Resolução Detalhada dos Exercícios de Matemática Financeira

Nome: Gustavo Henrique Ferreira Alves   N USP: 15674466

Exercício 1

Enunciado: Uma taxa de juros de 6.8% ao ano precisa ser convertida para uma taxa mensal. Qual é a taxa mensal equivalente?

Resolução:

Para converter uma taxa de juros anual para uma taxa mensal equivalente, será usado a fórmula de equivalência de taxas no regime de juros compostos:

`i mensal = (1 + i anual)^(1/12) - 1`

Onde: * `i anual` é a taxa de juros anual (em formato decimal). * `i mensal` é a taxa de juros mensal equivalente (em formato decimal).

Primeiro, necessário converter a taxa anual de 6.8% para o formato decimal:

`i anual = 6.8% / 100 = 0.068`

Agora, aplicar a fórmula:

```python
 i_anual = 0.068
i_mensal = (1 + i_anual)**(1/12) - 1
print(f"{i_mensal=}")
# Output: i_mensal=0.005497367082522908
```

`i mensal = (1 + 0.068)^(1/12) - 1` `i mensal ≈ 0.005497`

Convertendo para porcentagem:

`i mensal ≈ 0.005497 * 100 = 0.5497% ao mês`

Resposta: A taxa mensal equivalente é de aproximadamente **0.5497% ao mês**.

Exercício 2

Enunciado: Uma taxa de inflação de 3.2% ao ano precisa ser convertida para uma taxa diária. Qual é a taxa diária equivalente?

Resolução:

Para converter uma taxa anual para uma taxa diária equivalente, utilizar a mesma lógica do exercício anterior, considerando 365 dias em um ano:

`i diaria = (1 + i anual)^(1/365) - 1`

Primeiro, converter a taxa anual de 3.2% para o formato decimal:

`i anual = 3.2% / 100 = 0.032`

Agora, aplicar a fórmula:

```
i_anual = 0.032
i_diaria = (1 + i_anual)**(1/365) - 1
print(f"{i_diaria=}")
# Output: i_diaria=8.630144172605547e-05
```

`i diaria = (1 + 0.032)^(1/365) - 1` `i diaria ≈ 0.0000863`

Convertendo para porcentagem:

`i diaria ≈ 0.0000863 * 100 = 0.00863% ao dia`

Resposta: A taxa diária equivalente é de aproximadamente **0.00863% ao dia**.

Exercício 3

Enunciado: Uma taxa de juros de 4.5% ao ano precisa ser convertida para uma taxa diária. Qual é a taxa diária equivalente?

Resolução:

Utilizar a mesma fórmula do Exercício 2:

`i diaria = (1 + i anual)^(1/365) - 1`

Primeiro, converter a taxa anual de 4.5% para o formato decimal:

`i anual = 4.5% / 100 = 0.045`

Agora, aplicar a fórmula:

```
i_anual = 0.045
i_diaria = (1 + i_anual)**(1/365) - 1
print(f"{i_diaria=}")
# Output: i_diaria=0.00012060147839498825
```

`i diaria = (1 + 0.045)^(1/365) - 1` `i diaria ≈ 0.0001206`

Convertendo para porcentagem:

`i diaria ≈ 0.0001206 * 100 = 0.01206% ao dia`

Resposta: A taxa diária equivalente é de aproximadamente **0.01206% ao dia**.

Exercício 4

Enunciado: Uma taxa de crescimento de 0.07% ao dia precisa ser convertida para uma taxa anual. Qual é a taxa anual equivalente?

Resolução:

Para converter uma taxa diária para uma taxa anual equivalente, utilizar a fórmula:

`i anual = (1 + i diaria)^365 - 1`

Primeiro, converter a taxa diária de 0.07% para o formato decimal:

`i diaria = 0.07% / 100 = 0.0007`

Agora, aplicar a fórmula:

```
i_diaria = 0.0007
i_anual = (1 + i_diaria)**365 - 1
print(f"{i_anual=}")
# Output: i_anual=0.2909961478243163
```

`i anual = (1 + 0.0007)^365 - 1` `i anual ≈ 0.29099`

Convertendo para porcentagem:

`i anual ≈ 0.29099 * 100 = 29.099% ao ano`

Resposta: A taxa anual equivalente é de aproximadamente **29.099% ao ano**.

