

Transformada Z

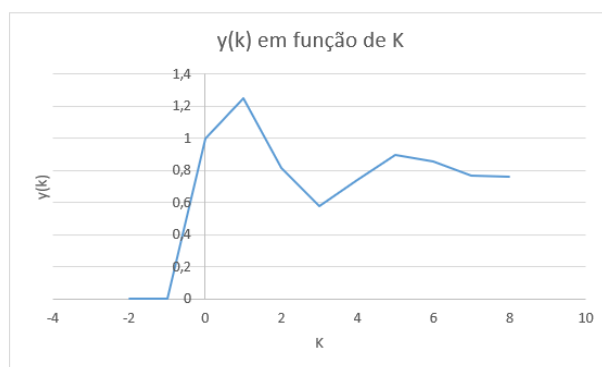
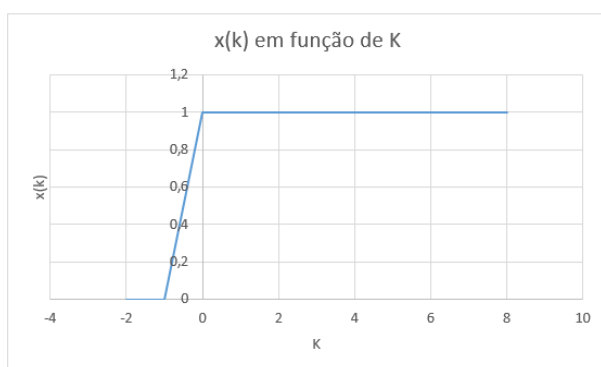
2 - Considerando o sistema abaixo, calcular a saída $y(k)$ para uma entrada $x(k)$ que é um degrau unitário, para -2 até 8. Apresentando o gráfico de $y(k)$ e $x(k)$.

$$y(k) - \frac{1}{4}y(k-1) + \frac{1}{2}y(k-2) = x(k)$$

Dessa forma, uma tabela foi desenvolvida com os resultados:

K	x[k]	y[k]	y[k-1]	y[k-2]
-2	0	0	0	0
-1	0	0	0	0
0	1	1	0	0
1	1	1,25	1	0
2	1	0,8125	1,25	1
3	1	0,578125	0,8125	1,25
4	1	0,738281	0,578125	0,8125
5	1	0,895508	0,738281	0,578125
6	1	0,854736	0,895508	0,738281
7	1	0,76593	0,854736	0,895508
8	1	0,764114	0,76593	0,854736

Por fim, os seguintes gráficos foram gerados pra $x(k)$ e $y(k)$:



3- Realizar os cálculos anteriores utilizando as seguintes equações diferença

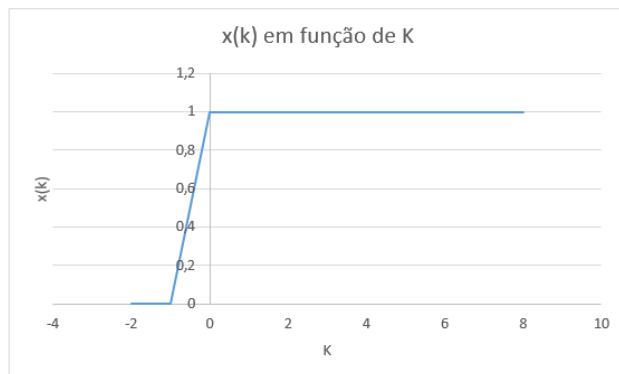
a-

$$y(k) - \frac{1}{4}y(k-1) + \frac{1}{2}y(k-2) = x(k) + \frac{1}{2}x(k-1) + \frac{1}{5}x(k-2)$$

Dessa forma, uma tabela foi desenvolvida com os resultados:

K	x[k]	x[k-1]	x[k-2]	y[k]	y[k-1]	y[k-2]
-2	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1,75	1	0
2	1	1	1	1,6375	1,75	1
3	1	1	1	1,234375	1,6375	1,75
4	1	1	1	1,18984375	1,234375	1,6375
5	1	1	1	1,380273438	1,189844	1,234375
6	1	1	1	1,450146484	1,380273	1,189844
7	1	1	1	1,372399902	1,450146	1,380273
8	1	1	1	1,318026733	1,3724	1,450146

