

Laboratório 04 - Planejamento e Análise de Experimentos (MAE0316)

Caio M. de Almeida - 15444560 Eduardo Yukio G. Ishihara - 15449012
Gustavo S. Garone - 15458155 Ian B. Loures - 15459667
João Victor G. de Sousa - 15463912

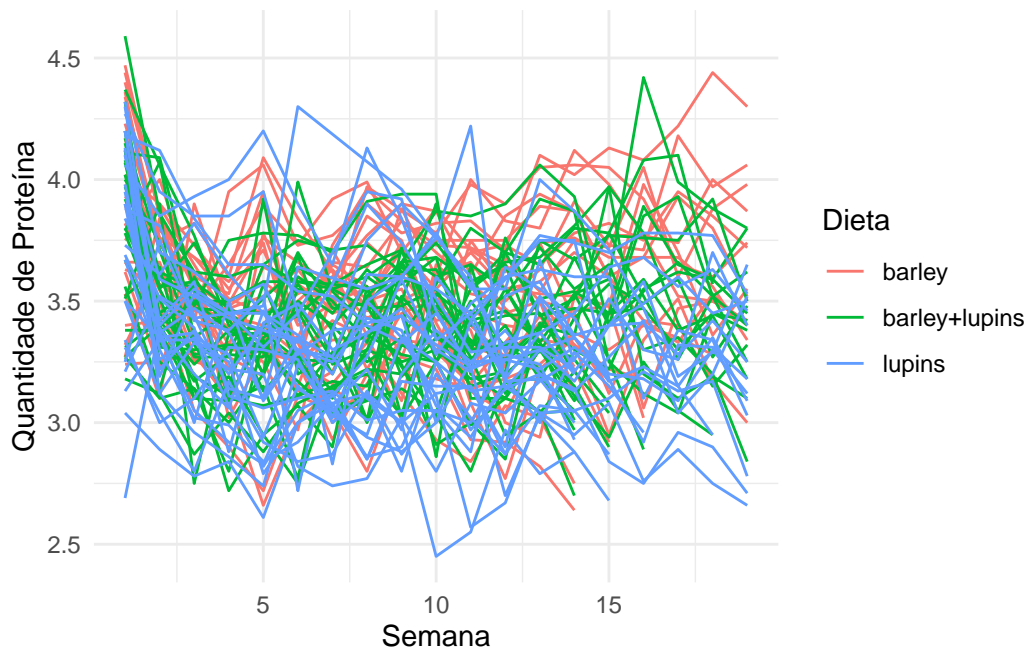
26 de novembro de 2025

Neste laboratório, usaremos “.” como separador decimal e quatro dígitos decimais.

Exercício 1

Análise Descritiva

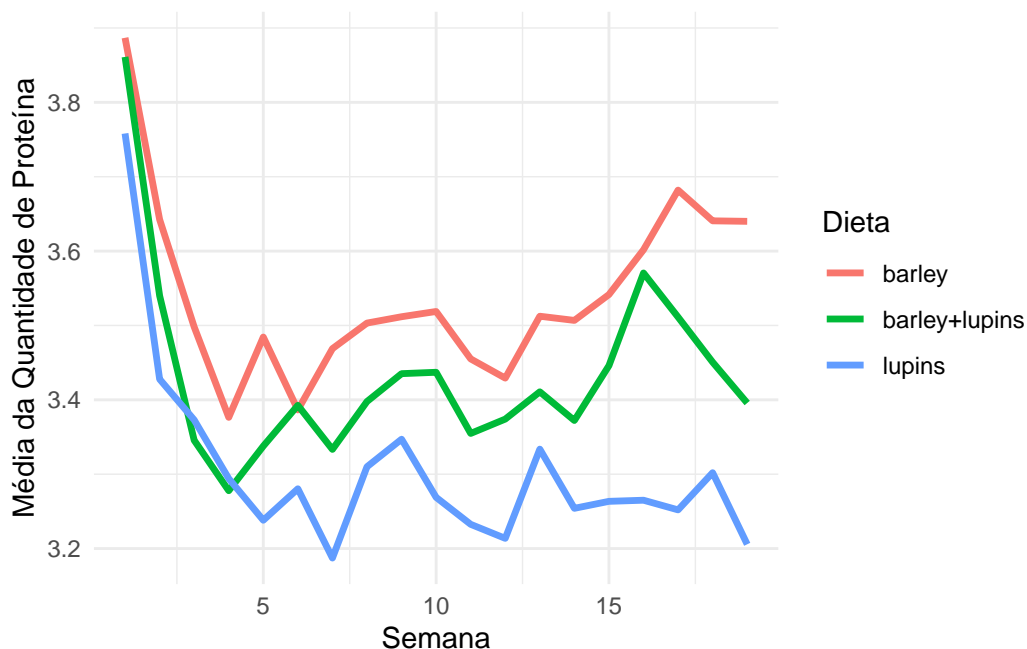
Figura 1: Gráfico de perfis da quantidade de proteína ao longo do tempo para cada vaca, diferenciando as dietas.



