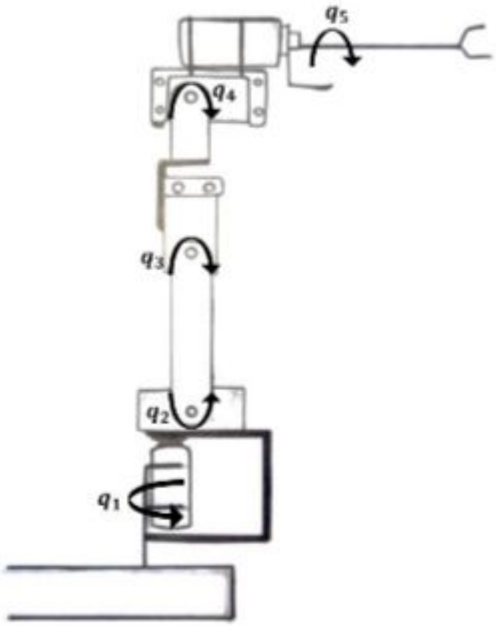
Fundamentos de Robótica
Proyecto Final

Gustavo Mendoza
Matías Cam
Diego Guevara

Introducción

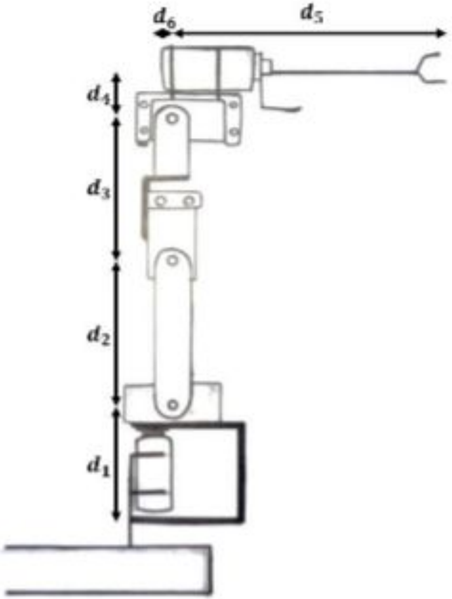
Hemos diseñado un robot manipulador de 5 grados de libertad, que tiene como fin el manipulado de objetos que se encuentren en lugares profundos y angostos. Es por eso que el efector final se encuentra un brazo largo y angosto.

Introducción



5 servomotores AC

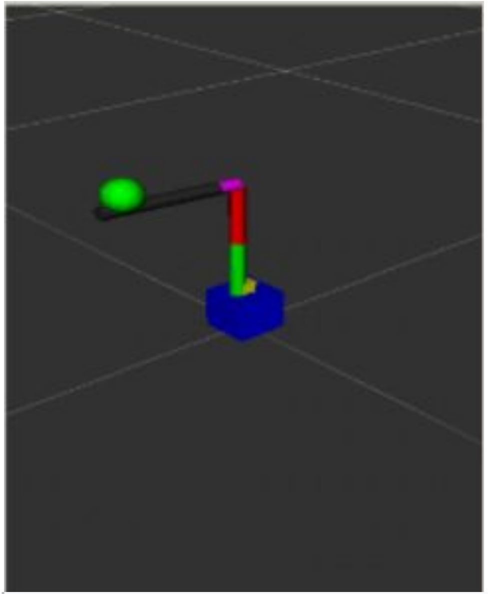
Introducción



Distancia	Longitud (mm)
d_1	70
d_2	105
d_3	97
d_4	30
d_5	160
d_5	10

Valores de las longitudes

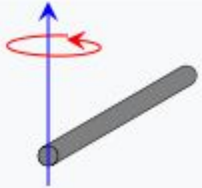
Modelo URDF



Los limites de cada articulación son los siguientes:

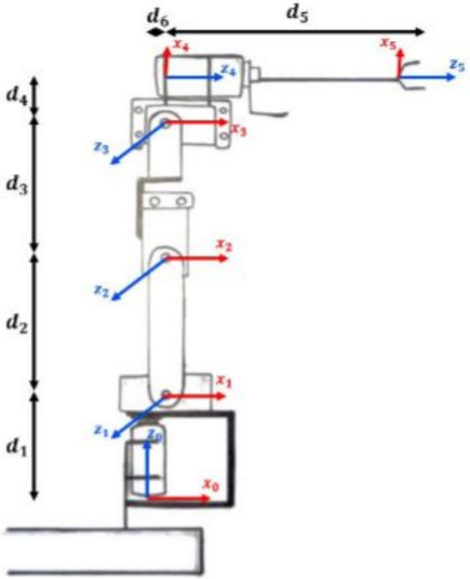
- ***joint1:*** El limite de velocidad es 0.1 y los limites articulares están entre -3.1 y 3.1
- ***joint2:*** El limite de velocidad es 0.1 y los limites articulares están entre -1.48 y 1.48
- ***joint3:*** El limite de velocidad es 0.1 y los limites articulares están entre -1.9 y 1.9
- ***joint4:*** Es una articulación de tipo continua, por lo que no tiene limites establecidos.

