\ \boxed{\beta = 90^\circ} \\ \boxed{\gamma = 60^\circ} \\ \boxed{y = 30^\circ} \end{array}\right.$$

f) Redesenhando a figura, temos:



Os ângulos α e 80° são chamados ângulos suplementares e sua soma vale 180°. Assim, temos:

$\alpha + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 100^\circ$

Os ângulos α e β também são suplementares, logo:

$\alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow 100^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 80^\circ$

Para o triângulo 1, da soma dos ângulos internos, vem:

$y + 20^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow y + 20^\circ + 100^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{y = 60^\circ}$

Como *y* e *x* são ângulos suplementares, temos:

$x + y = 180^\circ \Rightarrow x + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{x = 120^\circ}$

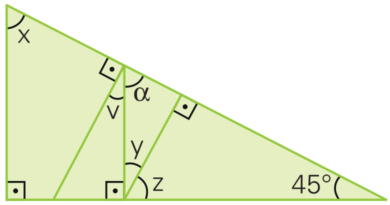
Para o triângulo 2, da soma dos ângulos internos, vem:

$z + 40^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow z + 40^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{z = 60^\circ}$

g) Utilizando a soma dos ângulos internos nos triângulos retângulos e dos ângulos suplementares, vem:

$$\left|\begin{array}{l} \alpha + 30^\circ = 90^\circ \\ \alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \\ \beta + \gamma = 90^\circ \\ \gamma + \theta = 180^\circ \\ x + 30^\circ = 90^\circ \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{\alpha = 60^\circ} \\ \beta = 90^\circ - \alpha \\ \gamma = 90^\circ - \beta \\ \theta = 180^\circ - \gamma \\ \boxed{x = 60^\circ} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{\beta = 30^\circ} \\ \gamma = 90^\circ - \beta \\ \theta = 90^\circ + \beta \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{\gamma = 60^\circ} \\ \boxed{\theta = 120^\circ} \end{array}\right.$$

h) Redesenhando a figura, temos:



Da soma dos ângulos internos, vem:

$$\left|\begin{array}{l} x + 45^{\circ} = 90^{\circ} \\ z + 45^{\circ} = 90^{\circ} \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{x = z = 45^{\circ}}$$

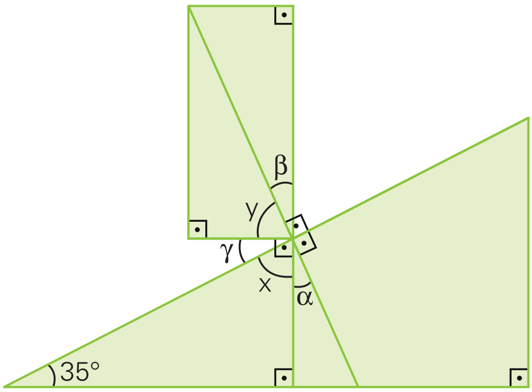
Como a soma dos ângulos *y* e *z* é suplementar a um ângulo de 90°, temos $y + z = 90^{\circ}$. Quando a soma de dois ou mais ângulos vale 90°, eles são chamados de ângulos complementares.
Substituindo o valor de *z*, vem:

$$y + z = 90^{\circ} \Rightarrow y + 45^{\circ} = 90^{\circ} \Rightarrow \boxed{y = 45^{\circ}}$$

Os ângulos *v* e α também são complementares, portanto:
$v + \alpha = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha = 90^{\circ} - v$
Para o triângulo retângulo formado pelos ângulos α e *y*, temos:

$$y + \alpha = 90^{\circ} \Rightarrow 45^{\circ} + (90^{\circ} - v) = 90^{\circ} \Rightarrow \boxed{v = 45^{\circ}}$$

i) Redesenhando a figura, temos:



Da figura, vemos que são complementares os ângulos: *x* e α; *x* e γ; *y* e γ; *y* e β. Assim, temos:

$$\left|\begin{array}{l} x + \alpha = 90^{\circ} \\ x + \gamma = 90^{\circ} \\ y + \gamma = 90^{\circ} \\ y + \beta = 90^{\circ} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} x + \alpha = x + \gamma \\ y + \gamma = y + \beta \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \alpha = \gamma \\ \gamma = \beta \end{array}\right. \Rightarrow \alpha = \gamma = \beta$$

Pela soma dos ângulos internos do triângulo retângulo, vem:
$x + 35^{\circ} = 90^{\circ} \Rightarrow x = 55^{\circ}$

Portanto, temos:

$$\begin{cases} x + \alpha = 90^o \\ \alpha = \beta = \gamma \end{cases} \Rightarrow \alpha = 90^o - 55^o \Rightarrow \boxed{\alpha = \beta = \gamma = 35^o}$$

j) Da soma dos ângulos internos do triângulo retângulo, temos:

$$\gamma + 40^o = 90^o \Rightarrow \boxed{\gamma = 50^o}$$

Como os ângulos γ e β são complementares, temos:

$$\gamma + \beta = 90^o \Rightarrow \beta = 90^o - \gamma \Rightarrow \boxed{\beta = 40^o}$$

Da figura, os ângulos α, γ e o ângulo reto são suplementares, logo:

$$\alpha + 90^o + \gamma = 180^o \Rightarrow \alpha = 180^o - 90^o - \gamma \Rightarrow \boxed{\alpha = 40^o}$$

Os ângulos α e θ são complementares, portanto temos:

$$\alpha + \theta = 90^o \Rightarrow \theta = 90^o - \alpha \Rightarrow \boxed{\theta = 50^o}$$

Observando a figura, vemos que o ângulo θ é formado pelo prolongamento das retas que formam um vértice do triângulo. Desse modo, os ângulos γ e θ são chamados de ângulos opostos pelo vértice, e possuem a mesma medida, como foi encontrado no exercício. Os ângulos α e β também são ângulos opostos pelo vértice (o ponto de encontro das duas retas) e possuem o mesmo valor.

36. a) Da soma dos ângulos do triângulo, vem:

$$\alpha + \theta = 90^o \Rightarrow \boxed{\alpha = 90^o - \theta}$$

Os ângulos θ e β são suplementares, logo:

$$\theta + \beta = 180^o \Rightarrow \boxed{\beta = 180^o - \theta}$$

Os ângulos θ e γ são opostos pelo vértice, assim $\gamma = \theta$.

b) Como no item anterior, θ e γ são ângulos opostos pelo vértice, portanto $\gamma = \theta$.