Pelo gráfico de perfis na Figura 1, parece haver diferença considerável entre o intercepto (proteína inicial) das vacas, mas não é claro se há diferença no coeficiente angular. Com uma análise das

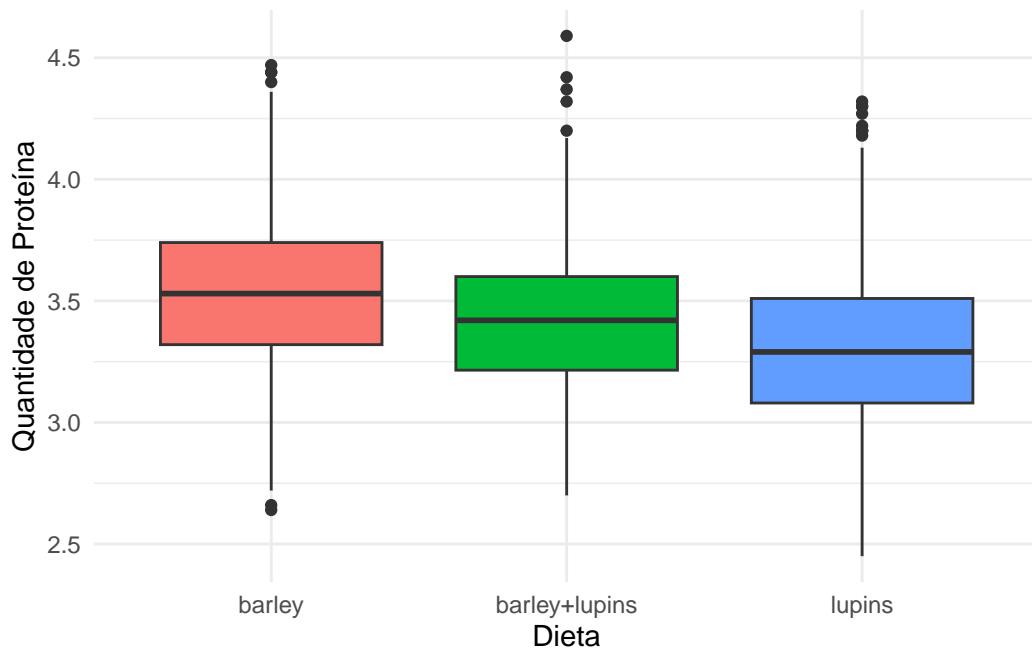
médias, podemos observar o melhor o comportamento entre as dietas.

Figura 2: Média da quantidade de proteína ao longo do tempo para cada dieta.



