



# UNIDADE I

---

Lógica

Prof. João Giardulli

# Introdução

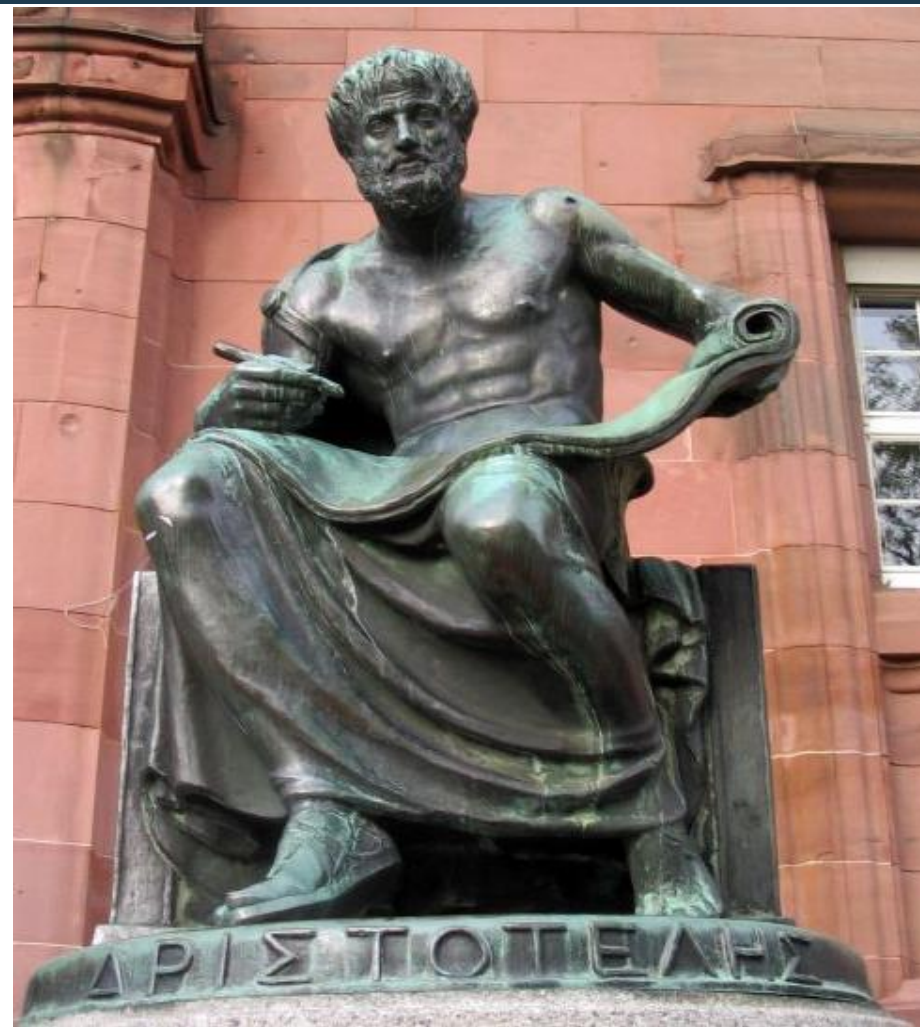
A primeira qualidade do estilo é a clareza. (Aristóteles)

# Introdução

Aristóteles é considerado o precursor da lógica.

Aristóteles (384-322 a.C.)

Fonte:  
<https://cpantiguidade.wordpress.com/2010/10/15/historia-politica-plano-de-poder>



# Introdução

Alguns matemáticos:

- Leibniz (1646-1716)
- Leonhard Euler (1707-1783)
- Augustus de Morgan (1806-1871)
- George Boole (1815-1864)
- Alfred North Whitehead (1861-1947)
- Bertrand Russell (1872-1970)

# Introdução

Claude E. Shannon:

- Em 1938, mostrou a aplicação da Álgebra de Boole na análise de circuitos de relés, o que serviu de base para o desenvolvimento da teoria dos interruptores.

# Introdução

A lógica é:

- “O estudo da razão” ou
- “O estudo do raciocínio”.

