

Trabalho Prático de Otimização - Parte 1

Gustavo Henrique da Silva Barbosa Pietro Polinari Cavassin

13 de Abril de 2022

1 O Problema

- Uma empresa de transporte recebeu uma carga a ser transportada. A carga tem n itens, I_1, I_2, \dots, I_n , cada um com seu peso w_i , para $1 \leq i \leq n$, em kg
- A empresa tem apenas um caminhão com capacidade máxima de carga C kg, que fará uma ou mais viagens.
- As viagens recebem números de 1 a k , onde k é o número de viagens feitas.
- Determinamos a função v , onde $v(i)$ é a viagem onde foi transportado o item I_i .
- Para cada par ordenado (a, b) entregue pelo cliente é determinada a restrição $v(a) < v(b)$.
- A tarefa é decidir quais itens vão em que viagem de forma a minimizar o número de viagens.

2 Modelagem

$$\min \sum_{j=1}^n y_j$$

S.A

$$\sum_{i=1}^n M_{ij} \cdot w_i \leq C \cdot y_j, \quad \text{para todo } j \in \mathbb{N}, 1 \leq j \leq n \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} = 1, \quad \text{para todo } i \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

Para cada par ordenado (a, b) :

$$\sum_{j=1}^p M_{aj} \geq \sum_{j=1}^p M_{bj}, \quad \text{para todo } p \in \mathbb{N}, 1 \leq p \leq n \quad (3)$$

$$M_{aj} + M_{bj} \leq 1, \quad \text{para todo } j \in \mathbb{N}, 1 \leq j \leq n \quad (4)$$

Restrições de valor:

$$0 \leq M_{ij} \leq 1, \quad \text{para todo } 1 \leq i, j \leq n \quad (5)$$

$$0 \leq y_j \leq 1, \quad \text{para todo } 1 \leq j \leq n \quad (6)$$

As seguintes variáveis foram utilizadas na modelagem:

- C : carga suportada pelo caminhão
- y_j : vale 0 se a viagem j não for feita e 1 caso contrário.
- M_{ij} : vale 1 se o item i for transportado na viagem j e 0, caso contrário.
- w_i : constante que equivale ao peso do item i .
- n : número de itens a serem transportados pelo caminhão

A restrição (1) garante que, para cada viagem j , a soma das cargas a serem transportadas nela será menor ou igual à carga máxima C . A multiplicação dentro do somatório $(M_{ij} \cdot w_i)$ garante que apenas sejam somados os pesos que serão transportados na viagem j . Da mesma forma, a multiplicação ao lado direito $(C \cdot y_j)$ reduz a carga suportada a 0, caso a viagem j não seja feita ($y_j = 0$).

A restrição (2) garante que cada item i seja transportado em apenas uma viagem, visto que uma linha i corresponde a um item.

A restrição (3) garante que, para um par ordenado (a, b) , $v(a) \leq v(b)$. Isso ocorre, pois para uma dada linha a , A soma dos itens de a entre a coluna 1 e

uma coluna p será 1 caso $v(a) \leq p$ e 0, caso contrário. Portanto, a restrição (3) indica que $v(a) \leq v(b)$

A restrição (4) garante que, para um par ordenado (a, b) , o item a seja transportado na mesma viagem que b . Isso ocorre, pois as colunas representam as viagens, e a soma das linhas a e b em uma mesma coluna não pode passar de 1. Ou seja, ambos os valores não podem ser 1 ao mesmo tempo.

As restrições (5) e (6) limitam os valores dos itens de M e y entre 0 e 1.

3 Instruções de compilação e execução

Para executar o programa, pode ser necessário utilizar a variável de ambiente `LD_LIBRARY_PATH` para especificar o diretório da biblioteca do `lp_solve`. Dessa forma, antes de rodar o programa, copiar a seguinte linha no terminal (dentro do diretório do trabalho):

```
$ export LD_LIBRARY_PATH = .  
Depois, compilar com  
$ make  
e executar com  
$ ./parcial_relaxada < teste_1.in
```

4 Referências

Bin Packing Problem. In: Wikipedia: the free encyclopedia. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Bin_packing_problem Acesso em: 12 mar 2022.