Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
FI3104-1

Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

TAREA 1
Integración Numérica: Espectro del Sol

Gustavo Lagos
Profesor: Valentino González
Auxiliar: Felipe Pesce

1. Pregunta 1

1.1 Introducción

Se busca graficar el espectro del Sol a partir de los datos de longitud de onda (nm) y flujo ($Wm^{-2}nm^{-1}$) del archivo sun_AM0.dat. Se utilizará la convención astronómica, es decir, el flujo en unidades cgs y la longitud de onda en Angstrom.

1.2 Procedimiento

Utilizando la librería numpy se pasaron los datos del archivo sun_AM0.dat a un arreglo de strings, los cuales fueron convertidos a floats. Luego se creó una variable de longitud de onda (wavelength), convirtiendo las unidades de nm a Å, además de una variable de flujo, convirtiendo las unidades de $Wm^{-2}nm^{-1}$ a $gs^{-3}cm$.

Debido a la diferencia en las magnitudes involucradas en cada eje, se le aplicó logaritmo en base 10 a cada eje.

1.3 Resultados

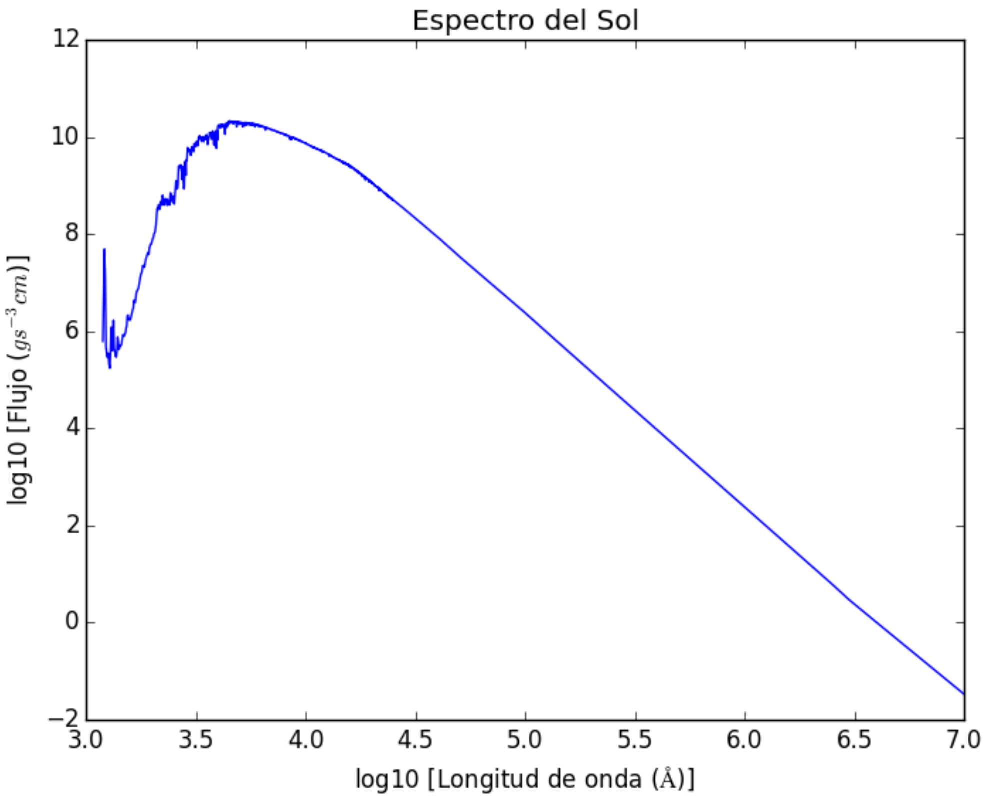

Figura 1. Gráfico del espectro del Sol ajustado por log10

2. Pregunta 2

2.1 Introducción

Se busca integrar el espectro en longitud de onda y calcular la luminosidad total del sol, utilizando un método de integración numérica (se utilizará el método del trapecio).

2.2 Procedimiento

El algoritmo utilizado se basó en la regla compuesta del trapecio, la cual está dada por,

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{\Delta x}{2}\Big[f(a) + 2\sum f(x_i) + f(b)\Big]$$

Se asignaron variables para el flujo inicial y final. Luego se creó la variable de largo de cada intervalo (todos los intervalos iguales, de valor delta_x). Con una recursión se sumaron todos los valores del arreglo de flujo (excepto el primer y último valor). Finalmente se aplicó la regla del trapecio al sumarle el flujo inicial y final a dicho valor y multiplicarlo por la mitad del largo del intervalo.

Con este método se llegó a que la integral es igual a 546747975567e+16 (después este número fue convertido a mks para dar la constante solar).

Finalmente, por medio de la siguiente expresión (con I la constante solar, A una unidad astronómica, y $k \approx 1$),

$$L = 4\pi k I A^2$$

se obtuvo el valor de la luminosidad.

2.3 Resultados

Con el método utilizado se llegó a que la integral es igual a 546747975567e+16 (después este número fue convertido a mks para dar la constante solar I).
Con la librería astropy se obtuvo el valor de una unidad astronómica, con lo que se determinó que el valor de la luminosidad es 1.53761593726e+28.

3. Pregunta 3

3.1 Introducción

Se tiene que la radiación de cuerpo negro en unidades de energía por unidad de tiempo por unidad de área por unidad de longitud de onda está dada por la función de Planck:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

Para calcular la energía total por unidad de área emitida por un cuerpo negro, se integra la función de Planck, llegando a

$$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}$$

3.2 Procedimiento

Para estimar la integral en la expresión anterior numéricamente, sus límites de integración deben estar definidos. Por esta razón se realiza el cambio de variable $y = arctan(x)$, con lo cual la integral pasa a ser

$$f(y) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{tan^3(y)}{e^{\tan{(y)}} - 1} dy$$

Se utilizó la regla del trapecio para aproximar la integral.

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{\Delta x}{2}\left[f(a) + 2\sum f(x_i) + f(b)\right]$$

Para implementar dicho método, primero se creó una función que retorne el valor de $f(y)$. Luego se creó un arreglo divido en n intervalos entre 0 y $\pi/2$. Por medio de una recursión, se agregaron los valores de f(y) entre f(0) y f($\pi/2$) a un arreglo; dichos valores fueron sumados, y finalmente se sumó f(0) y f($\pi/2$). Para obtener la aproximación de la integral, se multiplicó el resultado anterior por la mitad de la magnitud de los intervalos entre 0 y $\pi/2$.

Finalmente, con el valor de T = 5777 K como temperatura efectiva del Sol, y la librería de unidades astropy, se calculó la energía total por unidad de área emitida por el Sol.

3.3 Resultados

Para n = 2000, se llegó a aque el valor de la energía total por unidad de área emitida por el Sol es de 1.58862055001e+20 (en mks).