Universidad Nacional Autónoma de México

División de Ciencias Básicas

Calculo Integral

Integración: Longitud de arco. Descripción y explicación de la obtención de las tres fórmulas (dx, dy y uso de parámetro).

Profesor: Victor Hugo Piña Ramirez

Integrantes de Mapaches Vaqueros

Hernandez Morales Emiliano (Grupo 30)

Saldaña Navarrete Andrea (Grupo 30)

Ugartechea González Luis Antonio (Grupo 30)

Tepal Briseño Hansel Yael (Grupo 35)

Valenzuela Ascencio Gustavo (Grupo 35)

Índice

Introducción

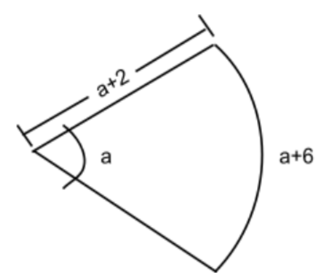
Tal vez en algún curso de geometría y trigonometría hayas visto esta forma de obtener la longitud de arco de una parte de circunferencia, en el que teníamos como fórmula $L = \theta R$, theta siendo el ángulo determinado por el corte a esta circunferencia y el radio siendo la distancia del centro a la orilla de la circunferencia.

Ejemplo 1: En un sector circular, el ángulo central mide “a” radianes, mientras que su radio y arco miden ”a+2” y “a+6” unidades respectivamente. Calcular el perímetro de otro sector cuyo ángulo mide “a+1” radianes y su radio “a+3”.

Considerando la fórmula para obtener la longitud de arco

$$L = \theta . R$$

Sustituimos lo que tenemos:



$a + 6 = (a)(a + 2)$

$a + 6 = (a^2 + 2a)$

$0 = a^2 + a - 6$

$0 = (a + 3)(a - 2)$

Caso 1

$$a + 3 = 0 \ -> \ a =- 3$$

Observamos que al sustituir en la expresión que representa al radio, obtenemos un resultado negativo:

$$a + 2 = (- 3) + 2 =- 1$$

El radio no puede ser negativo, por lo tanto descartamos esta opción.

Caso 2:

$a - 2 = 0$

$a = 2$

$R = a + 2 = 2 + 2 = 4$

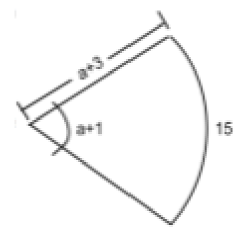
$L = a + 6 = 2 + 6 = 8$

Comprobamos

$L = (2)(4) = 8$

Para la segunda parte sustituimos los datos que tenemos

$\theta = a + 1 = 2 + 1 = 3$



$R = a + 3 = 2 + 3 = 5$

$L = (3)(5) = 15$

Para obtener el perímetro debemos de sumar los lados de la figura

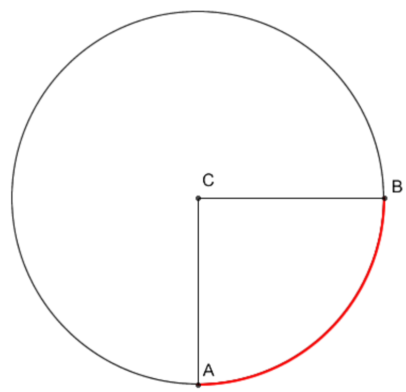
$P = 5 + 5 + 15 = 25$

$\therefore$P=25

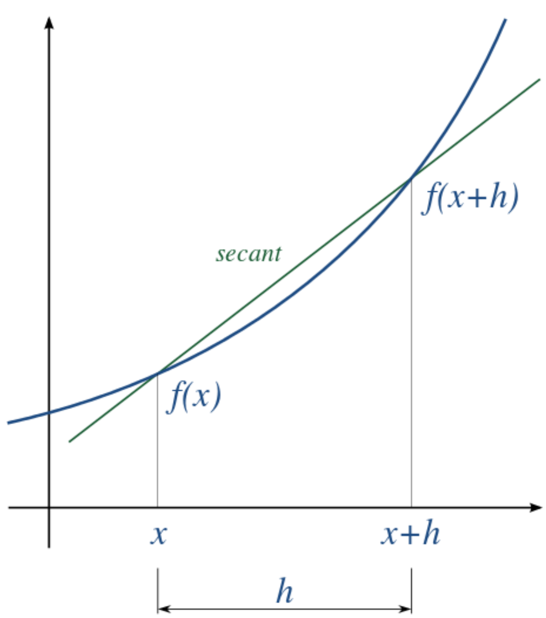
Sin embargo, en el cálculo integral, podemos aproximar la longitud de arco de una curva, no solo de un trozo de circunferencia, esto, mediante métodos y teoremas definidos en el cálculo diferencial e integral.

Desarrollo de la explicación teórica:

¿Qué es un arco?: En geometría, arco es cualquier curva continua que une dos puntos. En particular un arco puede ser una porción de circunferencia, que queda definido a partir de dos puntos sobre dicha circunferencia.



¿Qué es una recta secante?: Una recta secante, es una recta que corta a una curva en 2 puntos. La recta adquiere el nombre de recta Secante.



¿Qué es una derivada?: La derivada es la pendiente de una recta tangente a un punto de una curva y se obtiene mediante aproximar el punto final de una recta secante al punto inicial, mediante la herramienta base del cálculo, los límites.

