

Situación Problema

Diseño de Sistemas de Control

Diseño de Controladores PID Analógico y Digital de temperatura en un intercambiador de calor industrial

Equipo # 12

Profesor: Dr. Antonio Favela

**Fecha:
16/10/2024**

Integrantes:

Valeria Sofía Dávila de Ochoa | A00836048

Gustavo Angel Hidalgo Romero | A00835599

Luisa Fernanda Contreras Lizcano | A01571334

Proceso a Controlar

Intercambiador de Calor

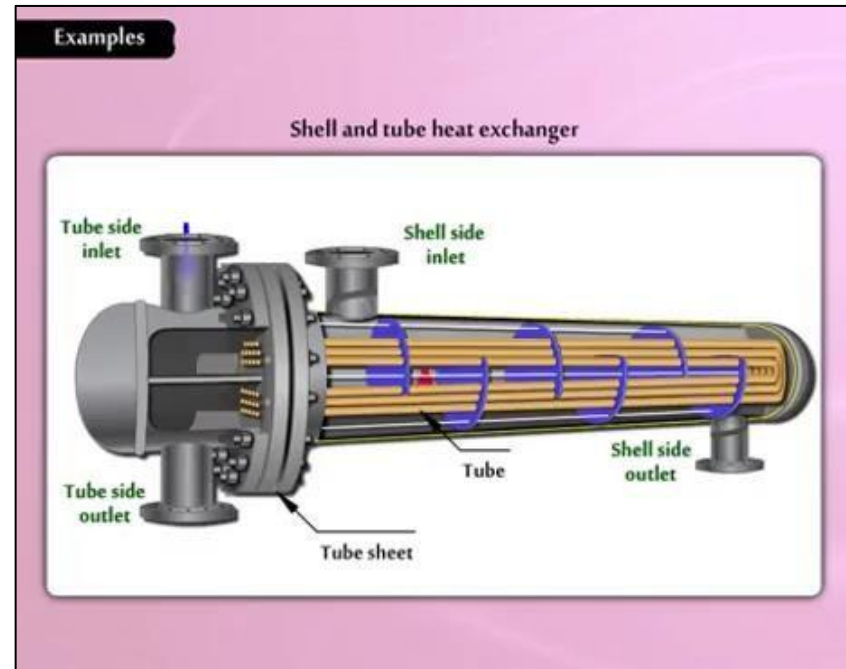
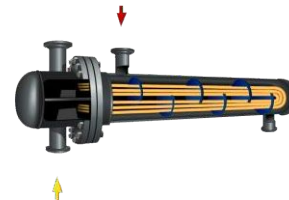
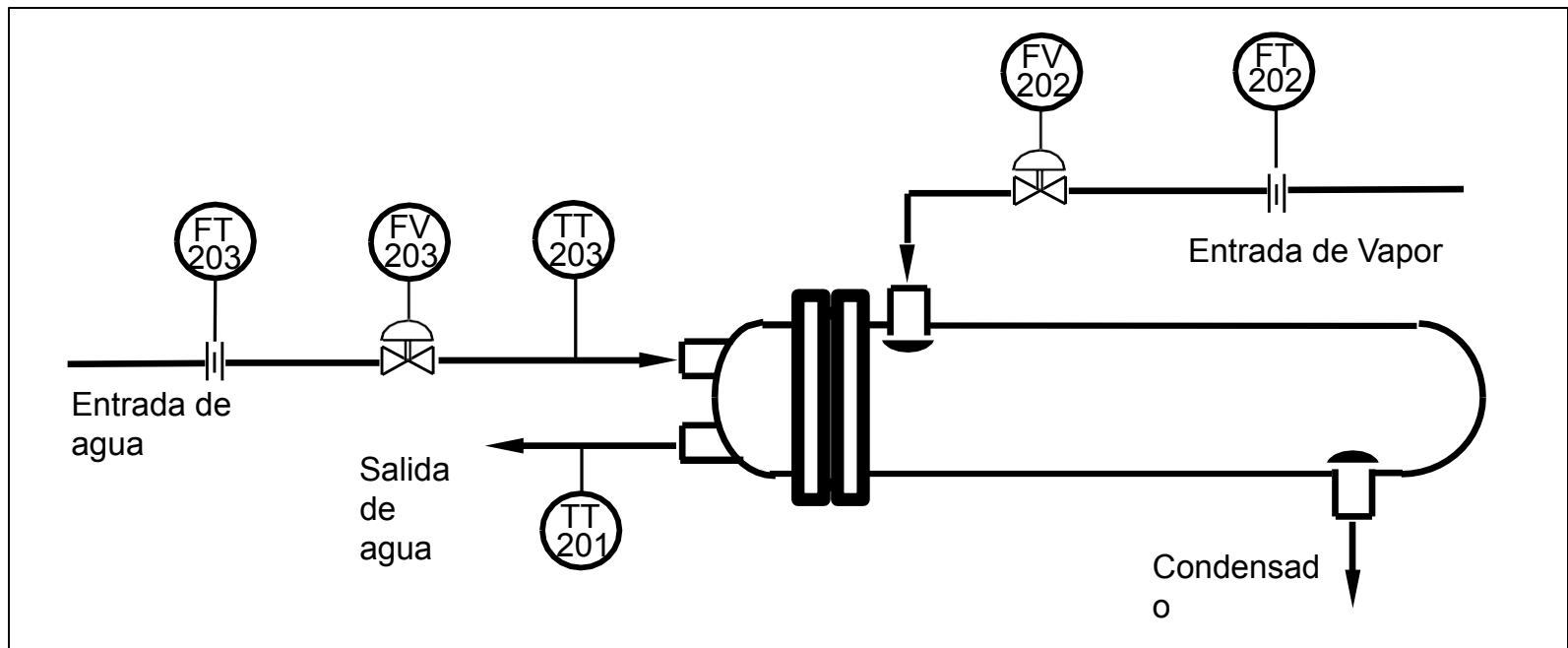


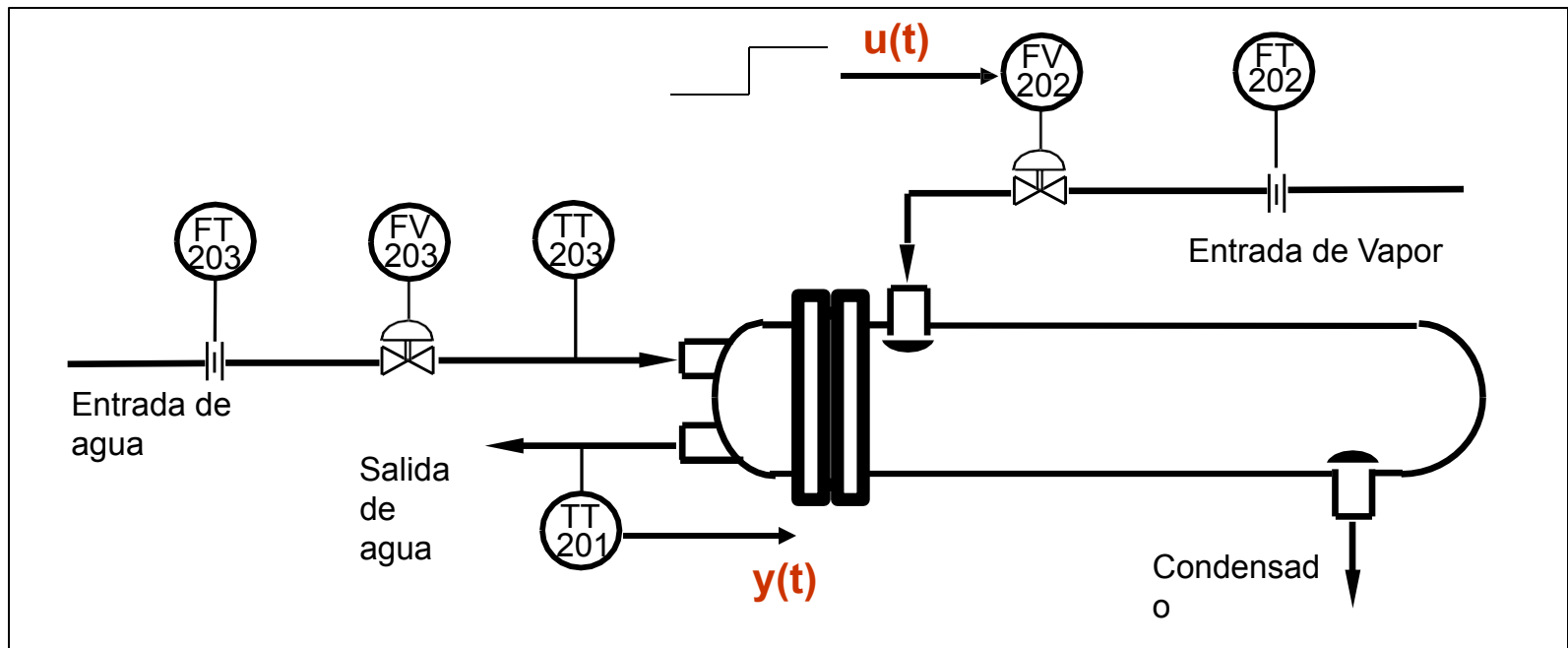
Diagrama esquemático del proceso

Intercambiador de Calor



Identificación gráfica

Intercambiador de Calor

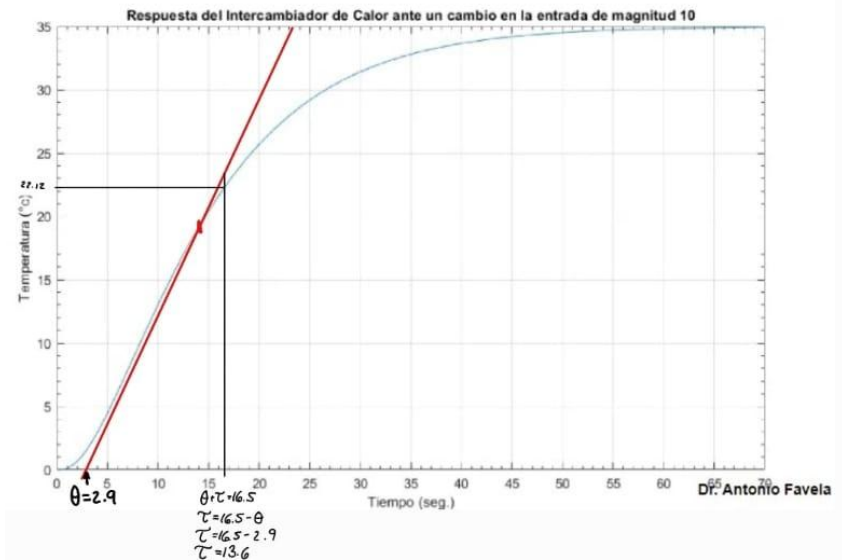


Metodología

De primera instancia se hizo uso del método de **Ziegler-Nichols** con el cual obtuvimos una aproximación a la respuesta escalón de la planta.

De la misma manera, haciendo uso de las tablas de excel proporcionadas, en conjunto con los valores calculados de K, theta y tau; se obtuvieron las constantes Kp, Ki y Td de los criterios PID de ITAE e IAE de referencia y PI de Ziegler Nichols.