Por fim, os seguintes gráficos foram gerados pra x(k) e y(k):



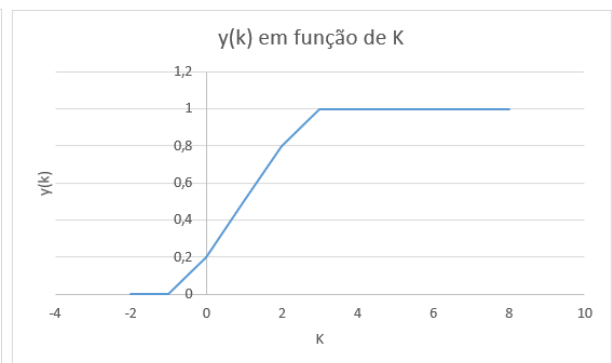
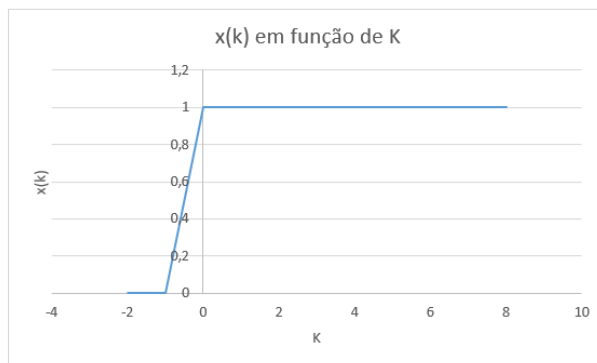
b-

$$y(k) = 0,2x(k) + 0,3x(k - 1) + 0,3x(k - 2) + 0,2x(k - 3)$$

Dessa forma, uma tabela foi desenvolvida com os resultados:

K	x[k]	x[k-1]	x[k-2]	x[k-3]	y[k]
-2	0	0	0	0	0
-1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0,2
1	1	1	0	0	0,5
2	1	1	1	0	0,8
3	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1

Por fim, os seguintes gráficos foram gerados pra x(k) e y(k):



4- Determinar a função de transferência e os polos/zeros dos sistemas discretos e modelados pela seguinte equação diferença:

a-

$$y(k) + \frac{1}{4}y(k-1) = x(k) - \frac{1}{2}x(k-1)$$

$$Y(Z) + \frac{1}{4}Z^{-1}Y(Z) = X(Z) - \frac{1}{2}Z^{-1}X(Z)$$

$$\frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1 - \frac{1}{2}Z^{-1}}{1 + \frac{1}{4}Z^{-1}}$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{Z - \frac{1}{2}}{Z + \frac{1}{4}}$$

Dessa forma o zero será igual a $\frac{1}{2}$ enquanto o polo é igual a $-\frac{1}{4}$.

b-

$$y(k) + \frac{4}{3}y(k-1) - \frac{1}{2}y(k-2) = -2x(k)$$

$$Y(Z) + \frac{4}{3}Z^{-1}Y(Z) - \frac{1}{2}Z^{-2}Y(Z) = -2X(Z)$$

$$\frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{-2}{1 + \frac{4}{3}Z^{-1} - \frac{1}{2}Z^{-2}}$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{-2Z^2}{Z^2 + \frac{4}{3}Z^1 - \frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{4^2}{3} - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{1}{2}}}{2}$$

$$x' = \frac{-\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{34}{9}}}{2} = 0,3051$$

$$x'' = \frac{-\frac{4}{3} - \sqrt{\frac{34}{9}}}{2} = -1,6385$$

Dessa forma o zero estará em zero, enquanto o polo é igual aos valores obtidos no sistema, sendo eles 0,3051 e -1,6385.