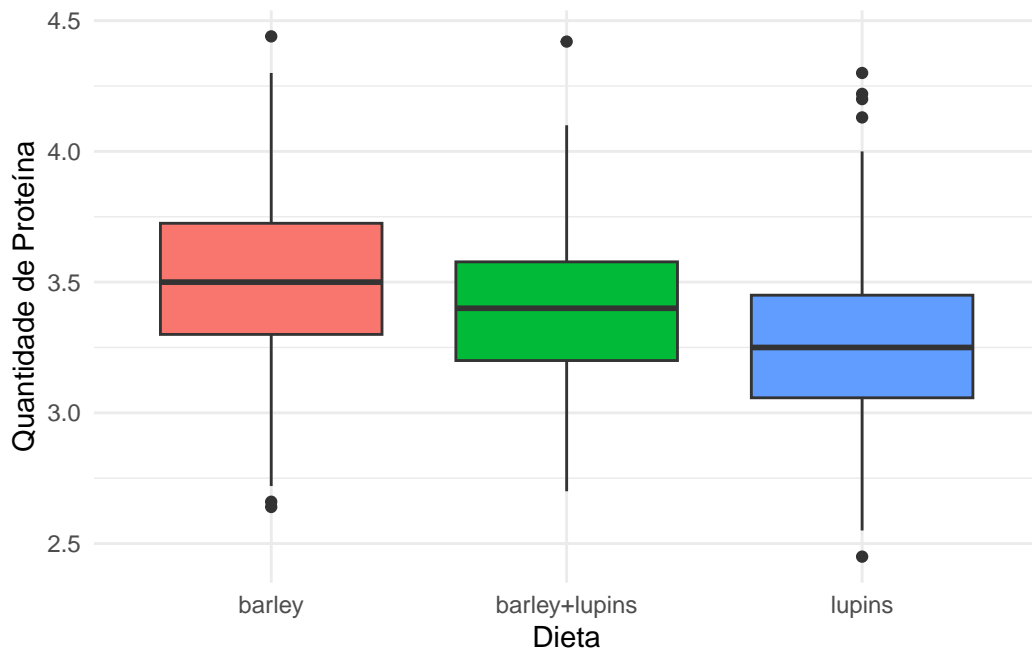
Esperamos que, pela aleatorização, as dietas tenham intercepto semelhantes. Pelo gráfico de médias na Figura 2, isso parece ser válido, apesar de uma diferença sutil com a dieta 'Lupins'. Ademais, nota-se um efeito acentuado de queda nas primeiras semanas para todas as dietas, sugerindo um período de adaptação dos animais. Após esse período, as dietas parecem distintas no ganho de proteína, com 'Barley' apresentando melhor resultado, enquanto 'Lupins' mostra o pior desempenho.

Figura 3: Boxplot da quantidade de proteína para cada dieta.



O *boxplot* da Figura 3 facilita a visualização das diferenças observadas anteriormente. Vamos excluir as semanas iniciais para focar na análise das dietas após o período de adaptação.

Figura 4: Boxplot da quantidade de proteína para cada dieta após o período de adaptação de 4 semanas.



O padrão na Figura 3 se repete na Figura 4. Partiremos para uma análise com um modelo linear com apenas efeitos fixos.

Modelo com apenas efeitos fixos

Iniciamos com a suposição de um modelo de efeitos fixos completos, com intecepto, efeito do tempo, da variável “Inicial”, da dieta e todas as interações entre essas variáveis.

Tabela 1: Sumário do modelo de efeitos fixos completo.

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	3.344	0.04243	78.81	0
Time	0.01468	0.003655	4.017	6.213e-05
InicialTRUE	0.7495	0.07011	10.69	1.209e-25
Dietbarley+lupins	-0.04838	0.05886	-0.8221	0.4112
Dietlupins	-0.06968	0.05918	-1.177	0.2392
Time:InicialTRUE	-0.2231	0.02388	-9.345	3.756e-20
Time:Dietbarley+lupins	-0.005182	0.005079	-1.02	0.3078
Time:Dietlupins	-0.0153	0.00511	-2.995	0.002794
InicialTRUE:Dietbarley+lupins	-0.03525	0.06907	-0.5103	0.6099
InicialTRUE:Dietlupins	-0.0563	0.06926	-0.8128	0.4165