Una vez adquiridos dichos valores se realizaron las simulaciones que se muestran posteriormente.



$$KMO = 35$$

$$K = \frac{35}{M_0} = \frac{35}{10}$$

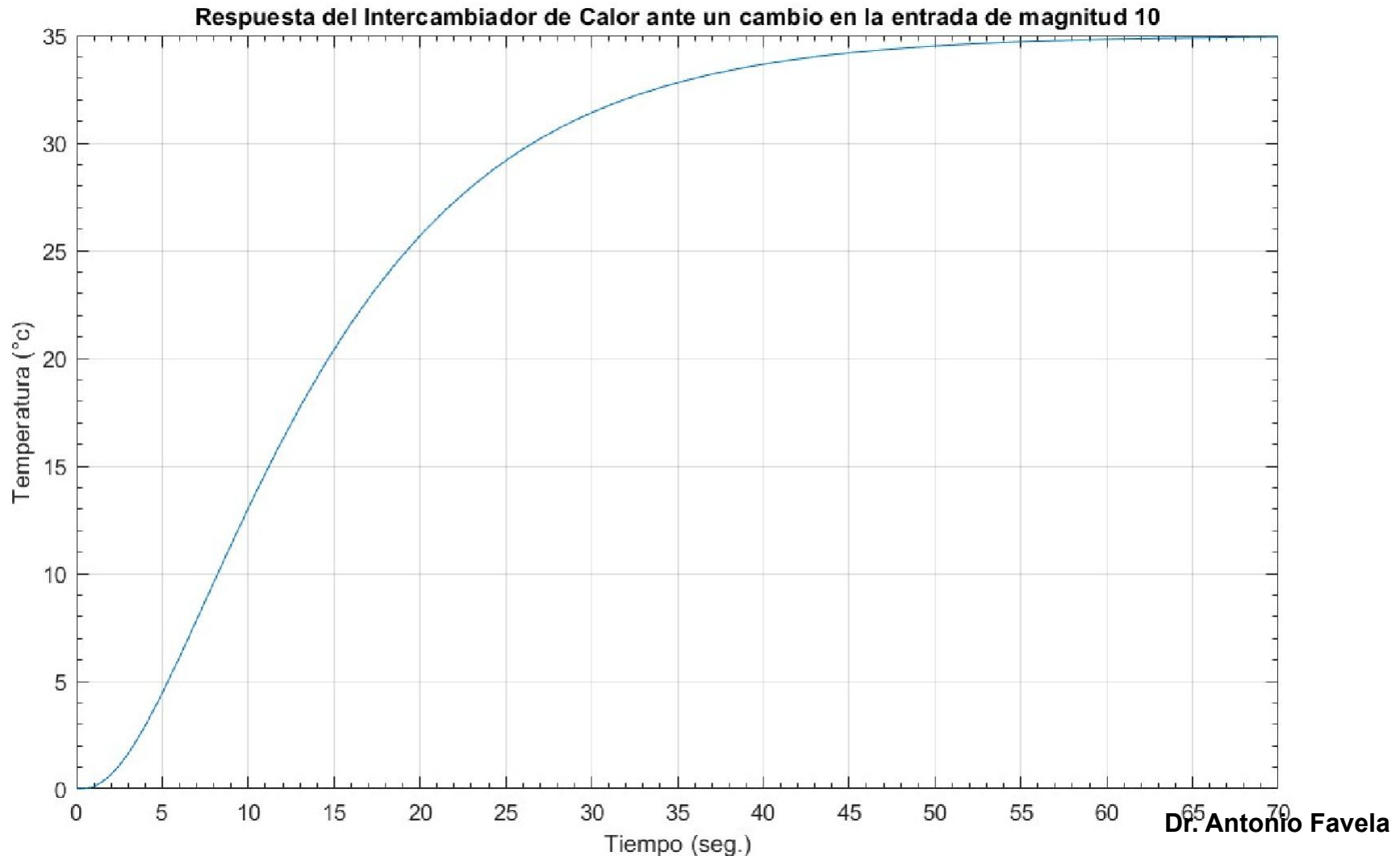
$$K = 3.5$$

$$K = \text{Ganancia}$$

$$M_0 = \text{Escalón} = 10$$

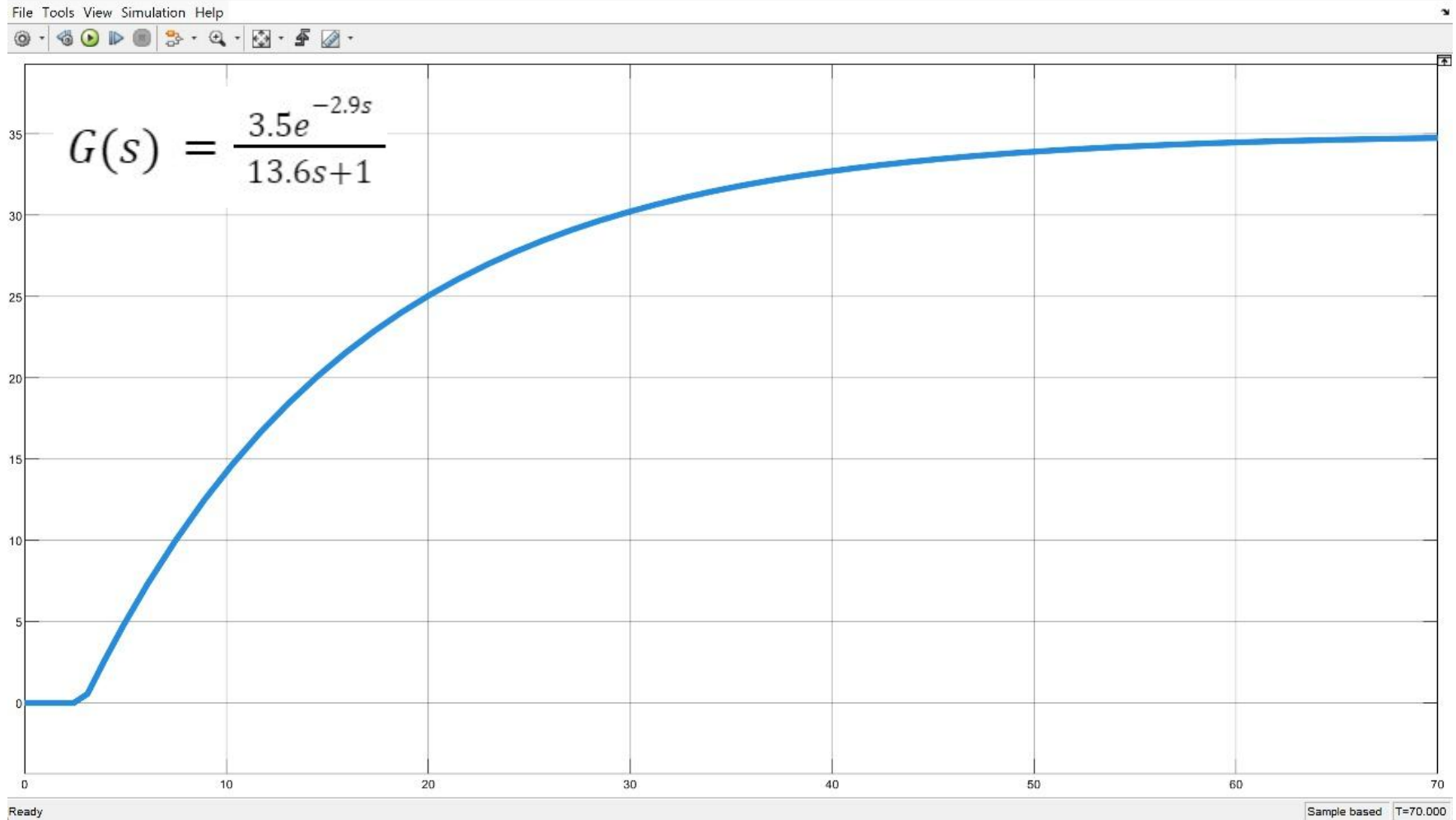
Identificación Gráfica

Respuesta al escalón de la planta



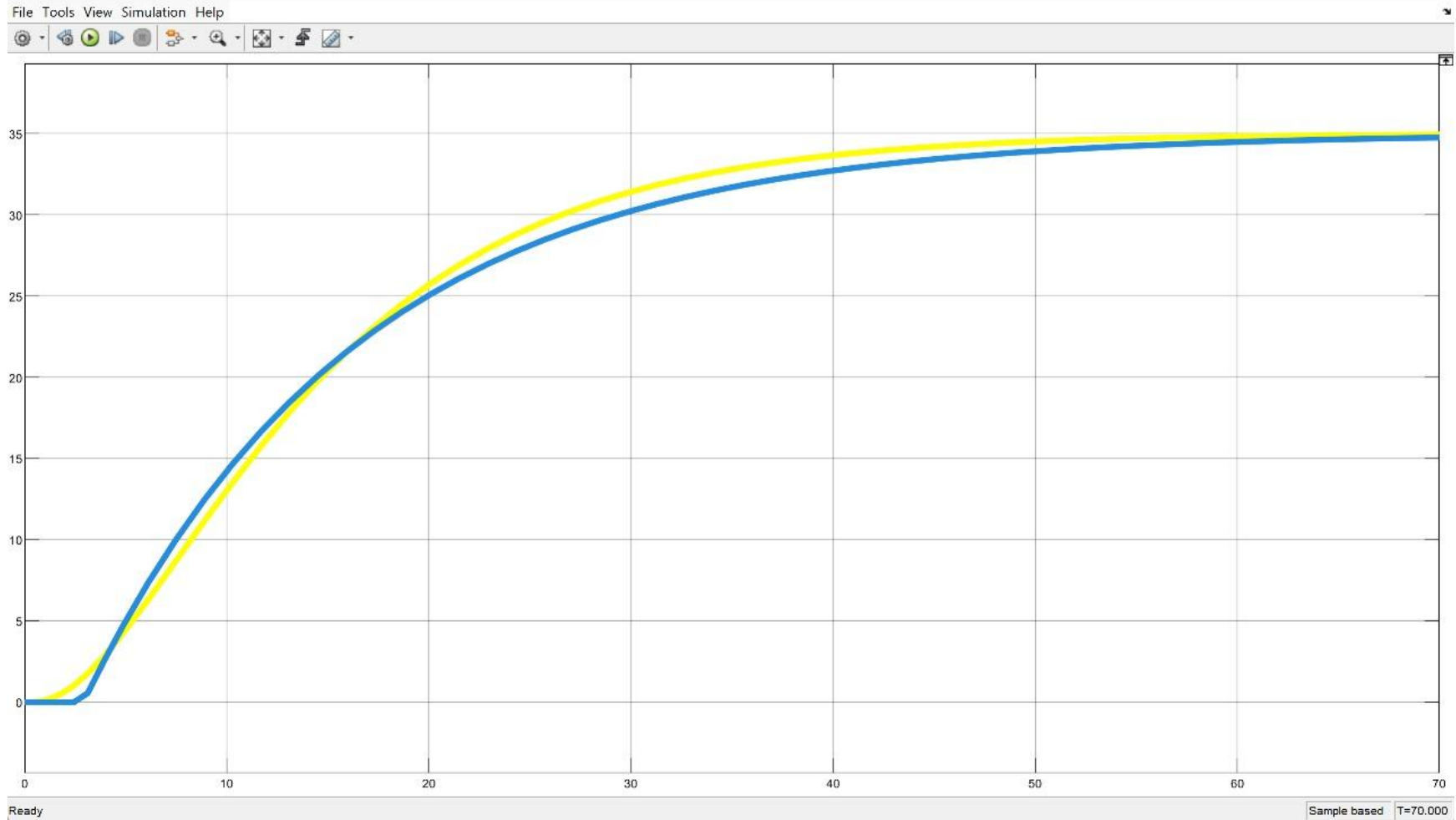
Identificación Gráfica

Respuesta al escalón del modelo obtenido



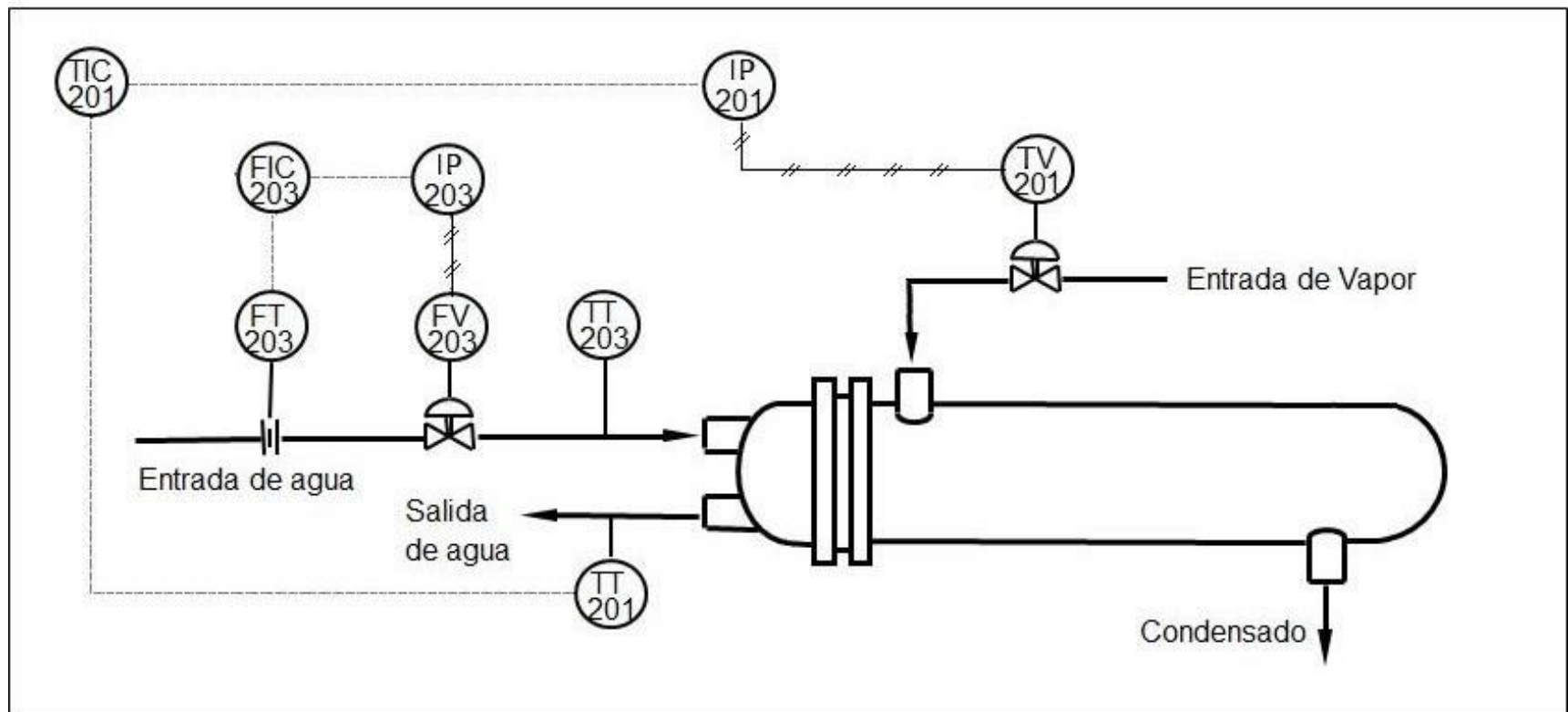
Identificación Gráfica

Respuesta modelo de primer orden vs planta real



Control PID del Intercambiador de Calor

Diagrama de instrumentación



Control PID analógico estructura ideal

Sintonización del lazo de control de Temperatura

Tabla 2.3. Fórmulas para Sintonización por Criterios Integrales para Cambios en Perturbación para un PID ideal.

PROPORCIONAL – INTEGRAL		
ISE	IAE	ITAE
$K_c = \frac{1.305}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.959}$	$K_c = \frac{0.984}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.986}$	$K_c = \frac{0.859}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.977}$
$\tau_i = \frac{\tau}{0.492} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.739}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.608} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.707}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.674} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.680}$
PROPORCIONAL – INTEGRAL – DERIVATIVO		
ISE	IAE	ITAE
$K_c = \frac{1.495}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.945}$	$K_c = \frac{1.435}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.921}$	$K_c = \frac{1.357}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.947}$