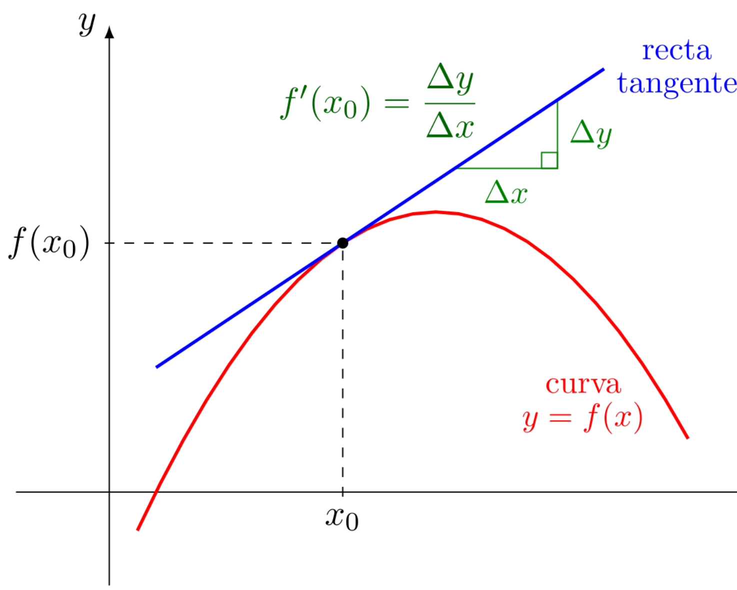


Imagen obtenida de:

¿Qué es una integral?: La integral, es el área bajo la curva de una función, definida como una suma continua de sumandos infinitos, esto, mediante el concepto de límites. A su vez, es la operación inversa de la derivada.

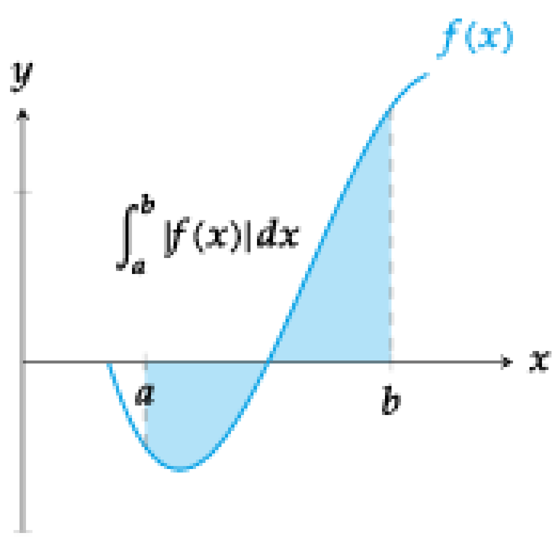
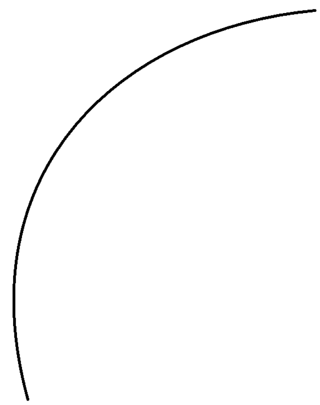


Imagen obtenida de: https://aprendeconalf.es/docencia/calculo/manual/integrales/

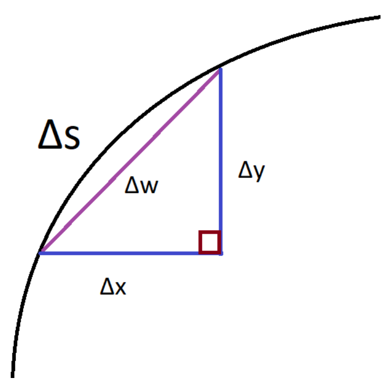
Desarrollo teórico

Ahora. ¿Cómo se relacionan todos estos conceptos con la longitud de arco?

Primero necesitamos nuestra curva a medir:



Ahora vamos a cortar el segmento mediante una recta secante (En dos puntos), por lo que definimos el segmento de la curva como Δs_i, y la recta secante como Δw_i. De esto podemos obtener segmentos paralelos a nuestros ejes de referencia, formando un triángulo rectángulo, como se observa en la figura.



Por lo que podemos establecer el teorema de pitágoras de la siguiente forma: $\Delta w_i = \sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta y_i)^2}$.

Ahora, podemos establecer ecuaciones paramétricas con un parámetro auxiliar cualquiera, en este caso "t", en las que se cumple que $x = f(t)$, $y = g(t)$ en un intervalo cerrado [a,b]

¿Por qué este intervalo? Porque nos ofrece las condiciones para afirmar que $f(t)$ y $g(t)$ son continuas en el mismo, por lo tanto, derivables y cumpliendo que ambas derivadas nunca son iguales a cero de manera simultánea.

Entonces se cumple:

$$\Delta x_i = f(t_i) - f(t_{i-1}) \qquad \Delta y_i = g(t_i) - g(t_{i-1})$$

Esto debido a que cada sub-intervalo de Δx y Δy es una recta secante, por lo que su longitud se da en el punto inicial menos el final.

Ahora, necesitamos introducir a un viejo amigo…

El teorema del valor medio del cálculo diferencial.

Si una función es continua en el intervalo cerrado [a,b] y diferenciable en el intervalo abierto (a,b), entonces existe un punto c contenido en el intervalo (a,b) tal que f'(c), su derivada evaluada en el mismo, es igual a la razón de cambio promedio de la función en [a,b].