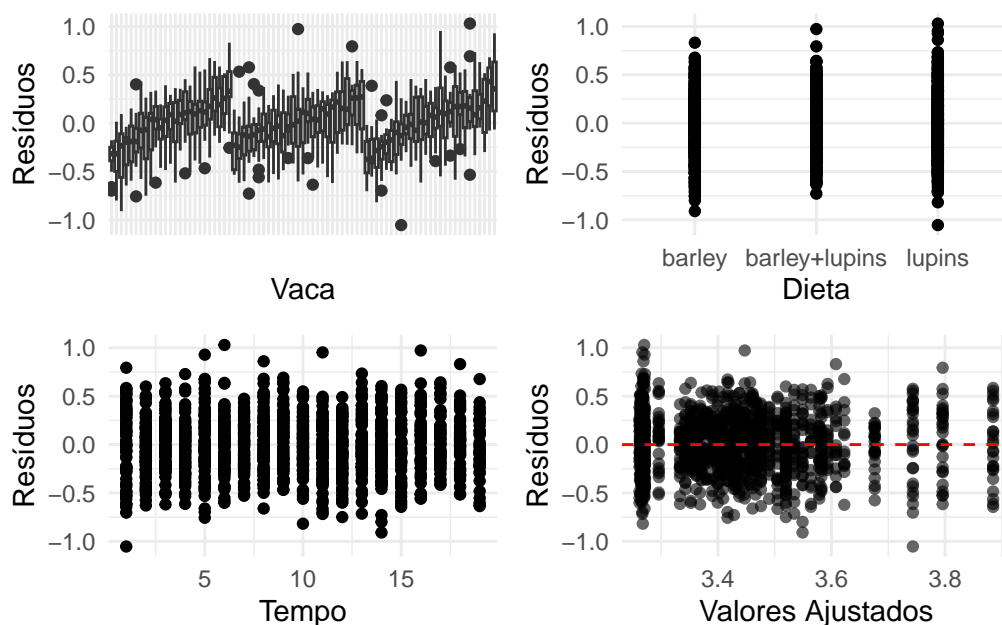
Tabela 2: Sumário do modelo de efeitos fixos completo.

Observations	Residual Std. Error	R^2	Adjusted R^2
1337	0.299	0.1933	0.1878

Nota-se na Tabela 2 um baixíssimo valor de R^2 ajustado, indicando que o modelo não explica bem a variabilidade dos dados. Além disso, vários coeficientes não são significativos. Faremos uma análise diagnóstica do modelo para verificar se as suposições do modelo linear clássico são válidas.

Conferiremos um diagnóstico simples do modelo com os resíduos por vaca.

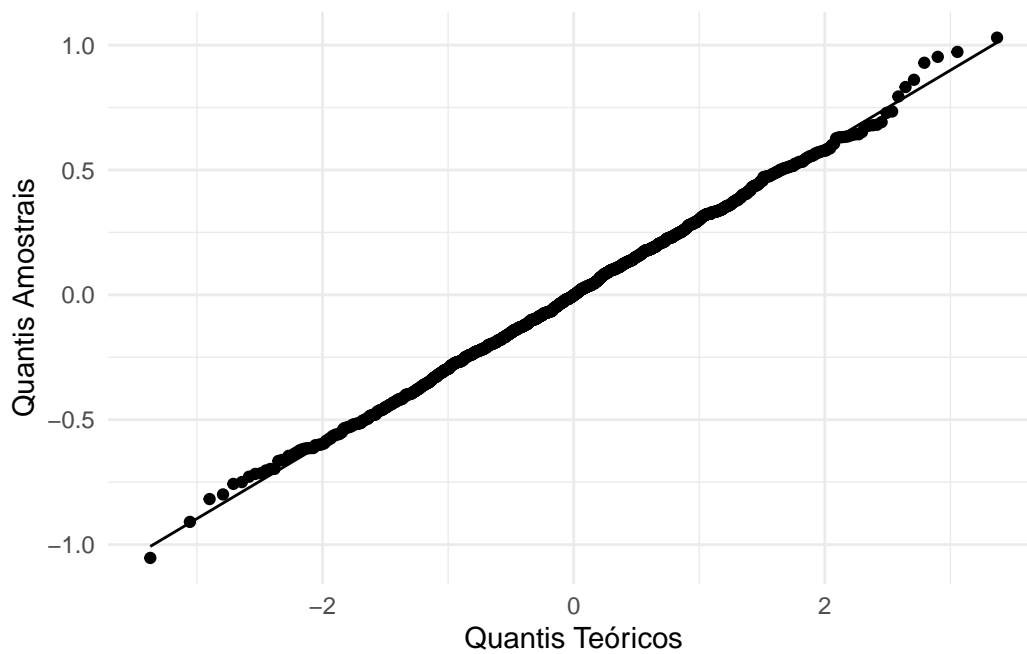
Figura 5: Gráficos dos resíduos do modelo de efeitos fixos por vaca, tempo, dieta e contra ajustados.