$\tau_i = \frac{\tau}{1.101} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.771}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.878} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.749}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.842} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.738}$
$\tau_d = 0.560 * \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{1.006}$	$\tau_d = 0.482 * \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{1.137}$	$\tau_d = 0.381 * \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.995}$

NOTACION:

- K = Ganancia del Proceso de primer orden;
- τ = Constante de Tiempo;
- t_0 = Tiempo muerto.

Tabla 2.4. Fórmulas para Sintonización por Criterios Integrales para Cambios en Referencia para un PID ideal.

PROPORCIONAL – INTEGRAL	
IAE	ITAE
$K_c = \frac{0.758}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.861}$	$K_c = \frac{0.586}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.916}$
$\tau_i = \frac{\tau}{1.02 - 0.323 * \left(\frac{t_0}{\tau} \right)}$	$\tau_i = \frac{\tau}{1.03 - 0.165 * \left(\frac{t_0}{\tau} \right)}$
PROPORCIONAL – INTEGRAL – DERIVATIVO	
IAE	ITAE
$K_c = \frac{1.086}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.869}$	$K_c = \frac{0.965}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-0.855}$
$\tau_i = \frac{\tau}{0.74 - 0.130 * \left(\frac{t_0}{\tau} \right)}$	$\tau_i = \frac{\tau}{0.796 - 0.147 * \left(\frac{t_0}{\tau} \right)}$
$\tau_d = 0.348 * \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.914}$	$\tau_d = 0.308 * \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{0.9292}$

Control PID analógico

Sintonización del lazo de control basada en el modelo de identificación gráfica

Teta	Tau	K
2.9	13.6	3.5

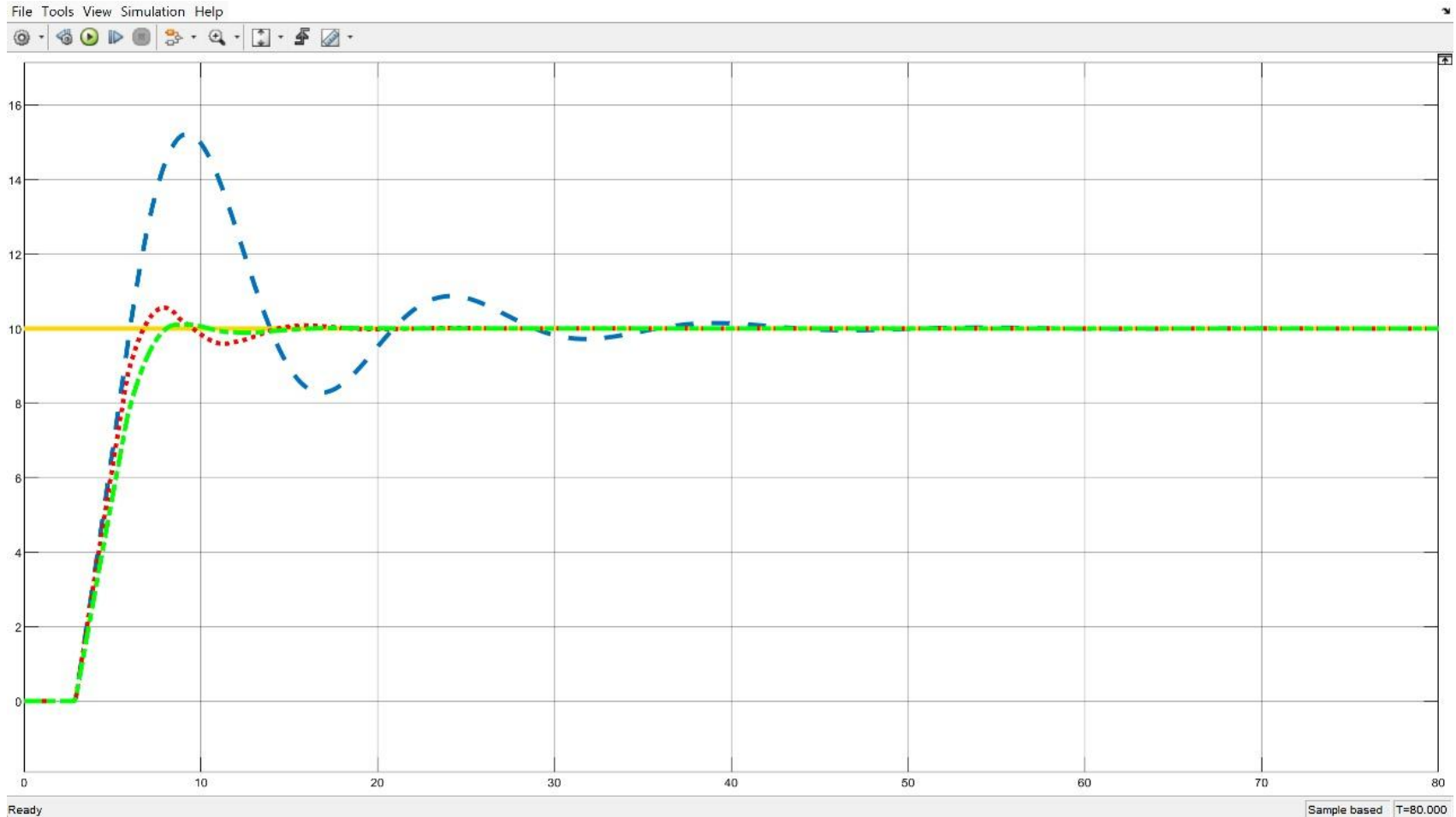
PID						
	PERTURBACION				REFERENCIA	
	ISE	IAE	ITAE		IAE	ITAE
Kc	1.83993	1.70178	1.67526	Kc	1.18846	1.03344
Tau i	3.75234	4.8681	5.16327	Tau i	19.0936	17.7858
Tau d	1.60901	1.13109	1.11347	Tau d	1.15264	0.99647