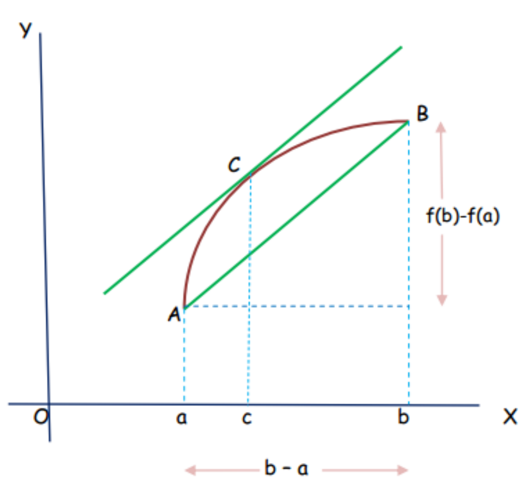


Imagen obtenida de: https://aprendeconalf.es/docencia/calculo/manual/integrales/

Por lo tanto, aplicando este teorema a las fórmulas que estamos construyendo (t0 sería nuestro punto medio):

$$f(t_i) - f(t_{i-1}) = f'(t_0)\Delta t_i \qquad g(t_i) - g(t_{i-1}) = g'(t_0)\Delta t_i$$

Sustituyendo en la fórmula:

$$\Delta w_i = \sqrt{(f'(t_0)\Delta t_i)^2 + (g'(t_0)\Delta t_i)^2} = \sqrt{(f'(t_0))^2 + (g'(t_0))^2}\ \Delta t_i$$

Esto es la “rebanada” del arco, ahora, para obtener la longitud total, debemos hacer una suma de n “rebanadas de arco” para aproximar la longitud total de la curva, entonces se agrega una sumatoria a las fórmulas.

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta w_i = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{(f'(t_0))^2 + (g'(t_0))^2}\ \Delta t_i$$

Entonces bajo la definición de integral, hacemos que nuestras “rebanadas”, que son rectas secantes, se aproximen a cero, por lo que ahora tenemos una bonita integral definida en la fórmula, por lo que, cambiando la notación de la derivada y aplicando la integral a ambos lados de la igualdad.

$$L = \int_a^b \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}\ dt$$

El parámetro puede tomar valores arbitrarios, en ciertos casos será conveniente hacer que x=t o que y=t, por lo tanto, la fórmula ahora es respecto a la derivada de y con respecto de x, o la derivada de x con respecto de y, más uno ya que el parámetro es igual a una u otra variable. Obtenemos las siguientes fórmulas

$L = \int_a^b \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2}\ dx$ (Con respecto de x)

$L = \int_a^b \sqrt{(\frac{dx}{dy})^2 + 1}\ dy$ (Con respecto de y)

Y así obtenemos nuestras fórmulas para calcular la longitud de arco dada una función.

Desarrollo de los ejercicios

1. Hallar la longitud de arco de la curva $9y^2 = 4x^3$ comprendido entre los puntos de la curva abscisa x=0 y x=3

   $x \, \varepsilon \, [0, 3]$

   Lo primero a realizar es dejar alguna de las variables en términos de la otra, en este caso utilizaremos y

   $y^2 = \frac{4x^3}{9}$ -> $y = \sqrt{\frac{4x^3}{9}}$

   Una vez hecho esto derivamos nuestra expresión y la simplificamos lo más posible

   $$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{4x^3}{9}}}\left(\frac{12x^2}{9}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{4x^3}{9}}}\left(\frac{4x^2}{3}\right) = \frac{4x^2}{6\sqrt{\frac{4x^3}{9}}} = \frac{2x^2}{3\sqrt{\frac{4x^3}{9}}} = \frac{2x^2}{3\left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\right)} = \frac{x^2}{x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{x}$$

   Una vez hecha la derivada sustituimos en la siguiente fórmula

   $$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

   Siendo a: x=0 y b: x=3

   $$L = \int_0^3 \sqrt{1 + (\sqrt{x})^2}\, dx = L = \int_0^3 \sqrt{1 + x}\, dx$$

   Para integrar esta expresión utilizamos un cambio de variable

   $u = 1 + x \quad du = dx$

   Sustituimos en nuestra integral. Nota: recuerda que los parámetros de nuestra integral no deben de incluirse cuando realizamos nuestro cambio de variable.

$\int \sqrt{u}\, du = \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2}{3}(u)^{\frac{3}{2}}$

Ahora lo que tenemos que hacer es regresar nuestra expresión a los términos de x y aplicar la regla de Barrow

$\therefore L = \frac{2}{3}(1 + x)^{\frac{3}{2}}|^{3}0 = \frac{2}{3}(1 + 3)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(1 + 0)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(1)^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

Al integrar y evaluar en el intervalo obtenemos que la longitud de arco es de 4.6

2. Hallar la longitud de arco de la curva de la función $y = ln(cosx)$ en el intervalo $x\, ε\, [0, \frac{π}{3}]$

Lo primero es encontrar y' con ayuda de la fórmula

$$\frac{d}{dx} ln\, v = \frac{1}{v}\frac{d}{dx}(v)$$

Entonces

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{cos(x)}(-\, sen(x))(1) =-\, tan(x)$

Sustituimos en la fórmula

$$L = \int_{a}^{b} \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^{2}}\, dx$$

$L = \int_{0}^{\frac{π}{3}} \sqrt{1 + (-\, tan(x))^{2}}\, dx = L = \int_{0}^{\frac{π}{3}} \sqrt{1 + tan^{2}(x)}\, dx$

Utilizamos la propiedad $sec^{2}(x) - tan^{2}(x) = 1$

$L = \int_{o}^{\frac{π}{3}} \sqrt{sec^{2}(x)}\, dx = L = \int_{o}^{\frac{π}{3}} sec(x)dx$

Al integrar obtenemos

$$L = ln\,|sec(x) + tan(x)|\,\Big|_{0}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$ln|sec(\tfrac{\pi}{3}) + tan(\tfrac{\pi}{3})| - ln|sec(0) + tan(0)| = ln|2 + \sqrt{3}| - ln|1 - 0| =$$

$$|ln|2 + \sqrt{3}| = 1.3169$$

∴ Obtenemos que la longitud del arco en el intervalo $x \, \varepsilon \, [0, \frac{\pi}{3}]$ es de 1.3169.