Slender rod along *y*-axis of length *l* and mass *m* about end



$$I = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}ml^2 \end{bmatrix}$$

Cinemática directa



Sistemas de referencia utilizados

Artic. i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	d_1	q_1	d_6	$90°$
2	0	$90° + q_2$	d_2	$0°$
3	0	q_3	d_3	$0°$
4	0	q_4	d_4	$90°$
5	d_5	q_5	0	$0°$

Parámetros de Denavit-Hartenberg

Cinemática directa

Matrices de transformación homogénea ${}^{i-1}T_i$

$$
{}^{0}T_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & d_6\cos(q_1) \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & d_6\sin(q_1) \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{1}T_2 = \begin{bmatrix} -\sin(q_2) & -\cos(q_2) & 0 & -d_2\sin(q_2) \\ \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & d_2\cos(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{2}T_3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & d_3\cos(q_3) \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & d_3\sin(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{3}T_4 = \begin{bmatrix} \cos(q_4) & 0 & \sin(q_4) & d_4\cos(q_4) \\ \sin(q_4) & 0 & -\cos(q_4) & d_4\sin(q_4) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{4}T_5 = \begin{bmatrix} \cos(q_5) & -\sin(q_5) & 0 & 0 \\ \sin(q_5) & \cos(q_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Cinemática directa

La matriz de transformación homogénea del efector final con respecto a la base ${}^{b}T_e$ se obtuvo multiplicando todas las matrices ${}^{i-1}T_i$ halladas anteriormente, como se muestra a continuación:

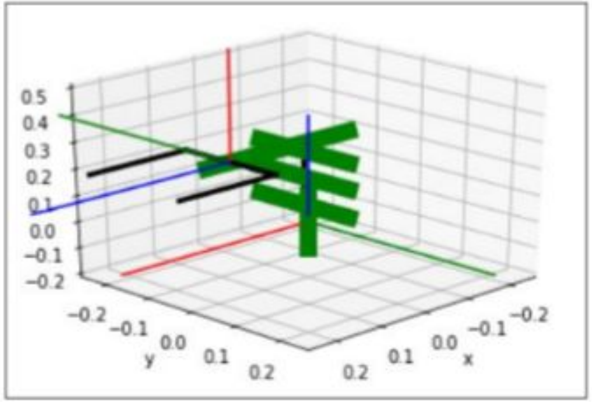
$${}^{b}T_e = {}^{0}T_5 = {}^{0}T_1\,{}^{1}T_2\,{}^{2}T_3\,{}^{3}T_4\,{}^{4}T_5$$

$${}^{b}T_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.17 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.302 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

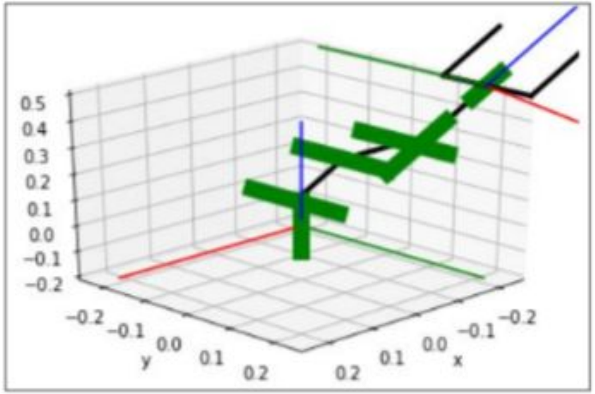
Cinemática directa

Para verificar los resultados obtenidos, se ingresaron los parámetros de Denavit-Hartenberg hallados (Cuadro 2) a un programa de *Python* y con la ayuda de las librerías *serialrobot* y *matplotlib* se graficoron esquemas del robot para diferentes posiciones angulares (si no se especifica, $q_i = 0°$).

- Para: q_1, q_2, q_3, q_4, $q_5 = 0°$



- Para: $q_2 = 45°$, $q_3 = 45°$, $q_4 = 45°$.