5- Repita o mesmo exercício 4 utilizando das equações diferença da questão 3.

a-

$$y(k) - \frac{1}{4}y(k-1) + \frac{1}{2}y(k-2) = x(k) + \frac{1}{2}x(k-1) + \frac{1}{5}x(k-2)$$

$$Y(Z) - \frac{1}{4}Z^{-1}Y(Z) + \frac{1}{2}Z^{-2}Y(Z) = X(Z) + \frac{1}{2}Z^{-1}X(Z) + \frac{1}{5}Z^{-2}X(Z)$$

$$\frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1 + \frac{1}{2}Z^{-1} + \frac{1}{5}Z^{-2}}{1 - \frac{1}{4}Z^{-1} + \frac{1}{2}Z^{-2}}$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{Z^2 + \frac{1}{2}Z^1 + \frac{1}{5}}{Z^2 - \frac{1}{4}Z^1 + \frac{1}{2}}$$

b-

$$y(k) = 0,2x(k) + 0,3x(k-1) + 0,3x(k-2) + 0,2x(k-3)$$

$$Y(Z) = 0,2X(Z) + 0,3Z^{-1}X(Z) + 0,3Z^{-2}X(Z) + 0,2Z^{-3}X(Z)$$

$$\frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{0,2 + 0,3Z^{-1} + 0,3Z^{-2} + 0,2Z^{-3}}{1}$$

$$H(3) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{0,2Z^3 + 0,3Z^2 + 0,3Z^1 + 0,2}{Z^3}$$

6- Determine e esboce no plano complexo z os polos e zeros das seguintes funções de transferência.

a-

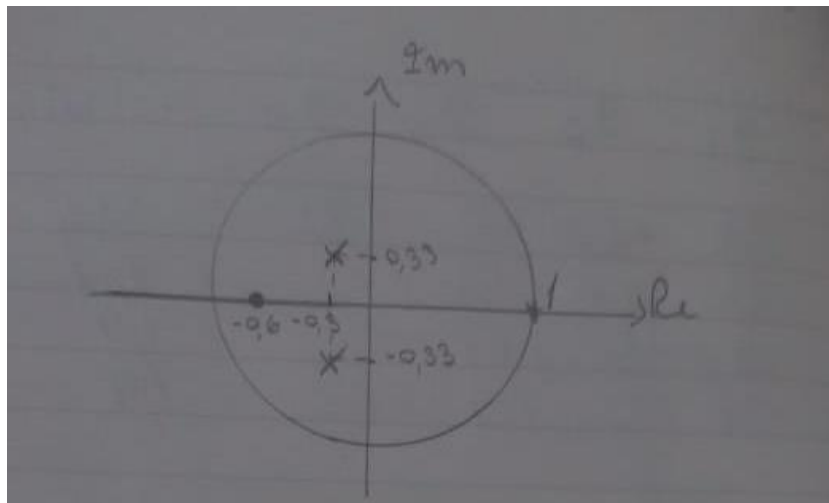
$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{z + 0,6}{(z^2 + 0,6z + 0,2)(z - 1)}$$

$$x = \frac{-0,6 \pm \sqrt{0,6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,2}}{2}$$

$$x' = \frac{-0,6 + \sqrt{-0,44}}{2} = -0,3 + 0,3317j$$

$$x'' = \frac{-0,6 - \sqrt{-0,44}}{2} = -0,3 - 0,3317j$$

Resposta: Dessa forma os polos serão iguais a $-0,3 + 0,3317j$, $-0,3 - 0,3317j$ e 1, enquanto o zero será igual a -0,6.



b-

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{z^{-1} + 0,8z^{-2}}{1 + z^{-1} + 0,41z^{-2}}$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{z + 0,8}{z^2 + z + 0,41}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,41}}{2}$$

$$x' = \frac{-1 + \sqrt{-0,64}}{2} = -0,5 + 0,4j$$

$$x'' = \frac{-1 - \sqrt{-0,64}}{2} = -0,5 - 0,4j$$

Resposta: Dessa forma os polos serão iguais a $-0,5 + 0,4j$ e $-0,5 - 0,4j$, enquanto o zero será igual a $-0,8$.

