SISTEMA DE CONTROL II

Actividad Práctica Nº1
Representación de sistemas y controladores

AÑO 2025

Regñicoli, Gustavo

Índice:

Desarrollo:

Es un informe que debe realizarse de manera **individual por cada estudiante.**

Dicho informe debe contener:

1- todos los resultados **correctos** de las consignas dadas.

2- un resumen de las **lecciones aprendidas**, relacionadas a los Indicadores de **logro** de la competencia en la que cada estudiante se está formando, descritas en el Curso.

3- detalles de problemas que fueron resueltos, las fuentes de datos, enlaces, repositorio GitHub resultante con las Recomendaciones finales y **Conclusiones** de la actividad.

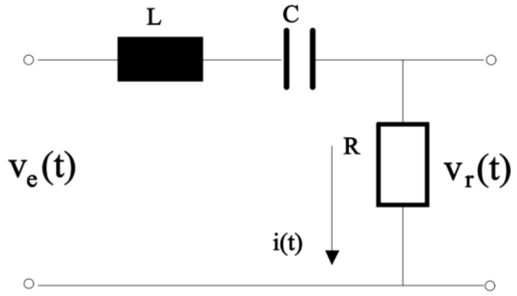
Titular el informe del modo **Apellido_Nombre_TPN1.pdf** y subir un único archivo en la solapa correspondiente con los ejercicios resueltos. (Máx 20MB).

La tarea vence el 23 de Abril las 20Hs.

Para ello, cada Estudiante cuenta con la clase de Consulta síncrona con el Docente cada martes a partir de las 18Hs, en https://meet.google.com/moo-jrin-sii y sus respectivas grabaciones en el Gdrive. Además, puede emplearse el cuaderno éste.

Caso de estudio 1. Sistema de dos variables de estado

Sea el sistema eléctrico,



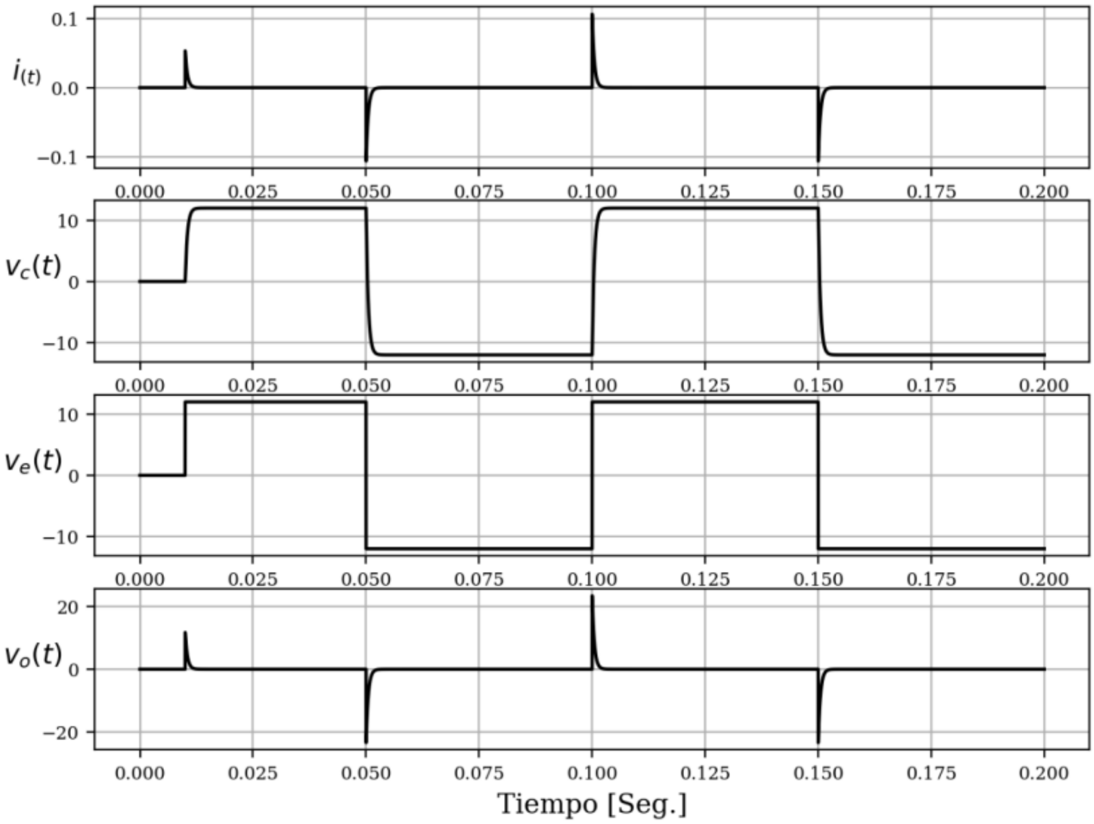
con las representaciones en variables de estado:

$$\dot{x} = \mathrm{A}\,\mathrm{x(t)} + \mathrm{b}\,\mathrm{u(t)}$$
$$y = \mathrm{c}^T\,\mathrm{x(t)}$$

donde las matrices contienen a los coeficientes del circuito,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathrm{c}^T = \begin{bmatrix} R & 0 \end{bmatrix}$$

Curvas del circuito RLC para una entrada de 12V.