PI	
Ziegler & Nichols	
Kc	1.20591
Tau i	9.657

Respuesta del Control PID en Modelo de planta

Sintonización basada en lo criterios de

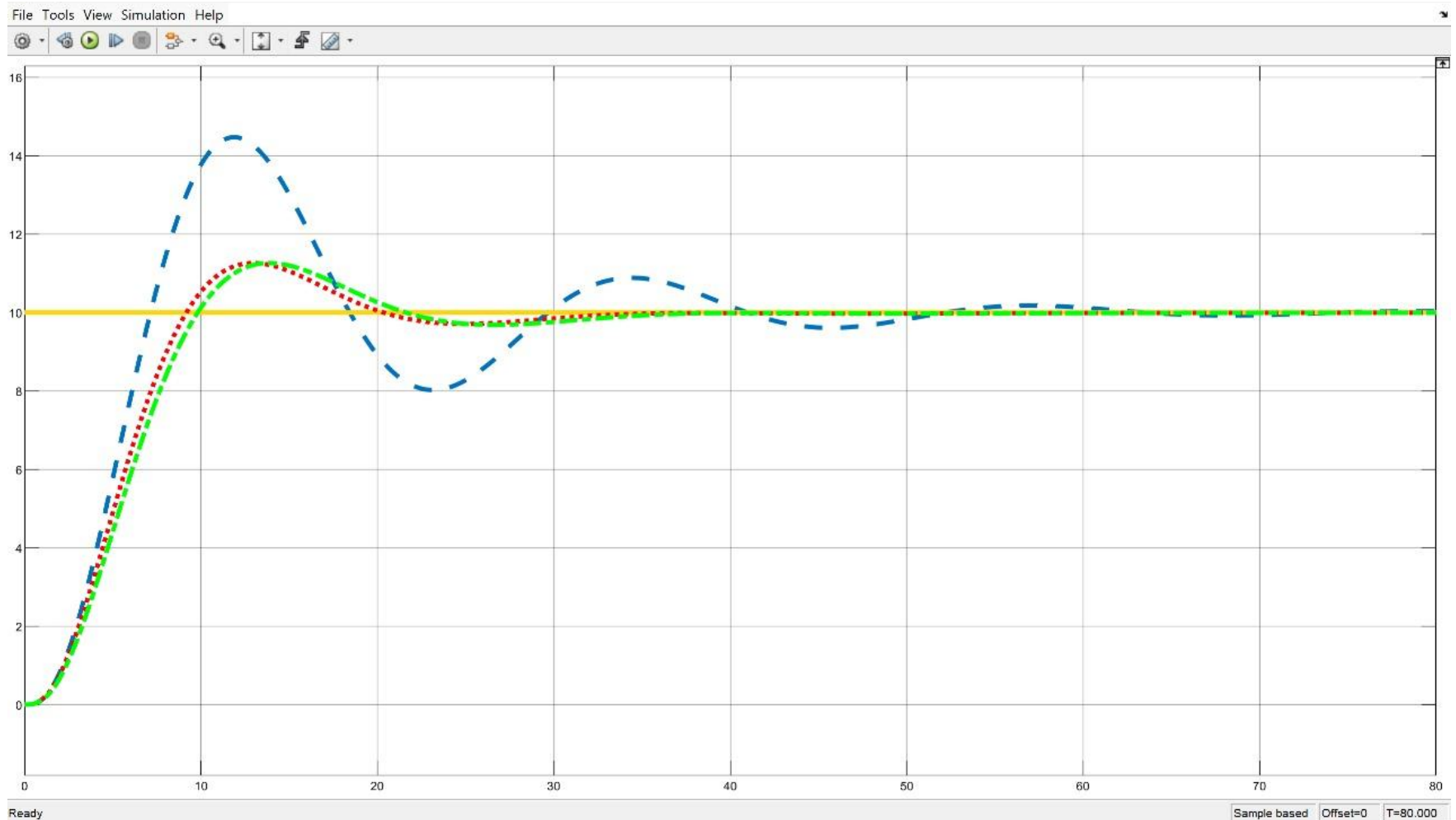
IAE, ITAE, ZN: Referencia (Modelo planta Ident gráfica)



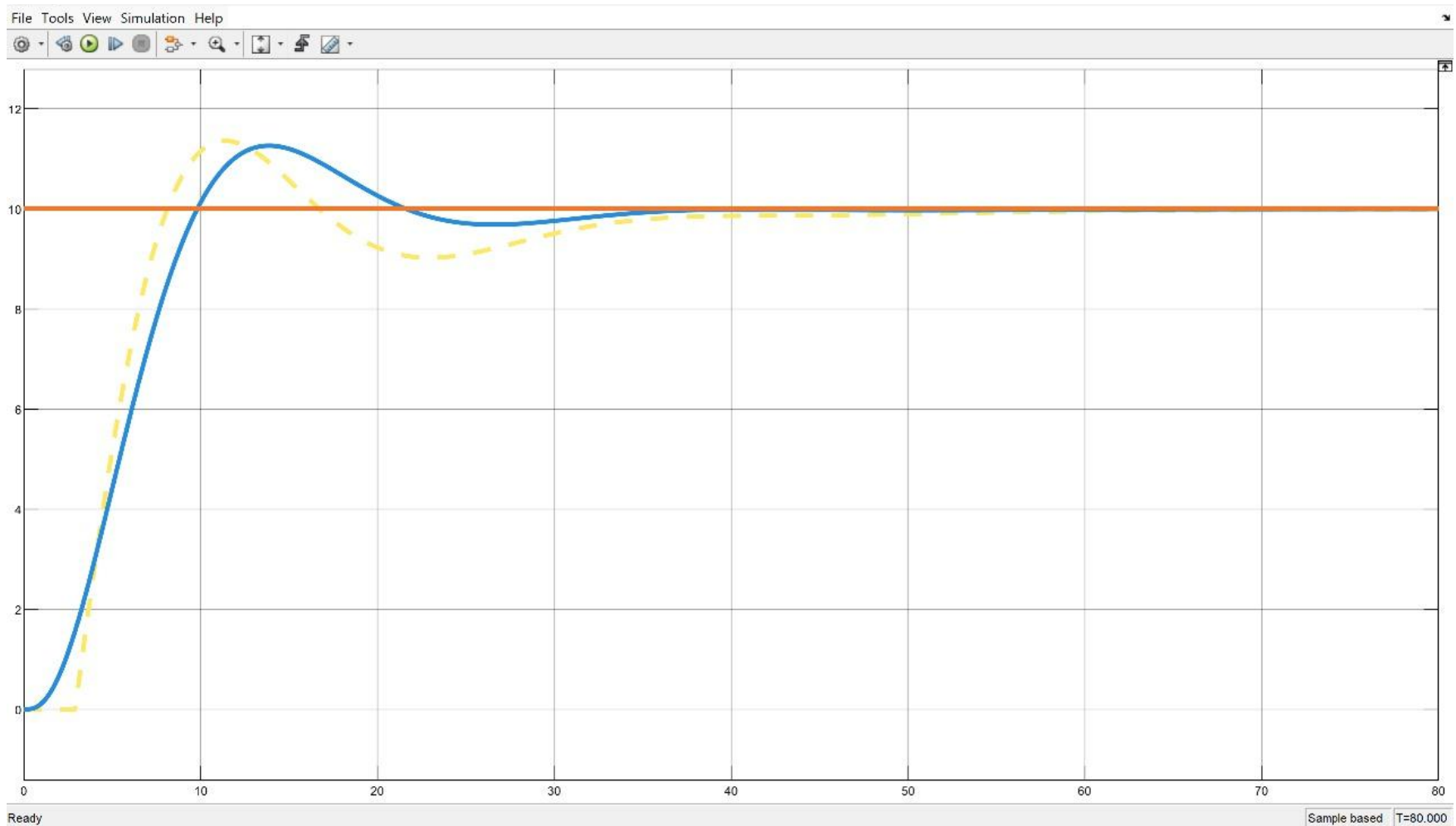
Respuesta del Control PID en la Planta real)

Sintonización basada en lo criterios de

IAE, ITAE, ZN: Referencia (Modelo planta Ident gráfica)



Respuesta del Control PID del Modelo de planta Identificado vs la Planta real Sintonización basada en el criterio ITAE Referencia





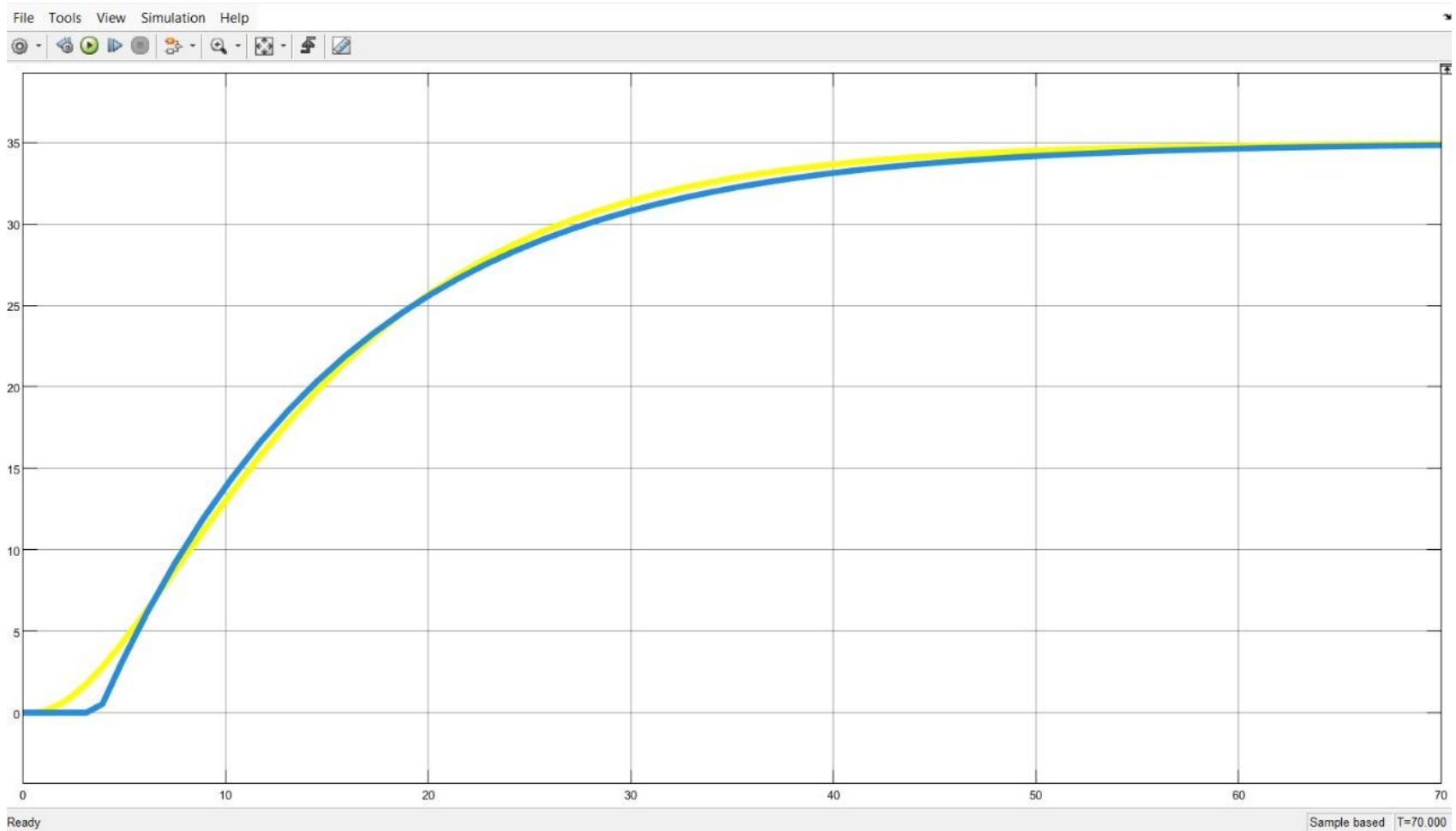
Metodología

Debido a que la aproximación que se obtuvo por el método de Ziegler-Nichols no era lo suficientemente precisa, fue necesario ajustar los valores de theta y tau, los cuales nos permitieron obtener una respuesta más exacta a la esperada; consiguiendo así el modelo ajustado de la planta.

$$G(s) = \frac{3.5e^{-3.72s}}{12.38s+1}$$

Identificación Gráfica Ajustada

Respuesta modelo de primer orden ajustado vs planta real



Control PID analógico

Sintonización del lazo de control basada en el modelo de identificación gráfica ajustado