# Introdução

A lógica é:

- O estudo dos métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto. (Irving Copi)

# Proposições e conectivos

Proposição:

- Conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo. (ALENCAR FILHO, 2002)

Ex.: Madri é a capital da Espanha.



# Proposições e conectivos

Proposição:

- É uma sentença declarativa que pode ser verdadeira ou falsa.
- Cristóvão Colombo descobriu o Brasil.

# Proposições e conectivos

Proposição:

- Não pode ser ambígua ou suscitar dúvida.
- “Eu vi uma foto sua no metrô.”

# Proposições e conectivos

Proposição:

- Não pode ser ambígua ou suscitar dúvida.
- “Eu vi uma foto sua no metrô.”

Quem estava no metrô? Eu ou você?

## Leis fundamentais

- I. Princípio da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo.

## Leis fundamentais

- I. Princípio da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo.
- II. Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

## Leis fundamentais

- I. Princípio da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo.
- II. Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- III. Princípio do terceiro excluído: toda proposição ou é verdadeira ou é falsa.

## Leis fundamentais

- I. Princípio da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo.
- II. Princípio da não contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- III. Princípio do terceiro excluído: toda proposição ou é verdadeira ou é falsa.

A lógica matemática é uma lógica bivalente.

# Valores lógicos das proposições

- O valor lógico de uma proposição ou é verdadeiro (V) se a proposição é verdadeira, ou é falso (F) se a proposição é falsa.

Exemplo:

- a. O chumbo é mais pesado que a água.
- b. O Sol gira em torno de Marte.

Usando a notação:

$$V(a) = V$$

$$V(b) = F$$



## Interatividade

Qual das alternativas abaixo é verdadeira?

- a)  $\cos \pi/2 = 0$ .
- b) Cervantes escreveu *Os Sertões*.
- c) O número 17 é um número igual a 29.
- d) O Sol gira em torno da Terra.
- e)  $0! = 0$ .

## Resposta

Qual das alternativas abaixo é verdadeira?

- a)  $\cos \pi/2 = 0$ .
- b) Cervantes escreveu *Os Sertões*.
- c) O número 17 é um número igual a 29.
- d) O Sol gira em torno da Terra.
- e)  $0! = 0$ .

# Proposições simples e compostas

## Proposição simples:

- É aquela que não pode ser subdividida em outras proposições.

# Proposições simples e compostas

## Proposição simples:

- É aquela que não pode ser subdividida em outras proposições.

## Convenção:

- As proposições simples são geralmente designadas pelas letras latinas minúsculas  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$  etc.

# Proposições simples e compostas

Exemplos:

p: João é careca.

q: Alice é jogadora de futebol.

r: O número 16 é ímpar.

# Proposições simples e compostas

## Proposição composta:

- É aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições.

# Proposições simples e compostas

## Proposição composta:

- É aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições.

## Convenção:

- As proposições compostas são habitualmente designadas pelas letras latinas maiúsculas P, Q, R, S etc.

# Proposições simples e compostas

## Exemplos:

P: João é careca e Alice é estudante.

Q: Alice é bonita ou Viviane é estudante.

R: Se João é careca, então é infeliz.



# Proposições simples e compostas

## Observações:

- As proposições compostas também costumam ser chamadas de fórmulas proposicionais ou apenas fórmulas.
- As proposições simples são também chamadas de átomos, pois, assim como o átomo, não é divisível, enquanto a proposição composta é chama de molécula.

# Proposições simples e compostas

## Observações:

- Quando interessa destacar ou explicitar que uma proposição composta  $P$  é formada pela combinação das proposições simples  $p, q, r$  etc., escreve-se:
- $P (q, r, s \text{ etc.})$ . Essas proposições simples serão chamadas de proposições componentes simples quando for o caso.

# Proposições simples e compostas

## Observações:

- As proposições componentes de uma proposição composta podem ser, elas mesmas, proposições compostas.

# Conectivos

## Definição:

- Chamam-se conectivos as palavras que se usam para formar novas proposições a partir de outras. (ALENCAR FILHO, 2002)

# Conectivos

## Exemplos:

P. O número 10 é par e o número 27 é ímpar.

Q. O quadrilátero ABCD é retângulo ou é quadrado.

R. Não está quente.

S. Se Roberto é físico, então sabe matemática.

T. O triângulo ABC é equilátero se, e somente se, é equiângulo.

# Tabela-verdade

Considerando o princípio do terceiro excluído, a proposição simples “p” terá a seguinte representação tabular:

<b>p</b>
<b>V</b>
<b>F</b>

chamada tabela-verdade.