Pelos gráficos dos resíduos na Figura 5, os resíduos possuem autocorrelação não nula nas vacas e apresentam padrões na análise dos resíduos padronizados. “

Verificamos a normalidade pelo QQ-plot em Figura 6.

Figura 6: QQ-Plot dos resíduos do modelo com efeitos fixos.



E numericamente com o teste de Shapiro-Wilk na Tabela 3.

Tabela 3: Teste de Shapiro-Wilk para normalidade dos resíduos do modelo com efeitos fixos.

Estatística	Valor-p
0.9992	0.8582

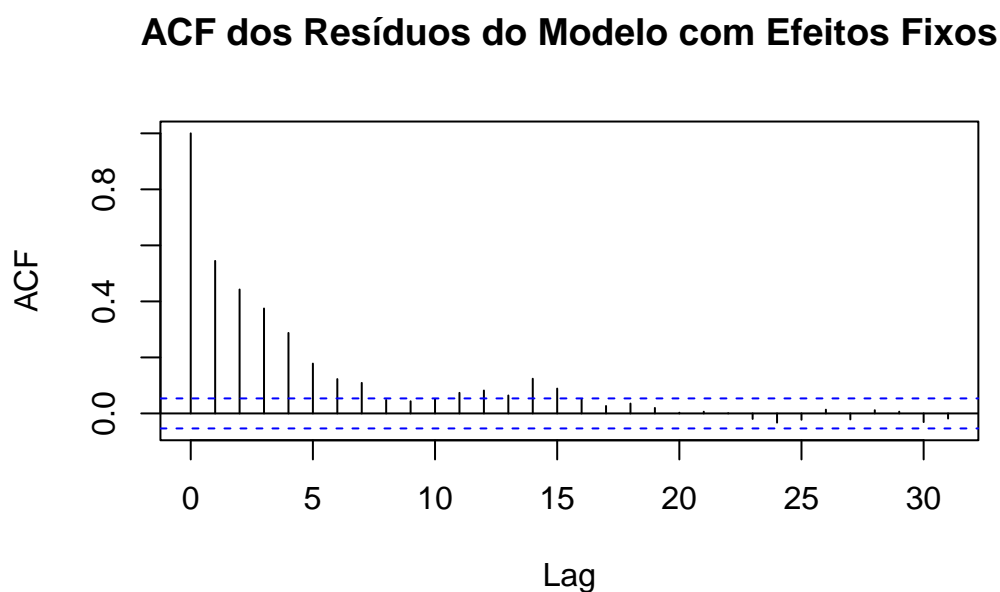
Não rejeitada a normalidade, verificaremos a homocedasticidade com o teste de Bartlett na Tabela 4.

Tabela 4: Teste de Bartlett para homocedasticidade dos resíduos do modelo com efeitos fixos entre as vacas.