Teta	Tau	K
3.72	12.38	3.5

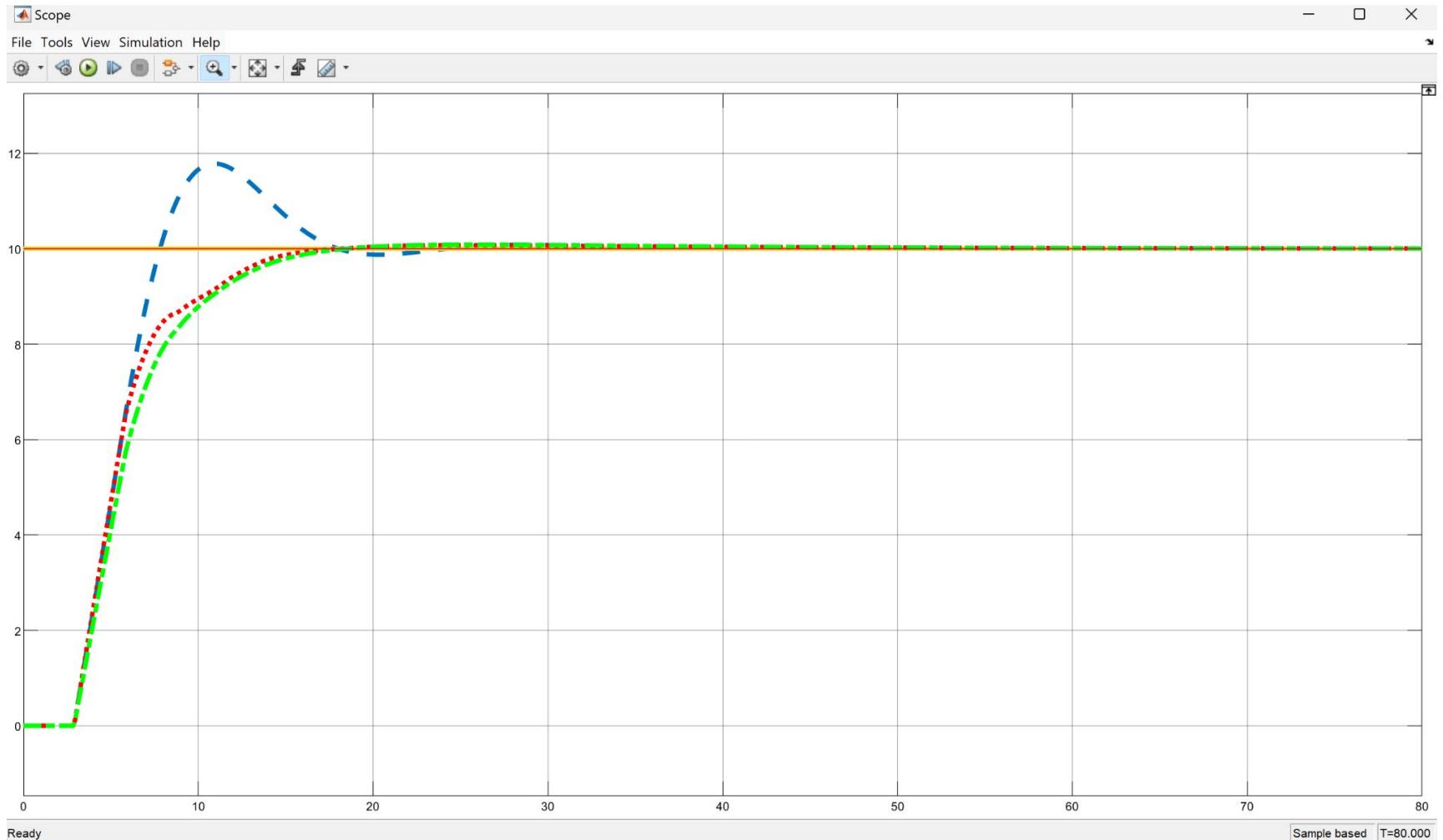
PID						
	PERTURBACION			REFERENCIA		
	ISE	IAE	ITAE		IAE	ITAE
Kc	1.33055	1.24082	1.21064	Kc	0.88213	0.77076
Tau i	4.44974	5.72948	6.05399	Tau i	17.6621	16.4665
Tau d	2.06823	1.52073	1.42587	Tau d	1.43559	1.24757

PI	
Ziegler & Nichols	
Kc	0.85576
Tau i	12.3876

Respuesta de Control PID en el Modelo de Planta

Sintonización basada en los criterios de

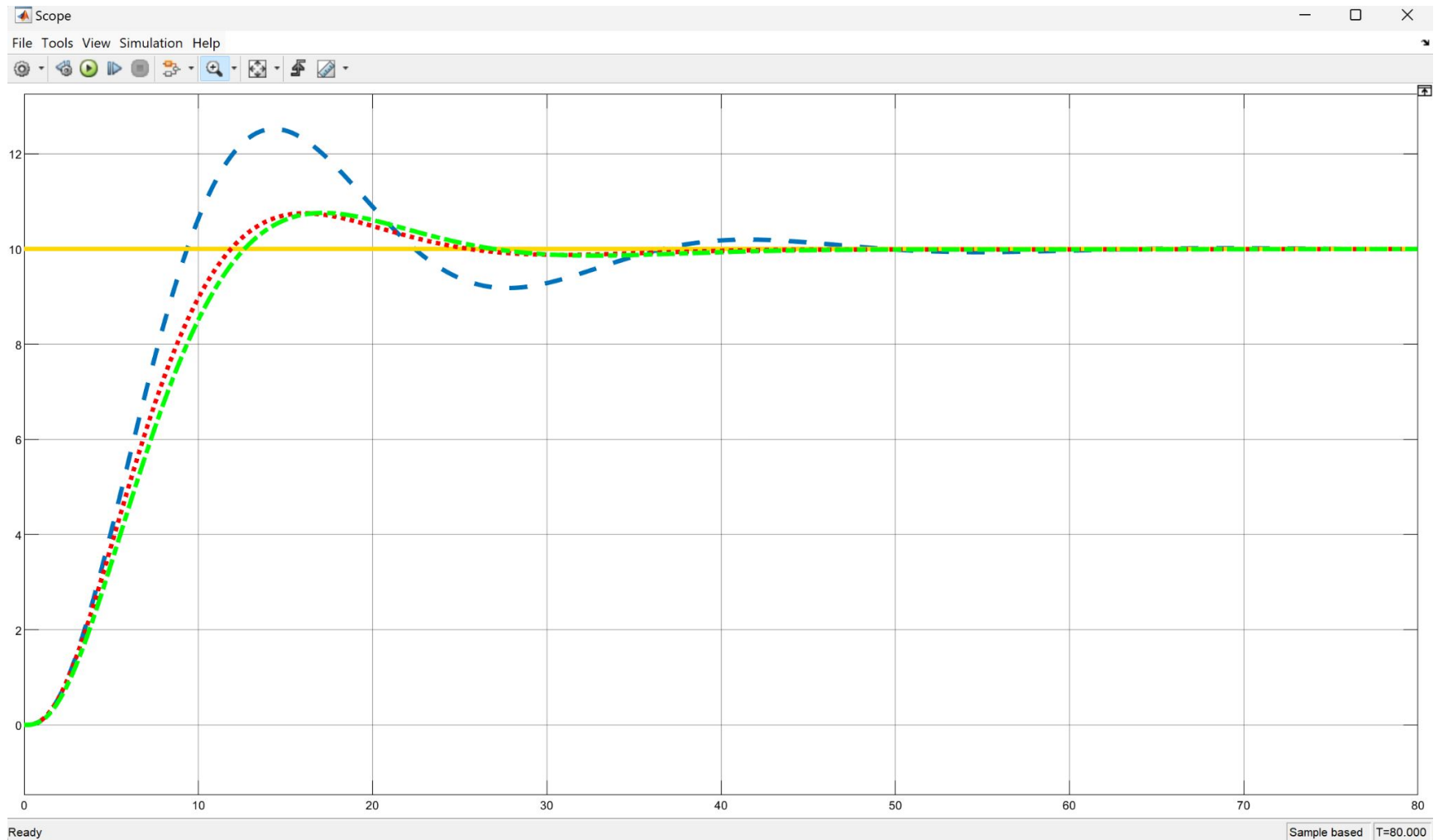
IAE, ITAE, ZN: Referencia (Modelo planta ajustado)



Respuesta del Control PID (Planta real)

Sintonización basada en lo criterios de

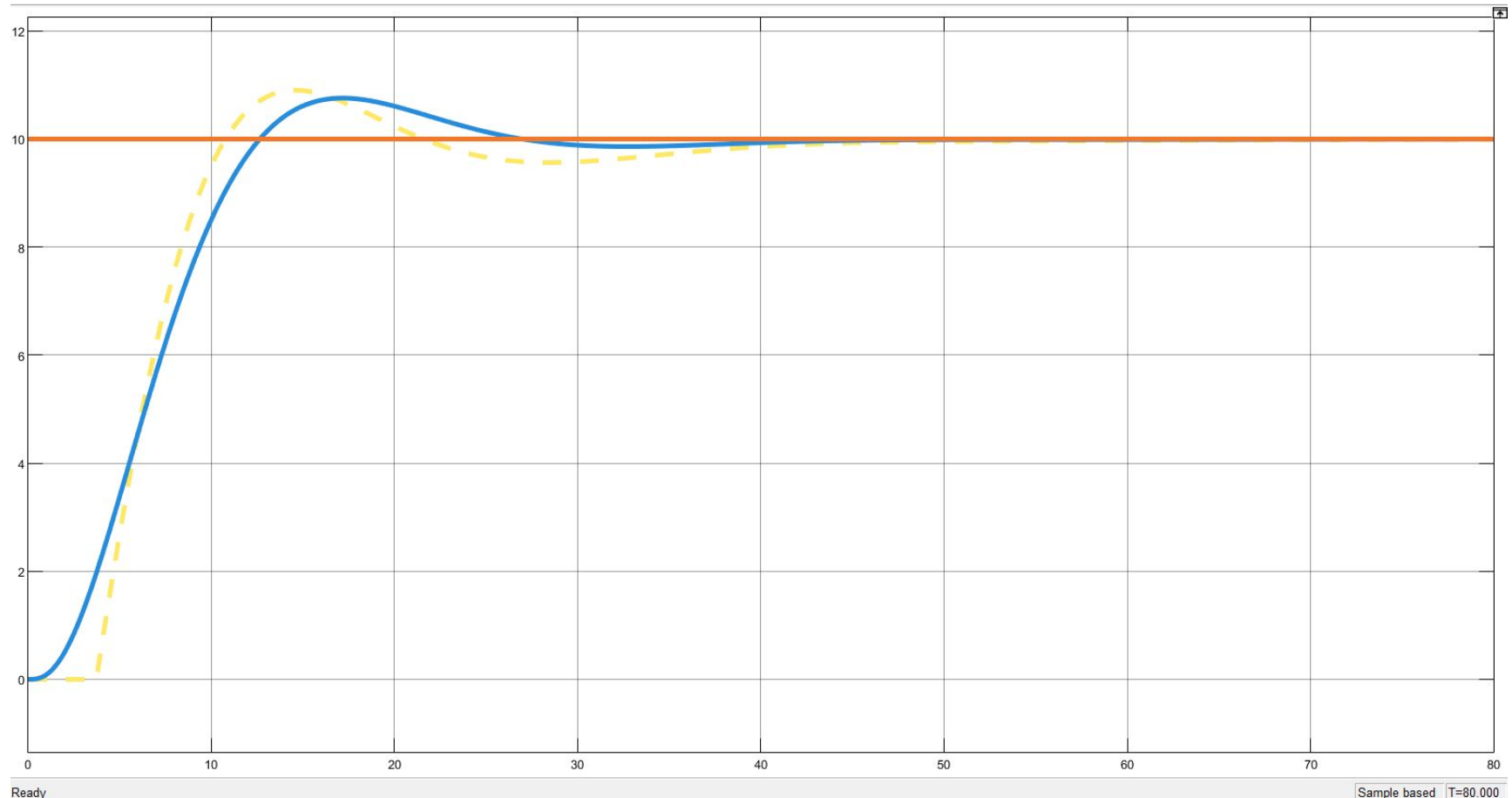
IAE, ITAE, ZN: Referencia (Modelo planta ajustado)