Cinemática inversa

Modelo de cinemática inversa del robot vía método geométrico

$$^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & l_6\cos(q_1) \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & l_6\sin(q_1) \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^1T_2 = \begin{bmatrix} -\sin(q_2) & -\cos(q_2) & 0 & -l_2\sin(q_2) \\ \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & l_2\cos(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & l_3\cos(q_3) \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & l_3\sin(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^bT_e = {}^0T_5 = {}^0T_1\,{}^1T_2\,{}^2T_3$$

Reemplazando en ^bT_e las dimensiones del robot (Cuadro 1) y considerando todos los ángulos iguales a cero, se obtiene:

$$^bT_e = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.272 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cinemática inversa

Jacobiano geométrico

$$J_1 = \begin{bmatrix} (l_2 \sin(q_2) + l_3 \sin(q_2+q_3) - l_6)\sin(q_1) \\ (-l_2 \sin(q_2) - l_3 \sin(q_2+q_3) + l_6)\cos(q_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} -(l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2+q_3))\cos(q_1) \\ -(l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2+q_3))\sin(q_1) \\ -l_2 \sin(q_2) - l_3 \sin(q_2+q_3) \\ \sin(q_1) \\ -\cos(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -l_3 \cos(q_1)\cos(q_2+q_3) \\ -l_3 \sin(q_1)\cos(q_2+q_3) \\ -l_3 \sin(q_2+q_3) \\ \sin(q_1) \\ -\cos(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}]$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} -l_4 \cos(q_1)\cos(q_2+q_3+q_4) \\ -l_4 \sin(q_1)\cos(q_2+q_3+q_4) \\ -l_4 \sin(q_2+q_3+q_4) \\ \sin(q_1) \\ -\cos(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_5 = \begin{bmatrix} -l_5 \sin(q_2+q_3+q_4)\cos(q_1) \\ -l_5 \sin(q_1)\sin(q_2+q_3+q_4) \\ l_5 \cos(q_2+q_3+q_4) \\ \cos(q_1)\cos(q_2+q_3+q_4) \\ \sin(q_1)\cos(q_2+q_3+q_4) \\ \sin(q_2+q_3+q_4) \end{bmatrix}$$

Cinemática inversa

Jacobiano geométrico

Jacobiano completo reemplazando $q_i = 0$ para $i \in [1...5]$

$$\begin{bmatrix} 0 & -l_2 - l_3 & -l_3 & -l_4 & 0 \\ l_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cinemática inversa

Jacobiano analítico

$$J_1 = \begin{bmatrix} (l_2 \sin(q_2) + l_3 \sin(q_2+q_3) + l_4 \sin(q_2+q_3+q_4) - l_5 \cos(q_2+q_3+q_4) - l_6) \sin(q_1) \\ (-l_2 \sin(q_2) - l_3 \sin(q_2+q_3) - l_4 \sin(q_2+q_3+q_4) + l_5 \cos(q_2+q_3+q_4) + l_6) \cos(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} -(l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2+q_3) + l_4 \cos(q_2+q_3+q_4) + l_5 \sin(q_2+q_3+q_4)) \cos(q_1) \\ -(l_2 \cos(q_2) + l_3 \cos(q_2+q_3) + l_4 \cos(q_2+q_3+q_4) + l_5 \sin(q_2+q_3+q_4)) \sin(q_1) \\ -l_2 \sin(q_2) - l_3 \sin(q_2+q_3) - l_4 \sin(q_2+q_3+q_4) + l_5 \cos(q_2+q_3+q_4) \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -(l_3 \cos(q_2+q_3) + l_4 \cos(q_2+q_3+q_4) + l_5 \sin(q_2+q_3+q_4)) \cos(q_1) \\ -(l_3 \cos(q_2+q_3) + l_4 \cos(q_2+q_3+q_4) + l_5 \sin(q_2+q_3+q_4)) \sin(q_1) \\ -l_3 \sin(q_2+q_3) - l_4 \sin(q_2+q_3+q_4) + l_5 \cos(q_2+q_3+q_4) \end{bmatrix}$$

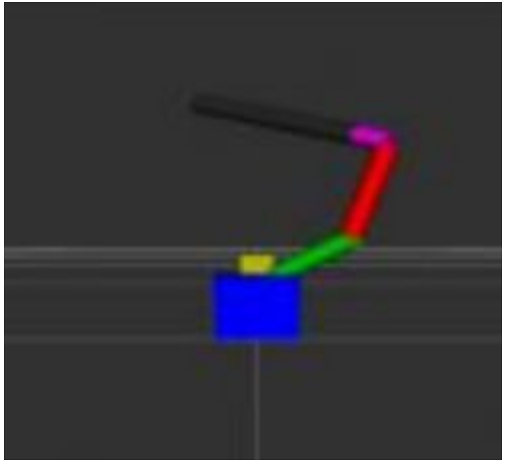
Cinemática inversa

Jacobiano analítico

$$J_4 = \begin{bmatrix} -\left(l_4 \cos\left(q_2 + q_3 + q_4\right) + l_5 \sin\left(q_2 + q_3 + q_4\right)\right) \cos\left(q_1\right) \\ -\left(l_4 \cos\left(q_2 + q_3 + q_4\right) + l_5 \sin\left(q_2 + q_3 + q_4\right)\right) \sin\left(q_1\right) \\ -l_4 \sin\left(q_2 + q_3 + q_4\right) + l_5 \cos\left(q_2 + q_3 + q_4\right) \end{bmatrix}]$$

