Lista 3 - Estatística

Gustavo Lopes Rodrigues

2021

Fórmulas

$$\text{IC}(1\text{-}\alpha)\% = \bar{x} \pm \text{Z}*\frac{\alpha}{2} * \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$\text{IC}(1\text{-}\alpha)\% = \bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}} \text{ ; * n-1 } \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\text{IC}(1\text{-}\alpha)\% = \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$$

$$\text{n} = \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$$

$$\text{n} = \frac{n}{1+\frac{n}{N}}$$

$$\text{n} = (Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$$

$$\text{T} = \frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{Z} = \frac{\hat{P}-P}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Respostas

1)

a) Amostragem refere-se ao processo ou técnica de escolha e seleção de membros de uma população, ou de um universo estatístico que possam constituir uma amostra.

b) Amostragem aleatória simples é um tipo de amostragem probabilística, onde todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de estarem presentes em uma amostra, já que o método de seleção é um sorteio.

c)
- Aplicar um questionário de satisfação sobre os serviços prestados por uma agência bancária em 10 clientes de um banco de dados de 100 pessoas. Verifica-se que das 100 pessoas 30% sãomulheres e 70% são homens. Delimita-se que dos 10 clientes aserem entrevistados 3 devem ser mulheres e 7 homens.
- Será realizada uma pesquisa com 200 estudantes de uma população de 10 mil. Suponhamos que o grupo de alunos dessa instituição seja composto de 30% de calouros, 30% de estudantes do segundo ano, 20% do terceiro e 20% do último.

d)
- Para obter uma amostra de famílias: selecionar primeiro uma amostra de cidades; selecionar bairros das cidades sorteadas; selecionar quarteirões dos bairros sorteados; selecionar domicílios dos quarteirões sorteados.
- Vamos supor que você esteja trabalhando na campanha eleitoral de um candidato a governador do Distrito Federal. Você pretende enviar uma pesquisa de opinião para saber a intenção de voto dos eleitores. Até agora, você possui as seguintes informações: População a ser analisada: residentes do Distrito Federal. Uma lista das regiões administrativas do Distrito Federal.

e)
- Se a população do estudo contém 2000 estudantes do ensino fundamental e o pesquisador quer uma amostra de 100 estudantes. Os estudantes poderiam ser colocados em uma lista e cada 20º estudante seria selecionado para inclusão na amostra. A fim de evitar o viés humano neste método, o pesquisador deve selecionar o primeiro elemento aleatoriamente.
- Suponhamos um marco amostral de 5.000 indivíduos e desejamos obter uma amostra com 100 deles. Em primeiro lugar, dividimos o marco amostral em 100 fragmentos de 50 indivíduos. Selecionamos um número aleatório entre 1 e 50 para extrair o primeiro indivíduo de forma aleatória: por exemplo o número 24.

2)

a) e = $\frac{Z\_a}{2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

e = 2.0129 * $\frac{0.22}{\sqrt{46}}$

e = 0.0652

b) IC(1-α)%= $\bar{x}$ $\pm$ Z*$\frac{\alpha}{2}$ * $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

IC(95)% = 35.2 $\pm$ 2.0129 * $\frac{0.22}{\sqrt{46}}$

IC(95)% = 35.2 $\pm$ 0.06529290097967679

IC(95)% = [35.1347 ; 35.2652]

3)

a) IC(1-α)%= $\bar{x}$ $\pm$ $\tau_{\frac{\alpha}{2}}$; * n-1 $\frac{S}{\sqrt{n}}$

IC(95)% = 450.95 $\pm$ 2.2622 * $\frac{6.36}{\sqrt{10}}$

IC(95)% = 450.95 $\pm$ 4.55

IC(95)% = [446.4 ; 455.5]

4)

IC(1-α)%= $\hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

IC(95)% = 0.34 $\pm$ 1.96 * $\sqrt{\frac{0.34*(0.66)}{2500}}$

IC(95)% = 0.34 $\pm$ 0.018

IC(95)% = [0.322 ; 0.358]