Respuesta del Control PID

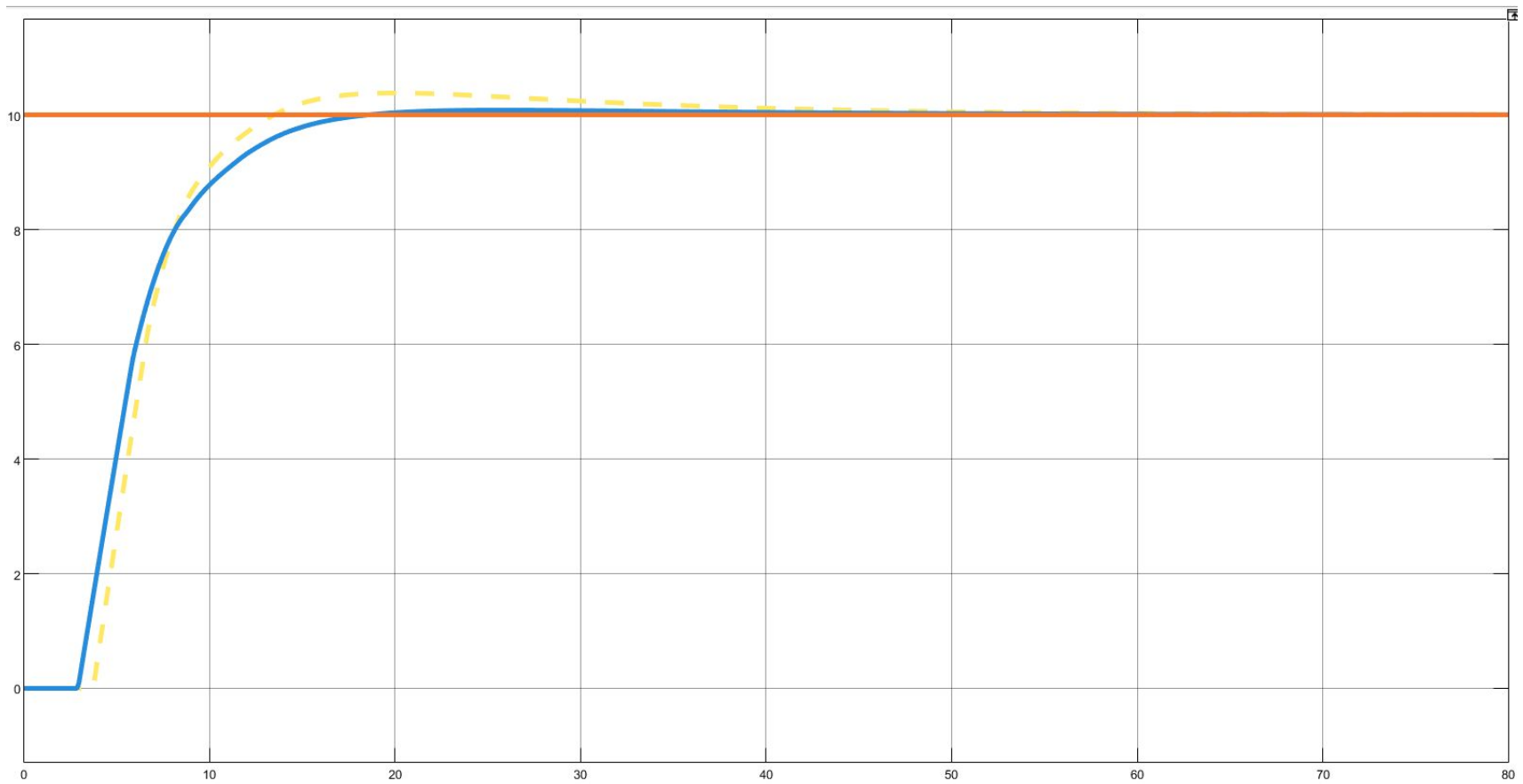
Sintonización basada en el criterio ITAE Referencia

(Modelo planta Ident gráfica ajustada vs Planta real)



Respuesta comparativa Control PID en Planta Real

Sintonización criterio ITAE Referencia basada en el Modelo Identificado vs Modelo ajustado





Análisis de resultados

En base a las gráficas obtenidas, se logra observar que los 3 criterios de sintonización, es decir, ITAE, IAE y Ziegler-Nichols, logran llegar a un punto de estabilidad; sin embargo, nosotros como equipo consideramos que el mejor criterio de sintonización para esta planta/intercambiador de calor es aquel que tenga sobre impulsos suaves y, a su vez, consiga la estabilidad en el menor tiempo posible.

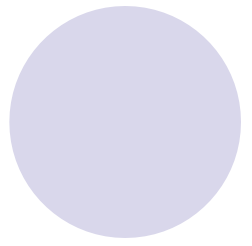
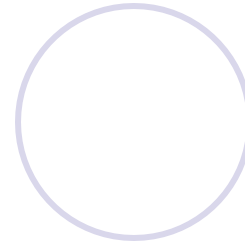
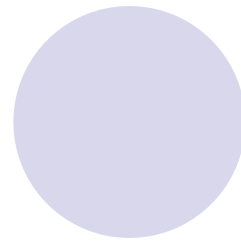
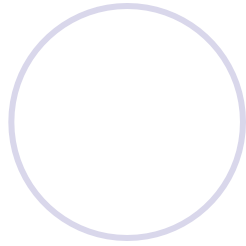
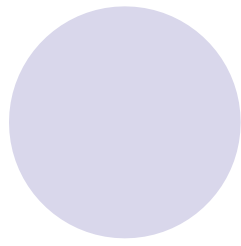
Sabiendo esto, logramos ver que el criterio de sintonización que mejor cumplió dichas observaciones es el ITAE, esto debido a que el criterio ITAE tiende a penalizar más los errores a largo plazo, lo que resulta en correcciones más suaves y progresivas, sin generar grandes sobre impulsos. Además, al ponderar el error con respecto al tiempo, el ITAE permite que el sistema alcance la estabilidad de manera eficiente y en menor tiempo en comparación con los otros métodos evaluados. Esto lo convierte en la opción más adecuada para nuestra planta/intercambiador de calor, ya que optimiza tanto la rapidez de respuesta como la calidad del control, reduciendo la magnitud de las oscilaciones y evitando respuestas abruptas que podrían afectar negativamente el desempeño general del sistema.

Comentarios y Conclusiones Finales

Valeria: Con base en los resultados obtenidos, se puede observar como el controlador PID sintonizado con el criterio ITAE logra un mejor desempeño tanto en el modelo como en la planta real, reduciendo el error y mejorando la estabilidad del sistema de control. Cabe mencionar la importancia del ajuste del modelo, pues por medio de esta actividad nos fue posible analizar cómo es que ligeros ajustes en τ y θ permiten una sintonización más precisa para el controlador, resultando en una respuesta más cercana a la planta real.

Gustavo: En esta actividad logramos observar el desempeño de criterios de sintonización como lo son el ITAE, IAE y Ziegler-Nichols. Gracias a herramientas como Simulink, pudimos simular el modelo de la planta y llegar a la conclusión de que el mejor criterio de sintonización para esta planta es el ITAE, ya que a medida que el tiempo avanza, la corrección se vuelve más severa, lo que permite alcanzar la estabilidad de manera más rápida. Además, fue crucial realizar ajustes, pues esto nos permitió obtener una sintonización más precisa, lo cual resultó en un mejor rendimiento del sistema, con una respuesta más eficiente y controlada, logrando minimizar los errores.

Luisa: Después de analizar los resultados obtenidos previamente se puede llegar a la conclusión de que el controlador PID optimizado con el criterio ITAE presenta un rendimiento superior como se observa tanto en las simulaciones como en la planta real. Aquí se puede observar una disminución considerable del error y una mejora en la estabilización del sistema. Los ajustes en los parámetros de Tau y Theta han permitido una sintonización más efectiva del controlados lo que tiene repercusión en que la respuesta del sistema se pueda alinear mejor con el comportamiento de la planta



**Discretización del modelo analógico del
Intercambiador de Calor y simulación
de sistema de control PID digital
mediante la discretización del mejor
control PID analógico obtenido**

Discretización del modelo de la planta

Técnica por retención de orden cero (T=3seg.)

- **Planta analógica**

$$G(s) = \frac{3.5e^{-3.72s}}{12.38s+1}$$

- **Equivalente discreto de la planta:**

$$G_c(z) = \frac{0.588(z+0.281)}{z^2(z-0.785)}$$

Procedimiento

Discretización del modelo de la planta

$$d = \frac{\theta'}{T} = \frac{3.72}{3} = 1.24 \rightarrow \text{Caso 2}$$

$$d = \text{trunc}(1.24) = 1$$

$$\Theta = \theta' - dT = 3.72 - (1)(3) = 0.72$$

$$m = 1 - \frac{\Theta}{T} = 1 - \frac{0.72}{3} = 0.76$$

$$G_c(z) = (1 - z^{-1})z^{-d} Zm\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$G_c(z) = (1 - z^{-1})z^{-1} Zm\left\{\frac{3.5e^{-3.72s}}{s(12.38s+1)}\right\}$$

$$G_c(z) = (1 - z^{-1})z^{-1} \left(\frac{3.5}{12.38}\right) Zm\left\{\frac{1}{s(s+\frac{1}{12.38})}\right\}$$

Resultado en Program CC

$$g1(s) = \frac{3.5}{12.38s+1}$$

```
CC>convert
CC>gd=convert(g1,8,3,3.72)
CC>gd=convert(g1,8,3,3.72)
CC>gd
```

$$gd(z) = \frac{0.5887(z+0.2794)}{z^2(z-0.7848)}$$

Transformada Z modificada

$$\frac{z^{-1}}{a} \left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{e^{-amT}}{1-e^{-aT}z^{-1}} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{e^{-\left(\frac{1}{12.38}\right)(0.76)(3)}}{1-e^{-\left(\frac{1}{12.38}\right)(3)}z^{-1}} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{e^{-0.184}}{1-e^{-0.242}z^{-1}} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{1-e^{-0.242}z^{-1} - (e^{-0.184} - e^{-0.184}z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-e^{-0.242}z^{-1})} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{1-e^{-0.242}z^{-1} - e^{-0.184} + e^{-0.184}z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-e^{-0.242}z^{-1})} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{1-0.785z^{-1} - 0.832 + 0.832z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-0.785z^{-1})} \right)$$

$$12.38z^{-1} \left(\frac{0.047z^{-1} - 0.168}{(1-z^{-1})(1-0.785z^{-1})} \right)$$

Sustitución en ecuación original

$$G_c(z) = (1 - z^{-1})z^{-1} \left(\frac{3.5}{12.38}\right) \left[12.38z^{-1} \left(\frac{0.047z^{-1} - 0.168}{(1-z^{-1})(1-0.785z^{-1})} \right) \right]$$

$$G_c(z) = 3.5z^{-1} \left[z^{-1} \left(\frac{0.047z^{-1} - 0.168}{(1-0.785z^{-1})} \right) \right]$$

$$G_c(z) = 3.5z^{-1} \left[\frac{0.047z^{-2} - 0.168z^{-1}}{(1-0.785z^{-1})} \right]$$

$$G_c(z) = \frac{0.165z^{-3} - 0.588z^{-2}}{1-0.785z^{-1}}$$

$$G_c(z) = \frac{0.588(z+0.281)}{z^2(z-0.785)}$$

Discretización del Control PID obtenido

Técnica de Integración Trapezoidal (T=3seg.)