Analizando el circuito se tiene como entrada un escalón.

$$v_e(t) = u_t$$

Y en la salida se tiene la tensión en la resistencia R.

Las variables de estado elegidas son la corriente en el circuito y la tensión sobre el capacitor, ya que estas definen el estado dinámico del circuito.

$$V_e = V_L + V_C + V_R$$

$$V_L = \frac{Ldi_t}{dt}$$

$$V_R = Ri_t$$

$$\frac{CdV_c}{dt} = i_t$$

Reemplazando y agrupando, se obtienen las ecuaciones del sistema.

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L}i - \dfrac{1}{L}V_c + \dfrac{1}{L}V_e \\ \dfrac{dV_c}{dt} = \dfrac{1}{C}i \end{cases}$$

Donde i, Vc se definen como variables de estado y a x como vector de estado.

$$x_1 = i_t$$

$$x_2 = V_c$$

Donde.

$$\dot{x_1} = \frac{di}{dt}$$

$$\dot{x_2} = \frac{dV_c}{dt}$$

$$\dot{x} = \mathrm{A\ x(t) + b\ u(t)}$$

$$y = \mathrm{c}^T\ \mathrm{x(t)}$$

Planteando la matriz de estados.

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R}{L} & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [u]$$

Que es lo mismo que:

$$\mathrm{x(t)} = [\mathrm{i} \quad V_c]^T;\ \mathrm{u(t)} = V_e$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di}{dt} \\ \dfrac{dV_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R}{L} & -\dfrac{1}{L} \\ \dfrac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [V_e]$$

$$y(t) = [0 \quad R] \begin{bmatrix} i \\ V_c \end{bmatrix}$$

Se puede corroborar en Matlab que:

```
close all; clear all; clc
syms ie ie_p Vc Vc_p Ve R L C;
% Planteo las ecuaciones diferenciales no lineales
ie_p=-(R/L)*ie-(1/L)*Vc+(1/L)*Ve;
Vc_p=(1/C)*ie;
% Aplicando Taylor en cada variable obtengo las matrices A y B
Mat_A=[[diff(ie_p, ie) diff(ie_p, Vc)];[diff(Vc_p, ie) diff(Vc_p,
Vc)]];
Mat_B=[[diff(ie_p, Ve)];[diff(Vc_p, Ve)]];
disp('Matriz A')
pretty(simplify(Mat_A))
disp('Matriz B')
pretty(simplify(Mat_B))
```

```
Matriz A                     Matriz B
/    R     1 \               / 1 \
| - -, - - |                 | - |
|    L     L |               | L |
|            |               |   |
|   1        |               \ 0 /
|   -,    0  |
\   C        /
```

Ítem [1] Asignar valores a R=220Ω, L=500mHy, y C=2,2μF. Obtener simulaciones que permitan estudiar la dinámica del sistema, con una entrada de tensión escalón de 12V, que cada 10ms cambia de signo.

Se les asignan valores a los siguientes parámetros

```
R=200; L=500e-3; C=2.2e-6;
```

Matriz del sistema.

$$\begin{bmatrix} -400 & -2 \\ 454545 & 0 \end{bmatrix}$$

Vector de entrada.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vector de salida.

$$\begin{bmatrix} 200 & 0 \end{bmatrix}$$

La ecuación característica para encontrar los valores propios de una matriz A es:

$$|A - \lambda I| = 0$$

donde:

A es la matriz para la que deseas encontrar los valores propios.

λ es el valor propio.

I es la matriz identidad del mismo tamaño que A.

|·| denota el determinante.

$$\left|\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} -\frac{R}{L} - \lambda & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Se resuelve el determinante

$$\left[\left(-\frac{R}{L} - \lambda\right)(-\lambda)\right] - \left[\left(-\frac{1}{L}\right)\left(\frac{1}{C}\right)\right] = 0$$

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\lambda = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2}$$

$$\lambda_{1,2} = -200 \pm 932.25j$$

Al tener un par de polos complejos conjugados implica que mi sistema tiene Una respuesta subamortiguada, al tener la parte real negativa implica que el sistema es estable y que las oscilaciones de amortiguan con el tiempo.
Esto para mi sistema puede ser malo, ya que tiene un sobre pasamiento mayor a la entrada y las oscilaciones tardan en aplanarse.
Esto se puede solucionar modificando los valores R, L y C, implementando un sistema de control o agregando una red de compensación en serie.