Da soma dos ângulos internos dos triângulos, vem:

$$\begin{cases} \alpha + 60^o + \theta = 180^o \\ \beta + 90^o + \theta = 180^o \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\alpha = 120^o - \theta} \\ \boxed{\beta = 90^o - \theta} \end{cases}$$

c) Os ângulos θ e γ são suplementares, logo:

$$\theta + \gamma = 180^o \Rightarrow \boxed{\gamma = 180^o - \theta}$$

Da soma dos ângulos internos do triângulo retângulo, vem:

$$\theta + \beta = 90^o \Rightarrow \boxed{\beta = 90^o - \theta}$$

O ângulo formado por $\alpha + \beta$ é suplementar a um ângulo de 90^o, assim temos:

$$\alpha + \beta + 90^o = 180^o \Rightarrow \alpha + 90^o - \theta = 90^o \Rightarrow \boxed{\alpha = \theta}$$

d) Da figura, vemos que os ângulos β e γ são complementares e a soma de α e β forma um ângulo oposto pelo vértice a um ângulo de 90^o. Assim, temos:

$$\left| \begin{array}{l} \alpha + \beta = 90^o \\ \beta + \gamma = 90^o \end{array} \right. \Rightarrow \alpha = \gamma$$

Da figura, temos que o ângulo $\alpha + \beta + \gamma$ é suplementar ao ângulo interno do triângulo retângulo. Assim, pela soma dos ângulos internos, vem:

$$\theta + (180^o - \alpha - \beta - \gamma) = 90^o \Rightarrow (\alpha + \beta) + \gamma = 90^o + \theta \Rightarrow 90^o + \gamma = 90^o + \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \theta}$$

Substituindo nas relações anteriores, vem que $\alpha = \gamma = \theta$ e $\beta = 90^o - \gamma \Rightarrow$ $\Rightarrow \beta = 90^o - \theta$.

e) Pela soma dos ângulos internos do triângulo retângulo, vem:

$$\theta + \beta = 90^o \Rightarrow \boxed{\beta = 90^o - \theta}$$

Como $\alpha + \beta$ forma um ângulo suplementar a um ângulo de 90^o e os ângulos α e γ são opostos pelo vértice, temos:

$$\left| \begin{array}{l} \alpha + \beta + 90^o = 180^o \\ \alpha = \gamma \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \alpha + 90 - \theta = 90^o \\ \alpha = \gamma \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\alpha = \gamma = \theta}$$

37. Da soma dos ângulos internos de um triângulo, temos:

$3x + 5x + 7x = 180^o \Rightarrow 15x = 180^o \Rightarrow x = 12^o$

Portanto, o menor ângulo desse triângulo mede $3 \cdot 12^o = 36^o$.

38. Utilizando o Teorema de Pitágoras, encontramos as medidas pedidas:

a) $x^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 + 9 = 25 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

b) $8^2 + 6^2 = c^2 \Rightarrow 64 + 36 = c^2 \Rightarrow \boxed{c = 10}$

c) $z^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow z^2 + 144 = 169 \Rightarrow \boxed{z = 5}$

d) $15^2 + 20^2 = c^2 \Rightarrow 225 + 400 = c^2 \Rightarrow \boxed{c = 25}$

e) $10^2 + 10^2 = x^2 \Rightarrow 100 + 100 = x^2 \Rightarrow \boxed{x = 10\sqrt{2}}$

f) $y^2 + 2^2 = (2\sqrt{5})^2 \Rightarrow y^2 + 4 = 20 \Rightarrow \boxed{y = 4}$

g) Considerando aqui os dois triângulos retângulos separadamente, temos:

$$\left|\begin{array}{l} x^2+3^2=5^2 \\ z^2+3^2=7^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} x^2+9=25 \\ z^2+9=49 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{x=4} \\ \boxed{z=2\sqrt{10}} \end{array}\right.$$

Portanto a medida de *y* vale:

$$y = x + z \Rightarrow \boxed{y = 4 + 2\sqrt{10}}$$

h) Aplicando o Teorema de Pitágoras para calcular *x*, temos:

$$1^2 + 1^2 = x^2 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{2}}$$

Como o triângulo retângulo formado por *y* e hipotenusa de lado 1 tem dois ângulos internos iguais a 45°, temos que os seus catetos são iguais. Assim, vem:

$$y^2 + y^2 = 1^2 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

39. Como o primeiro triângulo tem catetos iguais, utilizando o Teorema de Pitágoras, vem:

$$y^2 + y^2 = c^2 \Rightarrow c^2 = 2y^2$$

Para o segundo triângulo retângulo, de catetos *c* e *y*, temos:

$$y^2 + c^2 = b^2 \Rightarrow y^2 + 2y^2 = b^2 \Rightarrow b^2 = 3y^2$$

Assim, aplicando novamente o Teorema de Pitágoras para o triângulo de catetos *y* e *b*, temos:

$$y^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow y^2 + 3y^2 = a^2 \Rightarrow \boxed{a = 2y}$$

40. a) Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$3^2 + 4^2 = x^2 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

Calculando os senos e cossenos dos ângulos, temos:

$$\text{sen}\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\alpha = 0{,}6}$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = 0{,}8}$$

$$\text{sen}\beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\beta = 0{,}8}$$

$$\cos\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{\cos\beta = 0{,}6}$$

b) Da soma dos ângulos internos do triângulo, temos:

$\beta + 30^o = 90^o \Rightarrow \beta = 60^o$

Os valores do seno e cosseno de 60^o são conhecidos e valem $\text{sen } 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos 60^o = \frac{1}{2}$.