- **Control PID analógico**

$$G_c(s) = 0.77076 \left[1 + \frac{1}{16.4665s} + 1.24757s \right]$$

- **Equivalente PID discreto
(Tustin/bilineal):**

$$G_c(z) = \frac{1.3058z^2 - 0.5519z + 0.362}{0.667z^2 - 0.667}$$

Procedimiento

Discretización del Control PID obtenido

$$G_c(z) = k_c \left[1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right] = \frac{K_p s + \frac{K_p}{\tau_i} + \tau_d s^2}{s}$$

$$s = \frac{2}{T} * \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2(1-z^{-1})}{3(1+z^{-1})}$$

Tomando los valores obtenidos con la sintonización de PID ITAE...

$$K_p = 0.77076$$

$$\tau_i = 16.4665$$

$$\tau_d = 1.24757$$

$$G_c(z) = \frac{0.77076s + \frac{0.4909}{16.4665} + 1.24757s^2}{s}$$

Sustituyendo s

$$G_c(z) = \frac{0.77076 \left(\frac{2(1-z^{-1})}{3(1+z^{-1})} \right) + 0.0279 + 1.24757 \left(\frac{2(1-z^{-1})}{3(1+z^{-1})} \right)^2}{\frac{2(1-z^{-1})}{3(1+z^{-1})}}$$

Al multiplicar por $\frac{(z+1)^2}{(z+1)^2} \dots$

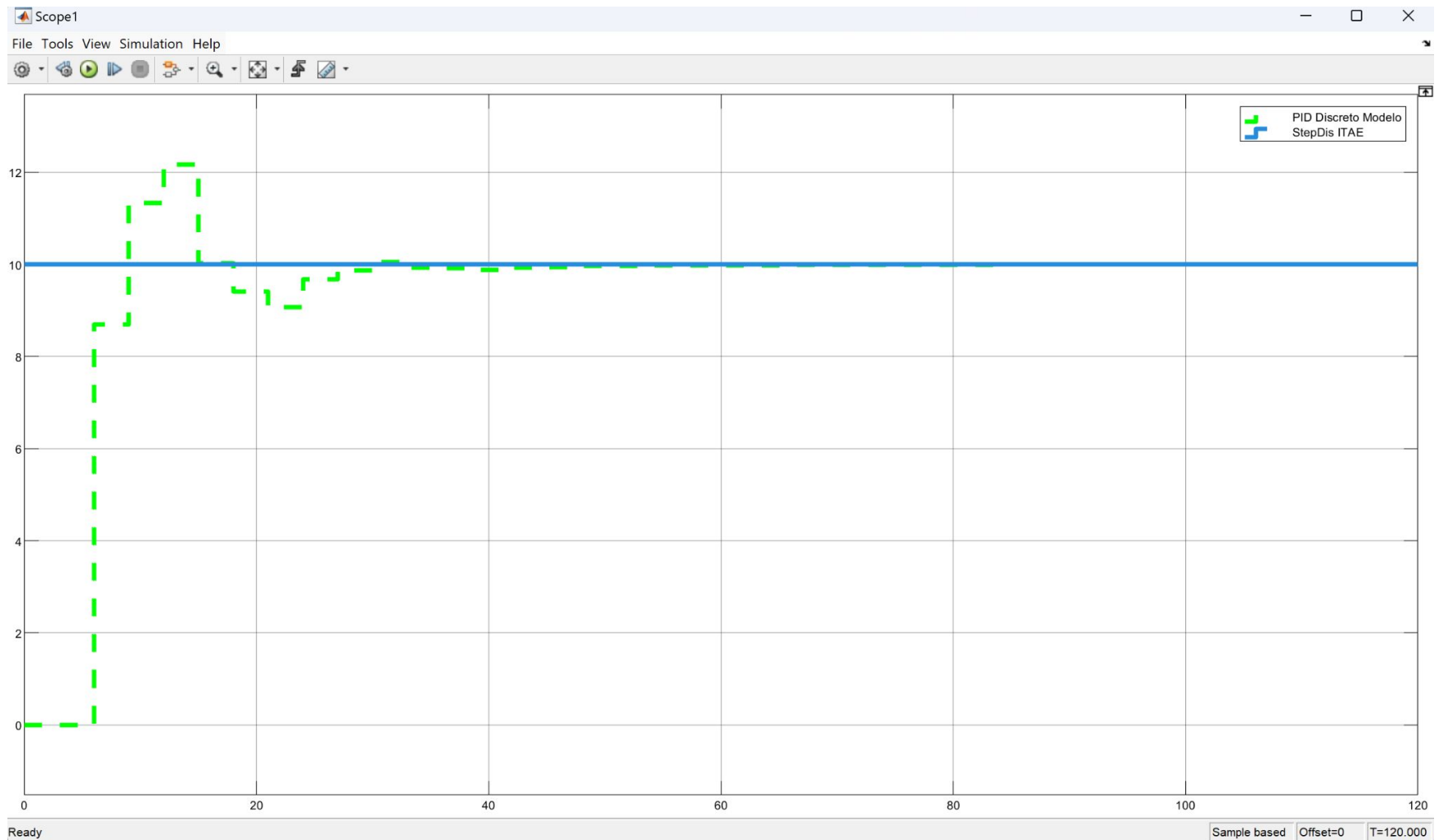
$$G_c(z) = \frac{0.7076(z+1)(0.667z-0.667) + 0.279(z+1)^2 + 1.247(0.667z-0.667)^2}{(z+1)(0.667z-0.667)}$$

$$G_c(z) = \frac{(0.4719z^2 - 0.4719) + (0.279z^2 + 0.558z + 0.279) + (0.5549z^2 - 1.1099z + 0.5549)}{(z+1)(0.667z-0.667)}$$

$$G_c(z) = \frac{1.3058z^2 - 0.5519z + 0.362}{0.667z^2 - 0.667}$$

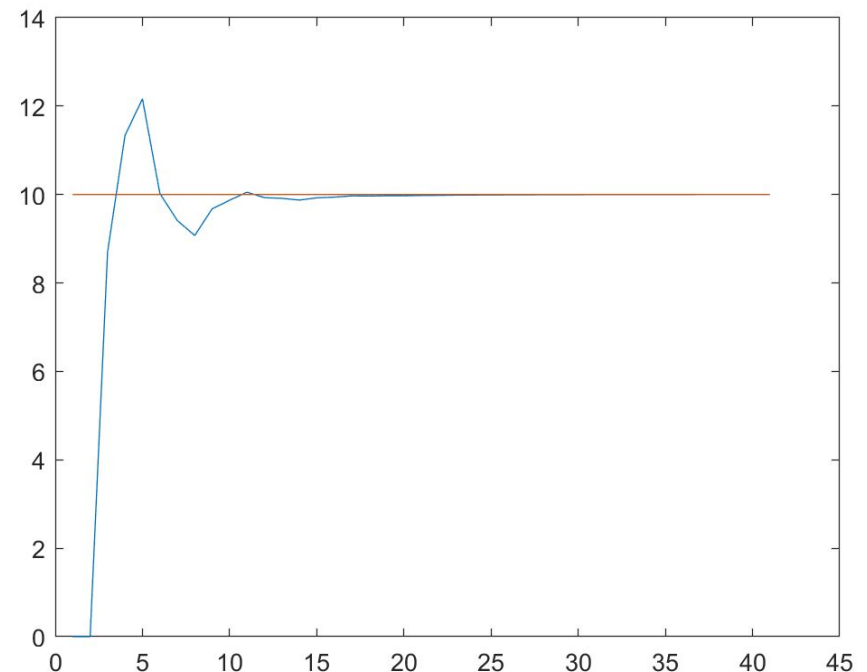
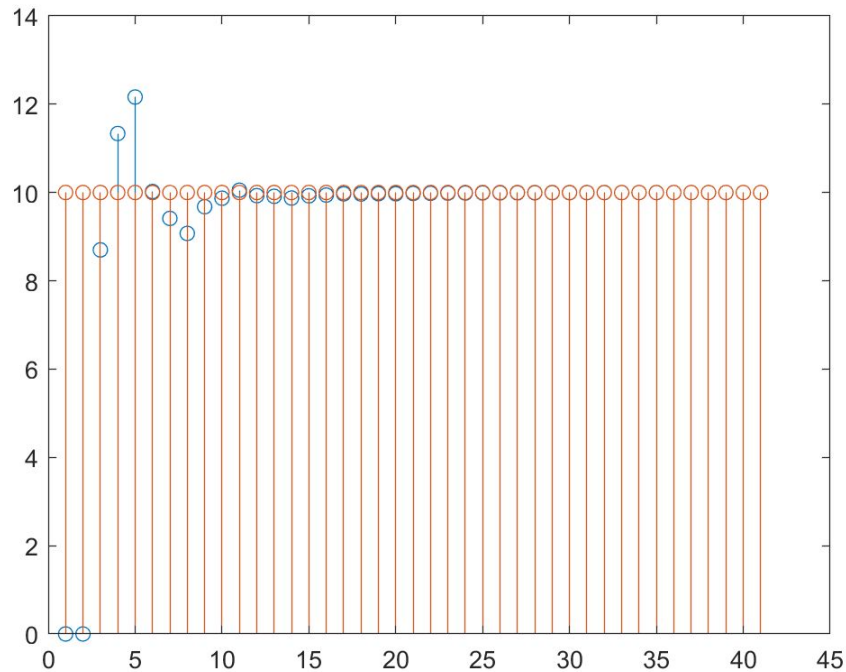
Respuesta Control PID Discreto (Modelo)

Equivalente discreto PID del control de Temperatura



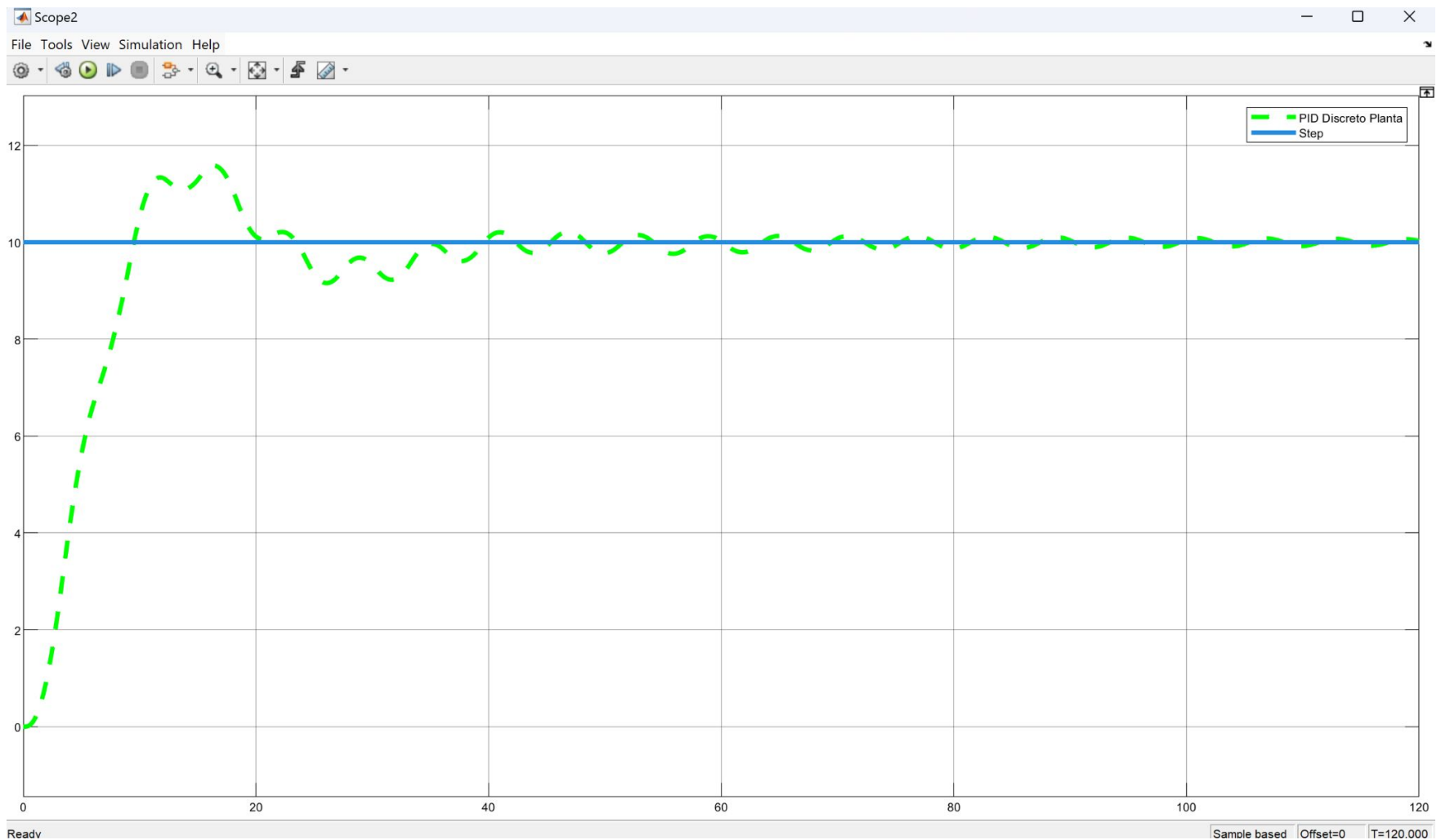
Respuesta Control PID Discreto (Modelo)