Ahora se encuentra el tiempo al que corresponde el 95% de la dinámica más rápida, de donde se selecciona el tiempo de integración tres veces menor que este.

$$t_R = \frac{ln(0.95)}{\lambda_1}$$

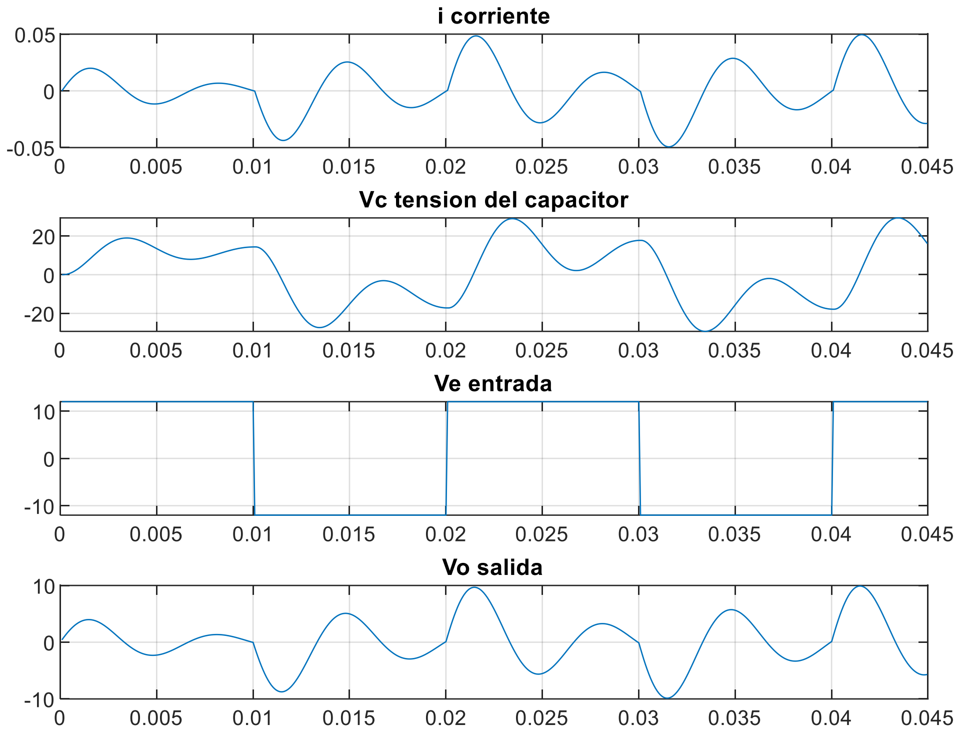
Luego se calcula el tiempo de simulación en el cual prácticamente ya no hay más transitorios, se toma la constante de tiempo más lenta y se calcula el tiempo para que llegue al 5%. Se toma el triple de ese valor.

$$t_L = \frac{ln(0.05)}{\lambda_2}$$

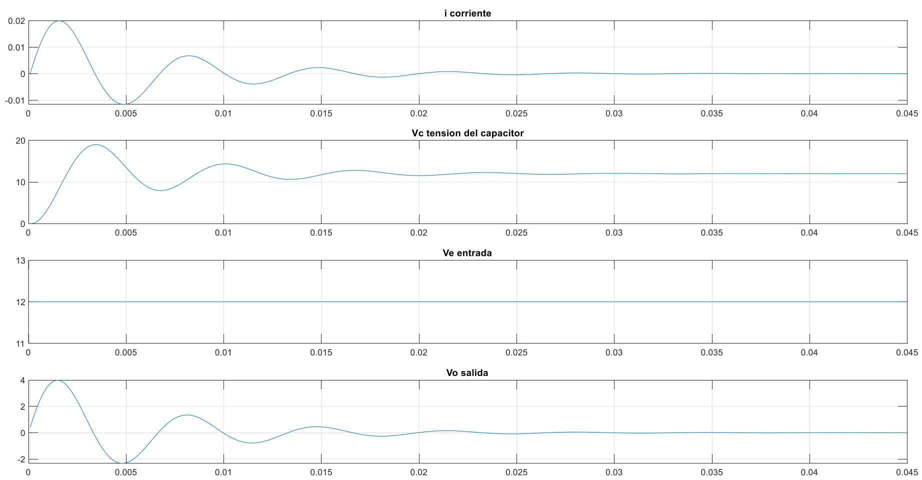
```
% La inversa de la matriz de los valores propios
ieig=-1*(1./(eig(Mat_A)));
tR=log(0.95)/real(min(eig(Mat_A))) %Constante de tiempo más rápida
tL=log(0.05)/real(max(eig(Mat_A))) %Constante de tiempo más lerda
```

```
tR =
   2.5647e-04
tL =
    0.0150
```

Con esto se obtiene el paso h, el tiempo de simulación y la cantidad de pasos. Se creo un ciclo while con la cantidad de pasos para aplicar Euler, y así obtengo la evolución del sistema en el tiempo. obteniendo la corriente $i(t)$, el voltaje $V_c(t)$, y la salida $V_o(t)$. Se grafican estas variables.



Para ver mejor las formas de onda de grafica con una entrada constante de 12v.



Se observa que con una entrada (Ve) de tensión constante de 12V la corriente (i) comienza con un valor positivo, oscila y se estabiliza cerca de cero. La tensión del Capacitor (Vc) sube hasta estabilizarse cerca de los 12V. Y la tensión de salida (Vo) tiene valores altos, pero después converge cerca de cero.

Una forma de corroborar estos valores es utilizar un simulador se circuitos y realizar un análisis transitoria.