$$J_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

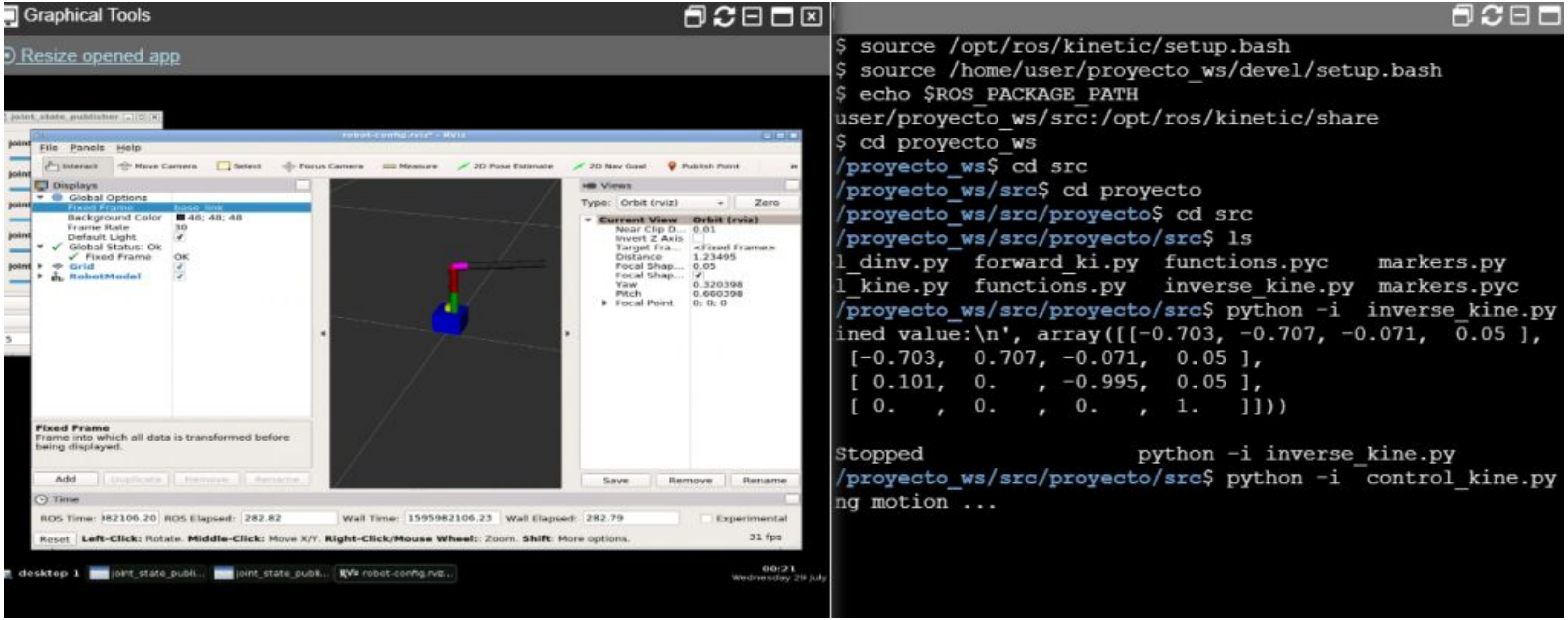
Cinemática inversa



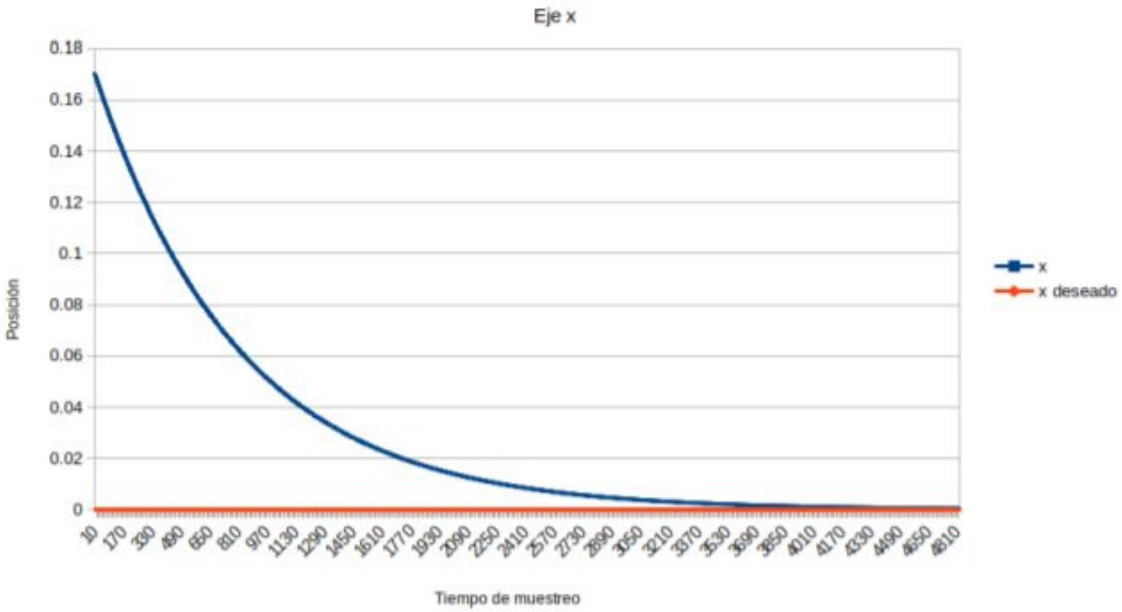
$$\begin{bmatrix} -0.703 & -0.707 & -0.071 & 0.05 \\ -0.703 & 0.707 & -0.071 & 0.05 \\ 0.101 & 0 & -0.995 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

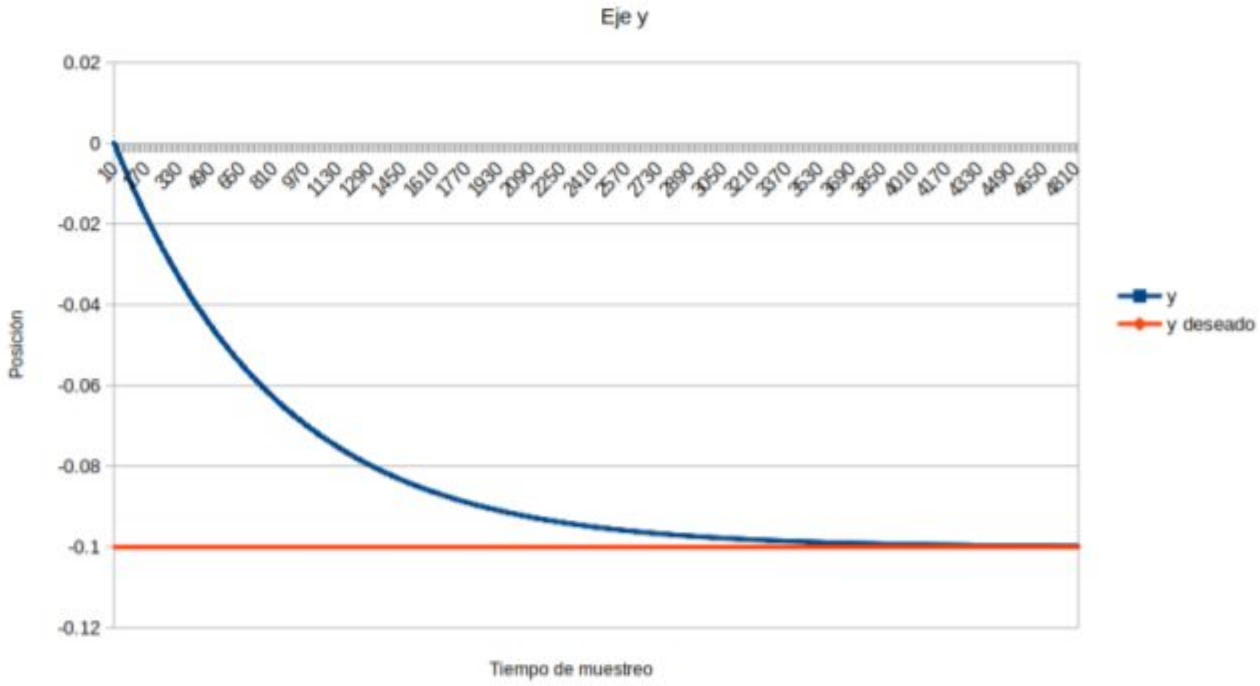
Control en RViz (video)