5)

n = $\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$

n = $\frac{0.6(0.4)}{(\frac{0.02}{1.96})^2}$

n = $\frac{0.24}{0.000104123}$

n = 2304.966241849 $\approx$ 2305

6)

a) n = $\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$

n = $\frac{0.7(0.3)}{(\frac{0.05}{1.645})^2}$

n = $\frac{0.21}{0.000923864}$

n = 227.306183594 $\approx$ 228

n = $\frac{n}{1+\frac{n}{N}}$

n = $\frac{228}{1+\frac{228}{100}}$

n = $\frac{22800}{328}$

n = 69.512195122 $\approx$ 70

b) n = $(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$

n = $(1.96 * \frac{3}{\sqrt{1}})^2$

n = $(5.88)^2$

n = 34.5744 $\approx$ 35

c) n = $\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$

n = $\frac{0.5(0.5)}{(\frac{0.01}{2.576})^2}$

n = $\frac{0.25}{0.00001507}$

n = 6589.25016589 $\approx$ 16590

n = $\frac{n}{1+\frac{n}{N}}$

n = $\frac{16590}{1+\frac{16590}{500}}$

n = $\frac{8295000}{17090}$

n = 85.371562317 $\approx$ 486

7)

a) IC(1-α)%= $\bar{x}$ $\pm$ $\tau_{\frac{\alpha}{2}}$; * n-1 $\frac{S}{\sqrt{n}}$

IC(99)% = 800 $\pm$ 2.576 * $\frac{100}{\sqrt{400}}$

IC(99)% = 800 $\pm$ 12.88

IC(99)% = [787.12 ; 812.88]

b) n = $(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$

n = $(1.96 * \frac{100}{7.84})^2$

n = $(24.99)^2$

n = 624.5 $\approx$ 625

8)

IC(1-α)%= $\hat{P}$ $\pm$ $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ * $\sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

IC(90)% = 0.7 $\pm$ 1.645 * $\sqrt{\frac{0.7*(0.3)}{625}}$

IC(90)% = 0.7 $\pm$ 0.03

IC(90)% = [0.67 ; 0.73]

9)

a) n $= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$

n $= \frac{0.6(0.4)}{(\frac{0.01}{1.282})^2}$

n $= \frac{0.24}{0.000060845}$

n $= 3944.449009779 \approx 3945$

n $= \frac{n}{1+\frac{n}{N}}$

n $= \frac{3945}{1+\frac{3945}{100}}$

n $= \frac{394500}{4045}$

n $= 97.527812114 \approx 98$

b) IC(1-α)%$= \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

IC(95)% $= 0.55 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{0.55*(0.45)}{100}}$

IC(95)% $= 0.55 \pm 0.097508769$

IC(95)% $=$ [0.4524 ; 0.6475]

10)

a) IC(1-α)%$= \hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

IC(95)% $= 0.33 \pm 1.96 * \sqrt{\frac{0.33*(0.67)}{300}}$

IC(95)% $= 0.33 \pm 0.053$

IC(95)% $=$ [0.277 ; 0.383]

b) n $= \frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{(\frac{E}{Z_{\frac{\alpha}{2}}})^2}$

n $= \frac{0.33(0.67)}{(\frac{0.02}{1.96})^2}$

n $= \frac{0.2211}{0.000104123}$

n $= 123.450150303 \approx 2124$

n $= \frac{n}{1+\frac{n}{N}}$

n $= \frac{2124}{1+\frac{2124}{300}}$

n $= \frac{637200}{2424}$

n $= 62.87128712 \approx 263$

11)

a) IC(1-α)%= $\bar{x}$ ± Z*$\frac{\alpha}{2}$ * $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

IC(80)% = 150 ± 1.96 * $\frac{5}{\sqrt{36}}$

IC(80)% = 150 ± 1.633

IC(80)% = [148.367 ; 151.633]

b) n = $(Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{E})^2$

n = $(1.96 * \frac{5}{0.98})^2$

n = $(10)^2$

n = 100 ≈ 100

12)

a) $H_0 : \mu \geq 53$

$H_1 : \mu < 53$

Z → 2.33 (RA)

Z ← 2.33 (RR)

Z = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Z = $\frac{45-53}{\frac{14}{\sqrt{30}}}$

Z = -3.13

P(Z → 3.13) = 0.0009 ou 0.09%

b) IC(1-α)%= $\bar{x}$ ± Z*$\frac{\alpha}{2}$ * $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

IC(95)% = 45 ± 1.96 * $\frac{14}{\sqrt{30}}$

IC(95)% = 45 ± 5.01

IC(95)% = [39.99 ; 50.01]

13)

a) $H_0 : \mu \leq 30$

$H_1 : \mu > 30$

T > 1.6766 (RR)

T < 1.6766 (RA)

T = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{35-30}{\frac{11}{\sqrt{50}}}$