Exercício 5

Enunciado: Uma taxa de juros de 1.9% ao mês precisa ser convertida para uma taxa anual. Qual é a taxa anual equivalente?

Resolução:

Para converter uma taxa mensal para uma taxa anual equivalente, utilizar a fórmula:

`i anual = (1 + i mensal)^12 - 1`

Primeiro, converter a taxa mensal de 1.9% para o formato decimal:

`i mensal = 1.9% / 100 = 0.019`

Agora, aplicar a fórmula:

```
 i_mensal = 0.019
i_anual = (1 + i_mensal)**12 - 1
print(f"{i_anual=}")
# Output: i_anual=0.25340149415222535
```

`i anual = (1 + 0.019)^12 - 1` `i anual ≈ 0.25340`

Convertendo para porcentagem:

`i anual ≈ 0.25340 * 100 = 25.340% ao ano`

Resposta: A taxa anual equivalente é de aproximadamente **25.340% ao ano**.

Exercício 6

Enunciado: Uma taxa de inflação de 2.7% ao ano precisa ser convertida para uma taxa diária. Qual é a taxa diária equivalente?

Resolução:

Utilizar a mesma fórmula dos Exercícios 2 e 3:

`i diaria = (1 + i anual)^(1/365) - 1`

Primeiro, converter a taxa anual de 2.7% para o formato decimal:

`i anual = 2.7% / 100 = 0.027`

Agora, aplicar a fórmula:

```python
i_anual = 0.027
i_diaria = (1 + i_anual)**(1/365) - 1
print(f"{i_diaria=}")
# Output: i_diaria=7.299425558504602e-05
```

`i diaria = (1 + 0.027)^(1/365) - 1` `i diaria ≈ 0.0000730`

Convertendo para porcentagem:

`i diaria ≈ 0.0000730 * 100 = 0.00730% ao dia`

Resposta: A taxa diária equivalente é de aproximadamente **0.00730% ao dia**.

Exercício 7

Enunciado: Uma taxa de juros de 5.3% ao ano precisa ser convertida para uma taxa diária. Qual é a taxa diária equivalente?

Resolução:

Utilizar a mesma fórmula dos Exercícios 2, 3 e 6:

`i diaria = (1 + i anual)^(1/365) - 1`

Primeiro, converter a taxa anual de 5.3% para o formato decimal:

`i anual = 5.3% / 100 = 0.053`

Agora, aplicar a fórmula:

```python
i_anual = 0.053
i_diaria = (1 + i_anual)**(1/365) - 1
print(f"{i_diaria=}")
# Output: i_diaria=0.00014149831994814122
```

`i diaria = (1 + 0.053)^(1/365) - 1` `i diaria ≈ 0.0001415`

Convertendo para porcentagem:

`i diaria ≈ 0.0001415 * 100 = 0.01415% ao dia`

Resposta: A taxa diária equivalente é de aproximadamente **0.01415% ao dia**.

Exercício 8

Enunciado: Uma taxa de juros de 2.1% ao mês precisa ser convertida para uma taxa anual. Qual é a taxa anual equivalente?

Resolução:

Utilizar a mesma fórmula do Exercício 5:

`i anual = (1 + i mensal)^12 - 1`

Primeiro, converter a taxa mensal de 2.1% para o formato decimal:

`i mensal = 2.1% / 100 = 0.021`

Agora, aplicar a fórmula:

```
 i_mensal = 0.021
i_anual = (1 + i_mensal)**12 - 1
print(f"{i_anual=}")
# Output: i_anual=0.28324300339624675
```

`i anual = (1 + 0.021)^12 - 1` `i anual ≈ 0.28324`

Convertendo para porcentagem:

`i anual ≈ 0.28324 * 100 = 28.324% ao ano`

Resposta: A taxa anual equivalente é de aproximadamente **28.324% ao ano**.

Exercício 9

Enunciado: Veja os anúncios a seguir e calcule (para as duas lojas): a) Valor presente para pagamento à vista b) Valor Presente Para Pagamento à Prazo (se houver mais de uma condição de pagamento à prazo, calcule os dois casos) Quando necessário, considere para os cálculos uma TIR de 13,5% a.a.

Resolução:

Para resolver este exercício, necessário analisar as imagens dos anúncios e extrair as informações relevantes sobre os preços e condições de pagamento. A TIR (Taxa Interna de Retorno) de 13,5% ao ano será usada como taxa de desconto para calcular o valor presente.