Estrategia Definitiva.

Uniformes:

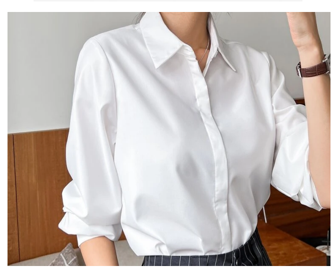
-Sombrero de vaquero color café.

-Paliacate rojo amarrado al cuello.

-Camisa blanca de botones.

-Pantalones de mezclilla color azul.

-Zapatos color negro o café.



Materiales:

-Hojas de papel para imprimir propaganda.

-Papel bond o doble cartulina.

-Papel kraft para realizar una decoración de estilo Saloon del lejano oeste y ambientación extra basada en el lejano oeste.

-Mesa de plástico de 80x40cm (Para montar el puesto).

-Computadora portátil (Para fines ilustrativos).

-Tres hilos de estambre cortados con la misma medida (25.6 cm).

-Tres tablas de fibracell cuadradas de 15x15 cm o tres cartones cortados de manera cuadrada (Sobre estas se fijará el estambre).

-Tres reglas de 20cm (Para la dinámica del puesto).

-Dos blocs post-it (Para la dinámica del puesto).

-Cinta adhesiva.

-Vasos de plástico rojos (Estilo beer pong).

-Papeles con definiciones, fórmulas y apoyos visuales.

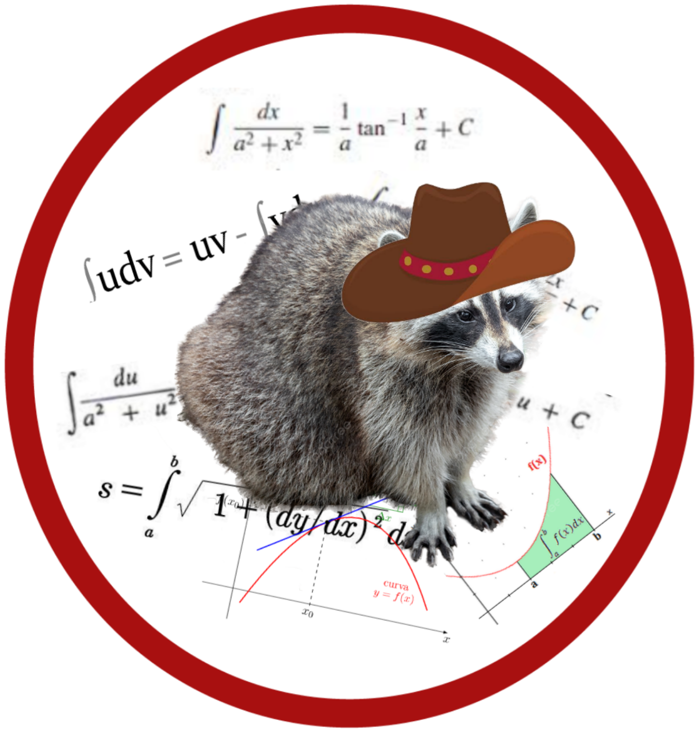
Estrategias de difusión y atracción de visitantes:

Paso 1: El martes 16 de mayo, se pegará el siguiente cartel en distintos sitios del conjunto sur de la Facultad de Ingeniería.

Paso 2: Adornar el puesto de una manera llamativa, los elementos serán los siguientes:

-Las puertas del “Saloon” de papel Kraft en frente de la mesa o atrás según la posición que nos convenga al armar el puesto

-El papel bond, con el siguiente logo impreso:



-A su vez, las decoraciones de papel kraft, tendrán carteles de “Se busca” parecidos a los de la propaganda, pero con una foto de los integrantes del equipo en lugar del mapache.

Paso 3: Vocear mientras se está en el puesto para atraer a quienes pasen por ahí, con el incentivo de conseguir un dulce por participar en la dinámica y obtener algo de conocimiento sobre el cálculo diferencial e integral.

Actividades propuestas.

Antes de empezar, se le preguntará a la persona si ya cursó alguna materia de Cálculo Integral o similar. Posterior a eso se le dará una introducción guionada al puesto.

“Buenas viajeros, bienvenidos al lejano oeste, como verá, somos fugitivos de la comisaría matemática, pero nosotros no somos malos, solo buscamos transmitir nuestro conocimiento de cálculo a quienes pasen por este pueblo, además, no nos queda de otra, antes solíamos tomar litros de licor en estos vasos, pero como nos es difícil conseguirla ahora por nuestra condición de fugitivos, ahora los usamos para explicar haciendo trucos. Pero antes de empezar, nos gustaría que probaran su valía y habilidad en el siguiente juego, quien salga vencedor, será premiado”

-Primera dinámica, juego (Cuerdas caprichosas)

Se iniciará la actividad con el juego que se propuso en el anteproyecto, cuerdas caprichosas.

El juego consiste en que tres participantes se sitúan en la mesa, con las tres cuerdas fijas al cartón o tabla, cada uno de ellos dispone de una regla de 20 cm, un lápiz y un post-it para anotaciones.