Equivalente discreto PID del control de Temperatura



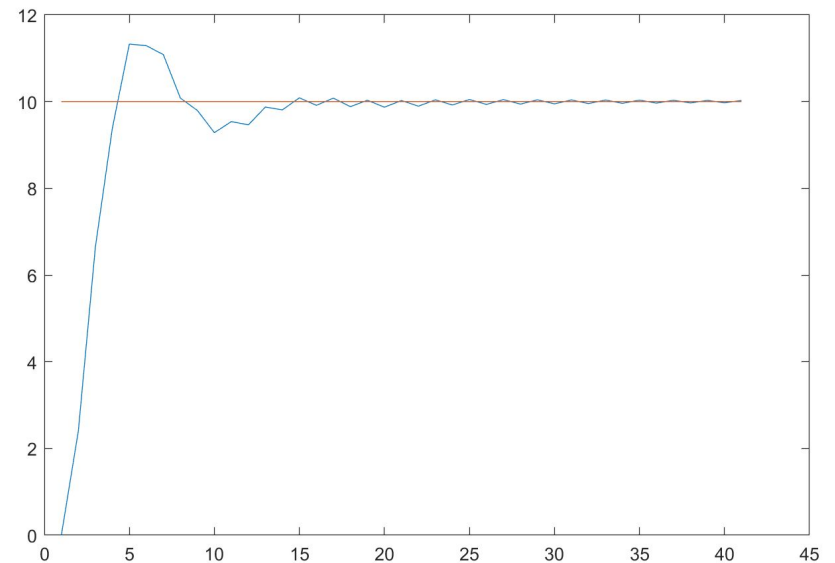
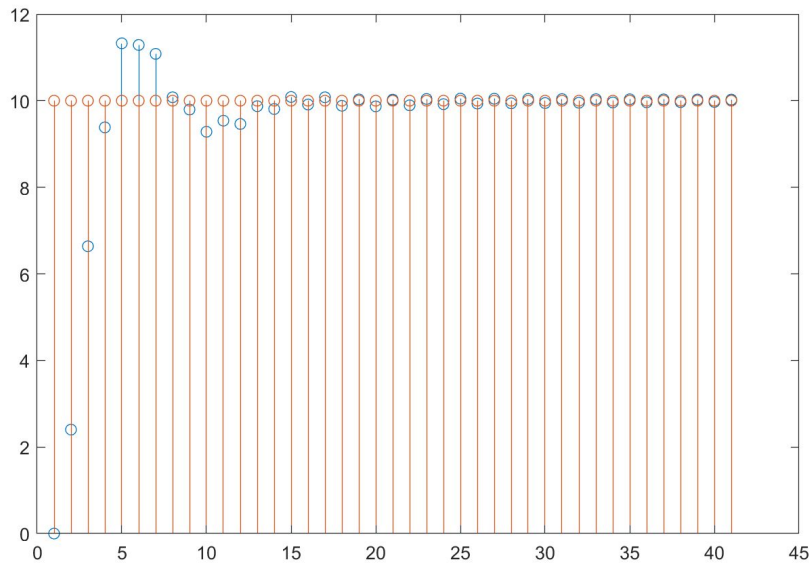
Respuesta Control PID Discreto (Planta)

Equivalente discreto PID del control de Temperatura



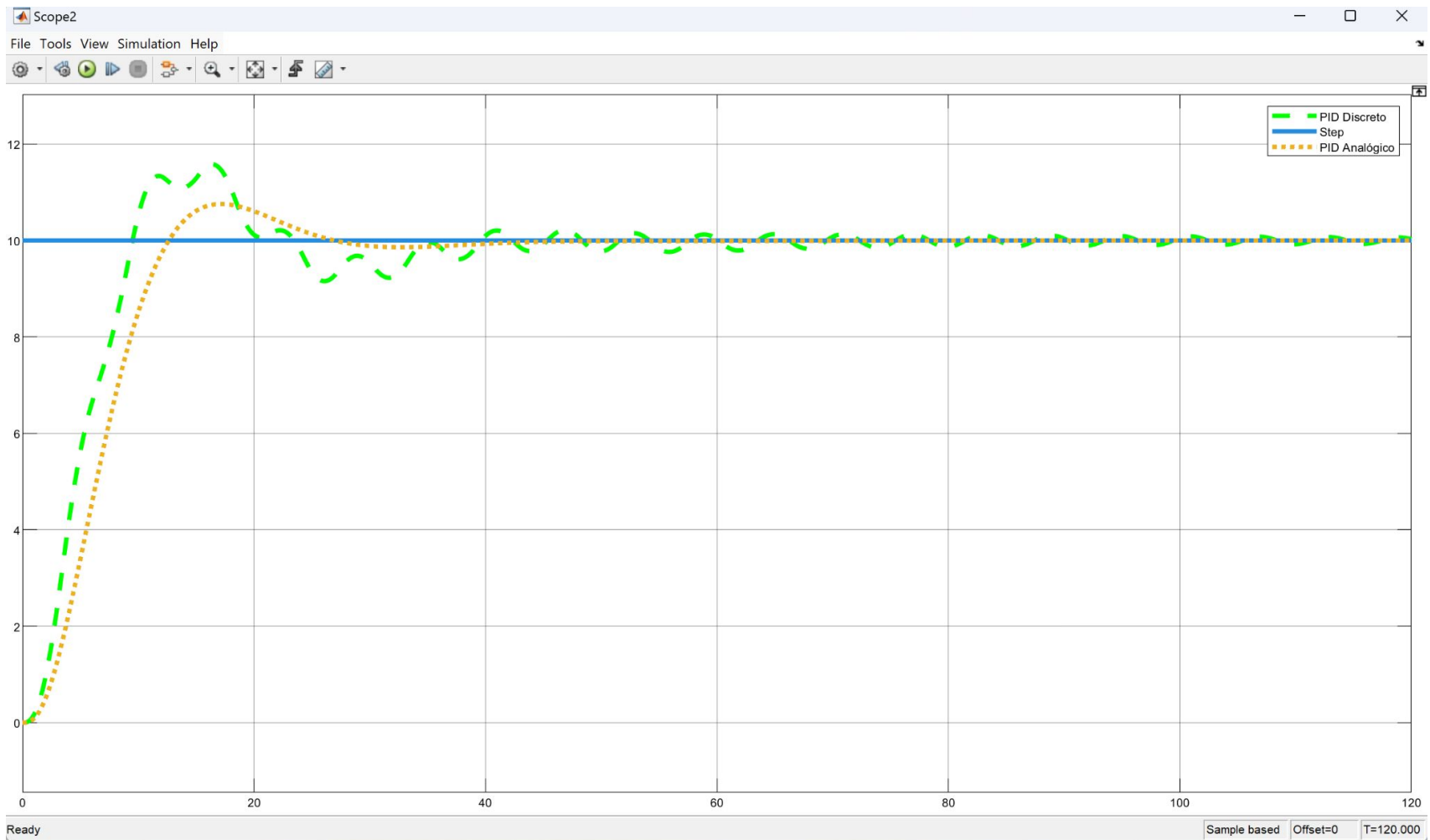
Respuesta Control PID Discreto (Planta)

Equivalente discreto PID del control de Temperatura



Comparativo Control de Temperatura

PID analógico y eq. discreto control de Temperatura



Conclusiones en la solución del control analógico y digital de la situación problema

Valeria: Gracias a esta situación problema, logré demostrar los aprendizajes que adquirí al momento de cursar esta unidad de formación, en donde entre mi equipo y yo tuvimos que realizar varias pruebas al igual que utilizar distintos criterios de sintonización en donde pudimos observar que el ITAE fue el que mejor funcionó ya que conforme avanza en el tiempo, la corrección es más severa. Así mismo, al momento de tener que pasar a tiempo discreto, logramos demostrar cómo es pasar de transformada Laplace a transformada Z, esto permitiéndonos ir de tiempo continuo a tiempo discreto. Finalmente, se puede observar cómo es que ambos PIDs funcionan respecto a la planta y dependiendo de las necesidades que se tienen, considero que es el PID que más les conviene.

Gustavo: Gracias a esta situación problema, no solo aprendí a implementar y sintonizar un controlador PID para una planta, sino también a evaluar distintos métodos de sintonización como Ziegler-Nichols, IAE e ITAE, donde ITAE resultó ser el más eficiente. Además, comprendí la importancia de la Transformada Z para trabajar en tiempo discreto, permitiendo diseñar controladores que se ajustan a sistemas digitales. También aprendí a utilizar softwares como Matlab y Simulink para poder simular y analizar el comportamiento de los controladores. Finalmente, esto me permitió comparar los controladores PID discretos y analógicos, entendiendo que, si la planta no requiere un muestreo continuo o una respuesta extremadamente precisa, un PID discreto puede ser más eficiente.

Luisa: Durante esta actividad se trabajó en la implementación de un controlador PID en sus versiones tanto analógica como digital y esté aplicado al control de la temperatura en un intercambiador de calor. Este ajuste se llevó a cabo basándose en un modelo del sistema utilizando los criterios de sintonización vistos como lo fue el ITAE. Posteriormente, se llevó a cabo un análisis de resultados en los cuales se observó el modelo y la planta real lo que nos llevó a realizar varias observaciones para mejorar el desempeño del sistema. Considero que este ejercicio me ayudó de una manera significativa debido a que pude apreciar de una mejor manera las similitudes y diferencias entre los enfoques de control. Asimismo considero que a través de este proceso de discretización y al aplicar la transformada Z pude observar que a pesar de la complejidad de las fórmulas, los resultados de los sistemas cuentan con una coherencia entre ellos lo que refuerza los conocimientos vistos en clase y me ayuda a comprender de una manera más práctica la conexión que existe entre la teoría y la práctica en este ámbito.