## Tabela-verdade

O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado. (ALENCAR FILHO, 2002)

# Tabela-verdade

Exemplo com duas proposições simples:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F



# Tabela-verdade

Exemplo com três proposições simples:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>r</b>
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

## Interatividade

Construa a tabela-verdade para uma proposição composta  $P(p, q, r, s)$  e determine quantas linhas ela possui.

- a) 16 linhas.
- b) 32 linhas.
- c) 64 linhas.
- d) 128 linhas.
- e) 256 linhas.

## Resposta

Construa a tabela-verdade para uma proposição composta  $P(p, q, r, s)$  e determine quantas linhas ela possui.

- a) 16 linhas.
- b) 32 linhas.
- c) 64 linhas.
- d) 128 linhas.
- e) 256 linhas.

# Operações lógicas sobre proposições

Negação ( $\sim$ )

$p$	$\sim p$
V	F
F	V

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Negação ( $\sim$ )

$p: 3 + 3 = 6$       e  $\sim p: 3 + 3 \neq 6$

$q: 10 < 4$       e  $\sim q: 10 > 4$

$r: \text{Brasília é a capital da Argentina (F)}$  e  $\sim r: \text{Brasília não é a capital da Argentina.}$

# Operações lógicas sobre proposições

## Observações:

Nos casos mais simples, antepõe-se o advérbio “não” ao verbo da proposição.

# Operações lógicas sobre proposições

## Observações:

Nos casos mais simples, antepõe-se o advérbio “não” ao verbo da proposição.

- $p$ : Ursa Maior é uma estrela.
- $\sim p$ : Ursa Maior não é uma estrela.

# Operações lógicas sobre proposições

## Observações:

- Outra maneira de efetuar a negação consiste em antepor à proposição dada expressões tais como “não é verdade que”, “é falso que”, por exemplo, a negação da proposição.



# Operações lógicas sobre proposições

## Observações:

- Outra maneira de efetuar a negação consiste em antepor à proposição dada expressões tais como “não é verdade que”, “é falso que”, por exemplo, a negação da proposição.

$q$ : Jorge é jogador de futebol.

$\sim q$ : Não é verdade que Jorge é jogador de futebol.

$\sim q$ : É falso que Jorge é jogador de futebol.

# Operações lógicas sobre proposições

CUIDADO!

A negação de

“Todas as mulheres são amáveis”

é

“Nem todas as mulheres são amáveis”

# Operações lógicas sobre proposições

CUIDADO!

A negação de

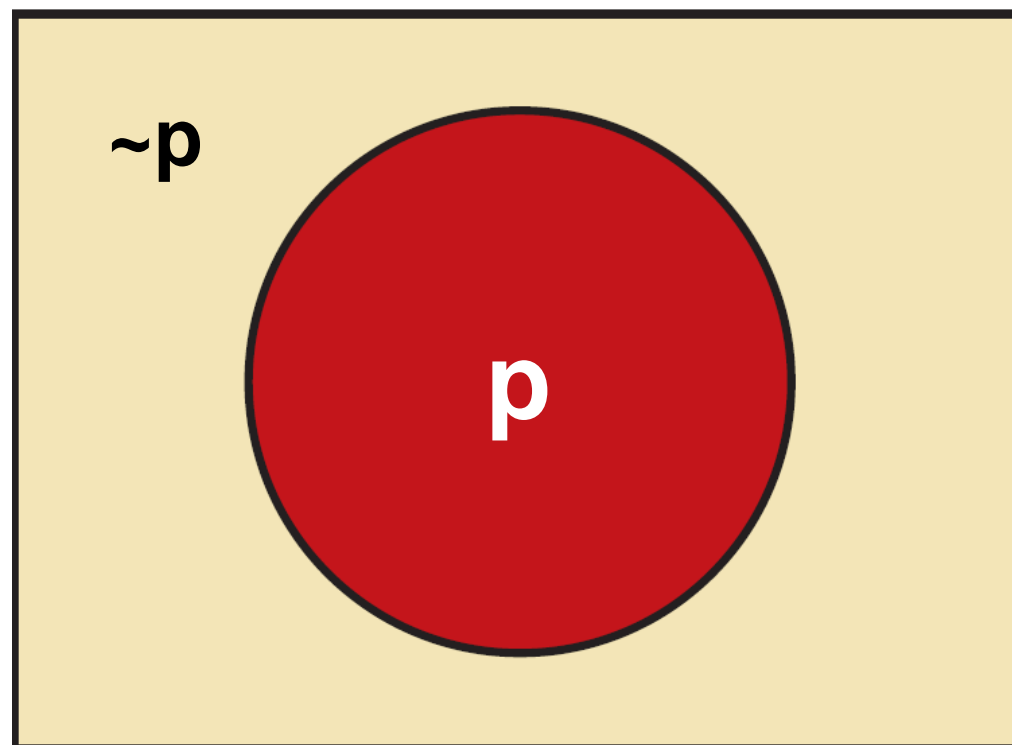
“Nenhuma mulher é amável”