En un total de 45 segundos, cronometrados por un celular, deben aproximar la longitud total de la cuerda, con la cantidad de medidas que cada uno considere óptimo. El que se acerque más a la longitud de la cuerda ya sea por izquierda o por derecha, se llevará un dulce extra a los que vamos a dar simplemente por participar.

-Segunda dinámica, explicación de la longitud de arco, usando la definición y mostrando los ejercicios.

Empezaremos explicando, la longitud de arco en un fragmento de circunferencia de manera rápida, como un mero antecedente. Posterior a esto se usará la explicación teórica al pie de la letra, pero, almacenaremos papelitos con las fórmulas y definiciones a explicar en cuatro vasos con una letra (Para no confundirnos e ir explicando de manera secuencial los conceptos), y únicamente de manera visual cambiaremos los vasos de posición, y abriremos el de la explicación correspondiente. Al momento de llegar a las definiciones que lo ameriten, usaremos un programa que muestra una animación del concepto, un ejemplo, el de la derivada. Una vez terminados los cuatro vasos, pasaremos a explicar la longitud de arco como se definió previamente en el documento, mostrando los cambios en la fórmula de la misma forma, moviendo y abriendo los vasos.

Después de eso procederemos con la resolución de los ejercicios propuestos, apoyándonos de la hoja.

Finalmente mostraremos un programa escrito en python, con el que variando la n en la sumatoria, muestra de forma visual la longitud de arco y las rebanadas para aproximar el valor.

Programas didácticos en Python.

Se desarrollarán programas en Python para mostrar de manera visual ciertos conceptos, listados a continuación.

-Derivada.

-Teorema de valor medio del cálculo diferencial.

-Integral.

-Longitud de arco.

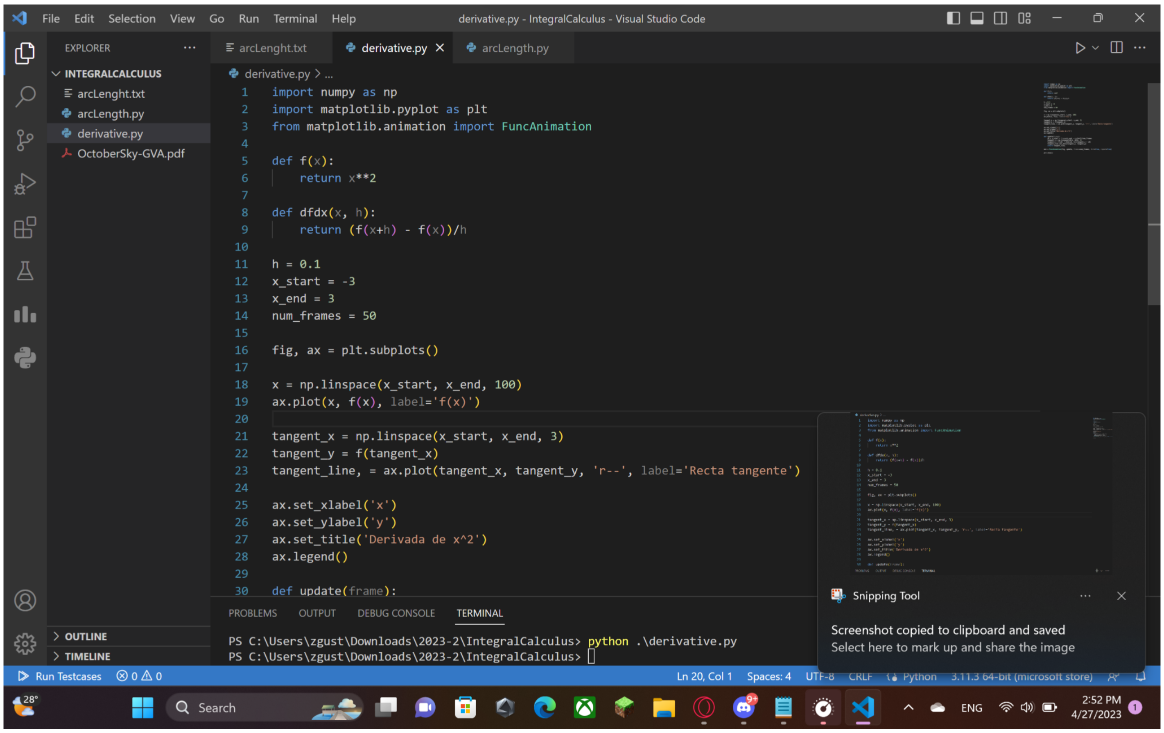
Horarios Planificados

Horario	Integrantes disponibles en el Horario
10:00 - 11:00	Hansel Tepal, Gustavo Valenzuela
11:00 - 13:00	Hansel Tepal., Gustavo Valenzuela, Andrea Saldaña, Luis Ugartechea
13:00 - 14:30	Hansel Tepal, Gustavo Valenzuela, Andrea Saldaña, Emiliano Hernandez
14:30 - 15:00	Hansel Tepal, Andrea Saldaña, Emiliano Hernandez
15:00 - 16:00	Hansel Tepal, Andrea Saldaña, Emiliano Hernandez, Luis Ugartechea