Das definições de seno e cosseno podemos encontrar *b* e *c*:

$$\text{sen } 60^o = \frac{b}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{5} \Rightarrow \boxed{b = \frac{5\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos 60^o = \frac{c}{5} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{5} \Rightarrow \boxed{c = \frac{5}{2}}$$

c) Da soma dos ângulos internos do triângulo, temos:

$\alpha + \alpha = 90^o \Rightarrow \alpha = 45^o$

Os valores do seno e cosseno de 45^o são conhecidos e valem $\text{sen } 45^o = \cos 45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Como o triângulo possui dois ângulos iguais, podemos escrever:

$$\text{sen } 45^o = \frac{x}{\text{hipotenusa}} = \frac{5}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

d) Para calcular a hipotenusa do triângulo, utilizamos o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + 7^2 + 24^2 \Rightarrow \boxed{a = 25}$$

Portanto, para o ângulo α temos:

$$\text{sen}\alpha = \frac{24}{25} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\alpha = 0{,}96}$$

$$\cos\alpha = \frac{7}{25} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = 0{,}28}$$

41. a) Como o triângulo possui dois ângulos iguais, os dois catetos são iguais e valem ℓ. Aplicando o Teorema de Pitágoras, a hipotenusa do triângulo é:

$$a^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow \boxed{a = \ell\sqrt{2}}$$

Assim, para o ângulo de 45^o encontramos:

$$\text{sen } 45^o = \frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^o = \frac{\ell}{\ell\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45^o = \frac{\ell}{\ell} = 1$$

b) Como os ângulos internos do triângulo são iguais, o triângulo é equilátero e tem lados de medida ℓ.
A reta tracejada divide o triângulo ao meio, assim a base do triângulo é dividida em duas partes de medida $\frac{\ell}{2}$. Aplicando o Teorema de Pitágoras, encontramos a altura do triângulo:

$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow \boxed{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$$

Logo, para os ângulos de 30° e 60°, temos:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\frac{\ell}{2}}{\ell} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\ell} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\frac{\ell}{2}}{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\ell} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{\ell}{2}}{\ell} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{\frac{\ell}{2}} = \sqrt{3}$$

Completando a tabela, temos:

	30°	**45°**	**60°**
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

42. a) Utilizando a lei dos cossenos, temos:

$$x^2 = 10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow x^2 = 100 + 100 + 2 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 10\sqrt{3}}$$

b) Utilizando a lei dos cossenos e lembrando da relação para $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \text{sen } a \text{ sen } b$, temos:

$$\left| \begin{array}{l} y^2 = 85^2 + 85^2 + 2 \cdot 85 \cdot 85 \cdot \cos 120^o \\ \cos 120^o = \cos (90^o + 30^o) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} y^2 = 7\,225 + 7\,225 + 2 \cdot 7\,225 \cdot \cos 120^o \\ \cos 120^o = -\text{sen } 30^o \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 = 7\,225 + 7225 + 2 \cdot 7\,225 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \boxed{y = 85}$$

c) Aplicando a lei dos cossenos, temos:

$$28^2 = 12^2 + b^2 + 2 \cdot 12 \cdot b \cdot \cos 60^o \Rightarrow 784 = 144 + b^2 + 12b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 + 12b - 640 = 0 \Rightarrow b = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 2\,560}}{2} = \frac{-12 \pm 52}{2}$$

Escolhendo apenas o valor positivo para *b*, encontramos:

$$b = \frac{-12 + 52}{2} \Rightarrow \boxed{b = 20}$$

d) Aplicando a lei dos cossenos, temos:

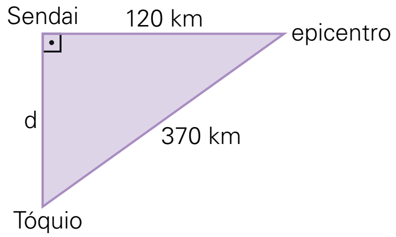
$$(\sqrt{39})^2 = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos\theta \Rightarrow 39 = 9 + 12 + 12\sqrt{3} \cos\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{18}{12\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 30^o}$$

Introdução a vetores

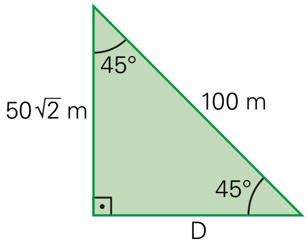
43. Como a força aplicada no lado direito é maior que a força aplicada no lado esquerdo, para que o cabo fique em equilíbrio, uma quinta criança deve aplicar uma força para compensar a diferença das forças no cabo, ou seja, deve-se aplicar uma força de intensidade igual a 300 N puxando o cabo para a esquerda.

44. Do Teorema de Pitágoras, para o triângulo retângulo esquematizado a seguir, temos:



$$370^2 = 120^2 + d^2 \Rightarrow d^2 = 122\,500 \Rightarrow d = \sqrt{122\,500} \Rightarrow \boxed{d = 350 \text{ km}}$$

45. Sabendo que a direção noroeste forma 45° com a direção sul, podemos esquematizar o deslocamento da empilhadeira da seguinte maneira:

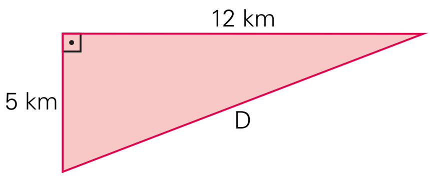


Como o triângulo formado é isósceles, a distância (D) entre a empilhadeira e o ponto de partida é igual à distância percorrida na direção sul, logo, $D = 50\sqrt{2}$ m.

46. c A distância total percorrida pela equipe é dada pela soma das distâncias percorridas desde o início da caminhada. Dessa forma, a distância total é dada por:

$D_{total} = D_{norte} + D_{leste} \Rightarrow D_{total} = 5 + 12 \Rightarrow \boxed{D_{total} = 17 \text{ km}}$

A distância do ponto de partida pode ser obtida através do seguinte triângulo formado:



Do Teorema de Pitágoras, temos:

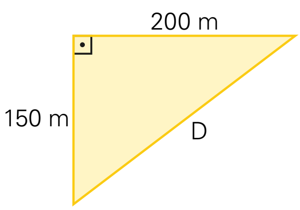
$D^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow D^2 = 25 + 144 \Rightarrow D^2 = 169 \Rightarrow D = \sqrt{169} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{D = 13 \text{ km}}$

47. a) A distância total percorrida por João é dada pela soma das distâncias percorridas desde o início da caminhada. Dessa forma, a distância total é dada por:

$D_{total} = D_{travessa\ B} + D_{rua\ 1} \Rightarrow D_{total} = 150 + 200 \Rightarrow \boxed{D_{total} = 350 \text{ m}}$

b) A distância do metrô ao consultório pode ser obtida através do triângulo:

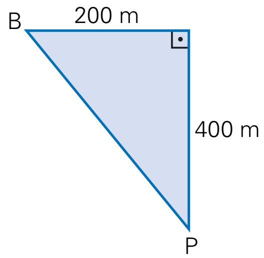


Do Teorema de Pitágoras, temos:

$D^2 = 150^2 + 200^2 \Rightarrow D^2 = 22\,500 + 40\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow D^2 = 62\,500 \Rightarrow D = \sqrt{62\,500} \Rightarrow \boxed{D = 250 \text{ m}}$

48. A distância do ponto P ao ponto B (d_{PB}) pode ser obtida por:



$$d_{PB}{}^2 = 400^2 + 200^2 \Rightarrow d_{PB}{}^2 = 160\,000 + 40\,000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{PB}{}^2 = 200\,000 \Rightarrow d_{PB} = \sqrt{200\,000} \Rightarrow$$

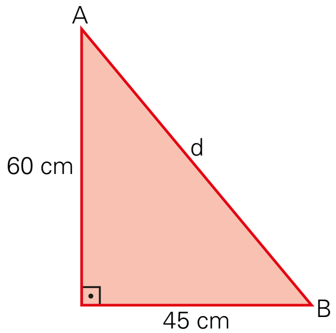
$$\Rightarrow \boxed{d_{PB} = 200\sqrt{5}\text{ m}}$$

Já a distância mínima percorrida pelo entregador (d_{PAB}), respeitando o sentido de tráfego das vias, é dada por:

$$d_{PAB} = d_{PA} + d_{AB} \Rightarrow d_{PAB} = (400 + 600 + 200) + (600 + 200 + 200) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d_{PAB} = 2\,200\text{ m}}$$

49. Contando os quadrados para se obter as distâncias vertical e horizontal, temos o esquema ao lado.



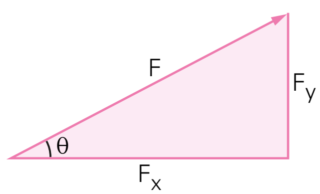
Do Teorema de Pitágoras, temos:

$$d^2 = 45^2 + 60^2 \Rightarrow d^2 = 2\,025 + 3\,600 \Rightarrow d^2 =$$

$$= 5\,625 \Rightarrow d = \sqrt{5\,625} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 75\text{ cm}}$$

50. a) A força que tende a levantar o bloco é a componente vertical da força F, ou seja, a parte da força F que está voltada para cima. Dessa forma, podemos obter a componente vertical (F_y) da seguinte maneira:



$$\text{sen}\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow 0{,}6 = \frac{F_y}{1\,500} \Rightarrow \boxed{F_y = 900\text{ N}}$$

b) A força que tende a arrastar o cofre é a componente horizontal da força F, ou seja, a parte da força F que está voltada para a direita. Dessa forma, usando a figura do item anterior, podemos obter a componente horizontal (F_x) da seguinte maneira:

$$\cos\theta = \frac{F_x}{F} \Rightarrow 0{,}8 = \frac{F_x}{1\,500} \Rightarrow \boxed{F_x = 1\,200\text{ N}}$$

51. a) O valor de cada deslocamento é dado por:

$d_1 = 5$ quadrados $\Rightarrow d_1 = 5 \cdot 1 \Rightarrow d_1 = 5$ cm

$d_2 = 4$ quadrados $\Rightarrow d_2 = 4 \cdot 1 \Rightarrow d_2 = 4$ cm

$$d_3^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow d_3^2 = 9 + 16 \Rightarrow d_3^2 = 25 \Rightarrow d_3 = \sqrt{25} \Rightarrow d_3 = 5\text{ cm}$$

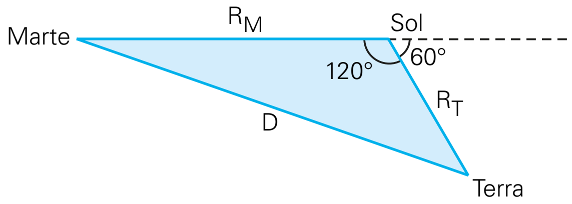
$$d_4^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow d_4^2 = 16 + 9 \Rightarrow d_4^2 = 25 \Rightarrow d_4 = \sqrt{25} \Rightarrow d_4 = 5\text{ cm}$$

$d_5 = 10$ quadrados $\Rightarrow d_5 = 10 \cdot 1 \Rightarrow d_5 = 10$ cm

Desse modo, os deslocamentos de mesmo valor são d_1, d_3 e d_4.

b) Da figura, pode-se perceber que os deslocamentos realizados na mesma direção são d_1 e d_5.

52. Do enunciado, podemos montar o seguinte triângulo:



Da lei dos cossenos, temos:

$$D^2 = R_M^2 + R_T^2 + 2\,R_M R_T \cos 60^\circ \Rightarrow D^2 = R_M^2 + R_T^2 + 2\,R_M R_T \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{D = \sqrt{R_M^2 + R_T^2 + R_M R_T}}$$

Medidas e unidades

53. a) 10
b) 1 000
c) 100
d) 1 000
e) 100
f) 10
g) 10
h) 100
i) 10
j) 10 000
k) 1 000 000
l) 100 000

54. O perímetro (P) do polígono será dado por:

$$P = 81 \text{ cm} + 1{,}2 \text{ m} + 358 \text{ mm} + 0{,}5 \text{ m} + 214 \text{ mm} + 0{,}95 \text{ m} + 92 \text{ cm} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow P = 810 \text{ mm} + 1\,200 \text{ mm} + 358 \text{ mm} + 500 \text{ mm} + 214 \text{ mm} + 950 \text{ mm} +$$
$$+ 920 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{P = 4\,952 \text{ mm}}$$

55. d   1 km = 1 000 m; 1 m = 100 cm; 1 cm = 10 mm; 1 mm = 1 000 μm.

