Trabalho Prático de Otimização - Parte 1

Gustavo Henrique da Silva Barbosa   Pietro Polinari Cavassin

8 de Abril de 2022

1 O Problema

- Uma empresa de transporte recebeu uma carga a ser transportada. A carga tem n itens, $I_1, I_2, \ldots, I_n$, cada um com seu peso w_i, para $1 \leq i \leq n$, em kg
- A empresa tem apenas um caminhão com capacidade máxima de carga C kg, que fará uma ou mais viagens.
- As viagens recebem números de 1 a k, onde k é o número de viagens feitas.
- Determinamos a função v, onde $v(i)$ é a viagem onde foi transportado o item I_i.
- Para cada par ordenado (a, b) entregue pelo cliente é determinada a restrição $v(a) < v(b)$.
- A tarefa é decidir quais itens vão em que viagem de forma a minimizar o número de viagens.

2 Modelagem

$$\min \sum_{j=1}^{n} y_j$$

S.A

$$\sum_{i=1}^{n} M_{ij} \cdot w_i \leq C \cdot y_j, \qquad \text{para todo } j \in \mathbb{N},\ 1 \leq j \leq n \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} M_{ij} = 1, \qquad \text{para todo } i \in \mathbb{N},\ 1 \leq i \leq n \tag{2}$$

Para cada par ordenado (a, b):

$$\sum_{j=1}^{p} M_{aj} \leq \sum_{j=1}^{p} M_{bj}, \qquad \text{para todo } p \in \mathbb{N},\ 1 \leq p \leq n \tag{3}$$

$$M_{aj} + M_{bj} \leq 1, \qquad \text{para todo } j \in \mathbb{N},\ i \leq j \leq n \tag{4}$$

Restrições de valor:

$$0 \leq M_{ij} \leq 1, \qquad \text{para todo } 1 \leq i, j \leq n \tag{5}$$

$$0 \leq y_j \leq 1, \qquad \text{para todo } 1 \leq j \leq n \tag{6}$$

Na modelagem, y_j terá valor 0 se a viagem j não for feita e 1 caso contrário. M_{ij} terá valor 0 se o item i será transportado na viagem j e 0, caso contrário. Importante lembrar que na programação linear relaxada, valores entre 0 e 1 para essas variáveis são possíveis.

A restrição (1) garante que, para cada viagem j, a soma das cargas a serem transportadas nela será menor ou igual à carga máxima C. A multiplicação por y_j no lado esquerdo transforma a carga máxima em 0, caso a viagem j não seja feita.

A restrição (2) garante que cada item i seja transportado em apenas uma viagem.

A restrição (3) garante que, para um par ordenado (a, b), $v(a) \leq v(b)$. Para uma linha a, $\sum_{j=1}^{p} M_{aj}$ será 1, caso $v(a) <= p$ e 0, caso contrário. Portanto, a restrição (3) indica que $v(a) \leq v(b)$ (TODO melhorar explicação)

A restrição (4) ainda está errada, tem que arrumar. (TODO)

As restrições (5) e (6) limitam os valores dos itens de M e y entre 0 e 1.

3 Referências

Bin Packing Problem. In: Wikipedia: the free encyclopedia. Disponível em: `https://en.wikipedia.org/wiki/Bin_packing_problem` Acesso em: 12 mar 2022.