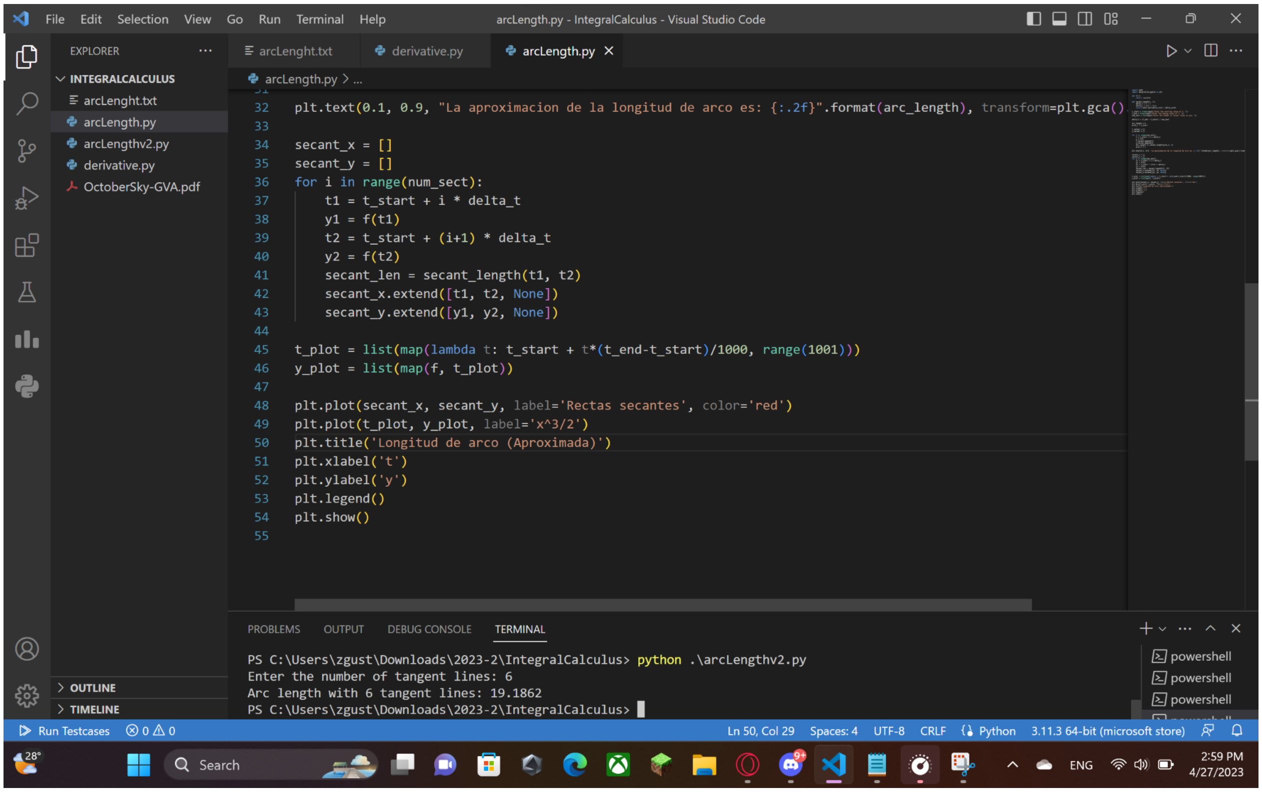
Avance del proyecto hasta la fecha de escritura de este documento

Por el momento, solo contamos con los programas en fase alfa de desarrollo. Se prevé tener lo demás para la próxima semana mediante trabajo en sesiones presenciales.

Fotos:



Programa animado para la derivada.



Programa animado para longitud de arco.

Bitácora fotográfica del día del evento.


orgánicos
botellas de plástico
SALOON
Longitud de Arco


Moebius


Miguel Navarrete Quintanilla 20 h
SE BUSCA
VIVO O MUERTO
ACUSADO DE DIVIDIR ENTRE CERO, AFIRMAR QUE $(A+B)^2 = A^2+B^2$, INCLUIR AL 0 EN LOS NÚMEROS NATURALES, PASAR UN EXAMEN DE CÁLCULO I SACANDO LÍMITES POR L'HOPITAL, APLICAR PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES EN EL CAMPO COMPLEJO, CURSAR ECUACIONES DIFERENCIALES SIN SABER INTEGRAR Y VIAJAR EN EL TIEMPO PARA AVENTARLE MANZANAS A NEWTON
SI QUIERE RECLAMAR LA RECOMPENSA, FAVOR DE PRESENTARSE EN LA EXPLANADA DEL ANEXO DE INGENIERÍA, PARA LA FERIA DE MATEMÁTICAS ENTRE LAS 10:00 AM Y LAS 4:00 PM
MAPACHES VAQUEROS
RECOMPENSA EN EFECTIVO
$1,000,000
17 - MAYO - 23
Comentar

Resumen y comentarios de cada integrante del equipo:

Hernandez Morales Emiliano:

Llegué aproximadamente a las 9 de la mañana a ayudar con los últimos detalles de la utilería que íbamos a necesitar y a acomodar muestro stand en la explanada, no hubo ningún problema o contratiempo importante y de este modo muestro espacio y todo el material estuvo listo en la hora establecida.

Los primeros minutos transcurrieron con tranquilidad, pasamos listas y fueron pocos los participantes de nuestro stand y principalmente eran amigos. Conforme pasó el tiempo la gente se acercaba más y hubo bastantes participantes sobretodo entre las 12 y las 2, así mismo, nuestras explicaciones y la soltura que teniamos a la hora de darla mejoraron bastante conforme las hacíamos más, lo que ayudó a que más gente se acercara, además, mucha gente nos comentaba que se acercaba a nosostros gracias a los volantes pegados en dias anteriores.

Después de que llegarán más integrantes de nuestro equipo, pudimos descansar Gustavo, Nazel y yo, que estábamos ahi desde el inicio, pude comer e ir a participar en las exposiciones y juegos de mis compañeros en la feria.