56. a) Em metros, os três comprimentos são dados por:

$$\left|\begin{array}{l} d_1 = 5{,}21 \cdot 10^2 \text{ m} \\ d_2 = 5{,}21 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ d_3 = 5{,}21 \cdot 10^3 \text{ m} \end{array}\right.$$

Portanto, em ordem crescente, temos:

$$\boxed{d_2 < d_1 < d_3}$$

b) A razão d_3/d_1 é dada por:

$$\frac{d_3}{d_1} = \frac{\cancel{5{,}21} \cdot 10^3}{\cancel{5{,}21} \cdot 10^2} \Rightarrow \boxed{\frac{d_3}{d_1} = 10}$$

57. a) $1\ km^2 = (1\ 000\ m)^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$

b) $1\ m^2 = (1\ 000\ mm)^2 = 1\ 000\ 000\ mm^2$

c) $1\ hm^2 = (100\ m)^2 = 10\ 000\ m^2$

d) $1\ dam^2 = (10\ m)^2 = 100\ m^2$

e) $1\ hm^2 = (1\ 000\ dm)^2 = 1\ 000\ 000\ dm^2$

f) $1\ dam^2 = (1\ 000\ cm)^2 = 1\ 000\ 000\ cm^2$

g) $1\ dm^2 = (10\ cm)^2 = 100\ cm^2$

h) $1\ cm^2 = (10\ mm)^2 = 100\ mm^2$

58. a) Sabendo que 1 jarda = 91,5 cm = 0,915 m = 915 mm, o comprimento do campo (C) será:

$C = 120 \cdot 0{,}915 = 109{,}8\ m$

A largura (ℓ) será:

$\ell = 53 \cdot 0{,}915 = 48{,}495\ m$

Assim, a área (A) será dada por:

$A = C \cdot \ell = 109{,}8 \cdot 48{,}495 \Rightarrow \boxed{A = 5\ 324{,}75\ m^2}$

b) O comprimento da área de finalização (C_F) será:

$C_F = 10 \cdot 915 = 9\ 150\ mm$

A largura (ℓ_F) será:

$\ell_F = 53 \cdot 915 = 48\ 495\ mm$

Assim, a área de uma região de finalização (A_F) será dada por:

$A_F = C_F \cdot \ell_F = 9\ 150 \cdot 48\ 495 \Rightarrow \boxed{A_F = 443\ 729\ 250\ mm^2}$

59. a) $0{,}1\ dm^3 = 0{,}1 \cdot 10^3\ cm^3 = 1 \cdot 10^2\ cm^3$

b) $10\ dm^3 = 10 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^3$

c) $10\ cm^3 = 10 \cdot 10^{-3}\ dm^3 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ dm^3$

d) $10\ 000\ cm^3 = 10\ 000 \cdot 10^{-3}\ dm^3 = 10\ dm^3$

e) $10\ m^3 = 10 \cdot 10^3\ dm^3 = 1{,}0 \cdot 10^4\ dm^3$

f) $10\ 000\ dm^3 = 10\ 000 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 10\ m^3$

g) $0{,}002\ cm^3 = 0{,}002 \cdot 10^3\ mm^3 = 2\ mm^3$

h) $0{,}01\ m^3 = 0{,}01 \cdot 10^6\ cm^3 = 1 \cdot 10^4\ cm^3$

i) $0{,}3\ mL = 0{,}3\ cm^3$

j) $10\ 000\ L = 10\ 000\ dm^3 = 10\ 000 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 10\ m^3$

k) $5\ L = 5\ dm^3 = 5 \cdot 10^{-3}\ m^3$

l) $500\ mL = 500 \cdot 10^{-3}\ L = 0{,}5\ L$

m) $100\ mL = 100\ cm^3$

n) $300\ mL = 300 \cdot 10^{-3}\ L = 0{,}3\ L$

o) $0{,}07\ L = 0{,}07\ dm^3 = 0{,}07 \cdot 10^3\ cm^3 = 70\ cm^3$

p) $0{,}4\ L = 0{,}4\ dm^3 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 4 \cdot 10^{-4}\ m^3$

60. Sendo o volume do conjunto água-corpo $2 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 2\ 000$ mL, o volume (V) do corpo será 2 000 mL – 800 mL = 1 200 mL.

a) O volume (V) do corpo em cm^3 será:

$V = 1\ 200\ mL = 1\ 200\ cm^3$

b) O volume (V) do corpo em mm^3 será:

$V = 1\ 200\ mL = 1\ 200\ 000\ mm^3$

c) O volume (V) do corpo em dm^3 será:

$V = 1\ 200\ mL = 1{,}2\ dm^3$

61. a) 0,01 kg
b) 10 000 g
c) 20 000 g
d) 85 000 g
e) 100 000 mg
f) 200 mg
g) 500 mg
h) 0,01 g
i) 0,0001 kg
j) 10 000 mg

62. Para equilibrar a balança, a massa do objeto D deve ser igual à soma das massas dos objetos A, B e C. Assim, temos:

$m_D = m_A + m_B + m_C = 2\ kg + 80\ 000\ mg + 20\ 000\ g \Rightarrow$

$\Rightarrow m_D = 2 + 0{,}08 + 20 \Rightarrow \boxed{m_D = 22{,}08\ kg}$

63. a) 60
b) 60
c) 120
d) 120
e) 7 200
f) 2
g) 3
h) 4
i) 2
j) 1 800
k) 240
l) 120
m) 20
n) 17 100
o) 2

64. a) Em 1 dia temos 24 horas, logo em um mês (30 dias) temos 720 horas.
b) Em 1 dia temos 86 400 segundos, logo em 1 ano (365 dias) temos 31 536 000 segundos.
c) Em 1 dia temos 24 horas, em 1 ano temos 8 760 horas, logo em 1 século (100 anos) temos 876 000 horas.

Equação do 2º grau

65. Resolvendo as equações, temos:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \Rightarrow \Delta = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = 2 \Rightarrow V = \{2, 3\}$$

b) $x^2 - 3x + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 \Rightarrow \Delta = 1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 1 \Rightarrow V = \{1, 2\}$$

c) $x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow \Delta = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} \Rightarrow 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow V = \{1\}$$

d) $x^2 - 4x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow V = \{2\}$$

e) $x^2 + 10x + 9 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 \Rightarrow \Delta = 64$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm 8}{2} \Rightarrow x = -9 \text{ ou } x = -1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{-1, -9\}$

f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 \Rightarrow \Delta = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 3}{2} \Rightarrow x = -5 \text{ ou } x = -2 \Rightarrow V = \{-2, -5\}$$

g) $2x^2 - 16x + 30 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 30 \Rightarrow \Delta = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 2} = \frac{16 \pm 4}{4} \Rightarrow x = 5 \text{ ou } x = 3 \Rightarrow V = \{3, 5\}$$