Estatística	Valor-p
98.3807	0.0593

Ainda precisamos verificar a autocorrelação dos resíduos que observamos no gráfico de resíduos por vaca. Faremos isso com o gráfico de autocorrelação em Figura 7.

Figura 7: Função de autocorrelação dos resíduos do modelo com efeitos fixos.



Claramente, há autocorrelação significativa nos resíduos, mas confirmaremos com o teste de Durbin-Watson na Tabela 5.

Tabela 5: Teste de Durbin-Watson para autocorrelação dos resíduos do modelo com efeitos fixos.

Estatística	Valor-p
0.9105	0

Pelo teste de Durbin-Watson, rejeitamos a hipótese nula de ausência de autocorrelação nos resíduos. Portanto, o modelo com efeitos fixos não é adequado para os dados por romper com as suposições do modelo linear clássico, no caso, da independência entre observações.

Modelo com efeitos mistos

Para modelarmos a variabilidade entre as vacas e lidarmos com o aspecto longitudinal dos dados, ajustaremos um modelo com efeitos mistos considerando intercepto aleatório para as vacas, como aponta o gráfico de perfis em Figura 1, mas verificaremos também presença de efeito aleatório na inclinação. Usaremos o método da máxima verossimilhança restrita (REML) para estimação.

Escreveremos todos os efeitos mistos possíveis (Com e sem intercepto aleatório, com e sem inclinação, com e sem correlação entre intercepto e inclinação) e compararemos os modelos pelos critérios AIC e BIC, uma vez que alguns modelos podem não são aninhados, como os modelos com coeficiente angular, mas sem intercepto e vice-versa.

Ademais, consideraremos modelos com ajuste para heterocedasticidade através da função de variância `varPower` do pacote `nlme`, buscando modelar melhor a autocorrelação de dados longitudinais.

Tabela 6: Comparação dos modelos de efeitos aleatórios e ajuste de heterocedasticidade

Modelo	AIC	BIC
Completo com correlação	209.61	282.28
Completo com correlação e ajuste	194.37	272.23
Completo sem correlação	254.64	322.12
Completo sem correlação com ajuste	243.44	316.11
Sem inclinação	338.35	400.64
Sem inclinação com ajuste	335.19	402.67
Sem intercepto	406.87	469.16
Sem intercepto com ajuste	365.11	432.59
Sem efeito aleatório	577.70	634.88
Sem efeito aleatório com ajuste	645.14	707.43

O modelo completo com correlação e ajuste de heterocedasticidade apresentou melhor desempenho segundo os critérios AIC e BIC.

Através de testes F parciais (*stepwise*), retiramos os efeitos fixos deste modelo completo. Terminamos com um modelo com apenas intercepto, efeito do tempo, da dieta, da variável “Inicial” e a interação entre tempo e “Inicial”.

Conferimos o sumário do modelo final na Tabela 9.

Tabela 7: Sumário do modelo misto.

	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
(Intercept)	3.477	0.04625	1255	75.18	0
Time	-0.001067	0.003213	1255	-0.3321	0.7399
InicialTRUE	0.6364	0.05072	1255	12.55	4.172e-34

Tabela 7: Sumário do modelo misto.

	Value	Std.Error	DF	t-value	p-value
Dietbarley+lupins	-0.09493	0.04956	76	-1.916	0.05917
Dietlupins	-0.199	0.04957	76	-4.014	0.000139
Time:InicialTRUE	-0.2107	0.0211	1255	-9.986	1.192e-22

Tabela 8: Sumário do modelo misto.