T = 3.21

P(T > 3.21) = 0.0012 ou 0.12%

b) IC(1-α)%= $\bar{x} \pm \tau_{\frac{\alpha}{2}}$; * n-1 $\frac{S}{\sqrt{n}}$

IC(99)% = 35 $\pm$ 2.0096 * $\frac{11}{\sqrt{50}}$

IC(99)% = 35 $\pm$ 3.13

IC(99)% = [31.87 ; 38.13]

14)

a) H_0 : P $\leq$ 30

H_1 : P $>$ 30

T $>$ 1.6766 (RR)

T $<$ 1.6766 (RA)

T = $\frac{\hat{P}-P}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{0.08-0.1}{\frac{\sqrt{0.1*0.9}}{\sqrt{100}}}$

T = -0.67

b) IC(1-α)%= $\hat{P} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}}$ * $\sqrt{\frac{\hat{P}*(1-\hat{P})}{n}}$

IC(90)% = 0.08 $\pm$ 1.645 * $\sqrt{\frac{0.08*(0.92)}{100}}$

IC(90)% = 0.08 $\pm$ 0.044

IC(90)% = [0.036 ; 0.124]

15)

a) IC(1-α)%= $\bar{x}$ $\pm$ Z*$\frac{\alpha}{2}$ * $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

IC(99)% = 420 $\pm$ 2.576 * $\frac{250}{\sqrt{36}}$

IC(99)% = 420 $\pm$ 107.33

IC(99)% = [312.67 ; 527.33]

b) A afirmação da gerência para estar de certa forma válida já que o intervalo de confiança tem máximo de 527.33

16)

a) H_0 : $\mu \leq 6$

H_1 : $\mu > 6$

T $>$ 2.7181 (RA)

T $<$ 2.7181 (RR)

T = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{6.58-6}{\frac{1.62}{\sqrt{12}}}$

T = 1.24

Não rejeita H_o, ao nível alfa 1%, não há evidências sobre o número médio de acidentes no cruzamento ser superior à 6.

P(T > 1.24) = 0.1204 ou 12.04%

17)

a) $H_0 : \mu \leq 6$

$H_1 : \mu > 6$

T_c : 1.282

T = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{1.55-1.5}{\frac{0.32}{\sqrt{50}}}$

T = 1.104854346

b) IC(1-α)%= $\bar{x}$ ± Z*$\frac{\alpha}{2}$ * $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

IC(99)% = 1.55 ± 2.576 * $\frac{0.32}{\sqrt{50}}$

IC(99)% = 1.55 ± 0.116576452

IC(99)% = [1.433 ; 1.666]

18)

a) $H_0 : \mu = 15$

$H_1 : \neq 15$

T > 2.2281 ou T < -2.2281 (RR)

-2.2281 < T < 2.2281 (RA)

T = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{14.69-15}{\frac{5.14}{\sqrt{11}}}$

T = -0.20

Não rejeita Ho, ao nível alfa 5%, não há evidências sobre a média do tempo levado por fumantes para desistir definitivamente ser 15 anos.

P(T>0,2 ou T< -0,2) = 0.8455 ou 84.55%

b) IC(1-α)%= $\bar{x}$ ± $\tau_{\frac{\alpha}{2}}$; * n-1 $\frac{S}{\sqrt{n}}$

IC(99)% = 14.69 ± 2.576 * $\frac{5.14}{\sqrt{11}}$

IC(99)% = 14.69 ± 3.99

IC(99)% = [10.7 ; 18.68]

19)

a) S_{fixi} = 7*5*9*8*11*12*13*5 = 304

$(S_{fixi})^2$ = $7^2$5*9^2*8*11^2*12*13^2*5 = 3190

$\bar{x} = \frac{304}{30} = 10.13$

S = $\sqrt{\frac{30*3190-304^2}{30*29}} = 1.92$

IC(1-α)%= $\bar{x}$ ± $\tau_{\frac{\alpha}{2}}$; * n-1 $\frac{S}{\sqrt{n}}$

IC(90)% = 10.13 ± 1.6991 * $\frac{1.92}{\sqrt{30}}$

IC(90)% = 10.13 ± 0.60

IC(90)% = [9.53 ; 10.73]

b) $H_0 : \mu = 12$

$H_1 : \mu \neq 12$

T > 1,6991 ou T < -1,6991 (RR)

-1,6991 < T < 1,6991 (RA)

T = $\frac{\hat{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

T = $\frac{10.13-12}{\frac{1.92}{\sqrt{30}}}$

T = -5.33

Rejeita Ho, ao nível alfa 10%, há evidências para rejeitar a média do lixo descartado ser 12 quilos.

P(T>5,33 ou T< -5,33) = 0,00001 ou 0,001%