Laa últimas horas transcurrieron también con tranquilidad, algunos participantes nos transmitían su agrado hacia la actividad. Empezó a llover un poco y tuvimos que guardar un momento la laptop y esto consideramos que hizo que perdiera algo de llamativo nuestro stand y la explicación, pues esta era parte importante en la exposición.

Al final solamente recogimos nuestro stand y limpiamos algunos restos de basura que habíamos dejado. Consideramos que todo salió bastante bien, fue una actividad que por su dinamismo y originalidad nos gustó bastante y la disfrutamos mucho. En cuanto a nuestro tema, llegamos a entenderlo en su totalidad y eso nos ayudó a la hora de exponerlo.

Saldaña Navarrete Andrea:

Llegué al stand a la 1:00. Honestamente me sentía muy nerviosa por no haber podido estar la primera mitad de la feria por lo que sentí que al principio me costó un poco seguir el ritmo de mis compañeros y entender cómo estaban llevando a cabo las dinámicas, sin embargo siento que no tardé mucho en adaptarme.

La principal atracción de nuestro puesto consistía en un desafío para intentar ganar una bolsa de papas. En la primer fase debían medir la longitud de una cuerda pegada a una tabla a manera de curva, con la ayuda únicamente de una regla, una libreta, un lápiz y una calculadora; si lograban acercarse a la medida real teniendo un margen de error de 1 centímetro máximo, pasaban a la siguiente fase. La segunda y última etapa constaba de cuatro preguntas relacionadas al cálculo integral y diferencial. De tener todas bien automáticamente ganaban el premio, de lo contrario, si tan sólo se equivocaban en una, debían realizar veinte lagartijas para compensarla.

Esto, sumado al hecho de que regalamos dulces simplemente por participar, nos ayudó a atraer a varias personas de las cuales la mayoría accedieron a escuchar la explicación completa del tema.

Me siento conforme con nuestra demostración de la fórmula de longitud de arco. Siento que particularmente mi explicación fue bastante buena ya que siempre me ha gustado hacer este tipo de cosas y procuré prepararme bastante para que la información proporcionada fuera correcta.

Sin duda es una actividad que volvería a realizar ya que, además de que disfruté el poder explicar el tema a quienes nos visitaban, considero que me ayudó a comprender mejor de dónde surgía la expresión vista en clase y cómo se utilizaba.

Tepal Briseño Hansel Yael:

Llegue a las 9:00 am a la explanada de anexo junto con mi compañero Gustavo Valenzuela y Emiliano Hernandez para empezar a armar nuestro puesto, Nos colocamos donde sería la parte trasera del auditorio Sotero Prieto, ahí empezamos a prepararnos para el comienzo de de la feria que sería en unos minutos.

Recién iniciada la feria empezó a llegar mucha a gente a nuestro puesto, por lo que tuvimos que simplificar mucho nuestras exposiciones y hacer más dinámicas nuestras actividades, con el principal fin de que aquellos que se acercaran a nuestro puesto se llevarán una buena experiencia y no consideran aburrido o tedioso nuestra explicación, además considero que al repartir dulces a todos aquellos que participaban en las dinámicas y dar premios a los que lograban completarlas nos ayudó a conectar con las personas que estaban interesadas en nuestro puesto.

Más tarde se incorporaron mis compañeros Luis Ugartechea y Andrea Navarrete, los cuales llegaron justo a tiempo debido a que el cúmulo de personas en nuestro puesto llegó a tal grado que tuvimos que organizar a detalle cómo iba a ser cada exposición para que estas tardaran el menor tiempo posible, esto terminó siendo un éxito ya que no pasaba mucho tiempo entre explicarles a un grupo de personas a otro.

En lo personal esta fue una nueva experiencia para mi, pues aunque había participado en otras ferias, nunca había disfrutado tanto una hasta el momento, pude convivir con mis amigos y no tuve que forzarme a seguir con un guión, por lo que pude exponer libremente y demostrar que verdaderamente dominaba el tema.

Ugartechea González Luis Antonio:

Al comienzo de la feria no pude estar aunque después me integré a mi equipo a las 11 para hacer nuestra exposición, al principio todo estuvo muy tranquilo hasta la 1 ya que muchos cambian de salón o salen a esa fue cuando más movimiento hubo en los puestos.

Durante la exposición realizamos distintas dinámicas para que fuera un poco más atractiva la exposición y no fuera tan extensa, al principio empezamos con una dinámica la cual con ayuda de una regla un cuaderno, lápiz y una calculadora le pedíamos al participante que calculara un aproximado de la longitud de un estambre que colocamos sobre la mesa, si el participante se acercaba lo suficiente a la longitud real le dábamos un dulce.

Después explicamos con ayuda de una demostración cómo se obtenía la fórmula para calcular la longitud de arco de un arco en una curva. Para entrar un poco más en detalle, la dinámica de demostración se hacía un poco lenta ya que tenía que ser explicada con mucho detalle entonces decidimos hacer algo más dinámico con vasos y preguntas, estas preguntas eran preguntas teóricas sobre los conceptos teóricos básicos que conformaban toda nuestra demostración, los cuatro conceptos eran: arco, derivada, secante e integral. Una vez contestadas las preguntas por el participante, bien o mal, comenzábamos con la demostración a detalle de la fórmula para longitud de arco.

Con esta dinámica dimos introducción a todo el tema y proseguimos a explicar algunos ejercicios sencillos que desarrollamos a detalle para que los participantes entendieran el desarrollo práctico de problemas que implican la fórmula de longitud de arco.