Min	Q1	Med	Q3	Max
-2.992	-0.6175	0.002239	0.6247	3.662

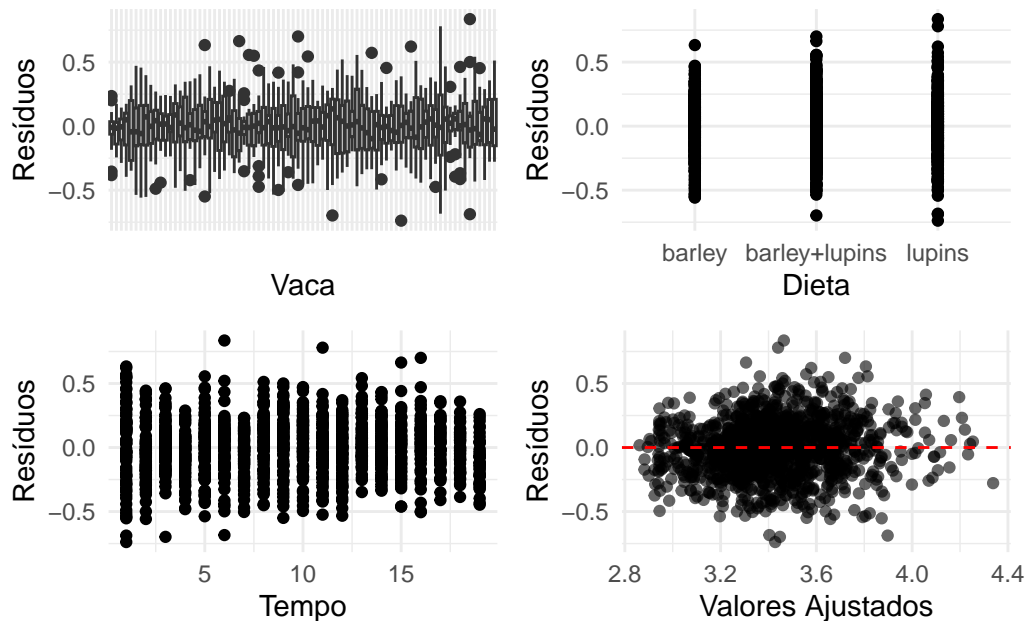
Tabela 9: Sumário do modelo misto.

	Observations	Groups	Log-restricted-likelihood
Cow	1337	79	-70.88

Pelo critério AIC, com valor de 163.76, o modelo de efeitos mistos final é bastante superior ao modelo de efeitos fixos, com AIC de 577.70.

Partiremos para a análise diagnóstica desse modelo. Devemos considerar que não podemos utilizar os testes estatísticos que conhecemos, uma vez que os resíduos, propositalmente, não vão seguir a mesma distribuição por conta do modelo misto. Dessa forma, basearemos nossa análise diagnóstica principalmente em gráficos.

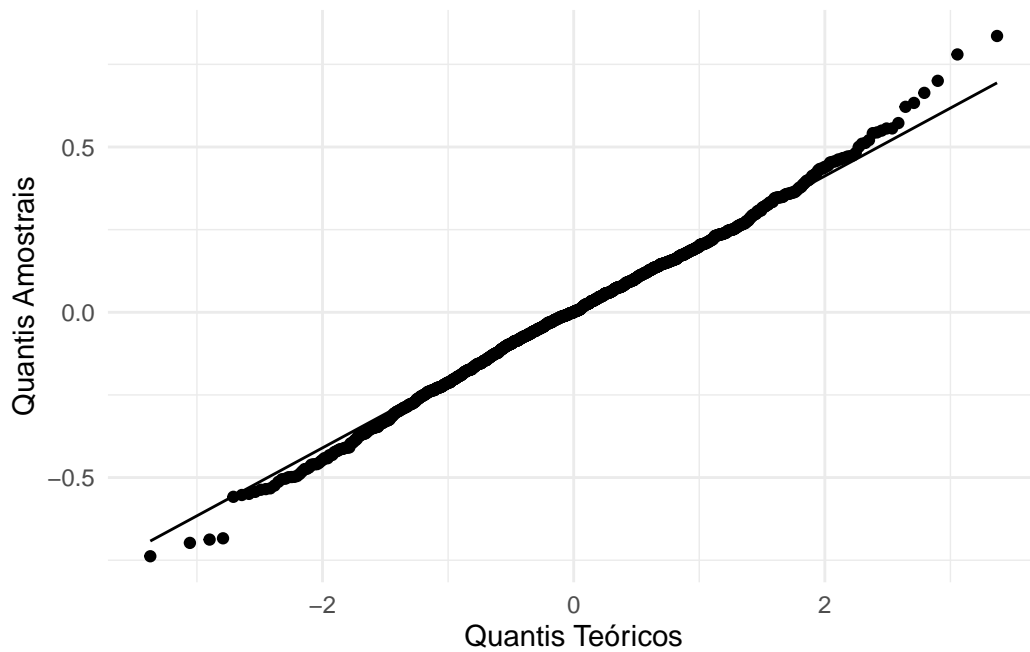
Figura 8: Gráficos dos resíduos do modelo por vaca, tempo, dieta e contra ajustados.