https://youtu.be/900siPcyEFo

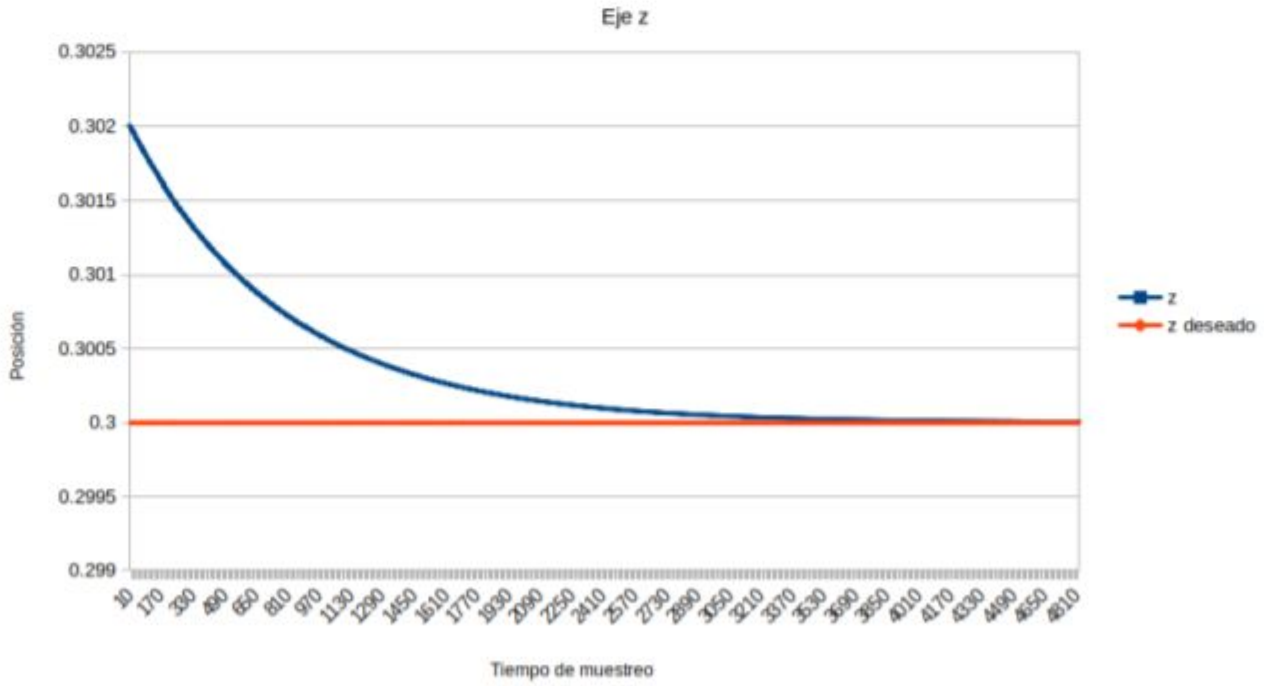


Control cinemático

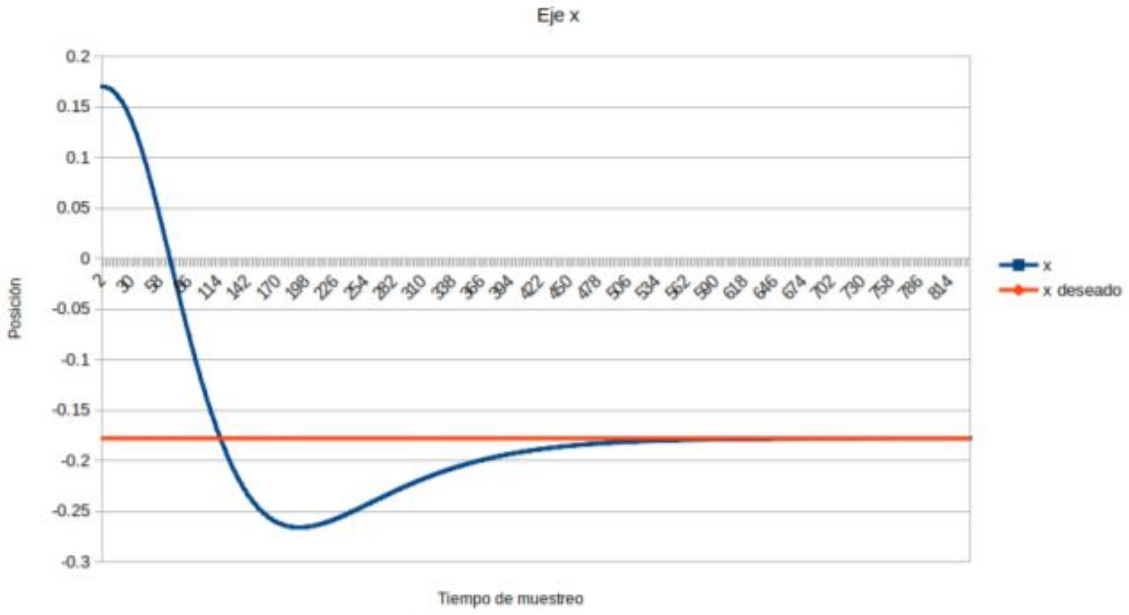