Una vez terminadas las explicaciones regalábamos dulces a las personas que se quedarán hasta el final y les enseñabamos el cómo funciona una integral por medio de un programa graficador que desarrollamos en una laptop , con esto, los concursante se irían con una buena experiencia, muchas veces surgían preguntas por parte de los participantes en general sobre la exposición y les resolvíamos sus dudas en el momento.

Esta era nuestra dinámica principal, aunque vimos a lo largo de la feria que no era tan efectiva para atraer audiencia ya que la explicación era bastante larga, por lo que, decidimos hacer una explicación un poco más condensada, una vez explicada toda la parte teórica hicimos una especie de reto con los elemento que teníamos como dinámica principal, este reto era para conseguir unas papas, las condiciones para ganarse las papas eran: aproximar la longitud del estambre en 45 segundos, contestar 3 de 4 de nuestras preguntas teóricas básicas de cálculo y finalmente, hacer 20 lagartijas o un ejercicio de longitud de arco de manera correcta, después de esto procedimos a enseñar por medio de nuestro programa una gráfica de cómo se comportaba una integral. De esta forma mejoramos nuestra estrategia para atraer gente al puesto y así logramos una mejor dinámica.

En general no tuve mucho tiempo de visitar los demás puestos, solo tuve la oportunidad de ir a 4 puestos, esto mientras todos estaban en clases ya que era cuando menos había gente en la explanada. En general la explicaciones de los demás puestos estaban muy bien planteadas y creo que todos tenían dinámicas diferentes que eran bastante atractivas, en lo personal disfruté mucho una dinámica de las torres de Hanoi ya que tuve una experiencia similar en el Universum.

Para terminar, durante las últimas horas de la feria el ambiente estuvo muy tranquilo ya que empezó a llover y hubo menos gente en los puestos.

En conclusión, creo que los puestos son una buena forma de atraer gente para introducirlos al cálculo en general, ya que, al tener un premio es más llamativo para la gente y cuando participaban lo que tratábamos era hacer que se lo pasaran bien sin importar si sabían o no del tema, el único inconveniente es el transporte de las cosas ya que aunque nuestro puesto fuera pequeño nos costó trabajo regresar a casa con todas las cosas que llevamos ese día, sin embargo, valió la pena.

Valenzuela Ascencio Gustavo:

Llegué junto con Hansel a las 9:00 para montar el puesto de la mejor manera posible. Estuvo listo a las 10:00 y en cuanto empezó la feria, llegaron dos chicos que mencionaron haber visto el cartel y querer reclamar la recompensa.

Aunque teníamos ya ensayada la explicación, fue difícil para nosotros al principio poner en práctica la dinámica con gente que no conocíamos.

Nuestra explicación, considero era concisa y clara pero nos tomaba mucho tiempo, por lo que la convertimos de manera opcional, si la gente quería escucharla, sin ningún problema lo mostramos, así como el ejercicio, esto con su respectiva recompensa por quedarse a toda la explicación. La dinámica pasó de ser el juego, sumada a la explicación lineal planteada, a el mismo juego, solo que cambiando la explicación de las bases del cálculo por una trivia con la cual ofrecíamos más dulces y una muy breve explicación de la longitud de arco. A manera de inciso, varias personas nos preguntaron cómo habíamos realizado los programas para mostrar las gráficas de la derivada y la integral, a lo que respondimos que fueron realizadas en Python 3 con la bibliotecas “matplotlib” y “numpy”.

Conforme pasaba el tiempo, nos dimos cuenta que las recompensas jugosas atraían a más gente, por lo que decidimos ofrecer frituras, a cambio de una dinámica más especial, la cual consistía en aproximar la longitud de la cuerda de una manera muy cercana, si la persona lo lograba, debía responder de manera correcta 3 de 4 preguntas de la trivia y quedarse a la explicación teórica para resolver el ejercicio, o realizar correctamente 20 lagartijas, ya que las personas podían aburrirse. Este cambio en la estrategia resultó de maravilla, ya que la captación de personas aumentó de una gran manera.

Conclusiones finales del equipo:

Fue una muy buena experiencia. Ejecutamos nuestro proyecto de manera correcta, debido a que la explicación nos pareció adecuada, y esta mejoró conforme más personas accedían a escucharla, todos los miembros del equipo pudieron decirla en algún momento y los turnos para dirigir el puesto y la explicación fueron repartidos de la forma más equitativa posible.

Algo que tal vez pudimos mejorar, es usar más material para montar el puesto, tal vez algunas varillas, más madera, una mesa más grande, entre otros elementos que hicieran más vistoso el puesto.

Esta experiencia nos ayudó a comprender de una mejor manera nuestro tema y los subtemas relacionados a este. Muchos dicen que la mejor manera de aprender y poner a prueba tus conocimientos es explicándole a alguien más, lo cual confirmamos de manera rotunda, ya que la mejora fue notable a lo largo de todo el evento.

Sin dudas repetiríamos esta dinámica, fue entretenida, cansada pero muy enriquecedora, pusimos a prueba nuestras habilidades duras relacionadas al cálculo, así como las habilidades blandas, sobre todo la comunicación, el trabajo en equipo y la asertividad, que nos servirán mucho más adelante para ejecutar proyectos en el campo laboral a futuro.

Referencias:

Louis Leithold. (1981). “El cálculo con geometría analítica”. Cuarta Edición

https://es.wikipedia.org/wiki/Arco_(geometría)#Longitud_de_arco

https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-diff-analytical-applications-new/ab-5-1/v/mean-value-theorem-1#:~:text=El%20teorema%20del%20valor%20medio,en%20%5Ba%2Cb%5D.