Pelos gráficos da Figura 8, os resíduos parecem mais bem comportados em relação ao modelo com efeitos fixos, em relação ao tempo, dieta e vacas, sem padrões aparentes. Dessa forma, a homocedasticidade parece válida.

Verificamos a normalidade pelo QQ-plot na Figura 9.

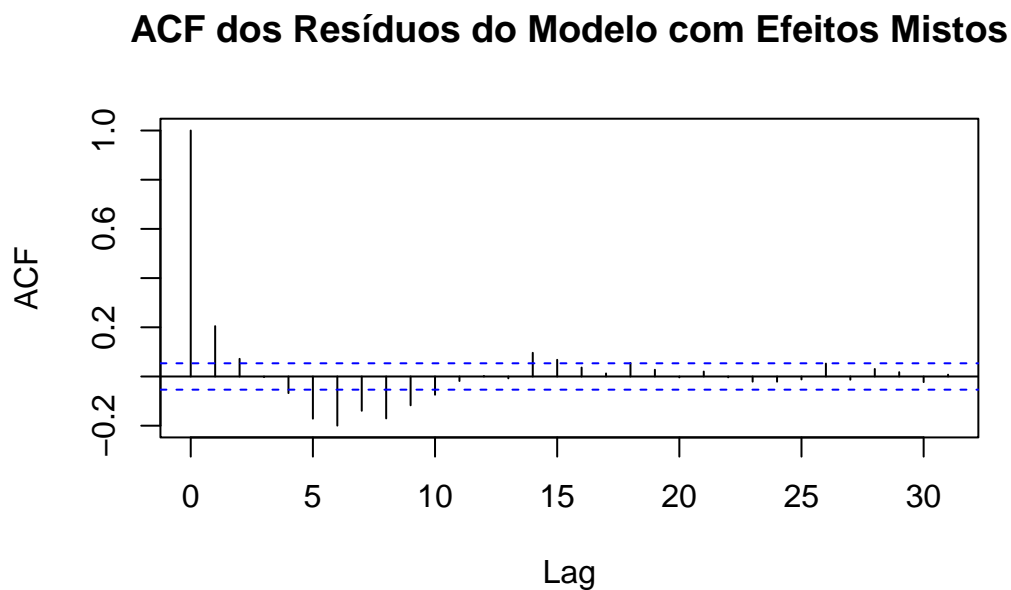
Figura 9: QQ-Plot dos resíduos do modelo com efeitos mistos.



Com poucos pontos fora da linha, a normalidade parece válida. Existe, contudo, a suspeita que a distribuição possua caudas mais pesadas que a normal.

Ainda precisamos verificar a autocorrelação dos resíduos. Faremos isso com o gráfico de autocorrelação na Figura 10.

Figura 10: Função de autocorrelação dos resíduos do modelo com efeitos mistos.



Apesar de reduzida, ainda há autocorrelação significativa nos resíduos. Repetimos essa análise para todos os outros modelos, em ordem crescente do AIC, mas este padrão se repetiu. Isso pode indicar que precisaremos de técnicas mais avançadas para modelar os dados longitudinais, como estruturas de correlação mais complexas.