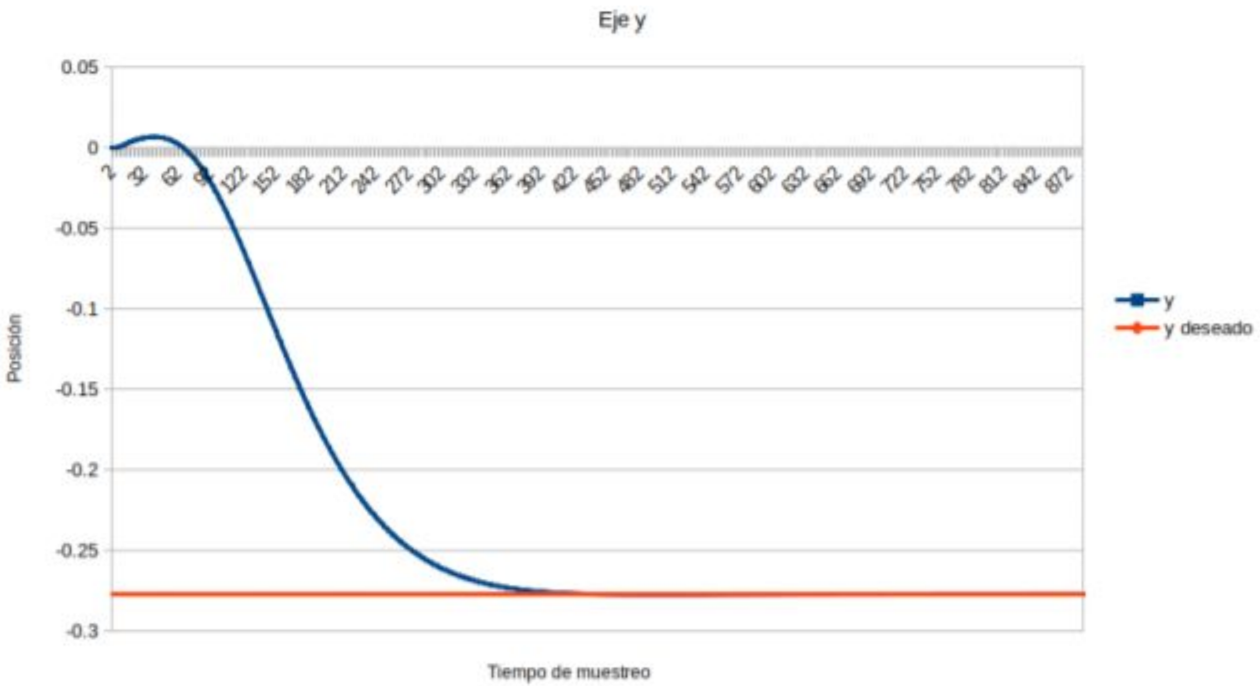


Eje y
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.1
-0.12
Posición
Tiempo de muestreo
y
y deseado