h) $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \Rightarrow \Delta = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{-2}{\frac{2}{3}} = -3 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow V = \{-3\}$$

i) $x^2 - 3x - 18 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) \Rightarrow \Delta = 81$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 9}{2} \Rightarrow x = 6 \text{ ou } x = -3 \Rightarrow V = \{-3, 6\}$$

j) $x^2 - 3x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 25$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ ou } x = -1 \Rightarrow V = \{-1, 4\}$$

k) $x^2 + x - 56 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) \Rightarrow \Delta = 225$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 15}{2} \Rightarrow x = -8 \text{ ou } x = 7 \Rightarrow V = \{-8, 7\}$$

l) $x^2 - 16x - 225 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-225) \Rightarrow \Delta = 1\,156$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{16 \pm \sqrt{1156}}{2 \cdot 1} = \frac{16 \pm 34}{2} \Rightarrow x = 25 \text{ ou } x = -9 \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{-9, 25\}$

m) $x^2 - 2x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) \Rightarrow \Delta = 12$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{3} \text{ ou } x = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow$$

$\Rightarrow V = \{1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\}$

n) $x^2 - 9x + 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 \Rightarrow \Delta = 41$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{2} \Rightarrow x = \frac{9 + \sqrt{41}}{2} \text{ ou } x = \frac{9 - \sqrt{41}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \left\{\frac{9 - \sqrt{41}}{2}, \frac{9 + \sqrt{41}}{2}\right\}$$

o) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 17$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \text{ ou } x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \left\{\frac{3 - \sqrt{17}}{4}, \frac{3 + \sqrt{17}}{4}\right\}$$

p) $\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{5} = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow \Delta = 4 + \frac{4}{15} \Rightarrow \Delta = \frac{64}{15}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{\frac{64}{15}}}{2 \cdot \frac{1}{3}} = -3 \pm \frac{12}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} \Rightarrow x = -3 \pm \frac{4}{5}\sqrt{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -3 + \frac{4}{5}\sqrt{15} \text{ ou } x = -3 - \frac{4}{5}\sqrt{15} \Rightarrow V = \left\{-3 - \frac{4}{5}\sqrt{15}, -3 + \frac{4}{5}\sqrt{15}\right\}$$

q) $x^2 - 2x + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 \Rightarrow \Delta = -4 \Rightarrow V = \varnothing$

r) $x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow V = \varnothing$

s) $9x^2 - 9x + \frac{5}{2} = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 9 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \Delta = -9 \Rightarrow V = \varnothing$

66. Resolvendo as equações, temos:

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{1} = 2$

$P = \frac{c}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

Como a soma dessas raízes é 2 e o produto é –3, temos que suas raízes são –1 e 3. Logo, V = {–1, 3}.

b) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

$P = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4$

Calculando o Δ dessa equação, temos $\Delta = 0$, portanto há apenas uma raiz. Como a soma é –4 e o produto é 4, a raiz é –2. Logo, V = {–2}.

c) $-x^2 - 2x + 15 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{-1} = -2$

$P = \frac{c}{a} = \frac{15}{-1} = -15$

Como a soma dessas raízes é –2 e o produto –15, suas raízes são 3 e –5. Logo, V = {3, –5}.

d) $2x^2 + 14x + 20 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = -\frac{14}{2} = -7$

$P = \frac{c}{a} = \frac{20}{2} = 10$

Como a soma dessas raízes é –7 e o produto 10, suas raízes são –2 e –5. Logo, V = {–2, –5}.

e) $x^2 - 6x + 5 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{6}{1} = 6$

$P = \frac{c}{a} = \frac{5}{1} = 5$

Como a soma dessas raízes é 6 e o produto 5, suas raízes são 1 e 5. Logo, V = {1, 5}.

f) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = -\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -3$

$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

Como a soma dessas raízes é –3 e o produto é 2, suas raízes são –1 e –2. Logo, V = {–1, –2}.

g) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$

Como a soma dessas raízes é $\frac{3}{2}$ e o produto $\frac{1}{2}$, suas raízes são 1 e $\frac{1}{2}$.

Logo, $V = \left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$.

h) $6x^2 - x - 1 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{1}{6}$

$P = \frac{c}{a} = -\frac{1}{6}$

Como a soma dessas raízes é $\frac{1}{6}$ e o produto $-\frac{1}{6}$, suas raízes são $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{3}$. Logo, $V = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$.

i) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{1+\sqrt{2}}{1} = 1 + \sqrt{2}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

Como a soma dessas raízes é $1 + \sqrt{2}$ e o produto $\sqrt{2}$, suas raízes são 1 e $\sqrt{2}$. Logo, $V = \{1, \sqrt{2}\}$.

67. Resolvendo as equações, temos:

a) $5x^2 - 6x + 1 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{6}{5}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{1}{5}$

Como a soma dessas raízes é $\frac{6}{5}$ e o produto $\frac{1}{5}$, suas raízes são 1 e $\frac{1}{5}$. Logo, $V = \left\{1, \frac{1}{5}\right\}$.

b) $5x^2 - 7x + 2 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{7}{5}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{2}{5}$

Como a soma dessas raízes é $\frac{7}{5}$ e o produto é $\frac{2}{5}$, suas raízes são $\frac{2}{5}$ e 1. Logo, $V = \left\{\frac{2}{5}, 1\right\}$.

c) $2x^2 - 7x + 5 = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{7}{2}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$

Como a soma dessas raízes é $\frac{7}{2}$ e o produto $\frac{5}{2}$, suas raízes são 1 e $\frac{5}{2}$.

Logo, $V = \left\{1, \frac{5}{2}\right\}$.

d) $6x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) \Rightarrow \Delta = 49$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm 7}{12} \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow V = \left\{-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

e) $8x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-1) \Rightarrow \Delta = 36$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 8} = \frac{2 \pm 6}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{-1}{4} \Rightarrow V = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right\}$

f) $25x^2 - 20x + 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-20)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{20 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 25} = \frac{20}{50} \Rightarrow x = \frac{2}{5} \Rightarrow V = \left\{\frac{2}{5}\right\}$

g) $\sqrt{2}\,x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$P = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Como a soma das raízes é $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ e o produto $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, suas raízes são 1 e $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. Logo, $V = \left\{1, \sqrt{\frac{3}{2}}\right\}$.