é

“Alguma mulher é amável”

# Operações lógicas sobre proposições

Representação no diagrama de Venn:



Fonte: Livro-texto

# Operações lógicas sobre proposições

## Conjunção ( $\wedge$ )

- A conjunção de duas proposições  $p$  e  $q$  é a proposição representada por “ $p$  e  $q$ ”, cujo valor lógico é verdadeiro (V) quando as proposições  $p$  e  $q$  são ambas verdadeiras, e falso (F) nos demais casos.

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Operações lógicas sobre proposições

## Conjunção ( $\wedge$ )

Ou seja:

$$V \wedge V = V$$

$$V \wedge F = F$$

$$F \wedge V = F$$

$$F \wedge F = F$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Conjunção ( $\wedge$ )

$p$ : A clara do ovo é branca (V)

$q$ :  $3 < 7$  (V)

$p \wedge q$ : A clara do ovo é branca e  $3 < 7$  (V)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = V \wedge V = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplo de Conjunção ( $\wedge$ )

$p$ : Enxofre é azul (F)

$q$ : 17 é um número primo (V)

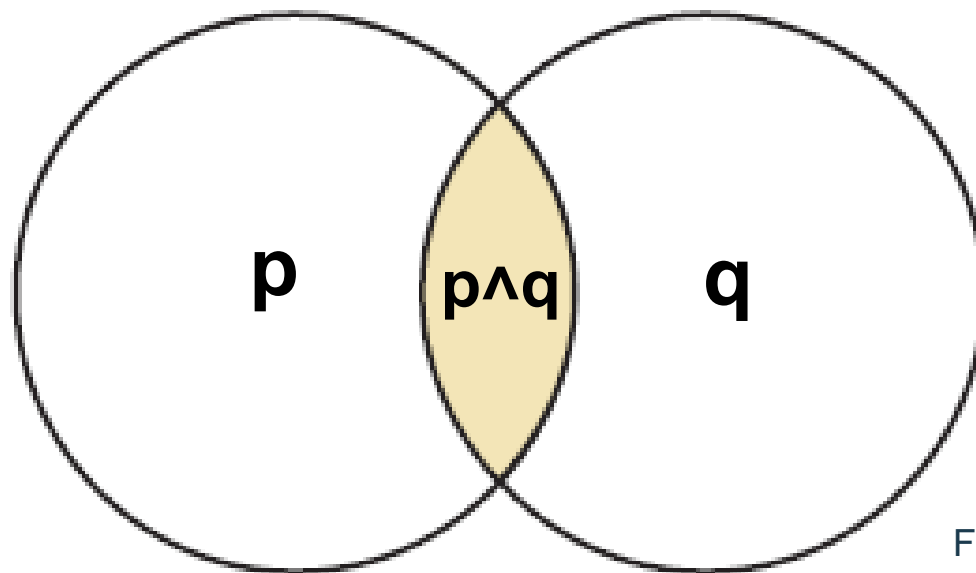
$p \wedge q$ : Enxofre é azul e 17 é um número primo (F)

$$V(p \wedge q) = V(p) \wedge V(q) = F \wedge V = F$$



# Operações lógicas sobre proposições

Representação no diagrama de Venn:



Fonte: Livro-texto

# Operações lógicas sobre proposições

## Disjunção inclusiva ou soma lógica ( $\vee$ )

- A disjunção de duas proposições  $p$  e  $q$  é a proposição representada por “ $p$  ou  $q$ ”, cujo valor lógico é verdadeiro (V) quando ao menos uma das proposições  $p$  e  $q$  é verdadeira, e falso (F) quando as proposições  $p$  e  $q$  são ambas falsas.

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Operações lógicas sobre proposições

Disjunção inclusiva ou soma lógica (v)

Ou seja:

$$V \vee V = V$$

$$V \vee F = V$$

$$F \vee V = V$$

$$F \vee F = F$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Disjunção ( $\vee$ )

$p$ : Madri é a capital da Espanha (V)

$q$ :  $9 - 4 = 5$  (V)

$p \vee q$ : Madri é a capital da Espanha ou  $9 - 4 = 5$  (V)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee V = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Disjunção ( $\vee$ )

$p$ : Camões escreveu *Os Lusíadas* (V)

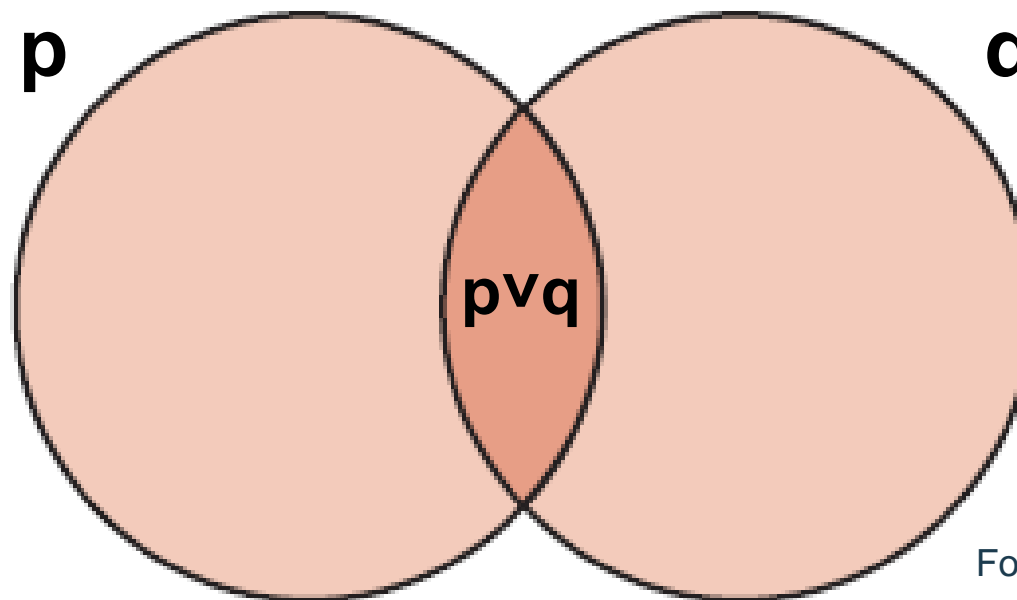
$q$ :  $\pi = 3$  (F)

$p \vee q$ : Camões escreveu *Os Lusíadas* ou  $\pi = 3$  (V)

$$V(p \vee q) = V(p) \vee V(q) = V \vee F = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

Representação no diagrama de Venn:



Fonte: Livro-texto

# Operações lógicas sobre proposições

## Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )

- É proposição representada por “ $p \underline{\vee} q$ ”, que se lê: “ou p ou q” ou “p ou q”, mas não ambos; é verdadeira quando p e q possuem valores lógicos diferentes; é falsa (F) quando p e q possuem valores lógicos idênticos.

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Operações lógicas sobre proposições

## Disjunção Exclusiva ( $\vee$ )

Ou seja:

$$V \vee V = F$$

$$V \vee F = V$$

$$F \vee V = V$$

$$F \vee F = F$$



# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )

$p$ : Maria é alagoana.