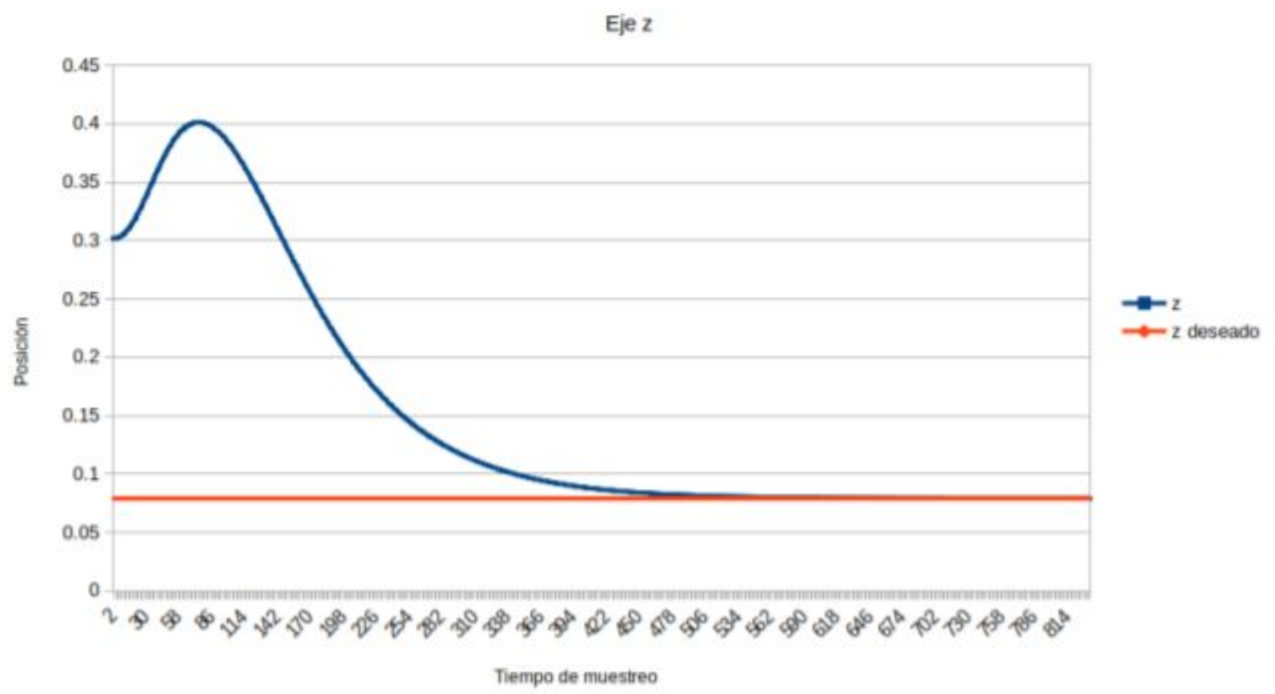

Eje z
0.3025
0.302
0.3015
0.301
0.3005
0.3
0.2995
0.299
Posición
10
170
330
490
650
810
970
1130
1290
1450
1610
1770
1930
2090
2250
2410
2570
2730
2890
3050
3210
3370
3530
3690
3850
4010
4170
4330
4490
4650
4810
Tiempo de muestreo
z
z deseado

Control dinámico



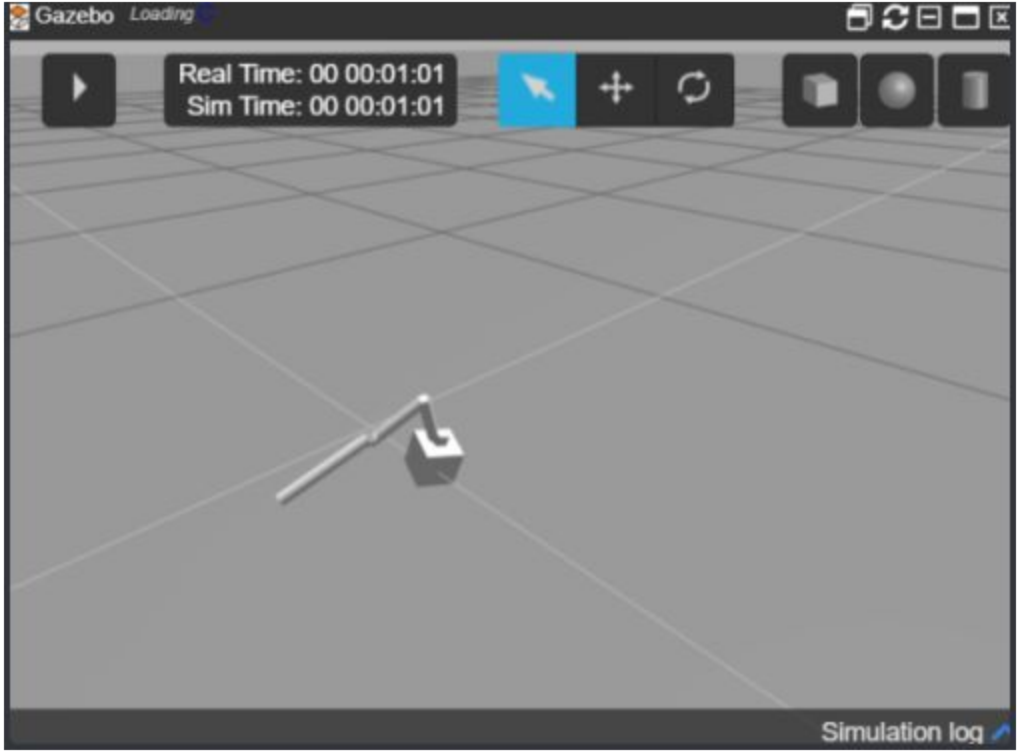


Eje y
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
-0.25
-0.3
Posición
Tiempo de muestreo
y
y deseado



Eje z
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Posición
2
30
58
86
114
142
170
198
226
254
282
310
338
366
394
422
450
478
506
534
562
590
618
646
674
702
730
758
786
814
Tiempo de muestreo
z
z deseado

Gazebo



Gazebo
Loading
Real Time: 00 00:01:01
Sim Time: 00 00:01:01
Simulation log