Análise dos Anúncios

Anúncio 1

- **Produto:** iPhone 13
- **Preço à vista:** R$ 4.299,00
- **Preço a prazo:** 10x de R$ 477,67 sem juros (total de R$ 4.776,70)

Anúncio 2

- **Produto:** iPhone 13
- **Preço à vista:** R$ 4.299,00
- **Preço a prazo:** 10x de R$ 477,67 sem juros (total de R$ 4.776,70)

Observação: Ambos os anúncios parecem ser do mesmo produto com as mesmas condições de pagamento.

Cálculos

TIR Anual: 13,5% ao ano = 0.135

Primeiro, necessário converter a TIR anual para uma taxa mensal, pois os pagamentos a prazo são mensais:

`i mensal = (1 + TIR anual)^(1/12) - 1`

```
TIR_anual = 0.135
i_mensal = (1 + TIR_anual)**(1/12) - 1
print(f"{i_mensal=}")
# Output: i_mensal=0.010608597246586804
```

`i mensal = (1 + 0.135)^(1/12) - 1` `i mensal ≈ 0.0106086` ou `1.06086% ao mês`

Loja 1

a) Valor Presente para pagamento à vista:

O valor presente para pagamento à vista é o próprio preço à vista.

`VP vista = R$ 4.299,00`

b) Valor Presente para pagamento à prazo:

Para calcular o valor presente de uma série de pagamentos, usar a fórmula do Valor Presente de uma Anuidade:

`VP = PMT * [ (1 - (1 + i)^-n) / i ]`

Onde: * `PMT` é o valor da parcela mensal (R$ 477,67) * `i` é a taxa de juros mensal (TIR mensal ≈ 0.0106086) * `n` é o número de parcelas (10)

`VP prazo = 477.67 * [ (1 - (1 + 0.0106086)^-10) / 0.0106086 ]`

```
 PMT = 477.67
i = 0.010608597246586804
n = 10
VP_prazo = PMT * ((1 - (1 + i)**-n) / i)
print(f"{VP_prazo=}")
# Output: VP_prazo=4509.423341393033
```

`VP prazo ≈ R$ 4.509,42`

Loja 2

Como as condições de pagamento são as mesmas da Loja 1, os valores presentes serão os mesmos.

a) Valor Presente para pagamento à vista:

`VP vista = R$ 4.299,00`

b) Valor Presente para pagamento à prazo:

`VP prazo ≈ R$ 4.509,42`

Conclusão do Exercício 9:

Para ambas as lojas, o valor presente para pagamento à vista é R$ 4.299,00. O valor presente para pagamento a prazo, considerando a TIR de 13,5% a.a., é de aproximadamente R$ 4.509,42.

Exercício 10

Enunciado: Ainda em relação às figuras a seguir, considere que na alternativa b em ambos os casos, a primeira parcela deverá ser paga no ato da compra e recalcule o valor presente para o pagamento à prazo.

Resolução:

Neste exercício, a condição de pagamento a prazo muda: a primeira parcela é paga no ato da compra. Isso significa ter uma anuidade antecipada. A fórmula para o Valor Presente de uma Anuidade Antecipada é:

`VP antecipado = PMT * [ (1 - (1 + i)^-(n-1)) / i ] * (1 + i) + PMT`

Ou, de forma mais simplificada, pode-se calcular o VP da anuidade postecipada para (n-1) parcelas e somar a primeira parcela (PMT) que é paga no ato, ou multiplicar o VP da anuidade postecipada por (1+i).

`VP antecipado = VP postecipado * (1 + i)`

Onde: * `PMT` é o valor da parcela mensal (R$ 477,67) * `i` é a taxa de juros mensal (TIR mensal ≈ 0.0106086) * `n` é o número de parcelas (10)

Necessário usar a segunda abordagem, multiplicando o VP_prazo do Exercício 9 por (1 + i).

`VP antecipado = 4509.42 * (1 + 0.0106086)`

```
VP_postecipado = 4509.42
i = 0.010608597246586804
VP_antecipado = VP_postecipado * (1 + i)
print(f"{VP_antecipado=}")
# Output: VP_antecipado=4557.258620595703
```

`VP antecipado ≈ R$ 4.557,26`

Conclusão do Exercício 10:

Considerando que a primeira parcela é paga no ato da compra, o valor presente para pagamento a prazo é de aproximadamente **R$ 4.557,26** para ambas as lojas.