$q$ : Maria é gaúcha.

$p \underline{\vee} q$ : Ou Maria é alagoana ou Maria é gaúcha.

Como Maria não pode ser alagoana e gaúcha simultaneamente, então:

$$V(p \underline{\vee} q) = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Condicional ( $\rightarrow$ )

- É uma proposição representada por “se p então q”, cujo valor lógico é falso (F) no caso em que p é verdadeira e q é falsa, e verdadeiro (V) nos demais casos.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Condicional ( $\rightarrow$ )

p: Galois morreu em um duelo (V)

q: 3 é um número real (V)

$p \rightarrow q$ : Se Galois morreu em um duelo, então 3 é um número real (V)

$$V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q) = V \rightarrow V = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

- É uma proposição representada por “p se e somente se q”, cujo valor lógico é verdadeiro (V) quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, e falso (F) nos demais casos.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

p: A Rússia fica na Europa (V)

q: A grama é verde (V)

$p \leftrightarrow q$ : A Rússia fica na Europa se e somente se a grama é verde (V)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = V \leftrightarrow V = V$$

# Operações lógicas sobre proposições

## Exemplos de Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

p: Einstein descobriu o Brasil (F)

q: Tiradentes foi um mártir (V)

$p \leftrightarrow q$ : Einstein descobriu o Brasil se e somente se Tiradentes foi um mártir (F)

$$V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q) = F \leftrightarrow V = F$$

## Interatividade

Escreva a sentença abaixo utilizando a notação proposta para as proposições simples e seus conectivos:

Ou você é gordo ou você é magro.

- a)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você é magro;  $p \underline{\vee} q$ .
- b)  $p$ : você não é gordo;  $q$ : você é magro;  $\sim p \underline{\vee} q$ .
- c)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você não é magro;  $p \underline{\vee} \sim q$ .
- d)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você é magro;  $p \vee q$ .
- e)  $p$ : você não é gordo;  $q$ : você não é magro;  $\sim p \vee \sim q$ .

## Resposta

Escreva a sentença abaixo utilizando a notação proposta para as proposições simples e seus conectivos:

Ou você é gordo ou você é magro.

- a)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você é magro;  $p \vee q$ .
- b)  $p$ : você não é gordo;  $q$ : você é magro;  $\sim p \vee q$ .
- c)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você não é magro;  $p \vee \sim q$ .
- d)  $p$ : você é gordo;  $q$ : você é magro;  $p \vee q$ .
- e)  $p$ : você não é gordo;  $q$ : você não é magro;  $\sim p \vee \sim q$ .



## Valor lógico de uma proposição composta

- Para toda proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$ , sempre se pode determinar o seu valor lógico (V ou F) quando são dados ou conhecidos os valores lógicos das proposições simples que a compõe,  $p, q, r, \dots$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 1:

Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são, respectivamente, V e F, determine o valor lógico (V ou F) da proposição:

$$P(p, q): \sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 1:

Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são, respectivamente,  $V$  e  $F$ , determine o valor lógico ( $V$  ou  $F$ ) da proposição:

$$\begin{aligned} P(p, q): \sim(p \vee q) &\leftrightarrow \sim p \wedge \sim q \\ \sim(V \vee F) &\leftrightarrow \sim V \wedge \sim F \end{aligned}$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 1:

Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são, respectivamente,  $V$  e  $F$ , determine o valor lógico ( $V$  ou  $F$ ) da proposição:

$$P(p, q): \sim(p \vee q) \quad \leftrightarrow \quad \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(V \vee F) \quad \leftrightarrow \quad \sim V \wedge \sim F$$

$$\sim V \quad \leftrightarrow \quad F \wedge V$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 1:

Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são, respectivamente,  $V$  e  $F$ , determine o valor lógico ( $V$  ou  $F$ ) da proposição:

$$P(p, q): \sim(p \vee q) \quad \leftrightarrow \quad \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(V \vee F) \quad \leftrightarrow \quad \sim V \wedge \sim F$$

$$\sim V \quad \leftrightarrow \quad F \wedge V$$

$$F \quad \leftrightarrow \quad F$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 1:

Sabendo que os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  são, respectivamente,  $V$  e  $F$ , determine o valor lógico ( $V$  ou  $F$ ) da proposição:

$$P(p, q) = \sim(p \vee q) \quad \leftrightarrow \quad \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(V \vee F) \quad \leftrightarrow \quad \sim V \wedge \sim F$$

$$\sim V \quad \leftrightarrow \quad F \wedge V$$

$$F \quad \leftrightarrow \quad F$$

$$P(p, q) = V$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

Sabendo que:

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

Determine o valor lógico (V ou F) da proposição:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$



## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow (F \rightarrow F)) \vee ((V \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow (F \rightarrow F)) \vee ((V \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow V) \vee (V \leftrightarrow F)$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow (F \rightarrow F)) \vee ((V \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow V) \vee (V \leftrightarrow F)$$

$$F \vee F$$

## Valor lógico de uma proposição composta

Exemplo 2:

$$P(p, q, r) = (q \leftrightarrow (r \rightarrow \sim p)) \vee ((\sim q \rightarrow p) \leftrightarrow r)$$

$$V(p) = V$$

$$V(q) = F$$

$$V(r) = F$$

$$V(P) = (F \leftrightarrow (F \rightarrow \sim V)) \vee ((\sim F \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow (F \rightarrow F)) \vee ((V \rightarrow V) \leftrightarrow F)$$

$$(F \leftrightarrow V) \vee (V \leftrightarrow F)$$

$$F \vee F$$

$$F$$

## Ordem de precedência dos conectivos

(1) Maior precedência:  $\sim$  (mais “fraco”)

(2)  $\wedge$

(3)  $\vee$

(4)  $\rightarrow$

(5) Menor precedência:  $\leftrightarrow$  (mais “forte”)

## Ordem de precedência dos conectivos

Exemplos:

$$\sim p \vee q = (\sim p) \vee q$$

$$\sim p \vee q \rightarrow r \vee s = ((\sim p) \vee q) \rightarrow (r \vee s)$$

$$p \rightarrow q \leftrightarrow s \wedge r = (p \rightarrow q) \leftrightarrow (s \wedge r)$$



# Tautologia, contradição e contingência

## Definição:

- Tautologia é toda proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  cujo valor lógico é sempre V (verdadeiro), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples  $p, q, r, \dots$  que a compõe.

# Tautologia, contradição e contingência

Exemplo:

A proposição  $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$  é tautológica, conforme mostra a tabela-verdade:

p	q	$\sim q$	$q \wedge \sim q$	$p \vee (q \wedge \sim q)$	$p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V

# Tautologia, contradição e contingência

## Exemplo:

A proposição  $p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$  é tautológica, conforme mostra a tabela-verdade:

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge r$	$\sim q \vee r$	$p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

# Tautologia, contradição e contingência

## Definição:

- Contradição é toda proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  cujo valor lógico é sempre F (falso), quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples  $p, q, r, \dots$  que a compõe.

# Tautologia, contradição e contingência

## Exemplo:

- A proposição  $p \leftrightarrow \sim p$  é contraditória, conforme mostra a tabela-verdade:

p	$\sim p$	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

# Tautologia, contradição e contingência

Exemplo:

A proposição  $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$  é contraditória, conforme mostra a tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	F	F	V	F

# Tautologia, contradição e contingência

## Definição:

- Contingência é toda proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  cujo valor lógico depende dos valores lógicos das proposições simples  $p, q, r, \dots$  que a compõe.

# Tautologia, contradição e contingência

## Exemplo:

- A proposição  $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$  é contraditória, conforme mostra a tabela-verdade, porém, as colunas intermediárias são contingências.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	F	F	V	F



## Interatividade

Qual das proposições compostas abaixo é tautológica?

a)  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

b)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

c)  $p \wedge q$

d)  $p \vee q$

e)  $q \leftrightarrow q$

## Resposta

Qual das proposições compostas abaixo é tautológica?

a)  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

b)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

c)  $p \wedge q$

d)  $p \vee q$

e)  $q \leftrightarrow q$

**ATÉ A PRÓXIMA!**