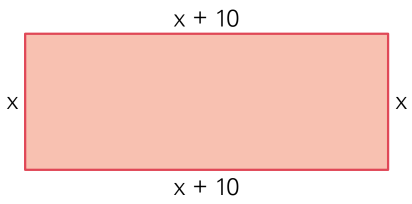
h) $3x^2 + 4x - 4 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) \Rightarrow \Delta = 64$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{-4 \pm 8}{6} \Rightarrow x = -2 \text{ ou } x = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \left\{-2, \frac{2}{3}\right\}$$

68. d Do enunciado, temos:



Sabendo que a área (A) do retângulo é dada pela multiplicação de seus lados, temos:

$$\left| \begin{array}{l} A = x \cdot (x + 10) \\ A = 875\,m^2 \end{array} \right. \Rightarrow 875 = x(x + 10) \Rightarrow 875 = x^2 + 10x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 + 10x - 875 = 0}$$

69. Resolvendo a equação, temos:

$ax^2 + bx = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot 0 \Rightarrow \Delta = b^2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2 \cdot a} = \frac{-b \pm b}{2a} \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{b}{a}$$

70. Como *a* e *c* têm sinais contrários, $ac < 0 \Leftrightarrow -4ac > 0$. Logo, como $b^2 \geq 0$ para todo *b* real, $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, e, portanto, a equação $ax^2 + bx + c = 0$ admite duas raízes distintas. Sendo assim, suas raízes serão dadas por:

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = 0 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = -4ac$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{0 \pm \sqrt{-4ac}}{2a} = \pm\sqrt{\frac{-\cancel{4}\cancel{a}c}{\cancel{4}a^{\cancel{2}}}} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ ou } x = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

71. O número real positivo (x) será dado por:

$x^2 = x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) \Rightarrow \Delta = 25$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -2$$

Como o número é real e positivo, então $x = 3$.

72. Adotando para os lados do retângulo ℓ_1 e ℓ_2, temos que a área (A) e o perímetro (p) serão dados por:

$$\left|\begin{array}{l} A = \ell_1 \cdot \ell_2 \\ A = 84\ m^2 \end{array}\right. \Rightarrow \ell_1 \cdot \ell_2 = 84 \quad \text{(I)}$$

$$\left|\begin{array}{l} p = \ell_1 + \ell_1 + \ell_2 + \ell_2 \\ p = 38\ m \end{array}\right. \Rightarrow \ell_1 + \ell_1 + \ell_2 + \ell_2 = 38 \Rightarrow 2\ell_1 + 2\ell_2 = 38 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ell_1 + \ell_2 = 19 \quad \text{(II)}$$

Isolando ℓ_1 em (II) e substituindo em (I), temos:

$$(19 - \ell_2) \cdot \ell_2 = 84 \Rightarrow \ell_2^2 - 19\ell_2 + 84 = 0$$

Para a equação obtida anteriormente, temos:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = -\frac{(-19)}{1} \Rightarrow S = 19$$

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow P = \frac{84}{1} \Rightarrow P = 84$$

Como a soma das raízes é 19 e o produto é 84, as raízes da equação serão 7 e 12.

Portanto, os valores de ℓ_1 e ℓ_2 serão iguais a 7 m e 12 m.

Semelhança de triângulos

73. Como os triângulos ABC e MNP são semelhantes, temos a seguinte relação:

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$$

Substituindo os valores fornecidos no enunciado, obtemos:

$$\left|\begin{array}{l} \frac{3}{9} = \frac{6}{NP} \\ \frac{3}{9} = \frac{4}{MP} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{NP = 18\ cm} \\ \boxed{MP = 12\ cm} \end{array}\right.$$

74. Da semelhança entre os triângulos ADC e FEA, vem que:

$$\frac{AD}{FE} = \frac{DC}{EA} = \frac{AC}{FA}$$

Como $AD = 5$, $DC = 2 \cdot AD = 10$ e $FE = \frac{1}{5} \cdot AD = 1$, obtemos para EA:

$$\frac{5}{1} = \frac{10}{EA} \Rightarrow EA = 2$$

Do retângulo ABCD, temos:

$$\left|\begin{array}{l} AB = CD = DC \\ AB = AE + EB = EA + EB \end{array}\right. \Rightarrow DC = EA + EB \Rightarrow 10 = 2 + EB \Rightarrow \boxed{EB = 8}$$

Como os triângulos ADC e FEA são triângulos retângulos, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para descobrir o valor dos segmentos AC e FA. Assim, temos:

$$\left|\begin{array}{l} AD^2 + DC^2 = AC^2 \\ FE^2 + EA^2 = FA^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} 5^2 + 10^2 = AC^2 \\ 1^2 + 2^2 = FA^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} AC = 5\sqrt{5} \\ FA = \sqrt{5} \end{array}\right.$$

Portanto, o segmento FC é dado por:

$AC = AF + FC = FA + FC \Rightarrow 5\sqrt{5} = \sqrt{5} + FC \Rightarrow \boxed{FC = 4\sqrt{5}}$

75. Os triângulos ABC e DEF são semelhantes, pois possuem dois ângulos congruentes. Assim, temos:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

Substituindo os valores do enunciado, obtemos:

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{8}{DE} = \dfrac{12}{6} \\ \dfrac{10}{EF} = \dfrac{12}{6} \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \boxed{DE = 4} \\ \boxed{EF = 5} \end{array} \right.$$

76. Os triângulos ABC e APQ são semelhantes, portanto:

$$\frac{AB}{AP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{AQ}$$

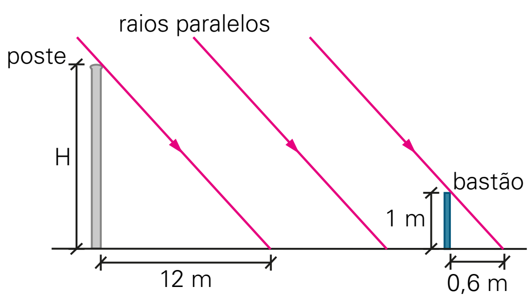
Substituindo os valores, encontramos o comprimento do segmento AP:

$$\frac{12}{AP} = \frac{5}{10} \Rightarrow \boxed{AP = 24 \text{ m}}$$

Como AP = AB + BP, temos:

$24 = 12 + BP \Rightarrow \boxed{BP = 12 \text{ m}}$

77. d Podemos representar a situação como:



Da semelhança entre os triângulos formados, temos:

$$\frac{H}{1} = \frac{12}{0{,}6} \Rightarrow \boxed{H = 20 \text{ m}}$$

78. Da figura, temos que $B\hat{A}C = B\hat{D}E$ e $A\hat{B}C = D\hat{B}E$, portanto os triângulos ABC e DBE são semelhantes. Assim, o comprimento do segmento DE pode ser obtido por:

$$\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{DE} \Rightarrow \frac{16}{8} = \frac{12}{DE} \Rightarrow \boxed{DE = 6 \text{ cm}}$$

79. Como os ângulos $A\hat{M}N$ e $A\hat{C}B$ são congruentes e, da figura, temos que $M\hat{A}N \cong C\hat{A}B$, os triângulos ACB e AMN são semelhantes. Assim, temos:

$$\frac{AB}{AN} = \frac{CB}{MN} \Rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{21}{7} \Rightarrow \boxed{AB = 15}$$

80. Os ângulos formados pela intersecção de AD e BC são iguais, logo os triângulos da figura são semelhantes. Assim, temos:

$$\frac{10}{2}=\frac{x}{4}=\frac{15}{y} \Rightarrow \left|\begin{array}{l} 5=\dfrac{x}{4} \\ 5=\dfrac{15}{y} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \boxed{x=20} \\ \boxed{y=3} \end{array}\right.$$

81. Da figura, temos que os triângulos ABB′ e A′B′B são retângulos, ΔABB′ ~ ΔOPB′ e ΔA′B′B ~ ΔOPB. Assim, temos:

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{AB}{OP}=\dfrac{BB'}{PB'} \\ \dfrac{A'B'}{OP}=\dfrac{BB'}{PB} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \dfrac{20}{OP}=\dfrac{80}{PB'} \\ \dfrac{36}{OP}=\dfrac{80}{PB} \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} OP=\dfrac{PB'}{4} \\ OP=\dfrac{9\cdot PB}{20} \end{array}\right. \Rightarrow PB'=\frac{9\cdot PB}{5}$$

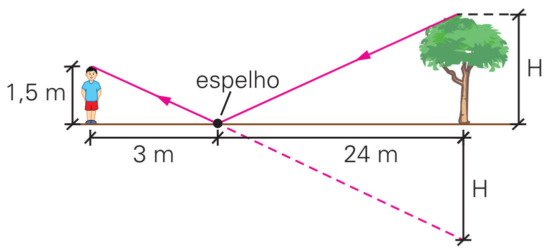
Como BB′ = PB + PB′, temos:

$$BB' = PB + PB' \Rightarrow 80 = PB + \frac{9\cdot PB}{5} \Rightarrow PB = \frac{200}{7}$$

Substituindo PB na relação anterior com OP, vem que:

$$OP = \frac{9}{20}\cdot PB = \frac{9}{20}\cdot\frac{200}{7} \Rightarrow \boxed{OP = \frac{90}{7}}$$

82. Do enunciado, temos:



Da semelhança entre os triângulos, temos:

$$\frac{H}{1{,}5}=\frac{24}{3} \Rightarrow \boxed{H = 12\ \text{m}}$$

83. Utilizamos o Teorema de Tales para encontrar o valor de *x* nos itens a seguir:

a) $\frac{4}{10}=\frac{4}{x} \Rightarrow \boxed{x = 10}$

b) $\frac{4}{10}=\frac{4}{x} \Rightarrow \boxed{x = 10}$

c) $\frac{15}{15}=\frac{18}{x} \Rightarrow \boxed{x = 18}$

d) $\frac{18}{x}=\frac{15}{15} \Rightarrow \boxed{x = 18}$

e) $\frac{x}{20-x}=\frac{6}{24-6} \Rightarrow \frac{6}{18} \Rightarrow \frac{x}{20-x}=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x = 5}$

f) $\frac{20}{40}=\frac{x}{26} \Rightarrow \boxed{x = 13}$

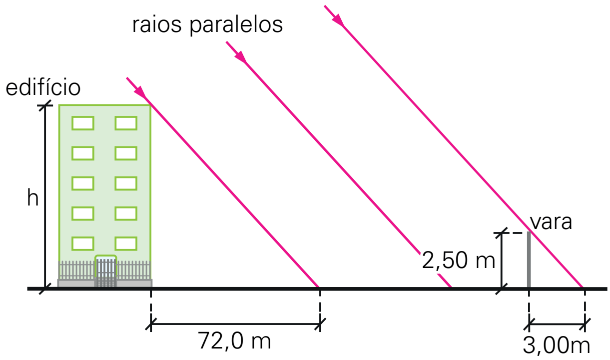
84. Aplicando o Teorema de Tales, encontramos o comprimento *x*:

$$\frac{5}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{x = \frac{25}{3}\ \text{m}}$$

Como os triângulos $A_1B_1C_1$ e $A_2B_2C_2$ são semelhantes, temos:

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_1C_1}{A_2C_2} \Rightarrow \frac{6}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow \boxed{y = 10\ \text{m}}$$

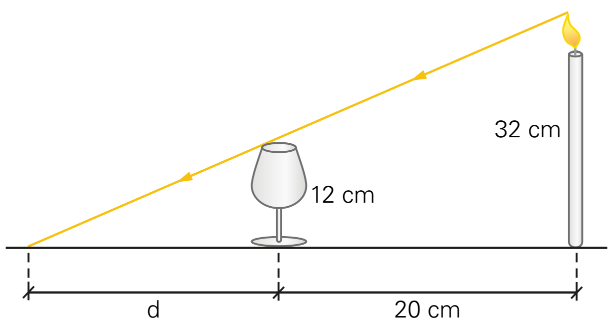
85. c Podemos representar a situação com o esquema a seguir:



Da semelhança entre triângulos, temos:

$$\frac{h}{72{,}0} = \frac{2{,}50}{3{,}00} \Rightarrow \boxed{h = 60{,}0\ \text{m}}$$

86. c Considerando a vela uma fonte puntiforme de luz, temos o seguinte esquema:



Da semelhança de triângulos, vem que:

$$\frac{12}{d} = \frac{32}{d + 20} \Rightarrow \boxed{d = 12\ \text{cm}}$$