Seja  $X_1,\dots,X_n$  a.a de  $X\sim f_{ heta}, heta\in\Theta:E_{ heta}(X^2)<\infty$ , então:

$$ar{X} \overset{ ext{Aproximadamente}}{\sim} N\left(E_{ heta}(X), rac{Var_{ heta}X}{n}
ight)$$

Formalmente, temos o enunciado do Teorema do Limite Central:

$$rac{\sqrt{n}(ar{X}-E_{ heta}(x))}{\sqrt{\mathrm{Var}_{ heta}(X)}}\stackrel{ ext{Distribuição}}{
ightarrow n
ightarrow \infty}N\sim (0,1)orall heta\in\Theta$$

Se  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , então a distribuição é exata.

Ademais, seja g uma função contínua e diferenciável tal que  $g'(\theta) \neq 0$ . Então,

$$g(ar{X}) \overset{ ext{Aproximadamente}}{\sim} N\left(g(E_{ heta}(X)), rac{g'(E_{ heta}(X))^2 ext{Var}_{ heta}(X)}{n}
ight)$$

Exemplo:

Seja  $(X_1,\ldots,X_n)$  a.a de  $X\sim Ber( heta), heta\in (0,1)$ . Já vimos que EMV p/ heta é \$\$

 $\bar{\theta}(X{1}, \dots, X{n}) = \bar{X}$ 

$$eoEMVp/\$g(\theta) = \operatorname{Var}_{\theta(x)} = \theta(1-\theta)\$\acute{e}:$$

 $\widetilde{g}(\theta) = \widetilde{X}(1-\widetilde{X}).$ 

$$egin{align} ar{X} \overset{ ext{approx.}}{\sim} N\left( heta, rac{ heta(1- heta)}{n}
ight) \ Agora, \$\$g(ar{X}) = ar{X}(1-ar{X}) \overset{ ext{approx}}{\sim} N\left( heta(1- heta), rac{[g'( heta)]^2 heta(1- heta)}{n}
ight) \ &\Rightarrow N\left( heta(1- heta), rac{(1-2 heta)^2 heta(1- heta)}{n}
ight) \end{aligned}$$